

## ПРАВДОПОДОБНЫЕ, НО НЕОБОСНОВАННЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

**Ключевые слова:** дискриминантная функция, диагностический признак, методы самоорганизации.

### Введение

При построении систем медицинской и технической диагностики часто приходится сталкиваться с ситуацией, когда знания в рассматриваемой предметной области слабо структурированы и формализации поддаются лишь отдельные фрагменты общей постановки [1]. В таких случаях не остается ничего иного, как полагаться на интуицию и конструировать диагностические модели на основе «здравого смысла». Однако не следует забывать крылатую фразу: «Наука начинается там, где заканчивается здравый смысл!».

Цель статьи — продемонстрировать несколько характерных ошибок, возникающих при конструировании прикладных диагностических систем, которые приводят к неверным, а иногда и абсурдным решениям.

### Необоснованное применение метода эталонных образов

Рассмотрим один из эвристических методов диагностики, который до сих пор не теряет свою привлекательность из-за простоты реализации. Суть метода состоит в вычислении и сравнении расстояний от наблюдаемого объекта до эталонов диагностируемых классов  $V_1, \dots, V_M$  [2].

Пусть  $x^{(N)} = (x_1, \dots, x_N) \in X^{(N)}$  —  $N$ -мерный вектор признаков. Требуется построить решающее правило  $s = D(x^{(N)})$ , которое отображает множество  $X^{(N)}$  значений признаков  $x_1, \dots, x_N$  на множество  $\{1, \dots, M\}$  номеров возможных диагнозов  $V_1, \dots, V_M$ . Другими словами, требуется построить алгоритм определения значений индикаторной переменной  $z$  в виде

$$z = \begin{cases} 1, & \text{если } x^{(N)} \in \Omega_1, \\ \dots & \\ M, & \text{если } x^{(N)} \in \Omega_M, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\Omega_m$  — непересекающиеся области решения в пользу класса  $V_m$ ,  $m = 1, \dots, M$ , в пространстве признаков  $x_1, \dots, x_N$ .

Эталонные образы строят по обучающей выборке наблюдений с известной принадлежностью к классам [3–5]. Например, при  $M = 2$  по обучающей выборке

$$(x_1^{(N)}, U_1), (x_2^{(N)}, U_2), (x_3^{(N)}, U_3), \dots, (x_K^{(N)}, U_K),$$

с указаниями «учителя», выраженными в форме

$$U_j = \begin{cases} 1, & \text{если } x_j^{(N)} \text{ — объект класса } V_1, \\ 2, & \text{если } x_j^{(N)} \text{ — объект класса } V_2, \quad j = 1, \dots, K, \end{cases}$$

можно построить два эталона (вектора):

$$\tilde{O}_{01} = (x_{11}^0, x_{12}^0, \dots, x_{1N}^0) \text{ и } \tilde{O}_{02} = (x_{21}^0, x_{22}^0, \dots, x_{2N}^0),$$

компоненты которых вычисляются по формуле

$$\tilde{o}_{mi}^0 = \frac{1}{K_m} \sum_{i=1}^{K_m} x_{mi}, \quad i=1, 2, \dots, N, \quad m=1, 2, \quad (2)$$

где  $K_m$  — число объектов  $m$ -го класса в обучающей выборке.

Заметим, что  $X_{01}$  и  $X_{02}$  — абстрактные объекты, которые могут не совпадать ни с одним из реальных объектов как обучающей выборки, так и генеральной совокупности. Тем не менее для нового объекта  $X_t$ , который не входит в обучающую выборку, можно определить расстояния  $d(X_t, X_{01})$  и  $d(X_t, X_{02})$  до эталонов  $\tilde{O}_{01}$  и  $\tilde{O}_{02}$  и принять решение в пользу того класса, к эталону которого ближе предъявляемый объект (рис 1):

$$z = \arg \min_{m=1,2} d(X_t, X_{0m}), \quad (3)$$

где  $d(X_t, X_{0m})$  — метрика, например евклидова.

