

# МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

---

УДК 336.148

*Н.В. Грипинская, М.В. Дыха, Н.М. Коркуна, Г.Г. Цегелик*

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРЕДСТВ МЕЖДУ ПРОЕКТАМИ

**Ключевые слова:** проект, оптимальное распределение средств, метод динамического программирования.

### Введение

На макро-, мезо- и микроуровнях к реализации предлагаются (требуют финансирования) различные инвестиционные проекты, имеющие индивидуальные качественные и количественные характеристики. Это — проекты создания новых объектов, планы реконструкции, расширения производственных мощностей и т.п.

Вопрос принятия обоснованного инвестиционного решения всегда находится в центре внимания инвестора, который стремится/планирует вернуть инвестированный капитал с определенным доходом. Поэтому важны умения принимать всесторонне обоснованные решения по эффективному использованию ресурсов. Применение знаний для определения, сравнения, обоснования альтернативных проектов позволяет осуществлять выбор и принимать выверенные проектные решения в условиях ограниченности ресурсов и времени.

Широкий круг вопросов, связанных с управлением инвестициями, анализом и оценкой эффективности инвестиционных проектов, освещается в трудах отечественных и зарубежных ученых-экономистов [1–8] и др.

Методы оценки инвестиционных проектов чрезвычайно разнообразны. В западной практике применяют преимущественно две группы методов оценки в пределах двух подходов. При первом подходе (статистический) во внимание принимаются только абсолютные значения доходов и расходов средств. Традиционно при данном подходе концепция стоимости денег во времени игнорируется. Второй, динамический подход к анализу эффективности инвестиционных проектов с экономической точки зрения более корректен, поскольку учитывается фактор времени, и, соответственно, он более распространен. При этом поступления и расходы могут приводиться как к настоящей стоимости (процедура дисконтирования), так и к будущей (процедура компаундирования). Базовыми методами динамического подхода являются дисконтированный период окупаемости (DPP — discounted payback period), чистая приведенная стоимость (NPV — net present value); модифицированная чистая приведенная стоимость (MNPV — modified net present value), дисконтированный индекс доходности (DPI — discounted profitability index), внутренняя норма доходности (рентабельности) (IRR — internal rate of return); модифицированная внутренняя норма доходности (MIRR — modified internal rate of return).

© Н.В. ГРИПИНСКАЯ, М.В. ДЫХА, Н.М. КОРКУНА, Г.Г. ЦЕГЕЛИК, 2020

Все вышеприведенные методы рекомендованы ООН по промышленному развитию (United Nations Industrial Development Organization).

На сегодня международная практика оценки эффективности инвестиций основывается на следующем:

— эффективность использования инвестированного капитала оценивается путем сопоставления денежного потока с начальной инвестицией. Проект признается эффективным, если обеспечивается возврат инвестиций и желаемая/запланированная доходность для инвестора;

— инвестируемый капитал, как и денежный поток, сводится к настоящему времени или к определенному расчетному году, который, как правило, предшествует началу реализации проекта;

— процесс дисконтирования денежных потоков производится по различным ставкам дисконтирования, которые определяются в зависимости от особенностей инвестиционных проектов. При определении ставки дисконтирования учитываются структура инвестиций и стоимость отдельных составляющих капитала.

Оценка эффективности проектов методом реальных опционов — относительно новый подход в проектной деятельности (хотя еще в 1977 году известный ученый Стюарт Майерс предложил рассматривать рост возможностей фирмы как опцион, а саму терминологию реальных опционов разработал Стефен Марглин еще в 1970 году) [9, 10]. Применение метода реальных опционов к оценке инвестиционных проектов целесообразно, когда результат проекта подвержен высокой степени неопределенности; в противном случае метод реальных опционов теряет свой смысл.

Оценка эффективности инвестиционных проектов связана со многими аспектами, а эффективность проекта, в основном, отражает соответствие проекта целям и интересам его участников. Как цели проекта могут выдвигаться экономические результаты, решения социальных и экологических проблем и т.п. Широкий круг вопросов относительно проблем социально-экономического развития, путей их решения, активизации инвестиционно-инновационной деятельности см. подробнее в [11–13].

Несомненно, все направления обоснования инвестиционного проекта важны, но большим вопросом остается ранжирование этих направлений по мере влияния на конечный результат инвестиционной деятельности — достижение поставленных целей. Наиболее значимым направлением обоснования инвестиционных проектов, по мнению авторов, является именно финансовое направление, которое рассматривает возможности финансовой выгоды для участников.

