

МНОГОФАКТОРНАЯ ОЦЕНКА КРЕДИТОСПОСОБНОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ ЛИЦ ПОСРЕДСТВОМ ИНТЕГРАЦИИ ЭКСПЕРТНЫХ ЗНАНИЙ

Ключевые слова: кредитование физического лица, показатель платежеспособности, экспертные оценки, нечеткое множество, максиминная свертка, нейронная сеть.

Введение

Большинство современных моделей, применяемых для оценки кредитоспособности неюридических заемщиков денежных средств, имеет существенный недостаток — сложность в обеспечении текущими источниками информационных данных относительно большинства независимых (включая качественных) переменных, необходимых для правдивого анализа платежеспособности физического лица (ФЛ). Поэтому сбалансированным считается подход, который сочетает лучшие стороны каждого из существующих методов оценки кредитоспособности ФЛ, что позволяет измерять и интерпретировать возможные риски в процессе кредитования.

В работах [1–4] рассмотрены нейронечеткие подходы к оценке кредитоспособности ФЛ, которые, в отличие от экспертных (или скоринговых) систем оценивания, способны компилировать причинно-следственные связи и тем самым отражать «внутреннее» представление о задаче. В частности, в работе [5] для компиляции приобретенных знаний (knowledge compilation) путем перевода внешнего представления знаний о взвешенных суммарных оценках альтернатив, полученных на основе экспертных заключений, в эффективное внутреннее представление использована нейросетевая модель. Исходя из этого предлагается оценивать кредитоспособность ФЛ по результатам относительного влияния показателей платежеспособности (ПП) с применением математического аппарата нечеткой логики, в том числе и в логическом базисе нейронной сети.

1. Постановка задачи

Предположим, что для оценки текущей кредитоспособности альтернативных ФЛ банк использует совокупность критериев (или ПП), которая после некоторых преобразований, связанных с вычислением финансовых коэффициентов платежеспособности ФЛ, включает [6, 7]: x_1 — текущий и перспективный совокупный чистый доход; x_2 — объем депозитных вкладов; x_3 — обеспечение кредита и его ликвидность; x_4 — отношение месячного платежа по кредиту к ежемесячному доходу заемщика РТИ, Payment-to-Income Ratio; x_5 — коэффициент платежеспособности ОТИ, Obligations-to-Income Ratio; x_6 — коэффициент платежеспособности; x_7 — общее материальное положение; x_8 — социальная стабильность; x_9 — возраст; x_{10} — кредитная история.

Допустим, что для согласованного ранжирования ПП x_i ($i = 1 \div 10$) банк привлек 15 экспертов из числа наиболее опытных специалистов в области кредитования. При этом каждому j -му эксперту предлагается сформировать ранговую оценку отобранного i -го ПП ($i = 1 \div 10$) в виде r_{ij} и соответствующее ему нормированное

© А.А. АЛИЕВ, 2020

значение оценки обобщенного веса ПП в виде α_{ij} , так чтобы для каждого $j = 1 \div m$ выполнялось равенство

$$\sum_{i=1}^n \alpha_{ij} = 1, \quad (1)$$

а это означает, что оценка относительного влияния ПП x_i ($i = 1 \div 10$) на общий уровень кредитоспособности ФЛ осуществляется банком на основе последовательного выполнения двух методов экспертизы: сравнительной качественной оценки методом ранжирования, основанным на предпочтениях экспертов, и количественной оценки — путем идентификации весовых коэффициентов ПП. Исходя из этих предпосылок необходимо определить степень согласованности экспертных оценок относительно приоритетности ПП x_i ($i = 1 \div 10$) и их обобщенные веса, а также инициировать вывод взвешенного суммарного индекса, теоретически располагающегося в пределах, например, отрезка $[0; 100]$. Полученное таким образом «внешнее представление» о различных сценариях процесса кредитования ФЛ в условиях неопределенности, обусловленных наличием слабо структурированных данных относительно их ПП, необходимо отразить в виде моделей, способных одновременно обрабатывать как количественные, так и качественные данные.

2. Степень согласованности экспертных оценок

Предположим, что для простого ранжирования ПП x_i ($i = 1 \div 10$) на предмет их влияния на общий уровень кредитоспособности ФЛ банк привлек 15 профильных специалистов (экспертов) в области кредитования. Каждому эксперту предлагалось последовательно расположить ПП по следующему правилу: самый важный фактор индексировать цифрой «1», следующий менее важный — цифрой «2» и т.д. по убыванию порядка предпочтения эксперта. Полученные таким образом экспертные ранговые оценки ПП x_i ($i = 1 \div 10$) сведены в табл. 1.

Таблица 1

Эксперт	Ранговые оценки (R_{ij}) ПП x_i ($i = 1 \div 10$)									
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
01	8	6	4	7	5	1	2	3	10	9
02	7	9	4	8	5	1	3	2	10	6
03	8	5	6	7	4	1	2	3	10	9
04	8	6	4	10	5	2	1	3	9	7
05	8	6	5	7	4	1	3	2	10	9
06	10	6	4	8	3	1	2	5	7	9
07	8	6	4	7	1	5	2	3	9	10
08	6	8	4	9	5	1	2	3	10	7
09	8	10	4	5	2	1	3	7	6	9
10	8	6	4	7	2	3	5	1	10	9
11	7	8	4	6	5	1	2	3	10	9
12	8	6	4	7	1	2	3	5	10	9
13	10	6	4	7	3	1	2	5	8	9
14	8	4	6	7	5	2	1	3	10	9
15	8	9	4	3	5	1	2	7	10	6
$\sum R_{ij}$	120	101	65	105	55	24	35	55	139	126

Согласованность мнений экспертов выявляется на основе так называемого коэффициента конкордации Кендалла, который демонстрирует степень ранговой корреляции приоритетностей ПП, и согласно [8] вычисляется для общего случая по формуле

$$W = 12 \cdot S / [m^2(n^3 - n)], \quad (2)$$

где m — число привлеченных экспертов; n — число рассматриваемых ПП; S — квадратичное отклонение экспертных заключений от среднего значения ранжирования ПП, вычисляемое для всех экспертных ранговых оценок $r_{ij} \in \{1, 2, \dots, 10\}$ по следующей формуле [6, 7]

$$S = \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^m r_{ij} - m(n+1)/2 \right]^2. \quad (3)$$

В рассматриваемом случае $n = 10$ и $m = 15$. Поэтому соответствующее значение коэффициента конкордации Кендалла при величине $S = 14836,5$, установленной на основании (3) и данных из табл. 1, будет $W = 12 \cdot S / [15^2(10^3 - 10)] = 0,799273$. Эта величина заметно превышает ключевой порог согласованности 0,6, что свидетельствует о приемлемой согласованности экспертных оценок по десятибалльной системе относительно приоритетности ПП x_i ($i = 1 \div 10$).

