УДК 519.9

А.Н. Воронин

КОМПРОМИССНЫЕ РЕШЕНИЯ: СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД

Ключевые слова: компромисс, многокритериальная оптимизация, системный подход, ограничения, скалярная свертка.

Введение

В настоящее время в научной литературе [1] значительное внимание уделяется разработке моделей и методов теории принятия решений, позволяющих эффективно решать многокритериальные задачи, возникающие в различных предметных областях. Это относится, например, к важным и ответственным переговорным процессам, задачам многокритериальной оценки и оптимизации сложных технических объектов и т.п. Такие задачи обычно плохо формализуемы. Современные средства их решения, как правило, связаны с необходимостью компромисса. Поэтому исследования в этом направлении актуальны.

Понятие «компромисс» предусматривает наличие нескольких конкурирующих (имеющих разные цели) субъектов, объединенных в систему. Задача этой системы — выработка общего для всех субъектов решения. Такое решение, будучи наилучшим для всей системы в целом, обязательно ущемляет интересы каждого из субъектов, т.е. принципиально является компромиссным. Задача исследователя — выбрать такую схему компромисса, при которой общее решение системы приемлемо для всех субъектов.

Таким образом, объектом исследования представляется система, предназначенная для выработки компромиссного решения. При исследовании будем пользоваться методом системного подхода [2]. Термин «системный подход» означает, что реальный объект, представляемый как система, описывается как совокупность взаимодействующих компонентов, реализующая определенную цель. В данном случае субъекты, входящие в систему, преследуют разные цели. Если один и тот же объект может реализовать несколько целей, то относительно каждой он выступает как самостоятельная система. Следовательно, можно осуществить декомпозицию решаемой задачи.

Каждая самостоятельная (парциальная) система — это модель реального объекта лишь в аспекте той цели, которую он реализует. Для достижения цели необходимы определенные функции, по которым можно определить состав и структуру парциальной системы. В эту модель войдет из реального объекта только то, что необходимо и достаточно для достижения данной цели.

Определив состав и структуру каждой из парциальных систем, выполнив тем самым этап декомпозиции, для получения общего компромиссного решения необходимо перейти к соединению в единое целое различных моделей объекта, т.е. выполнить акт композиции.

© А.Н. ВОРОНИН, 2020

Постановка задачи

Рассмотрим систему выработки компромиссного решения в виде объекта исследования O (рис. 1).

В систему входит s равноправных субъектов, каждый из которых стремится реализовать свою цель. Эффективность достижения поставленной цели количественно выражается парциальным критерием оптимальности y_k, $k \in [1, s]$. Парциальные (частные) критерии $y1$, $y2$, ..., ys образуют вектор $y = \{y_k\}_{k=1}^{s} \in M$, где M — область определения вектора y. Его компоненты количественно выражают эффективность достижения парциальных целей при заданной совокупности аргументов оптимизации $x = \{xi\}$ $i = 1$ $n \in X$, где X — область определения вектора независимых переменных (аргументов оптимизации). Внешние воздействия r от нас не зависят, но известно, что они могут принимать свои значения из компактного множества R. Обычно считают, что расчеты осуществляются при заданном и известном векторе внешних воздействий $r0 \in R$, от которого, в конечном счете, зависит ситуация принятия решения.

В рамках k-й парциальной системы эффективность достижения цели количественно выражается частным критерием оптимальности y_k, $k \in [1, s]$. Решение задачи оптимизации предусматривает достижение экстремального значения критерия посредством выбора совокупности аргументов оптимизации.

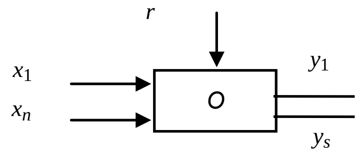

Рис. 1

Экстремизация критерия оптимальности часто отождествляется с понятием реализации цели, в то время как на самом деле это разные понятия. Можно сказать, что критерий и цель соотносятся друг с другом как модель и оригинал со всеми вытекающими отсюда следствиями. В любом случае критерий — всего лишь суррогат цели. Критерии характеризуют цель лишь косвенно, иногда лучше, иногда хуже, но всегда приближенно.

На этапе декомпозиции определяется состав и структура каждой из парциальных систем. Это значит, что определяются функции $y_k = f_k(x)$, $k \in [1, s]$, связывающие частные критерии качества с аргументами оптимизации. В задачах оценивания функция $f(x)$ называется оценочной, а в задачах оптимизации — целевой.