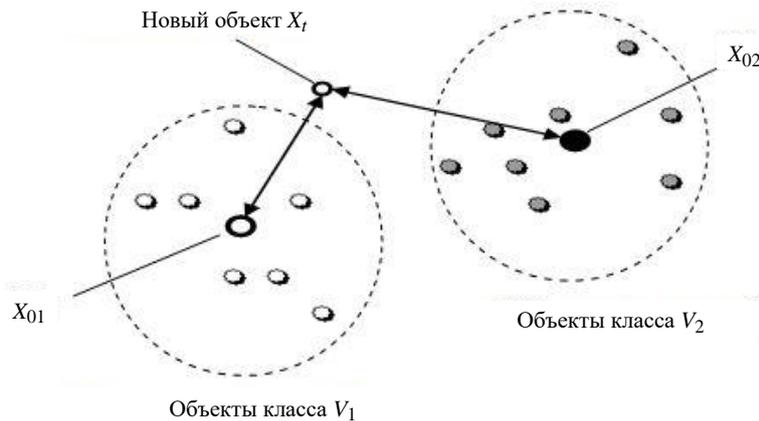


Рис. 1

Метод достаточно прост и с точки зрения здравого смысла представляется вполне разумным [6]. Более того, на практике этот эвристический метод часто позволяет получать приемлемые результаты даже в наиболее сложных ситуациях, когда в пространстве признаков  $x_1, \dots, x_N$  пересекаются собственные области классов

$$X_m^{(N)} \triangleq \left\{ x^{(N)} : p(x^{(N)} | V_m) \neq 0 \right\}, \quad m=1,2, \quad (4)$$

на которых сосредоточены многомерные условные распределения  $p(x^{(N)} | V_m)$ .

Заметим, что классификатор, в основе которого лежит условие (3), при использовании евклидовой метрики  $d(X_t, X_{0m})$ ,  $m=1,2$ , представляет собой частный случай линейного классификатора, когда диагностические решения принимаются по знаку линейной функции

$$D = k_N x_N + k_{N-1} x_{N-1} + \dots + k_0. \quad (5)$$

При  $N = 2$  функция (5) представляет собой геометрическое место точек, равноудаленных от  $X_{01}$  и  $X_{02}$  на плоскости  $(x_1, x_2)$ , и определяется прямой, которая под прямым углом проходит через середину отрезка между  $X_{01}$  и  $X_{02}$ . Понятно, что если области  $X_1^{(N)}$  и  $X_2^{(N)}$  не выпуклы, линейная дискриминантная функция (5) может привести к ошибочным решениям, даже когда

$$X_1^{(N)} \cap X_2^{(N)} = \emptyset. \quad (6)$$

Напомним, что классический метод дискриминантного анализа также сводится к линейной функции (5), но только при выполнении двух важных ограничений:  $p(x^{(N)} | V_m)$ ,  $m = 1, 2$ , — многомерные нормальные распределения и равны ковариационные матрицы этих распределений (свойство гомескедастичности) [7]. Справедливость первого ограничения требует проверки по критерию Шапиро-Уилка, а второго — использование М-критерия Бокса [8]. И хотя только при выполнении указанных ограничений формально обосновано применение линейной дискриминантной функции, практика показывает, что часто в прикладных системах диагностики используют функцию (5) без должного на то обоснования.

Уместно упомянуть еще об одной важной особенности линейного классификатора. Функцию (5) правомерно применять лишь в тех случаях, когда при диагностике уменьшение значения одного признака может быть компенсировано увеличением значения другого, и наоборот. Но это, согласно [9], достигается лишь при выполнении независимости по предпочтениям признаков  $x_1, \dots, x_N$ . В противном случае диагностические решения могут быть неверными, а иногда и абсурдными.

Поскольку конкретные примеры довольно часто более убедительны, чем общие рассуждения, рассмотрим шуточный пример.

Пусть для диагностики качества телевизора используют два нормированных признака: качество звука  $x_1 \in [0, 1]$  и качество изображения  $x_2 \in [0, 1]$ . Понятно, что можно отдельно диагностировать качество звука и изображения на основе пороговых правил, например, так:

$$\text{ЗВУК} = \begin{cases} \text{качественный,} & \text{если } x_1 \geq 0,5, \\ \text{не качественный,} & \text{если } x_1 < 0,5, \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{ИЗОБРАЖЕНИЕ} = \begin{cases} \text{качественное,} & \text{если } x_2 \geq 0,5, \\ \text{не качественное,} & \text{если } x_2 < 0,5. \end{cases} \quad (8)$$

Однако совершенно очевидно, что невозможно компенсировать плохой звук хорошим качеством изображения, и наоборот. Поэтому использование диагностического правила

$$\text{ТЕЛЕВИЗОР} = \begin{cases} \text{качественный,} & \text{если } \kappa_1 x_1 + \kappa_2 x_2 \leq k_0, \\ \text{не качественный,} & \text{если } \kappa_1 x_1 + \kappa_2 x_2 > k_0, \end{cases} \quad (9)$$

при любых весах  $\hat{e}_1, k_2$  и пороге  $k_0$  лишено всякого смысла.