Также важная задача — определение максимально возможных финансовых результатов с учетом выбора предполагаемых проектов. Цель статьи состоит в разработке алгоритма максимально эффективного распределения денежных средств между проектами.

### **Постановка задачи**

Предположим, что инвестор готов выделить  $S$  условных единиц денежных средств на финансирование/реализацию проектов. Известен показатель эффективности использования определенного размера средств на выполнение каждого проекта. Задача состоит в распределении денежных средств между проектами (финансировании проектов) так, чтобы суммарный показатель эффективности использования средств был наибольшим.

### **Метод решения. Алгоритм решения**

Для решения задачи эффективного инвестирования/распределения денежных средств между проектами используем метод динамического программирования [14–17].

Если  $m$  — количество проектов, между которыми необходимо распределить денежные средства, будем считать, что использование  $x_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) средств, где  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ , на  $i$ -й проект ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) с указанной суммы обеспечивает показатель эффективности  $f_i(x_j)$  (экспертная оценка).

Предположим, что  $F_i(x_j)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) — показатель эффективности при распределении  $x_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) денежных средств между первыми  $i$  проектами;  $F_i^*(x_j)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) — максимальный показатель эффективности при распределении  $x_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) денежных средств между первыми  $i$  проектами.

На первом этапе

$$F_1(x_j) = F_1^*(x_j) = f_1(x_j),$$

где  $f_i(0) = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ .

На втором этапе определяем

$$F_2(x_j) = \begin{cases} f_2(0) + F_1^*(x_j - 0), \\ f_2(x_1) + F_1^*(x_j - x_1), \\ f_2(x_2) + F_1^*(x_j - x_2), \\ \dots \\ f_2(x_j) + F_1^*(0) \end{cases}$$

и

$$F_2^*(x_j) = \max_{0 \leq k \leq j} (f_2(x_k) + F_1^*(x_j - x_k)) \text{ для } j = 0, 1, \dots, n.$$

На третьем этапе

$$F_3(x_j) = \begin{cases} f_3(0) + F_2^*(x_j - 0), \\ f_3(x_1) + F_2^*(x_j - x_1), \\ f_3(x_2) + F_2^*(x_j - x_2), \\ \dots \\ f_3(x_j) + F_2^*(0) \end{cases}$$

и

$$F_3^*(x_j) = \max_{0 \leq k \leq j} (f_3(x_k) + F_2^*(x_j - x_k)) \text{ для } j = 0, 1, \dots, n.$$

В целом, на  $(n-1)$ -м этапе определяем

$$F_{n-1}(x_j) = \begin{cases} f_{n-1}(0) + F_{n-2}^*(x_j - 0), \\ f_{n-1}(x_1) + F_{n-2}^*(x_j - x_1), \\ f_{n-1}(x_2) + F_{n-2}^*(x_j - x_2), \\ \dots \\ f_{n-1}(x_j) + F_{n-2}^*(0) \end{cases}$$

и

$$F_{n-1}^*(x_j) = \max_{0 \leq k \leq j} (f_{n-1}(x_k) + F_{n-2}^*(x_j - x_k)) \text{ для } j = 0, 1, \dots, n.$$

На последнем  $n$ -м этапе

$$F_m(S) = \begin{cases} f_m(0) + F_{m-1}^*(S), \\ f_m(x_1) + F_{m-1}^*(S - x_1), \\ f_m(x_2) + F_{m-1}^*(S - x_2), \\ \dots \\ f_m(S) + F_{m-1}^*(0) \end{cases}$$

и

$$F_m^*(S) = \max_{0 \leq k \leq n} (f_m(x_k) + F_{m-1}^*(S - x_k)) \text{ для } j = 0, 1, \dots, n.$$

Оптимальный план распределения денежных средств между проектами определяем следующим образом.

Если  $F_m^*(S) = a_m$  и достигается при  $k = l_1$ , то  $x_{l_1}$  единиц денежных средств нужно выделить на  $m$ -й проект. Далее необходимо распределить  $(S - a_m)$  единиц денежных средств между первыми  $(m - 1)$  проектами.

Если при  $S - a_m$   $F_{m-1}^*(S - a_m) = a_{m-1}$  и достигается при  $k = l_2$ , то  $x_{l_2}$  единиц денежных средств необходимо выделить на  $(m - 1)$ -й проект, и т.д.