Для получения общего компромиссного решения необходимо перейти к этапу композиции критериев. Возможны различные подходы к выполнению этого этапа. Это нахождение компромиссно-оптимального решения в интерактивной процедуре, лексикографический подход и пр. На практике чаще всего используется подход выбора адекватной скалярной свертки частных критериев и нахождения решения в процессе экстремизации этой свертки. Рассмотрим метод, при котором актом композиции является скалярная свертка частных (парциальных) критериев [3]. Скалярная свертка — это математический прием сжатия информации и количественной оценки ее интегральных свойств одним числом.

В качестве целевой функции рассматривается некоторая функция $Y[y(x)]$, имеющая смысл скалярной свертки вектора частных критериев, вид которой зависит от выбранной схемы компромиссов. Ее экстремизация приводит к искомому компромиссному решению.

Ставится задача: выбрать схему компромиссов и определить вид функции $Y(y)$, при котором компромиссное решение будет приемлемым для всех субъектов системы принятия решений.

Формализация этих качественных понятий очень сложна, так как проблемы векторной оптимизации носят концептуальный характер и сложно формализуются.

Метод решения

С некоторыми оговорками задача оптимизации формулируется как нахождение такого сочетания аргументов из области их определения, при котором целевая функция в заданной ситуации приобретает экстремальное значение:

$$x^* = \arg \operatorname*{extr}_{\substack{x \in X \\ y \in M}} Y[y(x)] \Big|_{r^o \in R}.$$

Решение оптимизационных задач предполагает наличие некоторой оценки качества работы системы, исходя из которой можно сказать, что одна система работает лучше, а другая — хуже, и насколько конкретно. Коренная проблема количественной оценки объектов и процессов заключается в том, чтобы качественным понятиям «лучше» и «хуже» поставить в соответствие понятия «больше» и «меньше». Для определенности полагают, что, например, «лучше» означает «меньше». Тогда все частные критерии рассматриваются как подлежащие минимизации (или приводятся к такому виду).

Если это так, то на практике, при фиксированном $r^{\hat{\imath}} \in R$ и гарантированном $y_k \in M$, $k \in [1, s]$, применяется выражение

$$x^* = \arg \min_{x \in X} Y[y(x)].$$

Выбор схемы компромиссов и, следовательно, вида скалярной свертки частных критериев $Y(y)$ носит концептуальный характер. Чаще всего применяется аддитивная (линейная) скалярная свертка

$$Y(y) = \sum_{k=1}^{s} \frac{y_k}{A_k},$$

где $A_к$ — предельно допустимые значения критериев (ограничения). Принцип Лапласа в теории принятия решений состоит в экстремизации линейной скалярной свертки. Недостаток (специфика) применения линейной скалярной свертки — это возможность «компенсации» одного критерия за счет других.

Мультипликативная свертка

$$Y(y) = \prod_{k=1}^{s} y_k$$

лишена этого недостатка. Принцип Паскаля — экстремизация мультипликативной скалярной свертки.

Исторически принцип Паскаля [4] впервые изложен в работе «Pensees», изданной в 1670 г. Считается, что эта работа положила начало всей теории принятия решений. Здесь введены два ключевых понятия теории: 1) частные критерии, каждый из которых оценивает какую-либо одну сторону эффективности решения; 2) принцип оптимальности, т.е. правила, позволяющего по значениям критериев вычислить некоторую единую числовую меру эффективности решения.

 ISSN 0572-2691

Логически обоснованной является схема компромиссов, при которой как предпочтительный рассматривается вектор компромиссного решения, наиболее близкий к идеальному (утопическому) вектору в критериальном пространстве (концепция Чарнза–Купера [5]). Это принцип оптимальности «поближе к утопической точке».

В пространстве критериев (рис. 2) при заданных условиях и ограничениях определяется априори неизвестный идеальный вектор y^{id}, для этого задача оптимизации решается S раз (по количеству частных критериев), причем каждый раз с одним (очередным) критерием, как если бы остальных не было вовсе. Последовательность «однокритериальных» решений исходной многокритериальной задачи дает координаты недостижимого идеального вектора $y^{id} = \left\{ y_k^{id} \right\}_{k=1}^{s}$.