3. Идентификация весовых коэффициентов ПП ФЛ

Для идентификации весов ПП x_i ($i = 1 \div 10$) на начальной стадии экспертизы проводятся предварительные расчеты в виде усреднений по группам экспертных нормированных оценок величин их относительного влияния. В частности, усреднение по i -й группе нормированных оценок ПП x_i ($i = 1 \div 10$) осуществляется итерационным образом по формуле [3]

$$\alpha_i(t+1) = \sum_{j=1}^m w_j(t) \alpha_{ij}, \quad (4)$$

где $w_j(t)$ — показатель, характеризующий степень компетентности j -го эксперта ($j = 1 \div m$) на момент времени t ; α_{ij} — нормированная оценка j -го эксперта величины относительного влияния i -го ПП в соответствии с (1). Согласно [3], показатели компетентности экспертов $w_j(t)$ ($j = 1 \div m$) на момент времени t вычисляются на основании следующих равенств:

$$\begin{cases} w_j(t) = [1/\eta(t)] \sum_{i=1}^n \alpha_i(t) \cdot \alpha_{ij} \quad (j = \overline{1, m-1}), \\ w_m(t) = 1 - \sum_{j=1}^{m-1} w_j(t), \quad \sum_{j=1}^m w_j(t) = 1, \end{cases} \quad (5)$$

где $w_j(t)$ — показатель компетентности j -го эксперта в t -м приближении, а $\eta(t)$ — нормирующий множитель, вычисляемый по формуле [3]:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_i(t) \alpha_{ij}. \quad (6)$$

Принимая ε за допустимую погрешность, усреднения завершаем при выполнении условия

$$\max\{|\alpha_i(t+1) - \alpha_i(t)|\} \leq \varepsilon. \quad (7)$$

Пусть в дополнение к ранжированию ПП эксперты также оценили нормированные значения величин относительного влияния ПП x_i ($i = 1 \div 10$) с учетом (1) (табл. 2).

При $\varepsilon = 0,001$ и равных степенях компетентности экспертов на начальной стадии итерации $t = 0$, как $w_j(0) = 1/m$, на основе (4) в первом приближении получены следующие средние значения по всем группам нормированных оценок величин относительного влияния ПП: $\alpha_1(1) = 0,0359$; $\alpha_2(1) = 0,0551$; $\alpha_3(1) = 0,1014$; $\alpha_4(1) = 0,0515$; $\alpha_5(1) = 0,1308$; $\alpha_6(1) = 0,2353$; $\alpha_7(1) = 0,1929$; $\alpha_8(1) = 0,1389$; $\alpha_9(1) = 0,0259$; $\alpha_{10}(1) = 0,0321$. Нетрудно установить, что условие (7) для этого приближения не выполняется. Переход на следующий этап итерации обеспечивает

нормирующий множитель $\eta(1)$, вычисленный по формуле (6), как $\eta(1) = 2,2198$. С учетом этого множителя и формул (5) устанавливаются следующие показатели компетентности экспертов: $w_1(1) = 0,0533$; $w_2(1) = 0,0556$; $w_3(1) = 0,0551$; $w_4(1) = 0,0556$; $w_5(1) = 0,0543$; $w_6(1) = 0,0528$; $w_7(1) = 0,0481$; $w_8(1) = 0,0506$; $w_9(1) = 0,0505$; $w_{10}(1) = 0,0460$; $w_{11}(1) = 0,0521$; $w_{12}(1) = 0,0482$; $w_{13}(1) = 0,0603$; $w_{14}(1) = 0,0560$; $w_{15}(1) = 0,2614$. Далее по формуле (4) для $t = 2$ вычислены средние групповые оценки величин относительного влияния ПП: $\alpha_1(2) = 0,0351$; $\alpha_2(2) = 0,0488$; $\alpha_3(2) = 0,1031$; $\alpha_4(2) = 0,0717$; $\alpha_5(2) = 0,1189$; $\alpha_6(2) = 0,2441$; $\alpha_7(2) = 0,1971$; $\alpha_8(2) = 0,1191$; $\alpha_9(2) = 0,0239$; $\alpha_{10}(2) = 0,0382$. Убедившись, что условие (7) вновь не выполняется, переходим к следующей итерации посредством нормирующего множителя, рассчитанного по формуле (6) в виде $\eta(2) = 2,2128$. В этом случае показателями компетентности экспертов являются: $w_1(2) = 0,0530$; $w_2(2) = 0,0552$; $w_3(2) = 0,0549$; $w_4(2) = 0,0554$; $w_5(2) = 0,0537$; $w_6(2) = 0,0528$; $w_7(2) = 0,0466$; $w_8(2) = 0,0503$; $w_9(2) = 0,0509$; $w_{10}(2) = 0,0444$; $w_{11}(2) = 0,0522$; $w_{12}(2) = 0,0476$; $w_{13}(2) = 0,0607$; $w_{14}(2) = 0,0557$; $w_{15}(2) = 0,2666$. Опять, применяя формулу (4), находим средние групповые оценки относительного влияния ПП x_i ($i = 1 \div 10$) в третьем приближении, а именно: $\alpha_1(3) = 0,0350$; $\alpha_2(3) = 0,0486$; $\alpha_3(3) = 0,1032$; $\alpha_4(3) = 0,0723$; $\alpha_5(3) = 0,1185$; $\alpha_6(3) = 0,2447$; $\alpha_7(3) = 0,1973$; $\alpha_8(3) = 0,1183$; $\alpha_9(3) = 0,0239$; $\alpha_{10}(3) = 0,0384$. Нетрудно заметить, что условие (7) уже выполняется, т.е. $\max\{|\alpha_i(3) - \alpha_i(2)|\} = 0,000794 < \varepsilon$, а это означает, что значения групповых оценок ПП в третьем приближении $\alpha_i(3)$ ($i = 1 \div 10$) являются итоговыми обобщенными весами ПП x_i .