Но именно к таким абсурдным решениям приводит необоснованное применение метода эталонных образов. В самом деле, если на этапе «обучения» точки

качественных (класс  $V_1$ ) и некачественных (класс  $V_2$ ) телевизоров равномерно заполнили соответствующие области пространства признаков (рис. 2, а), то эталонным образам  $X_{01}$  и  $X_{02}$  будут соответствовать векторы

$$X_{01} = (0,75 ; 0,75) \text{ и } X_{02} \approx (0,417 ; 0,417). \quad (10)$$

Геометрическое место точек, равноудаленных от  $X_{01}$  и  $X_{02}$ , определяет прямая  $\beta$ , которая под прямым углом проходит через середину отрезка  $\alpha$ , соединяющего точки  $X_{01}$  и  $X_{02}$ . В соответствии с имеющимися данными уравнение прямой  $\beta$  имеет вид

$$x_2 + x_1 - 1,17 = 0. \quad (11)$$

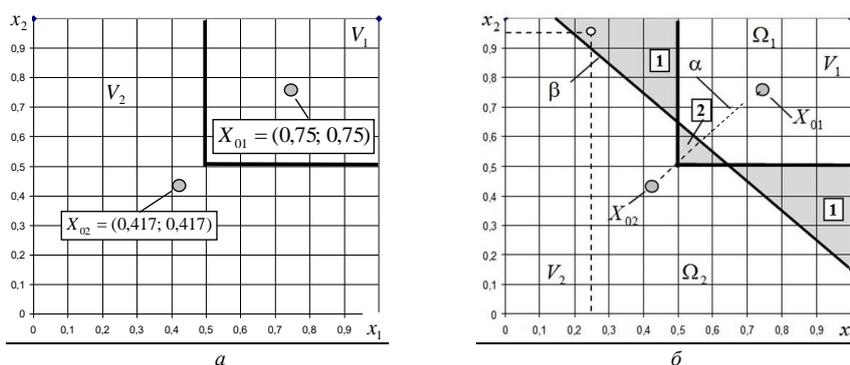


Рис. 2

Прямая  $\beta$  разделяет пространство признаков  $x_1$  и  $x_2$  на две области ( $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ ) решений:

$$\text{решаем в пользу } V_1, \text{ если } x = (x_1, x_2) \in \Omega_1, \quad (12)$$

$$\text{решаем в пользу } V_2, \text{ если } x = (x_1, x_2) \in \Omega_2.$$

Видно, что в областях 1 (рис. 2, б) некачественные телевизоры будут признаваться качественными, а в области 2 качественные телевизоры будут отнесены к некачественным. Например, телевизор с отвратительным звуком  $x_1 = 0,25$  будет признан качественным только потому, что он имеет хорошее изображение  $x_2 = 0,95$ . Такой абсурдный результат порожден тем, что область класса  $V_2$  невыпукла.

Для оценки чувствительности  $S_E$  и специфичности  $S_P$  правила (12) воспользуемся формулами

$$S_E = \frac{W_B - W_1}{W_B}; \quad S_P = \frac{W_G - W_2}{W_G}, \quad (13)$$

в которых  $W_G$ ,  $W_B$  — площади собственных областей качественных (класс  $V_1$ ) и некачественных (класс  $V_2$ ) телевизоров, а  $W_1$ ,  $W_2$  — площади областей 1 и 2 соответственно.

Согласно имеющимся данным получим

$$S_E \approx \frac{0,75 - 0,1225}{0,75} \approx 0,837; \quad S_P \approx \frac{0,25 - 0,00125}{0,25} \approx 0,995. \quad (14)$$

Следовательно, диагностическое правило (12), построенное по критерию минимума евклидовых расстояний до эталонов  $X_{01}$  и  $X_{02}$ , почти в 20 % приводит к ошибочным решениям.

Приведенный пример наглядно иллюстрирует необходимость «осторожного» подхода к использованию метода эталонных образов при решении практических задач.

### Необоснованное расширение пространства диагностических признаков

Существует распространенное мнение, что «вредными» признаки не бывают, а могут быть лишь бесполезными. Опираясь на такую аргументацию, многие авторы предлагают [10] включать в дискриминантную функцию (5) все доступные свойства объектов, а затем на этапе обучения отбросить признаки с малыми значениями весов  $|k_i|$ ,  $1 \leq i \leq N$ .