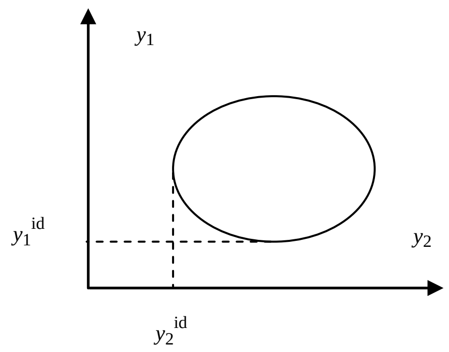

Рис. 2

После этого целевая функция (скалярная свертка критериев) $Y(y)$ вводится как мера приближения к идеальному вектору в пространстве оптимизируемых критериев в виде некоторой неотрицательной функции вектора $y^{id} - y$, например, в виде квадрата евклидовой нормы этого вектора:

$$Y(y) = \left\| \frac{y^{id} - y}{y^{id}} \right\| = \sum_{k=1}^{s} \left[\frac{y_k^{id} - y_k}{y_k^{id}} \right]^2 ,$$

затем решается задача минимизации этой целевой функции. Такой подход обеспечивает достаточно полную формализацию при постановке и решении многокритериальных задач и имеет четкий физический смысл.

Эта схема компромиссов позволяет получить общее для субъектов компромиссное решение, в наибольшей мере приближающееся к утопической точке. Недостаток такого подхода — громоздкость вычислительного процесса, так как необходимо решить $s + 1$ оптимизационных задач. А главное, приближение к идеальной точке осуществляется лишь в обобщенном смысле, т.е. всегда имеется возможность нарушения ограничений по одной или нескольким компонентам векторного критерия.

Ограничения

В теории принятия решений, кроме критериев, не менее важную роль играют ограничения. Они могут накладываться как по аргументам оптимизации $x \in X$, так и по критериям эффективности решения $y \in M$. Например, при важных переговорах субъекты переговорного процесса устанавливают так называемые «красные линии» по критериям принятия решений, приближение к которым, а тем более их нарушение, не допускается ни при каких обстоятельствах.

Ограничения, наложенные на характеристики системы при тех или иных обстоятельствах, часто могут служить причиной введения того или иного критерия. Для иллюстрации сказанного обратимся к примеру. В обычных наземных условиях не принято оценивать качество эргатической системы по количеству (или скорости расхода) кислорода, потребляемого человеком-оператором при выполнении заданной работы. Совсем другое дело, когда система функционирует без контакта с «неограниченной» земной атмосферой (в космосе, под водой и т.п.).

В этом случае ресурсы кислорода ограничены и очень важным качеством становится экономичность его расхода. Отражением этого требования является введение соответствующего критерия. В таких случаях можно сказать, что ограничение порождает критерий.

Даже небольшие изменения ограничений могут существенно сказаться на решении. И уж совсем серьезные последствия можно получить, снимая одни ограничения и добавляя другие при той же схеме компромиссов. В 1956 г. бразильские энтомологи сочли, что пчелы вырабатывают недостаточно меда. Они провели скрещивание нескольких видов европейских и добавили разновидность африканских пчел. Гибридные пчелы, действительно, давали больше меда, были устойчивы к болезням, отлично переносили жару, но при этом они стали невероятно агрессивны и очень ядовиты. От их укусов в Бразилии и на юге США погибли свыше 150 человек и сотни животных, как домашних, так и диких. Поэтому существует большая опасность при формальной оптимизации сложных систем, на что обратил внимание Н. Винер в первых публикациях по кибернетике. Дело в том, что, не задав всех необходимых ограничений, мы можем одновременно с экстремизацией целевой функции получить непредвиденные и нежелательные сопутствующие эффекты.

Для иллюстрации Н. Винер любил приводить английскую сказку об обезьяньей лапке. Обладатель этого талисмана мог с его помощью выполнить любое желание. Когда он однажды пожелал получить большую сумму денег, то оказалось, что за это он заплатил жизнью любимого сына. Согласимся, что часто очень трудно, а иногда и просто невозможно заранее предвидеть все последствия формального принятия многокритериальных решений.

Мысль Н. Винера о том, что в сложных системах мы принципиально не в состоянии заранее определить все условия и ограничения, гарантирующие отсутствие нежелательных эффектов оптимизации, позволила ему сделать мрачное предположение о катастрофических последствиях кибернетизации общества.