Таблица 2

Эксперт	Нормированные значения оценки (R_{ij}) ПП x_i ($i = 1 \div 10$)									
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
01	0,035	0,060	0,112	0,045	0,085	0,250	0,190	0,168	0,025	0,030
02	0,039	0,019	0,107	0,027	0,075	0,300	0,153	0,214	0,013	0,053
03	0,033	0,083	0,061	0,045	0,112	0,275	0,204	0,151	0,014	0,022
04	0,029	0,056	0,109	0,015	0,072	0,214	0,300	0,153	0,021	0,031
05	0,032	0,061	0,081	0,046	0,112	0,273	0,151	0,204	0,016	0,024
06	0,022	0,065	0,112	0,038	0,147	0,255	0,194	0,086	0,052	0,029
07	0,034	0,061	0,112	0,046	0,275	0,083	0,204	0,151	0,023	0,011
08	0,071	0,044	0,113	0,035	0,089	0,225	0,179	0,162	0,027	0,055
09	0,038	0,022	0,113	0,086	0,194	0,255	0,148	0,050	0,065	0,029
10	0,044	0,071	0,112	0,056	0,188	0,142	0,089	0,235	0,028	0,035
11	0,052	0,04	0,113	0,068	0,087	0,245	0,189	0,146	0,024	0,036
12	0,046	0,072	0,112	0,058	0,215	0,183	0,149	0,097	0,031	0,037
13	0,008	0,043	0,101	0,022	0,154	0,340	0,235	0,066	0,019	0,012
14	0,022	0,105	0,051	0,035	0,074	0,225	0,305	0,155	0,012	0,016
15	0,034	0,025	0,112	0,151	0,083	0,265	0,204	0,046	0,018	0,062
$\sum \alpha_{ij}$	0,539	0,827	1,521	0,773	1,962	3,530	2,894	2,084	0,388	0,482

4. Взвешенные индексы кредитоспособности ФЛ на основе экспертных оценок

Метод экспертных оценок предполагает и обсуждение влияния ПП x_i ($i = 1 \div 10$) на уровень кредитоспособности ФЛ. В связи с этим экспертам предлагается оценить степень влияния ПП x_i на значения суммарных индексов кредитоспособности ФЛ, например, по пятибалльной шкале: 5 — чересчур сильное; 4 — существенно сильное; 3 — сильное; 2 — слабое; 1 — незначительное; 0 — чересчур слабое. Полученные таким образом экспертные оценки анализируются относительно их согласованности (и/или противоречивости) по следующему правилу: макси-

мально допустимая разница между двумя экспертными заключениями по любому ПП x_i ($i = 1 \div 10$) не должна превышать трехбалльного уровня. Данное правило позволяет отфильтровать недопустимые отклонения в экспертных оценках альтернатив по каждому конкретному ПП. Вывод суммарного индекса можно осуществить посредством критерия оценки:

$$C = 100 \times [\sum_{i=1}^5 \alpha_i e_i] / [\max_i \sum_{i=1}^5 \alpha_i e_i], \quad (8)$$

где α_i — вес ПП x_i , e_i — суммарная экспертная оценка кредитоспособности ФЛ с точки зрения влияния i -го ПП. В табл. 3 представлены 40 сценариев формирования индексов кредитоспособности с применением критерия (8).

Таблица 3

№ сценария	Оцениваемые ПП										Суммарный индекс
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	
	Весовые коэффициенты ПП										
	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}	
	0,0350	0,0486	0,1032	0,0723	0,1185	0,2447	0,1973	0,1183	0,0239	0,0384	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
2	0,45	0,34	0,29	0,12	0,09	0,09	0,13	0,40	0,11	0,41	3,88
3	0,17	0,26	0,31	0,40	0,56	0,57	0,45	0,23	0,44	0,50	8,61
4	0,77	0,55	0,53	0,41	0,75	0,68	0,42	0,89	0,60	0,64	12,40
5	0,86	0,98	1,00	0,94	0,88	0,91	0,72	0,96	0,85	0,89	17,71
6	1,28	1,03	0,94	1,15	1,51	1,11	0,25	1,11	1,15	1,08	19,45
7	1,42	1,06	1,21	1,54	1,44	1,32	0,32	1,44	1,35	1,48	23,11
8	1,32	1,44	1,81	1,44	0,64	1,41	1,62	1,67	1,28	1,22	28,49
9	1,69	1,65	0,13	0,03	0,17	2,79	2,92	0,23	0,34	2,95	31,66
10	2,04	2,13	2,14	2,11	1,54	2,17	2,34	1,37	2,14	1,20	39,63
11	2,49	2,86	1,96	1,02	2,77	2,26	1,54	2,74	3,44	2,17	43,54
12	1,67	3,54	4,72	2,82	4,49	2,85	4,84	4,40	2,34	3,59	76,43
13	2,72	3,14	2,29	4,57	0,16	1,68	3,49	0,43	2,78	4,86	44,71
14	2,65	1,79	3,92	0,01	2,16	4,94	2,28	1,84	3,48	3,98	59,04
15	1,91	0,04	3,81	4,93	2,70	4,33	1,54	4,98	4,34	2,74	65,94
16	2,88	4,47	0,93	0,25	2,68	1,59	0,08	2,67	3,45	1,87	32,49
17	4,70	3,77	3,77	0,77	0,16	1,92	1,75	0,81	0,57	2,78	36,84
18	4,57	3,68	4,73	2,25	3,36	4,68	3,84	3,67	4,79	2,09	78,41
19	4,46	1,94	0,88	2,12	4,94	3,47	4,96	3,26	3,28	3,42	70,05
20	4,90	3,04	2,82	1,16	4,30	0,66	1,97	1,95	1,03	1,10	41,03
21	0,55	0,91	1,31	0,03	1,19	4,03	1,24	0,23	3,80	3,53	36,53
22	3,63	4,67	2,88	4,02	4,10	3,16	2,44	2,62	0,69	4,98	63,98
23	4,97	2,10	3,77	2,95	4,96	0,98	4,65	2,09	2,32	3,76	61,38
24	4,08	3,59	2,45	3,65	2,10	1,40	2,15	1,85	0,79	4,49	45,20
25	1,98	0,45	3,02	3,55	0,85	3,18	3,01	4,64	3,37	2,76	57,32
26	3,76	4,95	2,26	3,46	0,11	3,47	2,76	2,65	1,54	0,27	52,45
27	0,63	3,91	3,56	3,55	2,42	4,22	3,35	3,58	0,85	2,58	67,21
28	0,65	2,15	3,25	1,08	4,31	1,98	0,25	0,14	0,16	1,41	33,17
29	3,47	0,98	0,94	4,47	1,40	3,36	3,47	2,87	0,65	1,85	53,74
30	4,54	2,05	0,64	2,46	3,01	3,70	2,64	2,02	0,23	4,61	54,10
31	1,91	3,95	3,37	2,68	1,07	4,73	2,12	2,35	4,55	3,63	60,58
32	2,76	0,95	2,01	3,81	0,38	3,60	0,75	4,56	1,37	1,28	46,41
33	4,06	1,99	1,51	1,28	3,92	0,89	4,99	0,37	2,32	1,15	45,91
34	1,52	1,55	2,70	3,22	0,26	3,43	1,32	3,48	2,44	4,54	48,28
35	2,35	2,78	3,25	3,49	2,41	0,65	2,32	3,71	4,96	1,68	46,57
36	4,77	4,93	4,55	4,41	4,18	4,50	4,30	4,33	4,77	5,00	89,16
37	3,37	2,03	2,57	0,48	2,15	1,23	4,40	2,85	0,11	0,41	45,92
38	3,46	3,17	2,91	3,67	2,05	2,66	3,23	1,93	2,68	3,79	56,18
39	4,86	4,80	4,88	4,93	4,94	4,95	4,76	4,81	4,76	4,99	97,47
40	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	100,00