В то же время при обучении по ограниченной выборке наблюдений «лишние» признаки могут ухудшить диагностическое правило [11]. Для иллюстрации рассмотрим еще один наглядный пример, но уже с радиоприемником.

Будем диагностировать работоспособность радиоприемника по двум показателям: качество звука  $x_1 \in [0, 1]$  (полезный признак) и цвет его корпуса  $x_2 \in [0, 1]$  (бесполезный признак).

На рис. 3, а показана граница областей оптимальных решений, которая безошибочно разделяет всех представителей классов  $V_1$  и  $V_2$  генеральной совокупности, а на рис. 3, б — дискриминантная функция  $D(x_1, x_2)$ , построенная по ограниченной обучающей выборке.

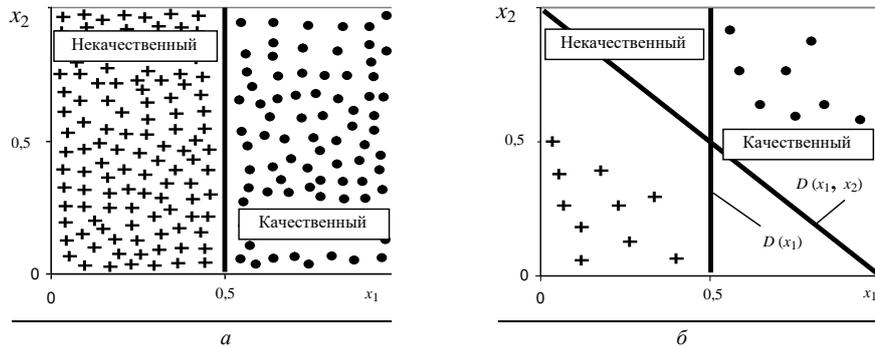


Рис. 3

Обучающая выборка оказалась нерепрезентативной: в ограниченную выборку наблюдений попали радиоприемники с хорошим звуком ( $x_1 > 0,5$ ) и темным цветом корпуса ( $x_2 > 0,5$ ), а светлые ( $x_2 < 0,5$ ) имели плохой звук ( $x_1 < 0,5$ ). Вследствие этого случайного факта построена неудачная дискриминантная функция

$$D(x_1, x_2) = 0,5x_1 + 0,5x_2 - 0,5, \quad (15)$$

которая хорошо разделяет обучающую выборку, но не разделяет генеральную совокупность представителей линейно разделимых классов  $V_1$  и  $V_2$ .

Если бы «лишний» признак  $x_2$  был заранее исключен из обучения, то по этой же выборке было построено эффективное решающее правило, основанное на

сравнении значений признака  $x_1$  с порогом  $x_1^0 = 0,5$ , которое позволило бы безошибочно разделять не только ограниченную выборку, но и всю генеральную совокупность наблюдений.

### Необоснованное сокращение пространства диагностических признаков

В основе дискриминантного анализа лежит важное предположение о линейной независимости признаков  $x_1, \dots, x_N$  (отсутствии коллинеарности): любой признак в функции (5) не должен быть линейной комбинацией других признаков. Отсутствие коллинеарности регрессоров предполагает также многомерный регрессионный анализ.

Эти абсолютно обоснованные требования иногда порождают ошибочное толкование, что при построении диагностических моделей вообще нецелесообразно использовать зависимые признаки. В качестве аргументации такой точки зрения считается, что зависимый признак мало информативен, так как не несет дополнительной информации.

Приведем любопытный пример, иллюстрирующий несостоятельность таких аргументов. Пусть имеется два признака:  $x_1$  и  $x_2$ , которые имеют совпадающие одномерные условные распределения в классах:

$$p(x_i | V_1) \equiv p(x_i | V_2), \quad i = 1, 2. \quad (16)$$

Ясно, что каждый в отдельности такой признак неинформативен. В то же время даже при выполнении условия (16) совокупность признаков  $x_1$  и  $x_2$  может быть не только полезной, но и обеспечивающей безошибочное распознавание классов по значениям векторов  $(x_1, x_2)$ , если

$$X_1^{(2)} \cap X_2^{(2)} = \emptyset, \quad (17)$$

где

$$X_m^{(2)} \triangleq \{ (x_1, x_2) : p(x_1, x_2 | V_m) \neq 0 \} \quad (18)$$

— носители условных двумерных распределений  $p(x_1, x_2 | V_m)$ ,  $m = 1, 2$  (рис. 4).