Тем не менее с позиций системного анализа отношение к оптимизации можно сформулировать так: это мощное средство повышения эффективности принятия решений, но использовать его следует более осторожно по мере возрастания сложности проблемы.

Нелинейная схема компромиссов

Учитывая фундаментальную роль ограничений в решении многокритериальных задач, формулируем, в отличие от концепции Чарнза–Купера, следующий принцип оптимальности: «подальше от ограничений» [2]. В соответствии с этим принципом определяется нелинейная схема компромиссов, позволяющая получить общее для субъектов компромиссное решение, в наибольшей мере удаляющее парциальные критерии от своих «красных линий» (ограничений).

Требования к скалярной свертке критериев $Y[y(x)]$ по нелинейной схеме компромиссов:

1) «штрафовать» частные критерии за приближение к своим ограничениям;

2) быть дифференцируемой по своим аргументам.

Из возможных функций, отвечающих перечисленным требованиям, выберем простейшую:

$$Y[y(x)] = \sum_{k=1}^{s} A_k [A_k - y_k(x)]^{-1},$$

где A_k — ограничения сверху на минимизируемые критерии: $y_k \le A_k, \quad k \in [1, s]$.

Когда улучшение качества решения отражается *увеличением* критериев, скалярная свертка критериев по нелинейной схеме компромиссов имеет вид

 ISSN 0572-2691

$$Y[y(x),] = \sum_{k=1}^{s} B_k[y_k(x) - B_k]^{-1},$$

где B_k — ограничения снизу на максимизируемые критерии: $y_k \geq B_k$, $k \in [1, s]$.

Минимизация целевой функции в обоих случаях приводит к общему компромиссному решению, в наибольшей мере удаляющему парциальным критериям от своих ограничений. Для минимизируемых критериев

$$x^* = \arg\min_{x \in X} \sum_{k=1}^{s} A_k[A_k - y_k(x)]^{-1}.$$

В случае максимизируемых критериев

$$x^* = \arg\min_{x \in X} \sum_{k=1}^{s} B_k[y_k - B_k]^{-1}.$$

Скалярная свертка по нелинейной схеме компромиссов штрафует частные критерии за приближение к своим предельным значениям. Действительно, пусть какой-либо критерий $y_m(x)$ из числа $[1, s]$ опасно приближается к своему ограничению. Это значит, что в случае минимизируемых критериев стремится к нулю разность $[A_m - y_m(x)] \to 0$ и соответствующий член $\dfrac{A_m}{A_m - y_m(x)}$ в минимизируемой сумме стремительно возрастает. Аналогично обстоит дело и в случае максимизируемых критериев при $[y_m(x) - B_m] \to 0$.

При существенном возрастании $y_m(x)$ и, следовательно, члена $\dfrac{A_m}{A_m - y_m(x)}$ минимизация всей суммы сводится к минимизации только этого, наиболее «неблагополучного» члена. Это значит, что нелинейная схема компромиссов при опасном возрастании одного или нескольких минимизируемых частных критериев действует как *минимаксная* (чебышевская) модель оптимизации

$$x^* = \arg\min_{x \in X} \max_{k \in [1, s]} y_k(x).$$

Соответственно в случае максимизируемых критериев чебышевская модель оптимизации максиминна:

$$x^* = \arg\max_{x \in X} \min_{k \in [1, s]} y_k(x).$$

Ситуацию, в которой частные критерии находятся в опасной близости к своим ограничениям, принято считать напряженной. Наоборот, если критерии далеки от ограничений, ситуация спокойная. В такой ситуации нелинейная схема компромиссов действует как интегральная модель оптимизации:

$$x^* = \arg\min_{x \in X} \sum_{k=1}^{s} \frac{y_k(x)}{A_k}$$

для минимизируемых критериев и

$$x^* = \arg\min_{x \in X} \sum_{k=1}^{s} \frac{[-y_k(x)]}{B_k}$$

для критериев, подлежащих максимизации.

Таким образом, нелинейная схема компромиссов адаптируется к ситуации принятия решения. Модель оптимизации варьируется от интегральной в спокойных ситуациях до эгалитарной (чебышевской) в напряженных ситуациях. В промежуточных ситуациях получаются схемы компромиссов, удовлетворяющие частным критериям в той мере, в какой они удалены от своих ограничений. Это значит, что вместо выбора схемы компромиссов в различных ситуациях можно применять единую универсальную нелинейную схему компромиссов, автоматически дающую схему, адекватную данной конкретной ситуации.