Максимальный суммарный показатель эффективности от распределения денежных средств между проектами —  $F_n^*(S)$  единиц.

### Пример

Рассмотрим применение метода динамического программирования (табл. 1, где  $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $j = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ).

Таблица 1

$x_j$	$f_1(x_j)$	$f_2(x_j)$	$f_3(x_j)$	$f_4(x_j)$
0	0	0	0	0
20	12	14	13	18
40	33	28	38	39
60	44	38	47	48
80	64	56	62	65
100	78	80	79	82

На первом этапе

$$F_1(x_j) = f_1(x_j) = F_1^*(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, 5.$$

На втором этапе

$$F_2(x_j) = \begin{cases} f_2(0) + F_1^*(x_j - 0), \\ f_2(20) + F_1^*(x_j - 20), \\ f_2(40) + F_1^*(x_j - 40), \\ \dots \\ f_2(x_j) + F_1^*(0); \end{cases}$$

$$F_2^*(x_j) = \max_{0 \leq k \leq j} (f_2(20k) + F_1^*(x_j - 20k)) \text{ для } j = 0, 1, \dots, 5.$$

Данные вычисления  $F_2(x_j)^*$  запишем следующим образом (табл. 2).

Таблица 2

$x_j$	$k$	$f_2(k)$	$F_1^*(x_j - 20k)$	$F_2(x_j)$
0	0	0	0	0*
20	1	14	0	14*
	0	0	12	12
40	2	28	0	28
	1	14	12	26
	0	0	33	33*
60	3	38	0	38
	2	28	12	40
	1	14	33	47*
	0	0	44	44
80	4	56	0	56
	3	38	12	50
	2	28	33	61
	1	14	44	58
	0	0	64	64*
100	5	80	0	80*
	4	56	12	68
	3	38	33	71
	2	28	44	72
	1	14	64	78
	0	0	78	78

\* Источник: рассчитано авторами.

Из табл. 2 видим, что после проведенных вычислений получаем

$$F_2^*(0) = 0, \quad F_2^*(20) = 14 \text{ при } k=1, \quad F_2^*(40) = 33 \text{ при } k=0,$$

$$F_2^*(60) = 47 \text{ при } k=1, \quad F_2^*(80) = 64 \text{ при } k=0, \quad F_2^*(100) = 80 \text{ при } k=5.$$

На третьем этапе

$$F_3(x_j) = \begin{cases} f_3(0) + F_2^*(x_j - 0), \\ f_3(20) + F_2^*(x_j - 20), \\ f_3(40) + F_2^*(x_j - 40), \\ \dots \\ f_3(x_j) + F_2^*(0); \end{cases}$$

$$F_3^*(x_j) = \max_{0 \leq k \leq j} (f_3(20k) + F_2^*(x_j - 20k)), \text{ для } j = 0, 1, \dots, 5.$$

Данные вычисления  $F_3(x_j)$ ,  $j = 0, 1, \dots, 5$ , занесем в табл. 3.

Таблица 3

$x_j$	$k$	$f_3(20k)$	$F_2^*(x_j - 20k)$	$F_3(x_j)$
0	0	0	0	0*
20	1	13	0	13
	0	0	14	14*
40	2	38	0	38*
	1	13	14	27
	0	0	33	33
60	3	47	0	47
	2	38	14	52*
	1	13	33	46
	0	0	47	47
80	4	62	0	62
	3	47	14	61
	2	38	33	71*
	1	13	47	60
	0	0	64	64
100	5	79	0	79
	4	62	14	76
	3	47	33	80
	2	38	47	85*
	1	13	64	77
	0	0	80	80

Проведя вычисления, получаем

$$F_3^*(0) = 0, \quad F_3^*(20) = 14 \text{ при } k=0, \quad F_3^*(40) = 38 \text{ при } k=0,$$

$$F_3^*(60) = 52 \text{ при } k=2, \quad F_2^*(80) = 71 \text{ при } k=2, \quad F_3^*(100) = 85 \text{ при } k=2.$$

На четвертом этапе

$$F_4(100) = \begin{cases} f_4(0) + F_3^*(100), \\ f_4(20) + F_3^*(80), \\ f_4(40) + F_3^*(60), \\ f_4(60) + F_3^*(40), \\ f_4(80) + F_3^*(20), \\ f_4(100) + F_3^*(0); \end{cases}$$

$$F_4^*(100) = \max_{0 \leq k \leq j} (f_2(20k) + F_1^*(100 - 20k)) \text{ для } j = 0, 1, \dots, 5.$$

Данные вычисления  $F_4(100)$  занесем в табл. 4.