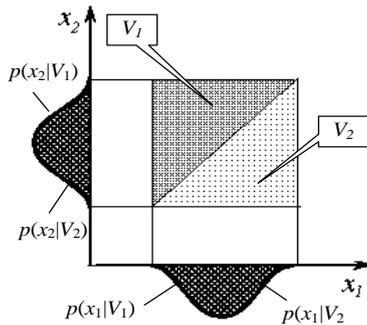


Рис. 4

где

$$X_{im} \triangleq \{x_i : p(x_i | V_m)\} \quad (21)$$

— носители одномерных условных распределений  $p(x_i | V_m)$ ,  $i = 1, 2$ , в классах  $V_m$ ,  $m = 1, 2$ .

Покажем, что совместное выполнение условий (16), (17) возможно только при наличии условной статистической зависимости между признаками в обоих классах, когда

$$p(x_1, x_2 | V_m) \neq p(x_1 | V_m)p(x_2 | V_m), \quad m = 1, 2. \quad (19)$$

В самом деле, из условия (16) следует, что

$$X_{i1} \setminus X_{i2} = \emptyset, \quad \forall i = 1, 2, \quad (20)$$

Введем обозначения

$$S_1 = X_{11} \times X_{21}, \quad (22)$$

$$S_2 = X_{12} \times X_{22}. \quad (23)$$

Из условия (20) непосредственно следует, что множества  $S_1$  и  $S_2$  совпадают, т.е.

$$S_1 \setminus S_2 = \emptyset. \quad (24)$$

Допустим от противного, условие (19) не выполняется, т.е. хотя бы в одном из классов, например в классе  $V_1$ , признаки  $x_1$  и  $x_2$  условно независимы:

$$p(x_1, x_2 | V_1) \equiv p(x_1 | V_1)p(x_2 | V_1). \quad (25)$$

В этом случае носитель двумерного распределения  $X_1^{(2)} \triangleq \{(x_1, x_2) : p(x_1, x_2 | V_1) \neq 0\}$  первого класса представляет собой прямое произведение своих проекций [12], т.е.

$$X_1^{(2)} = X_{11} \times X_{21}, \quad (26)$$

поскольку из противоположного условия  $X_1^{(2)} \subset X_{11} \times X_{21}$  в силу определений множеств  $X_1^{(2)}$ ,  $X_{11}$  и  $X_{12}$  немедленно следовало бы существование векторов  $\hat{x}^{(2)} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2) \in (X_{11} \times X_{12}) / X_1^{(2)}$  таких, что  $p(\hat{x}_1, \hat{x}_2 | V_1) = 0$ , в то время как  $p(\hat{x}_1 | V_1) \neq 0$  и  $p(\hat{x}_2 | V_1) \neq 0$ . Но это противоречило бы условию (25) статистической независимости  $x_1$  и  $x_2$  в классе  $V_1$ .

Принимая во внимание очевидный факт, что для носителя двумерного распределения второго класса  $X_2^{(2)} \triangleq \{(x_1, x_2) : p(x_1, x_2 | V_2) \neq 0\}$  выполняются условия  $X_2^{(2)} \subseteq S_2$  и, разумеется,  $X_2^{(2)} \neq \emptyset$ , то из (26) с учетом (22)–(24) немедленно следует

$$X_1^{(N)} \cap X_2^{(N)} \neq \emptyset. \quad (27)$$

Тем самым доказывается, что при выполнении условий (16) безошибочное распознавание  $V_1$  и  $V_2$  по векторам  $(x_1, x_2)$  невозможно, если хотя бы в одном из классов признаки  $x_1, x_2$  статистически независимы.

Рассмотренный пример лишней раз показывает, насколько важно в каждом конкретном случае исследовать вопрос об условной статистической зависимости между признаками прежде, чем принимать решение об их исключении из описания.

### Необоснованное преувеличение возможностей самоорганизации моделей

Следует упомянуть еще об одном заблуждении, возникающем при построении диагностических систем. Речь идет о структурной идентификации диагностических моделей по обучающей выборке наблюдений.