С этой точки зрения традиционные схемы компромиссов можно рассматривать как результат «линеаризации» нелинейной схемы в различных «рабочих точках» — ситуациях. Этим, кстати, объясняется название предложенной нелинейной схемы компромиссов, так как в других отношениях она не более «нелинейна», чем другие схемы, рассматриваемые в теории принятия решений. Подчеркнем, что адаптация нелинейной схемы к ситуации осуществляется непрерывно, в то время как традиционный выбор схемы компромиссов делается дискретно, что к субъективным погрешностям добавляет еще и ошибки, связанные с квантованием схем компромиссов.

Весовые коэффициенты

Если лицо, принимающее решение (ЛПР), считает, что субъекты парциальных систем неравноправны, то оно назначает весовые коэффициенты для частных критериев системы выработки компромиссных решений. По сути, ЛПР становится единственным субъектом для данной системы. Скалярная свертка по нелинейной схеме компромиссов приобретает вид

$$Y[y(x),\alpha]=\sum_{k=1}^{s}\alpha_k A_k[A_k-y_k(x)]^{-1},\quad \alpha_k\ge 0,\quad \sum_{k=1}^{s}\alpha_k=1,$$

где $\alpha=\{\alpha_k\}_{k=1}^{s}$ — вектор весовых коэффициентов.

Фундаментальным отличием свертки по нелинейной схеме от других известных скалярных сверток является органическая связь с ситуацией принятия многокритериального решения. По сути, эта свертка представляет собой нелинейную функцию регрессии (линейную по параметрам α), выбранную по физическим соображениям и поэтому эффективную. Коэффициенты α в выражении для нелинейной скалярной свертки имеют смысл параметров нелинейной содержательной функции регрессии, поэтому, будучи найденными в номинальном режиме, они не изменяются от ситуации к ситуации, как в случае линейной и других известных сверток, не адаптирующихся к ситуации.

Весовые коэффициенты отражают индивидуальные предпочтения ЛПР по отдельным парциальным критериям. Субъективность допустима и даже желательна, если многокритериальная задача решается в интересах конкретного человека. Так, костюм, сшитый в ателье по индивидуальной мерке заказчика, обычно лучше костюма, купленного в магазине готовой одежды. Поэтому механизм индивидуальных предпочтений достаточно интенсивно применяется в практике решения многокритериальных задач.

Однако субъективность в их решении допустима и желательна лишь до тех пор, пока результат предназначается для конкретных ЛПР или небольших коллективов людей со сходными предпочтениями. Если же он предназначен для общего использования, то обязан быть вполне объективным, унифицированным. В этих случаях механизм индивидуальных предпочтений из методики решения многокритериальных задач должен быть исключен во избежание произвола и неоднозначности результатов решения [3].

ISSN 0572-2691

Унификация

Когда результат решения многокритериальной задачи предназначается для широкого использования, он унифицируется, и индивидуальные предпочтения нивелируются по статистике; становится применим принцип недостаточного основания Бернулли–Лапласа: если априорные вероятности возможных гипотез неизвестны, то их следует положить равными, т.е. все гипотезы считать равновероятными. В применении к многокритериальной задаче это означает, что все весовые коэффициенты α_k, $k \in [1, s]$, в выражении для скалярной свертки частных критериев должны быть равными, если только нет никаких предварительных данных о неравноценности критериев. Так, субъекты переговорного процесса обычно полагаются одинаковыми по важности (равноправными).

Следовательно, при унификации необходимо принять все весовые коэффициенты *равными*: $\alpha_k \equiv 1/s$, $\forall k \in [1, s]$. Тогда

$$Y[y(x),\ \alpha] = \sum_{k=1}^{s} \alpha_k A_k [A_k - y_k(x)]^{-1} = \frac{1}{s}\sum_{k=1}^{s} A_k [A_k - y_k(x)]^{-1}.$$

Учитывая, что умножение на $1/s$ является монотонным преобразованием, которое, по теореме Гермейера, не изменяет результатов сравнения, переходим к унифицированному выражению для скалярной свертки критериев при минимизируемых критериях:

$$Y[y(x)] = \sum_{k=1}^{s} A_k \left[A_k - y_k(x)\right]^{-1}.$$

Аналогичным образом при максимизируемых критериях

$$Y[y(x)] = \sum_{k=1}^{s} B_k [y_k(x) - B_k]^{-1}.$$

Эту формулу рекомендуется применять во всех случаях, когда многокритериальная задача решается не в интересах какого-то одного конкретного ЛПР, а для широкого использования.