Таблица 4

$x_j$	$k$	$f_4(20k)$	$F_3^*(100-20k)$	$F_4(x_j)$
100	5	82	5	82
	4	65	14	79
	3	48	38	86
	2	39	52	91*
	1	18	71	89
	0	0	85	85

После вычислений  $F_4^*(100) = 91$  при  $k=2$ .

Поскольку  $F_4^*(100) = 91$  и достигается при  $k = 2$ , то  $20k = 40$  условных денежных единиц нужно выделить на финансирование/реализацию четвертого проекта.

Далее необходимо распределить 60 условных денежных единиц между первыми тремя проектами. Так как  $F_3^*(60) = 52$  и достигается при  $k = 2$ , то на финансирование/реализацию третьего проекта необходимо выделить  $20k = 40$  условных денежных единиц.

Остается распределить 20 условных денежных единиц между первыми двумя проектами. Поскольку  $F_2^*(20) = 14$  и достигается при  $k = 1$ , то 20 условных денежных единиц нужно выделить на финансирование/реализацию второго проекта. Первый проект нецелесообразно финансировать (остается без финансирования). Суммарный показатель эффективности составил 91 условную денежную единицу.

### Заключение

Сформулирована задача оптимального распределения денежных средств между проектами. Предложен алгоритм решения данной задачи, которая решена с помощью метода динамического программирования. Процесс поиска решения задачи состоит из ряда шагов, на каждом из которых ищется частичное решение задачи.

Таким образом, предложенный научно-методический подход дает возможность определить суммарный показатель эффективного распределения инвестиций между  $m$  проектами, рассчитанный в системе исходных данных предполагаемых к инвестированию проектов (дает возможность определить оптимальный пакет проектов для инвестирования, решить задачи эффективного «пакетного» инвестирования), в отличие от существующих методов, по которым рассчитывается эффективность возможного результата от вложения средств в каждый проект.

Данный подход можно использовать в частной предпринимательской деятельности, на предприятиях разных сфер деятельности и форм собственности, а также на макроуровне экономики.

*Н.В. Грипинська, М.В. Диха, Н.М. Коркуна, Г.Г. Цегелик*

## ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ КОШТІВ МІЖ ПРОЕКТАМИ

Ухвалення обґрунтованого оптимального рішення з фінансування проектів, які будуть найбільш рентабельними, — складне завдання для інвестора. Це пояснюється тим, що до реалізації пропонуються (вимагають фінансування) різні інвестиційні проекти (створення нових об'єктів, проекти реконструкції, розширення виробничих потужностей і т.п.), що мають різні якісні і кількісні характеристики. Тому рішення про вибір інвестиційних проектів з безлічі можливих, обсяги їх фінансування, що базуються на науково обґрунтованих підходах, дозволить інвестору максимально ефективно використувати наявні ресурси. У статті сформульовано задачу оптимального розподілу коштів між проектами. Розроблено алгоритм вирішення даного завдання. Процес розв'язання задачі складається з ряду кроків, на кожному з яких шукається часткове вирішення завдання. Застосування методу динамічного програмування дає можливість визначити оптимальний пакет проектів для інвестування, вирішити завдання ефективного «пакетного» інвестування, на відміну від існуючих методів, згідно з якими розраховується ефективність, можливий результат від вкладення коштів в кожен з проектів. На прикладі показано, що з можливої певної кількості проектів не всі доцільно інвестувати. Наприклад, з чотирьох розглянутих проектів оптимальним рішенням, яке дозволить отримати максимальну сумарну ефективність від інвестування, буде фінансування трьох проектів. Таким чином, запропоновано науково-методичний підхід сумарно максимально ефективного розподілу коштів між  $m$  проектами при відомих показниках ефективності певного розміру фінансування кожного проекту. Даний науково-методичний підхід можна використовувати в приватній підприємницькій діяльності, на підприємствах різних сфер діяльності та форм власності, а також на макрорівні економіки.