5. Интеграция экспертных оценок кредитоспособности ФЛ в логическом базисе нейронной сети

Экспертные системы обоснованно и часто критикуют за то, что в них не прослеживаются причинно-следственные связи. Количественный подход к оценке альтернатив позволяет сравнивать альтернативы, используя единый числовой фактор, который суммирует относительное влияние определенного числа факторов посредством многофакторной функции вида $F = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Тем не менее при применении в принятии решений эконометрических моделей вида F возникают трудности в обеспечении текущими источниками данных факторов x_i ($i = 1 \div n$), большинство из которых являются слабо структурированными. Поэтому рабочую модель целесообразно представлять в виде «черного ящика», входы и выходы которого описываются нечеткими множествами [8]. В рассматриваемой задаче внешние знания о 40 потенциальных ФЛ представлены информационной моделью вида $\{(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{10j}) \rightarrow y_j\}_{j=1}^{40}$ (см. табл. 3), где y_j — количественный индекс кредитоспособности j -го ФЛ, рассчитанный по формуле (8), которая взвешенно суммирует консолидированные экспертные оценки относительного влияния ПП x_i ($i = 1 \div 10$). В случае, когда количественные оценки относительного влияния величин ПП на уровень кредитоспособности ФЛ не вызывают сомнения, многофакторную функцию R можно аппроксимировать трехслойной прямого распространения сигналов (feedforward) нейронной сетью (НС), индуцирующей на выходе сигналы вида $z_j = \sum_{k=1}^r c_k \varphi(w_{ki}x_{ij} - \theta_k)$; $i = \overline{1, 10}$; $j = \overline{1, 40}$, где r — число нелинейных нейронов в скрытом слое, подбираемое пользователем в процессе симуляции; w_{ki} и c_i — веса входных и выходных синоптических связей соответственно; θ_i — порог (смещение) k -го нелинейного нейрона из скрытого слоя; $\varphi(\cdot)$ — функция активации нелинейного нейрона из скрытого слоя, например, сигмоидного типа $\varphi(t) = 1/(1+e^{-t})$.

НС получает десять значений из отрезка $[0; 5]$ как вектор входа с десятью компонентами. Это нужно, чтобы аппроксимировать непрерывную функцию $F: R^{10} \rightarrow R^1$, представленную в табличном виде (табл. 3). Единственный выход НС должен представлять уровень кредитоспособности ФЛ. Чтобы работать правильно, НС должна ответить, например, значением 3,8809 в положении входного вектора (0,45; 0,34; 0,29; 0,12; 0,09; 0,09; 0,13; 0,40; 0,11; 0,41). НС имеет один скрытый слой, который включает 12 нелинейных нейронов с сигмоидными (log-sigmoid) функциями активации, диапазон которых позволяет реализовать выход в пределах отрезка $[0; 100]$. После обучения и тестирования формируется продукция (результаты пар «вход–выход»), которая сведена в табл. 4.

Представим, что в банк обратились десять ФЛ с просьбами о предоставлении им краткосрочных кредитов. Ввиду того, что ресурсы банка ограничены, перед его менеджерами стоит задача выбрать одного заемщика, лучшего по комплексу его ПП. В этом случае все ФЛ как потенциальные заемщики кредитов являются альтернативами, из которых ответственному за предоставление кредитов предстоит сделать выбор наилучшей. Альтернативы обозначим a_1, a_2, \dots, a_{10} , а рассчитанные значения критериев качества представим в виде их ПП x_i ($i = 1 \div 10$), которые сведены в табл. 5.