Дуальный подход

Если же многокритериальная задача решается в интересах конкретного ЛПР, то в выражении скалярной свертки необходимо определить весовые коэффициенты αk, $k \in [1, s]$, отражающие его индивидуальные предпочтения. Для определения коэффициентов α можно применять различные подходы. Наиболее обоснованным представляется дуальный подход [3].

Представим схему нахождения компромиссных решений для минимизируемых критериев в виде модели

$$x^{(\alpha)} = \underset{x \in X}{\operatorname{argmin}} \sum_{k=1}^{s} \alpha_k A_k \left[A_k - y_k(x)\right]^{-1},\ \alpha \in X_\alpha.$$

Выбирая различные значения параметров α из допустимой области $X_\alpha = \left\{ \alpha \,\middle|\, \alpha_k \ge 0,\ \sum_{k=1}^{s} \alpha_k = 1 \right\}$, по этой схеме получаем различные компромиссные решения $x^{(\alpha)}$. Задача заключается в такой организации интерактивной процедуры, чтобы последовательность генерируемых точек улучшилась с точки зрения ЛПР.

Таким методом, основанным на сопоставлении предпочтений при специально рассчитываемых альтернативах, является порядковый аналог метода симплекс-планирования [6].

Дуальная процедура начинается с нахождения первого («общего») решения при $\alpha_k^0 = 1/s,\ k \in [1, s]$, что соответствует унифицированной модели

$$x^{(0)} = \arg\min_{x \in X} \sum_{k=1}^{s} A_k [A_k - y_k(x)]^{-1}.$$

Полученное решение и соответствующие ему значения частных критериев предъявляются ЛПР для оценки. Если ЛПР считает, что решение $x^{(0)}$ его не удовлетворяет и требуется коррекция согласно его индивидуальным предпочтениям, то организуется интерактивная процедура симплекс-планирования. Напомним, что симплексом называется набор $s + 1$ вершин простейшей фигуры (многогранника) в S-мерном критериальном пространстве.

В каждой вершине исходного симплекса, начиная с S_0, рассчитываются компромиссные решения $x^{(\alpha)}$ и соответствующие им значения частных критериев $y(x^{(\alpha)})$ предъявляются ЛПР для выбора наихудшей, с его точки зрения, вершины. По идее метода симплекс-планирования значение функции полезности с большой вероятностью улучшится, если найти решение в новой точке, прямо противоположной худшей вершине в смысле исходного симплекса. Механизм симплекс-планирования состоит в том, что на каждой итерации текущий симплекс заменяется новым: худшая вершина отбрасывается и вместо нее в набор вводится новая, получаемая зеркальным отражением худшей точки относительно центра противоположной грани.

Так получается последовательность симплексов S_0, S_1, S_2, ... Поиск прекращается, когда ЛПР считает, что решения перестают существенно улучшаться. Согласно изложенному последовательность генерируемых точек $x^{(\alpha)}$ является улучшающейся, с точки зрения ЛПР, и сходится к наилучшему, по его мнению, решению $x^* = x^{(\alpha^*)}$. Тем самым одновременно определяется вектор α^*, отражающий предпочтения данного конкретного ЛПР.

Важным фактором, обусловливающим эффективность изложенного метода, представляется то, что начальная точка поиска выбирается не как произвольная точка в критериальном пространстве, а как обоснованное базовое решение, которое следует лишь скорректировать в соответствии с неформальными предпочтениями конкретного ЛПР. Пользуясь нашей аналогией, костюм, купленный в магазине готовой одежды, только немного подгоняется по фигуре заказчика (если это нужно). Процесс корректировки является дуальным, он обеспечивает взаимную адаптацию: человек адаптируется к данной конкретной многокритериальной задаче, а модель нелинейной схемы компромиссов становится отражением индивидуальных предпочтений данного человека.