Пусть требуется построить модель для косвенной оценки числовой характеристики  $S$  в предположении, что информация о значении  $S$  содержится в наблюдаемом сигнале, представленном в виде цифровой последовательности

$z_1, \dots, z_K$  дискретных значений. Для решения задачи, казалось бы, достаточно воспользоваться хорошо зарекомендовавшим себя методом самоорганизации моделей методом группового учета аргументов (МГУА) [13]: сформировать обучающую матрицу конечного числа  $W$  наблюдений и вектор соответствующих значений выходной переменной

$$X_W = \begin{pmatrix} z_{11} & \dots & z_{1K} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{W1} & \dots & x_{WK} \end{pmatrix}, \quad S_W = \begin{pmatrix} s_1 \\ \dots \\ s_W \end{pmatrix}, \quad (28)$$

на основе которых восстановить неизвестную зависимость

$$S = S(z_1, \dots, z_K) \quad (29)$$

путем селекции различных структур-pretендентов (базисных функций).

Покажем, что при решении ряда прикладных задач такой упрощенный подход к решению задачи есть не что иное, как вульгаризация идеи самоорганизации.

Предположим, нас интересует процентное содержание углерода  $\tilde{N}$  в сталеплавильной ванне, которое предполагается косвенно определять методом термического анализа — по сигналу  $y = T(t)$ , несущему информацию о температуре расплава в процессе его кристаллизации. Будем считать, что сигнал  $y = T(t)$  представлен последовательностью значений  $T_1, \dots, T_K$ , которые измерены в процессе кристаллизации пробы металла в дискретные моменты времени  $t_k \equiv k\Delta$ ,  $k = 1, \dots, K$ , где  $\Delta$  — равномерный шаг квантования.

Обратимся к рис. 5, в левой части которого в координатах  $T$  (температура) —  $C$  (содержание углерода) показан фрагмент известной диаграммы состояния  $Fe-C$  сплава [14]. На диаграмме показаны две линии: ликвидуса и солидуса. Выше линии ликвидуса металл находится в жидком состоянии, ниже линии солидуса — в твердом состоянии, а между ними — в переходном состоянии.

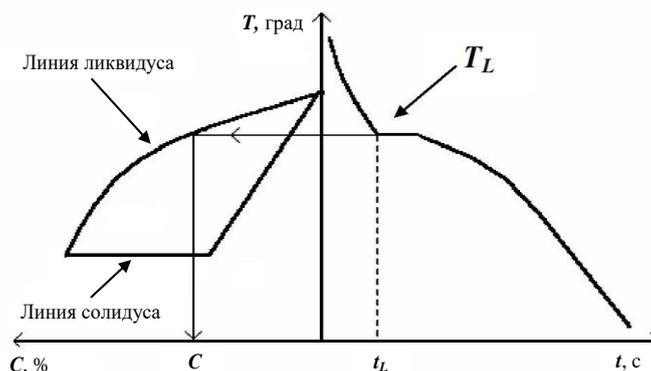


Рис. 5

Как видно из рисунка, линия ликвидуса не параллельна оси абсцисс, а значит, при изменении содержания углерода изменяется температура начала кристаллизации металла (температура ликвидуса  $T_L$ ): чем выше содержание углерода, тем ниже температура процесса кристаллизации расплава. Терми-

ческий анализ основан на этой физической закономерности: неизвестное содержание углерода  $C$  определяют по температуре ликвидуса  $T_L$ . Для этого достаточно воспользоваться простейшим уравнением регрессии

$$\hat{C} = \alpha_0 + \alpha_1 T_L, \quad (30)$$

параметры которого ( $\alpha_0$  и  $\alpha_1$ ) определяют по данным конкретного предприятия. Практика показывает, что модель (30) позволяет оценить содержание углерода с достаточно высокой точностью (порядка 0,02 абс. %  $C$ ).

Разумеется, такой сравнительно высокой точности можно достичь лишь тогда, когда будет правильно определена сама температура  $T_L$ . Однако возникает вопрос: каким образом определить температуру ликвидуса?

Дело в том, что в момент  $t_L$  начала кристаллизации происходит экзотермическая реакция — выделение скрытой теплоты кристаллизации. Поэтому, если зарегистрировать процесс охлаждения расплава (см. правую часть рис. 5), то на графике сигнала  $T(t)$  в момент времени  $t_L$  при достижении  $T_L$  появляется характерная температурная остановка (площадка). Обнаружив такой фрагмент (визуально или на основе компьютерной обработки), можно определить температуру  $T_L$ , а затем — и процентное содержание углерода по модели (30).

Предположим теперь, что известна лишь первая часть описанных выше физических закономерностей, т.е. только гипотеза о том, что наблюдаемый сигнал  $y = T(t)$  несет информацию о содержании углерода  $C$ , но неизвестно, каким образом. Можно ли в этих условиях воспользоваться алгоритмом самоорганизации МГУА для восстановления зависимости (30)?