Таблица 4

Оцениваемые ИП										Индекс на основе критерия (8)	Индекс с применением НС
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0000	0,6581
0,45	0,34	0,29	0,12	0,09	0,09	0,13	0,40	0,11	0,41	3,8809	3,8800
0,17	0,26	0,31	0,40	0,56	0,57	0,45	0,23	0,44	0,50	8,6131	8,6100
0,77	0,55	0,53	0,41	0,75	0,68	0,42	0,89	0,60	0,64	12,3955	12,4000
0,86	0,98	1,00	0,94	0,88	0,91	0,72	0,96	0,85	0,89	17,7066	16,8182
1,28	1,03	0,94	1,15	1,51	1,11	0,25	1,11	1,15	1,08	19,4472	18,2711
1,42	1,06	1,21	1,54	1,44	1,32	0,32	1,44	1,35	1,48	23,1097	23,1100
1,32	1,44	1,81	1,44	0,64	1,41	1,62	1,67	1,28	1,22	28,4884	28,4900
1,69	1,65	0,13	0,03	0,17	2,79	2,92	0,23	0,34	2,95	31,6606	33,7485
2,04	2,13	2,14	2,11	1,54	2,17	2,34	1,37	2,14	1,20	39,6268	39,6300
2,49	2,86	1,96	1,02	2,77	2,26	1,54	2,74	3,44	2,17	43,5428	43,5400
1,67	3,54	4,72	2,82	4,49	2,85	4,84	4,40	2,34	3,59	76,4294	74,4293
2,72	3,14	2,29	4,57	0,16	1,68	3,49	0,43	2,78	4,86	44,7124	44,7100
2,65	1,79	3,92	0,01	2,16	4,94	2,28	1,84	3,48	3,98	59,0371	59,0400
1,91	0,04	3,81	4,93	2,70	4,33	1,54	4,98	4,34	2,74	65,9443	50,2752
2,88	4,47	0,93	0,25	2,68	1,59	0,08	2,67	3,45	1,87	32,4948	32,4900
4,70	3,77	3,77	0,77	0,16	1,92	1,75	0,81	0,57	2,78	36,8434	36,8400
4,57	3,68	4,73	2,25	3,36	4,68	3,84	3,67	4,79	2,09	78,4124	78,4100
4,46	1,94	0,88	2,12	4,94	3,47	4,96	3,26	3,28	3,42	70,0454	70,0500
4,90	3,04	2,82	1,16	4,30	0,66	1,97	1,95	1,03	1,10	41,0315	41,0300
0,55	0,91	1,31	0,03	1,19	4,03	1,24	0,23	3,80	3,53	36,5342	39,5726
3,63	4,67	2,88	4,02	4,10	3,16	2,44	2,62	0,69	4,98	63,9843	63,9800
4,97	2,10	3,77	2,95	4,96	0,98	4,65	2,09	2,32	3,76	61,3782	61,3800
4,08	3,59	2,45	3,65	2,10	1,40	2,15	1,85	0,79	4,49	45,2022	45,8964
1,98	0,45	3,02	3,55	0,85	3,18	3,01	4,64	3,37	2,76	57,3237	57,3200
3,76	4,95	2,26	3,46	0,11	3,47	2,76	2,65	1,54	0,27	52,4515	52,4500
0,63	3,91	3,56	3,55	2,42	4,22	3,35	3,58	0,85	2,58	67,2064	67,2100
0,65	2,15	3,25	1,08	4,31	1,98	0,25	0,14	0,16	1,41	33,1739	33,1700
3,47	0,98	0,94	4,47	1,40	3,36	3,47	2,87	0,65	1,85	53,7377	51,8401
4,54	2,05	0,64	2,46	3,01	3,70	2,64	2,02	0,23	4,61	54,0960	53,3647
1,91	3,95	3,37	2,68	1,07	4,73	2,12	2,35	4,55	3,63	60,5823	60,5800
2,76	0,95	2,01	3,81	0,38	3,60	0,75	4,56	1,37	1,28	46,4147	46,4100
4,06	1,99	1,51	1,28	3,92	0,89	4,99	0,37	2,32	1,15	45,9130	45,9100
1,52	1,55	2,70	3,22	0,26	3,43	1,32	3,48	2,44	4,54	48,2775	46,8434
2,35	2,78	3,25	3,49	2,41	0,65	2,32	3,71	4,96	1,68	46,5745	46,5700
4,77	4,93	4,55	4,41	4,18	4,50	4,30	4,33	4,77	5,00	89,1560	91,0487
3,37	2,03	2,57	0,48	2,15	1,23	4,40	2,85	0,11	0,41	45,9187	45,9200
3,46	3,17	2,91	3,67	2,05	2,66	3,23	1,93	2,68	3,79	56,1837	56,1800
4,86	4,80	4,88	4,93	4,94	4,95	4,76	4,81	4,76	4,99	97,4704	97,4700
5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	100,00	100,00

Как видно из табл. 5, индексы кредитоспособности альтернативных ФЛ, полученные с применением критерия (8) и трехслойной НС, в большинстве случаев приблизительно одинаковы, с точки зрения порядка следования в обоих случаях обеспечиваются одинаковы отборы наилучшей шестой и наихудшей первой альтернатив из числа потенциальных заемщиков. При этом очевидно преимущество нейросетевого подхода, так как здесь нет необходимости в дорогостоящих экспертных услугах.

Таблица 5

ФЛ	Оцениваемые ПП										Индекс на основе критерия (S)	Порядок	Индекс с применением НС	Порядок
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}				
	Весовые коэффициенты ПП													
	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}				
	0,035	0,0486	0,1032	0,0723	0,1185	0,2447	0,1973	0,1183	0,0239	0,0384				
a_1	2,20	0,43	1,04	3,24	1,52	3,99	1,70	0,17	4,75	1,08	42,11	10	41,43	10
a_2	2,73	3,88	2,79	4,47	3,00	4,27	2,90	2,88	2,05	2,79	67,31	2	68,06	2
a_3	1,07	2,30	3,63	4,48	1,34	2,49	3,81	2,84	3,00	1,20	56,42	6	59,82	6
a_4	3,70	2,43	1,32	2,42	2,87	0,58	3,74	3,17	1,99	4,94	47,79	7	60,43	5
a_5	1,84	4,57	1,96	4,98	3,10	2,54	4,58	3,30	0,40	4,98	66,64	4	66,38	3
a_6	4,78	3,36	4,62	3,66	2,41	4,26	2,90	4,67	3,32	0,90	72,77	1	82,91	1
a_7	0,03	1,67	3,10	2,55	1,11	1,30	4,65	1,45	4,49	1,87	46,07	8	53,72	8
a_8	4,43	1,22	4,22	3,78	0,46	1,23	2,71	1,84	1,85	4,33	44,89	9	54,45	7
a_9	1,35	1,85	3,74	3,66	0,64	4,93	4,94	1,32	1,72	2,37	66,68	3	65,72	4
a_{10}	2,39	3,48	2,48	4,75	0,83	4,11	3,30	0,93	4,21	3,55	59,10	5	52,33	9