**Ключові слова:** проект, оптимальний розподіл коштів, метод динамічного програмування.

*N.V. Hrypynska, M.V. Dykha, N.M. Korkuna, H.H. Tsehelyk*

## APPLYING DYNAMIC PROGRAMMING METHOD TO SOLVING THE PROBLEM OF OPTIMAL ALLOCATION OF FUNDS BETWEEN PROJECTS

Making justified optimal decision on financing the projects that will be most profitable is a difficult task for the investor. This is explained by the fact that various investment projects (creation of new facilities, reconstruction projects, expansion of production capacities, etc.) that have different qualitative and quantitative characteristics are proposed for realisation (require financing). Therefore, the decision to choose investment projects from the many possible ones, their financing volumes, based on scientifically sound approaches, will allow the investor to use available resources as efficiently as possible. The article formulates the problem of the optimal distribution of funds between projects. An algorithm for solving this problem is developed. The process of solving a problem consists of a series of steps, at each of which a partial solution to the problem is sought. The application of the dynamic programming method makes it possible to determine the optimal package of projects for investment, to solve the problems of effective «package» investment, in contrast to the existing methods, according to which the efficiency, the possible result of investing each of the projects is calculated. The example shows that of the proposed financing of a certain number of projects, not all projects are advisable to invest. For example, of the four projects under consideration, the optimal solution that will allow you to get the maximum total efficiency from investing will be financing of three

projects. Thus, a scientific and methodological approach has been proposed for the total most efficient distribution of funds between  $m$  projects with known performance indicators of a certain amount of financing for each project. This scientific and methodological approach can be used in private entrepreneurial activity, at enterprises of various fields of activity and forms of ownership, as well as at the macro level of the economy.

**Keywords:** project, optimal distribution of funds, dynamic programming method.

1. Бирман Г., Шмидт С. Экономический анализ инвестиционных проектов. Пер. с англ. Под ред. Л.П. Бельх. М. : Банки и биржи, 1997. 631 с.
2. Шарп У.Ф., Бэйли Г.Дж. Инвестиции. Пер. с англ. М. : Инфра, 1997. 1042 с.
3. Борщ Л.М., Герасимова С.В. Інвестування: теорія і практика: навч. посібник. 2-е вид., перероб. і доп. К. : Знання, 2007. 685 с.
4. Киселева Е.М., Притоманова О.М., Журавель С.В. Оценка инвестиционной привлекательности стартапов на основе нейронечетких технологий. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2016. № 5. С. 123–143.
5. Крупка Я.Д. Прогресивні методи оцінки та обліку інвестиційних ресурсів. Тернопіль : Екон. думка, 2000. 353 с.
6. Майорова Т.В. Інвестиційна діяльність. К. : Центр учбової літ-ри, 2009. 472 с.
7. Пересада А.Л. Управління інвестиційним процесом. К. : Лібра, 2002. 472 с.
8. Танащук Е.А., Ковтуненко К.В., Ковтуненко Ю.В. Теоретико-методические основы управления структурой капитала в инновационной деятельности операторов телекоммуникаций. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2018. № 2. С. 133–145.
9. Макмиллан Л.Г. Опционы как стратегическое инвестирование. Пер. с англ. М. : Евро, 2003. 1225 с.
10. Marglin S. Investment and interest: A reformulation and extension of Keynesian theory. *The Economic Journal*. 1970. **80**, N 320. P. 910–931.
11. Dykha M.V. Economic mechanism toolkit for state regulation of socioeconomic processes. *Actual Problems of Economics*. 2016. N 5 (179). P. 20–29.
12. Dykha M.V., Tanasiienko N.P., Kolisnyk G.M. Ensuring of labor productivity growth in the context of investment and innovation activity intensification. *Problems and Perspectives in Management*. 2017. **15**, N 4. P. 197–208. [http://dx.doi.org/10.21511/ppm.15\(4-1\).2017.04](http://dx.doi.org/10.21511/ppm.15(4-1).2017.04)
13. Диха М.В. Соціально-економічний розвиток України: напрями та засоби реалізації [монографія]. К. : Центр учбової літератури, 2016. 388 с.
14. Беллман Р. Динамическое программирование. М. : Изд-во иностранной литературы, 1960. 400 с.
15. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: навч. посібник. К. : КНЕУ, 2005. 408 с.
16. Кігель В.Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці. К. : ЦУЛ, 2003. 202 с.
17. Цегелик Г.Г. Математичне програмування: навч. посібник. Львів : ЛНУ ім. І. Франка, 2011. 238 с.

Получено 11.04.2019  
После доработки 08.10.2019