Пусть в нашем распоряжении имеется конечная выборка наблюдений  $T(t)$ , зарегистрированных для  $W$  проб металла, и для каждой такой пробы по результатам химического анализа определены истинные значения содержания углерода  $C_1, \dots, C_W$ . В этом случае дискретные значения температуры  $T_1, \dots, T_K$  можно считать потенциальными регрессорами, для которых известны значения ответной реакции  $C$  (табл. 1).

Таблица 1

№	Регрессоры (аргументы модели)					Выход	
1	$T_{11}$	$T_{21}$	$T_{31}$	...	$T_{1K}$	$C_1$	
2	$T_{12}$	$T_{22}$	$T_{32}$	$T_{32}$	...	$T_{2K}$	$C_2$
...	...	...	...	...	...	...	
$W$	$T_{W1}$	$T_{W2}$	$T_{W3}$	...	$T_{Wk}$	$C_W$	

Казалось бы, имея такую выборку достаточного объема, можно восстановить неизвестную зависимость (30) методами структурной идентификации МГУА, задав класс базисных функций в виде всевозможных линейных структур:

$$g_{(1)} = a_i T_i + a_0; \quad i = 1, \dots, K;$$

$$g_{(2)} = \alpha_i T_i + \alpha_j T_j + \alpha_0; \quad i, j = 1, \dots, K; \quad i \neq j;$$

...

$$g_{(K)} = \alpha_1 T_1 + \alpha_2 T_2 + \dots + \alpha_K T_K + \alpha_0. \tag{31}$$

На самом же деле это не так! Момент  $t_L$  начала кристаллизации определяется множеством случайных факторов (начальной температурой расплава, условиями теплообмена и т.п.). Поэтому на разных реализациях площадка ликвидуса будет появляться в случайные моменты времени  $t_L$ , а значит, для разных строк табл.1 температуре ликвидуса  $T_L$  (истинному аргументу искомой модели) будут соответствовать различные номера дискретных значений  $T_1, \dots, T_K$  (различные колонки).

Из этого следует, что при сколь угодно большом объеме  $W$  выборки невозможно методом МГУА восстановить истинную зависимость модели (30) в классе структур (31) без привлечения дополнительных алгоритмов, обеспечивающих для каждой строки табл. 1 определение истинных значений аргумента модели  $T_L$  по дискретным значениям  $T_1, \dots, T_K$ . Имея информацию о векторах  $T_{L1}, \dots, T_{LW}$  и  $C_1, \dots, C_W$ , можно оценить оптимальные значения параметров регрессионной зависимости (30).

Аналогичные ситуации возникают при построении диагностических моделей ряда других сигналов с локально сосредоточенными диагностическими признаками [15].

### Заключение

В настоящей работе приведены наглядные примеры, которые иллюстрируют несостоятельность некоторых рассуждений, возникающих при построении диагностических систем. Показано, что популярный метод эталонных образов, который сводится к линейной дискриминантной функции, может приводить к абсурдным результатам, если диагностические признаки не удовлетворяют свойству независимости по предпочтениям.

Проанализированы последствия необоснованного расширения и неоправданного сокращения пространства диагностических признаков. Доказано, что при наличии статистической связи между признаками совокупность неинформативных в отдельности признаков может быть не только полезной, но и обеспечивающей безошибочное распознавание классов.

Рассмотрен случай, который показывает, что без привлечения дополнительных алгоритмов невозможно только на основе метода самоорганизации восстановить истинную диагностическую модель, связывающую значения отклика с регрессором, если обучающая выборка содержит только наблюдаемые дискретные значения сигнала и соответствующие значения ответной реакции.

*Л.С. Файнзильберг*

### ПРАВДОПОДІБНІ, АЛЕ НЕОБГРУНТОВАНІ ПЕРЕДУМОВИ ПРИ ПОБУДОВІ ДІАГНОСТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

При вирішенні ряду прикладних задач медичної і технічної діагностики конструювання діагностичних моделей здійснюється в умовах недостатно-