6. Оценка кредитоспособности ФЛ с применением метода максиминной свертки

На самом деле рассматриваемая задача и ее решение выглядят гораздо сложнее, так как в общем случае сама природа ПП x_i ($i = 1 \div 10$) и определение их относительного веса при суммировании итоговых индексов кредитоспособности ФЛ остаются основной проблемой количественного метода оценки. С учетом сложностей, с которыми сталкиваются при использовании экспертных систем и эконометрических моделей, решением многофакторной оценки кредитоспособности ФЛ может стать система оценки, базирующаяся на специальном математическом ядре, одинаково свободно оперирующем как количественными, так и качественными величинами. Для формирования такого ядра в работе [3] ПП x_i ($i = 1 \div 10$) интерпретируются в виде лингвистических переменных, термы которых характеризуют качественные критерии оценки платежеспособности ФЛ. Для пользователя эти термы хорошо известны, однозначно понимаемы и адекватно передают итоговую картину многофакторной оценки, обеспечивая тем самым принцип единства измерений. Опираясь на эту парадигму, будем считать, что после верификации сведений, представленных потенциальными заемщиками кредитов a_k ($k = 1 \div 10$), влияние ПП на их уровни кредитоспособности интерпретированы группой экспертов по пятибалльной системе оценивания и сведены в табл. 5. Полагая пятибалльную шкалу (или $[0, 5]$) универсумом U , построим его нечеткие подмножества, описывающие качественные критерии оценки K_i ($i = 1 \div 10$) относительно соответствующих ПП x_i ($i = 1 \div 10$) ФЛ, например, таких как высокий (текущий и перспективный совокупный чистый доход), достаточный (объем депозитных вкладов) и т.д. В общем виде каждый такой критерий оценки может быть интерпретирован в виде нечеткого множества (НМ) [5]: $K_i = \{\mu_i(e_{1i})/e_{1i}; \mu_i(e_{2i})/e_{2i}; \dots; \mu_{K_{10}}(e_{10,i})/e_{10,i}\}$ ($i = 1 \div 10$), где e_{ki} — суммарная экспертная оценка k -го ФЛ по ПП x_i ($i = 1 \div 10$); $\mu_{K_i}(\cdot)$ ($k = 1 \div 10$) — функция принадлежности (ФП) НМ K_i . В продолжение этого в качестве ФП НМ K_i выбрана гауссова функция вида $\mu_{K_i}(e_{ki}) = \exp[-(e_{ki} - 5)^2 / \sigma_i^2]$, $e_{ki} \in U$ ($i, k = \overline{1, 10}$), где σ_i^2 — плотность, выбранная единой для всех критериев как 2,25.

Таким образом, на основе суммарных экспертных оценок ФЛ относительно ПП качественные критерии оценки кредитоспособности ФЛ могут быть описаны в виде НМ:

- высокий (текущий и перспективный совокупный доход) — $K_1 = \{0,031/2,20; 0,101/2,73; 0,001/1,07; 0,472/3,70; 0,012/1,84; 0,9787/4,78; 0/0,03; 0,8655/4,43; 0,0027/1,35; 0,0484/2,39\}$;
- достаточный (объем депозитных вкладов) — $K_2 = \{0,0001/0,43; 0,5726/3,88; 0,0392/2,30; 0,0531/2,43; 0,9211/4,57; 0,3026/3,36; 0,0072/1,67; 0,0017/1,22; 0,0122/1,85; 0,3581/3,48\}$;
- приемлемое (обеспечение кредита и его ликвидность) — $K_3 = \{0,001/1,04; 0,114/2,79; 0,434/3,63; 0,002/1,32; 0,017/1,96; 0,938/4,62; 0,201/3,10; 0,763/4,22; 0,494/3,74; 0,059/2,48\}$;
- низкий (показатель РТИ) — $K_4 = \{0,2524/3,24; 0,8826/4,47; 0,8868/4,48; 0,0519/2,42; 0,9998/4,98; 0,4502/3,66; 0,0694/2,55; 0,5161/3,78; 0,4502/3,66; 0,9726/4,75\}$;
- низкий (показатель ОТИ) — $K_5 = \{0,0046/1,52; 0,1690/3,00; 0,0026/1,34; 0,1331/2,87; 0,2010/3,10; 0,0507/2,41; 0,0012/1,11; 0,0001/0,46; 0,0002/0,64; 0,0004/0,83\}$;
- высокий (показатель платежеспособности) — $K_6 = \{0,6355/3,99; 0,7891/4,27; 0,0608/2,49; 0,0002/0,58; 0,0679/2,54; 0,7840/4,26; 0,0023/1,30; 0,0018/1,23; 0,9978/4,93; 0,7032/4,11\}$;
- высокое (общее материальное положение) — $K_7 = \{0,0079/1,70; 0,1409/2,90; 0,5329/3,81; 0,4938/3,74; 0,9246/4,58; 0,1409/2,90; 0,9470/4,65; 0,0972/2,71; 0,9984/4,94; 0,2768/3,30\}$;
- высокий (уровень социальной стабильности) — $K_8 = \{0,0000/0,17; 0,1357/2,88; 0,1257/2,84; 0,2257/3,17; 0,2768/3,30; 0,9528/4,67; 0,0037/1,45; 0,0118/1,84; 0,0024/1,32; 0,0006/0,93\}$;
- подходящий (возраст заявителя) — $K_9 = \{0,9726/4,75; 0,0209/2,05; 0,1690/3,00; 0,0178/1,99; 0,0001/0,40; 0,2852/3,32; 0,8908/4,49; 0,0122/1,85; 0,0084/1,72; 0,7578/4,21\}$;
- благоприятная (кредитная история) — $K_{10} = \{0,0011/1,08; 0,1141/2,79; 0,0016/1,20; 0,9984/4,94; 0,9998/4,98; 0,0006/0,90; 0,0129/1,87; 0,8191/4,33; 0,0462/2,37; 0,3928/3,55\}$.