Задача определения коэффициентов α в дуальной процедуре может рассматриваться как задача синтеза решающего правила, которое, будучи применено формально, отражает адекватным образом логику конкретного ЛПР в любой возможной ситуации. Такая задача возникает, например, когда многокритериальная система работает в режиме советчика оператора в условиях дефицита времени. Здесь желательно, чтобы система в любой ситуации принимала такое же решение, как и данный оператор, если бы у него была возможность спокойно подумать. Сходные проблемы приходится решать и при разработке решающей системы интеллектуального робота, функционирующего в изменяющихся и неопределенных динамических средах, если хотят, чтобы он поступал так же, как на его месте поступил бы обучивший его человек, и т.п.

Иллюстрационный пример

В качестве примера использования нелинейной схемы компромиссов рассмотрим задачу компромиссно-оптимального распределения ограниченных ресурсов [3]. Для выполнения двух рейсов ($n = 2$) аэропорт располагает топливом общим ограниченным объемом $R = 12$ т (цифры условные). Минимальная потребность первого рейса составляет $r_1 \geq B_{1\min} = 2$ т, второго рейса $r_2 \geq B_{2\min} = 5$ т, это ограничения снизу для парциальных ресурсов. Меньше выделять топливо бессмысленно, самолеты просто не долетят до пункта назначения. Так вводятся «красные линии», пересекать которые нельзя ни при каких обстоятельствах.

Ставится задача: получить аналитическое решение r^* компромиссно-оптимального распределения топлива между рейсами.

Задача решается посредством минимизации целевой функции

$$Y(r) = \sum_{i=1}^{n} B_{i\min}(r_i - B_{i\min})^{-1}$$

при изопериметрическом ограничении $\sum_{i=1}^{n} r_i = R$. Здесь $Y(r)$ — скалярная свертка максимизируемых частных критериев по нелинейной схеме компромиссов.

Будем решать поставленную задачу методом неопределенных множителей Лагранжа. Строим функцию Лагранжа

$$L(r, \lambda) = B_{1\min}(r_1 - B_{1\min})^{-1} + B_{2\min}(r_2 - B_{2\min})^{-1} + \lambda(r_1 + r_2 - R),$$

где λ — неопределенный множитель Лагранжа.

Необходимое условие минимума этой функции приводит к системе уравнений:

$$\frac{\partial L(r,\lambda)}{\partial r_1} = -B_{1\min}(r_1 - B_{1\min})^{-2} + \lambda = 0,$$
$$\frac{\partial L(r,\lambda)}{\partial r_2} = -B_{2\min}(r_2 - B_{2\min})^{-2} + \lambda = 0,$$
$$r_1 + r_2 - R = 0.$$

Подставляя числовые данные

$$-2(r_1 - 2)^{-2} + \lambda = 0,$$
$$-5(r_2 - 5)^{-2} + \lambda = 0,$$
$$r_1 + r_2 - 12 = 0$$

и решая эту систему методом Гаусса (последовательного исключения переменных), получаем

$$r_1^* = 3{,}94 \text{ т}, \; r_2^* = 8{,}06 \text{ т}.$$

Поставленная задача решена в предположении, что относительная важность обоих рейсов для ЛПР одинакова. Если же нет, то в целевую функцию вводятся весовые коэффициенты α_1 и α_2, отражающие индивидуальные предпочтения ЛПР. Эти коэффициенты должны быть нормированы и определены на симплексе:

$$\alpha_1, \alpha_2 \in X_\alpha = \{\alpha_i \,|\, \alpha_i \geq 0, \; \sum_{i=1}^{n=2} \alpha_i = 1, \; i \in [1;2]\}.$$

Заключение

Преимуществом концепции нелинейной схемы компромиссов является возможность принятия многокритериального решения формально, без непосредственного участия человека. При этом на единой идейной основе решаются как задачи, имеющие значение для общего использования, так и те, основной содержательной сущностью которых является удовлетворение индивидуальных предпочтений ЛПР. Аппарат нелинейной схемы компромиссов, разработанный как формализованный инструмент для исследования систем принятия решений и управления с противоречивыми критериями, позволяет практически решать многокритериальные задачи широкого класса.