Для многофакторной оценки и ранжирования ФЛ по уровням их платежеспособности нечеткий метод максиминной свертки реализуется путем пересечения нечетких множеств K_i ($i = 1 \div 10$) [8]: $D = K_1^{\alpha_1} \cap K_2^{\alpha_2} \cap \dots \cap K_{10}^{\alpha_{10}}$, где α_i — обобщенные веса ПП (разд. 3); операция пересечения реализуется в виде $\mu_D(e_{ki}) = \min\{\mu_{K_1}(e_{ki}), \mu_{K_2}(e_{ki}), \dots, \mu_{K_m}(e_{ki})\}$ $k = 1 \div 10$. При этом наиболее платежеспособным считается ФЛ, для которого соответствующая ФП имеет наибольшее значение, т.е. $\mu_D(e) = \max\{\mu_D(e_{k1}), \mu_D(e_{k2}), \dots, \mu_D(e_{k10})\}$. Остальные заемщики ранжируются по убыванию соответствующих значений ФП.

С учетом взвешенных критериев K_i множеством искомым оптимальных решений будет

$$D = \{\min\{0,0307^{0,0350}; 0,0001^{0,0486}; 0,0009^{0,1032}; 0,2524^{0,0723}; 0,0046^{0,1185}; 0,6355^{0,2447}; 0,0079^{0,1973}; 0,0000^{0,1183}; 0,9726^{0,0239}; 0,0011^{0,0384}\}; \min\{0,1012^{0,0350}; 0,5726^{0,0486}; 0,1141^{0,1032}; 0,8826^{0,0723}; 0,1690^{0,1185}; 0,7891^{0,2447}; 0,1409^{0,1973}; 0,1357^{0,1183}; 0,9726^{0,0239}; 0,1141^{0,0384}\}; \min\{0,0010^{0,0350}; 0,0392^{0,0486}; 0,4342^{0,1032}; 0,8868^{0,0723}; 0,0026^{0,1185}; 0,0608^{0,2447}; 0,5329^{0,1973}; 0,1257^{0,1183}; 0,1690^{0,0239}; 0,0016^{0,0384}\}; \min\{0,4718^{0,0350}; 0,0531^{0,0486}; 0,0024^{0,1032}; 0,0519^{0,0723}; 0,1331^{0,1185}; 0,0002^{0,2447}; 0,4938^{0,1973}; 0,2257^{0,1183}; 0,0178^{0,0239}; 0,9984^{0,0384}\}; \min\{0,0118^{0,0350}; 0,9211^{0,0486}; 0,0165^{0,1032}; 0,9998^{0,0723}; 0,2010^{0,1185}; 0,0679^{0,2447}; 0,9246^{0,1973}; 0,2768^{0,1183}; 0,0001^{0,0239}; 0,9998^{0,0384}\}; \min\{0,9787^{0,0350}; 0,3026^{0,0486}; 0,9378^{0,1032};$$

$0,4502^{0,0723}; 0,0507^{0,1185}; 0,7840^{0,2447}; 0,1409^{0,1973}; 0,9528^{0,1183}; 0,2852^{0,0239};$
 $0,0006^{0,0384}; \min\{0^{0,0350}; 0,0072^{0,0486}; 0,2010^{0,1032}; 0,0694^{0,0723}; 0,0012^{0,1185};$
 $0,0023^{0,2447}; 0,9470^{0,1973}; 0,0037^{0,1183}; 0,8908^{0,0239}; 0,0129^{0,0384}\}; \min\{0,8655^{0,0350};$
 $0,0017^{0,0486}; 0,7631^{0,1032}; 0,5161^{0,0723}; 0,0001^{0,1185}; 0,0018^{0,2447}; 0,0972^{0,1973};$
 $0,012^{0,1183}; 0,012^{0,0239}; 0,8191^{0,0384}\}; \min\{0,003^{0,0350}; 0,012^{0,0486}; 0,494^{0,1032};$
 $0,45^{0,0723}; 0,0002^{0,1185}; 0,9978^{0,2447}; 0,9984^{0,1973}; 0,0024^{0,1183}; 0,0084^{0,0239};$
 $0,0462^{0,0384}\}; \min\{0,0484^{0,0350}; 0,3581^{0,0486}; 0,0595^{0,1032}; 0,9726^{0,0723}; 0,0004^{0,1185};$
 $0,703^{0,2447}; 0,277^{0,1973}; 0,0006^{0,1183}; 0,758^{0,0239}; 0,3928^{0,0384}\}.$

В итоге решение относительно кредитоспособности оцениваемых ФЛ интерпретируется из следующего выражения: $\max\{\mu_D(e_j)\} = \max\{0,2933; 0,6793; 0,4939; 0,1195; 0,5178; 0,6793; 0,2256; 0,2132; 0,3674; 0,4002\}$, а это означает, что наиболее платежеспособным является ФЛ a_6 с итоговой оценкой 0,6793, следом за ним — ФЛ a_2 с такой же оценкой 0,6793 (до четырех знаков после запятой) и далее по убыванию — a_5 (0,5178), a_3 (0,4939), a_{10} (0,4002), a_9 (0,3674), a_1 (0,2933), a_7 (0,2256), a_8 (0,2132) и a_4 (0,1195).

Заключение

На основе экспертного анализа относительного влияния ПП на уровень суммарной оценки кредитоспособности ФЛ идентифицированы обобщенные веса ПП x_i ($i = 1 \div 10$), что стало основанием для обоснования и выработки рекомендаций по формированию итоговых оценок уровней платежеспособности альтернативных ФЛ по установленному критерию. Сформированные таким образом экспертные знания компилированы трехслойной нейронной сетью в функциональную зависимость между ПП x_i ($i = 1 \div 10$), с одной стороны, и уровнями платежеспособности заявленных ФЛ, с другой. В результате нейросетевого моделирования также удалось получить итоговые оценки кредитоспособности ФЛ, отличающихся своими ПП. В завершении решение поставленной задачи осуществлено с применением нечеткого метода максиминной свертки, который также может быть полезным для выработки сбалансированности решения относительно предоставления кредита. Итоговые результаты оценки кредитоспособности заявленных альтернативных ФЛ a_k ($k = 1 \div 10$) всеми методами представлены в табл. 6. Порядковые оценки, полученные с применением всех трех методов, полностью совпадают относительно платежеспособности шестого и второго ФЛ. В остальных случаях незначительные и/или существенные различия не являются принципиальными, так как решение задачи состоит в нахождении наиболее платежеспособного ФЛ.