А.М. Воронін

КОМПРОМІСНІ РІШЕННЯ: СИСТЕМНИЙ ПІДХІД

Розглянуто проблему побудови системи вироблення компромісного рішення для суб'єктів, що мають різні цілі. Проблема вирішується в рамках системного підходу. Описано процедури декомпозиції і композиції часткових критеріїв в багатокритеріальних задачах прийняття рішення. Компромісне рішення можна отримати шляхом екстремізації скалярної згортки часткових критеріїв, що відображають ступінь досягнення цілей суб'єктів. Показано фундаментальну роль обмежень в оптимізаційних задачах. Описано види скалярних згорток, що застосовуються в багатокритеріальних задачах. Сформульовано концепцію нелінійної схеми компромісів, що заснована на принципі «подалі від обмежень». Екстремізація цільової функції призводить до загального компромісного рішення, яке в найбільшій мірі віддаляє часткові критерії від своїх обмежень. На єдиній ідейній основі вирішуються як завдання, що мають значення для загального використання, так і ті, основною змістовною сутністю яких є задоволення індивідуальних переваг особи, що приймає рішення (ОПР). Апарат нелінійної схеми компромісів, розроблений як формалізований інструмент для дослідження систем прийняття рішень і управління з суперечливими критеріями, дозволяє практично вирішувати багатокритеріальні задачі широкого класу. Багатокритеріальність — це втілення принципу додатковості в методології дослідження складних систем. Взагалі, одночасний опис явища (об'єкта) з декількох сторін завжди дає якісно нове, більш досконале уявлення про описуване явище (об'єкт) порівняно з будь-яким «одностороннім» описом. Так, навіть два плоских знімка, що утворюють стереопару, складають об'ємне зображення об'єкта, не кажучи про можливості голографії. Багатокритеріальний підхід, що дає «стереоскопічний» погляд на оцінку функціонування системи, відкриває нові шляхи для вдосконалення складних систем управління і прийняття рішень. Для цілісного сприйняття складної системи в різних умовах її роботи необхідно застосовувати багатокритеріальний підхід.

Ключові слова: компроміс, багатокритеріальна оптимізація, системний підхід, обмеження, скалярна згортка.

A.N. Voronin

COMPROMISE SOLUTIONS: A SYSTEMATIC APPROACH

The problem of constructing a system for developing a compromise solution for subjects with different goals is considered. The problem is solved within the framework of a systematic approach. The decomposition procedures and composition of partial criteria in multicriteria decision-making problems are described. A compromise solution is obtained by extremizing the scalar convolution of partial criteria, reflecting the degree which the goals of the subjects are achieved. The fundamental role of constraints in optimization problems is shown. The types of scalar convolutions used in multicriteria problems are described. The concept of a nonlinear compromise scheme is formulated, based on the principle «away from restrictions». Extremization of the objective function leads to a general compromise solution, which to the greatest extent removes partial criteria from its limitations. On a single ideological basis, both tasks that are important for general use and those whose main substantive essence is the satisfaction of the individual preferences of the decision maker (DM) are solved. The apparatus of a nonlinear compromise scheme, designed as a formalized tool for studying decision-making and control systems with conflicting criteria, allows one to practically solve multicriteria problems of a wide class. Multicriteria is the embodiment of the principle of complementarity in the methodology of the study of complex systems. In general, the simultaneous description of a phenomenon (object) from several sides always gives a qualitatively new, more perfect idea of the described phenomenon (object) in comparison with any «one-sided» description. So, even two flat images forming a stereo pair make up a three-dimensional image of an object, not to mention the possibilities of holography. A multi-criteria approach, giving a "stereoscopic" look at assessing the functioning of the system, opens up new paths for improving complex control systems and decision making. For a holistic perception of a complex system in different conditions of its operation, it is necessary to apply a multi-criteria approach.

Keywords: compromise, multicriteria optimization, system approach, restrictions, scalar convolution.

1. Волошин О.Ф., Мащенко О.С. Моделі та методи прийняття рішень. Київ: Вид-во «Київський університет», 2010. 330 с.
2. Voronin Albert N.. Optimization problem: systemic approach. Handbook of research on social and organizational dynamics in the digital era, IGI Global, USA. 2019. P. 276–291.
3. Воронин А.Н., Зиатдинов Ю.К., Куклинский М.В. Многокритериальные решения: Модели и методы. Киев: НАУ, 2011. 348 с.
4. Перегудов Ф.И. Введение в системный анализ. М. : Радио и связь, 1989. 320 с.
5. Charnes A., Cooper W. Management models and industrial applications of linear programming. New York: Wiley, 1961. 240 p.
6. Voronin A. Multicriteria decision-making: systemic approach. *LAMBERT Academic Publishing.* Deutschland : Saarbrucken. 2014. 139 p.

Получено 23.09.2019
После доработки 28.11.2019