Таблица 6

ФЛ	Метод взвешенных оценок ПП		Нейросетевой метод		Метод максиминной свертки	
	Итоговая оценка	Порядок	Итоговая оценка	Порядок	Итоговая оценка	Порядок
a_1	42,11	10	41,43	10	0,2933	7
a_2	67,31	2	68,06	2	0,6793	2
a_3	56,42	6	59,82	6	0,4939	4
a_4	47,79	7	60,43	5	0,1195	10
a_5	66,64	4	66,38	3	0,5178	3
a_6	72,77	1	82,91	1	0,6793	1
a_7	46,07	8	53,72	8	0,2256	8
a_8	44,89	9	54,45	7	0,2132	9
a_9	66,68	3	65,72	4	0,3674	6
a_{10}	59,10	5	52,33	9	0,4002	5

A.A. Aliyev

БАГАТОФАКТОРНА ОЦІНКА КРЕДИТОСПРОМОЖНОСТІ ФІЗИЧНИХ ОСІБ ЗА ДОПОМОГОЮ ІНТЕГРАЦІЇ ЕКСПЕРТНИХ ЗНАНЬ

На сучасному ринку кредитування поряд з високою конкуренцією видима тенденція активного розвитку споживчого, освітнього, іпотечного та іншого кредитування змушує звернути ще більшу увагу на математичне моделювання оцінки поточної і перспективної платоспроможності фізичних осіб, а значить, і на процес управління кредитним ризиком комерційного банку, що спрямовано на зниження втрат, пов'язаних зі значним зростанням простроченої заборгованості по позикам. Представлено підходи до оцінки кредитоспроможності фізичних осіб, що базуються на аналізі чинників, пов'язаних з відносинами кредиторів і позичальників за параметрами їх платоспроможності і надійності на основі багатофакторного експертного, нейромережевого і нечіткого видів моделювання. Розроблений інструментарій може бути базисом системи підтримки прийняття управлінських рішень в фінансових установах, відрізняється можливістю вірогідно виділити характеристики потенційного клієнта, які стосуються зони підвищеного ризику. В рамках даного інструментарію пропонується методика збалансованої багатокритеріальної оцінки кредитоспроможності фізичних осіб, яка передбачає компіляцію експертних оцінок щодо пріоритетності показників кредитоспроможності взагалі і поточних показників платоспроможності фізичних осіб зокрема. Компіляція придбаних експертних знань здійснюється за допомогою нейромережевого моделювання та нечіткого методу максимінної згортки якісних критеріїв оцінки платоспроможності фізичних осіб. Вибрані критерії оцінки платоспроможності фізичних осіб диференціюються за ступенями пріоритетності, які на початковому етапі експертизи ідентифікуються на основі узгодженої думки спеціально залучених для цього експертів у вигляді узагальнених ваг їх відносного впливу на рівень кредитоспроможності фізичної особи.

Ключові слова: кредитування фізичної особи, показник платоспроможності, експертні оцінки, нечітка множина, максиміна згортка, нейронна мережа.

A.A. Aliyev

MULTI-FACTOR EVALUATION OF NATURAL PERSONS SOLVENCY BY EXPERT KNOWLEDGE INTEGRATION

The observed trend of active development of consumer, educational, mortgage and other crediting, along with high competition in the modern crediting market, makes it necessary to pay even more attention to mathematical modeling of the assessment of the current and future solvency of natural persons, and hence the credit risk management process of a commercial bank directed to reduce losses associated with a significant increase in overdue loans. The article presents approaches to the assessment of the solvency of natural persons, based on the analysis of factors related to the relations of lenders and borrowers on the parameters of their solvency and reliability based on multi-factor expert, neural network and fuzzy types of modeling. The developed tools can serve as the basis of a management decision support system in financial institutions, it is distinguished by the ability to reliably highlight the characteristics of a potential client related to the high risk area. Within the framework of this tools, a method of balanced multicriteria credit assessment of natural persons is proposed, which provides for the compilation of expert estimates regarding the pri-

ority of indicators of credit worthiness, in general, and current indicators of solvency of natural persons, in particular. The compilation of acquired expertise is carried out by means of neural network modeling and the fuzzy maximin convolution method of qualitative criteria for assessing the solvency of natural persons. Selected assessment criteria of natural persons solvency are differentiated by degrees of their priorities, which at the initial stage of the examination are identified on the basis of an agreed opinion of specially invited experts in the form of generalized weights of their relative influence on the solvency level of the natural persons.

Keywords: crediting of natural persons, solvency ratio, expert estimates, fuzzy set, maximin convolution, neural network.

1. Рзаев Р.Р., Алиев А.А. Оценивание кредитоспособности физических лиц с применением нечеткой логики. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2017. № 1. С. 114–127.
2. Рзаев Р.Р., Алиев А.А. Оценка кредитоспособности физического лица на основе нечеткого анализа его платежеспособности. *Системы и средства информатики*. 2017. № 27(3). С. 202–218. DOI: 10.14357/08696527170316.
3. Алиев А.А. Оценка текущей кредитоспособности физических лиц на основе экспертных оценок их показателей платежеспособности. *Математические машины и системы*. 2018. № 2. С. 119–132.
4. Rzayev R.R., Kravets O.Y., Aliyev A.A. Credit rating of natural person by expert knowledge compilation in logic basis of neural networks. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 2019. N 537. P. 3–9.
5. Mardanov M.J., Rzayev R.R. One approach to multi-criteria evaluation of alternatives in the logical basis of neural networks. *Springer's series: Advances in intelligent systems and computing*, 2018. **896**. P. 279–287.
6. Оценка кредитоспособности физического лица на основе финансовых показателей его платежеспособности. http://www.elitarium.ru/kak_banki_ocenivajut_kreditosposobnost_svoikh_klientov/ (accessed 17 June 2019)
7. Ефимов А.М. Современные методы оценки кредитоспособности физических лиц. *Банковский ритейл*. 2010. №2. С. 19–26.
8. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике. М. : Финансы и статистика, 2000. 368 с.

Получено 15.07.2019
После доработки 10.12.2019