сті знань про фізичні закономірності, що мають місце в об'єкті дослідження. Доводиться конструювати моделі лише на основі здорового глузду та інтуїції, покладаючись на наявний експериментальний матеріал (прецеденти). Однак при цьому можливі помилкові рішення, що призводять до неефективності діагностичної системи. Розглянуто приклади деяких міркувань, які виявляються неспроможними з наукової точки зору. Показано, що лінійний класифікатор, до якого зводиться метод прийняття рішень за відстанню до еталонів, може призводити до абсурдних результатів. Такий ефект виникає, якщо не виконується вимога незалежності за перевагами окремих ознак, яка передбачає, що «погіршення» значення однієї ознаки може бути компенсовано «поліпшенням» іншої та навпаки, що не завжди правильно. Показано, що необґрунтоване розширення простору діагностичних ознак може погіршити ефективність діагностичного правила. Тому важливо позбутися непотрібних ознак ще до етапу навчання. Проаналізовано неспроможність аргументації про те, що при побудові діагностичних моделей доцільно використовувати тільки статистично незалежні ознаки. Для ілюстрації помилковості такої аргументації доведено, що при статистичній залежності між ознаками сукупність неінформативних окремо ознак може бути не тільки корисною, а й спроможною забезпечити безпомилкове розпізнавання класів. Тому важливо у кожному конкретному випадку досліджувати питання про умовну статистичну залежність між ознаками перш, ніж приймати рішення про їх виключення з опису. На прикладі задачі побудови моделі непрямой оцінки вмісту вуглецю в рідкому металі за температурною початку кристалізації показано, що за навчальною вибіркою, що містить тільки спостережувані дискретні значення, неможливо методами самоорганізації відновити справжню діагностичну модель без залучення додаткових алгоритмів.

**Ключові слова:** дискримінантна функція, діагностична ознака, методи самоорганізації.

*L.S. Fainzilberg*

## PLAUSIBLE BUT UNREASONABLE PREREQUISITES WHEN CONSTRUCTING DIAGNOSTIC MODELS

When solving a number of applied problems of medical and technical diagnostics, the construction of diagnostic models is carried out in conditions of insufficient knowledge of the physical laws that arise in the object of study. It is necessary to build models only on the basis of common sense and intuition, relying on the available experimental material (precedents). However, in this case, erroneous solutions are possible that lead to the inefficiency of the diagnostic system. The article discusses examples of some arguments that are not scientifically sound. It is shown that the linear classifier, to which the method of decision making on the distance to standards is reduced, can lead to absurd results. Such an effect occurs if the independence condition for the preferences of individual characteristics is not fulfilled, which means that the «deterioration» of the value of one attribute can be compensated by the «improvement» of the other, and vice versa, which is not always true. It is shown that unreasonable expansion of the space of diagnostic signs can worsen the effectiveness of the diagnostic rule. Therefore, it is important to get rid of unnecessary signs even before the training phase. Inconsistency of the argument that when constructing diagnostic models it is advisable to use only statistically independent attributes is analyzed. To illustrate the fallacy of such argument it is proved that with a statistical relationship between features, a combination of individual non-informative features can be not only useful, but also provide error-free recognition of classes. Therefore, it is important in each case to investigate the issue of conditional statistical dependence between features

before making a decision on their exclusion from the description. Using the example of constructing a model for indirect estimation of the carbon content in a liquid metal by the temperature of crystallization onset, it is shown that it is impossible to restore the true diagnostic model using only self-organization methods without using additional algorithms.

**Keywords:** Discriminant function, diagnostic feature, self-organization methods.

1. Белкин А.Р., Левин М.Ш. Принятие решений: комбинаторные методы аппроксимации информации. М.: Наука. 1990. 160 с.
2. Tou J., Gonzalez R. Pattern recognition principles. London: Addison-Wesley Publishing Co. 1974. 411 p.
3. Mensink T., Verbeek J., Perronnin F., Csorka G. Distance-based image classification: generalizing to new classes at near-zero cost. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 2013. **35**. N 11. P. 2624-2637. DOI: 10.1109/TRAMI.2013.83.
4. Weinberger K., Saul L. Distance metric learning for large margin nearest neighbor classification. *Journal of Machine Learning Research*. 2009. **10**. P. 207–244.
5. Bilenko M., Basu S., Mooney R. Integrating constraints and metric learning in semisupervised clustering. *Proceedings of the 21th Int. Conf. on Machine Learning (ICML-04, Canada, Banff)*. 2004. P. 839–846. DOI:10.1145/1015330.1015360
6. Braun R., Esswein W. Classification of reference models. *Advances in data analysis. Studies in classification, Data Analysis, and Knowledge Organization*. Berlin: Springer, 2007. P. 40-408. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-70981-7\\_45](https://doi.org/10.1007/978-3-540-70981-7_45)
7. Haghghat M., Abdel-Mottaleb M., Alhalabi W. Discriminant correlation analysis: real-time feature level fusion for multimodal biometric recognition. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*. 2016. **11**. N 9. P. 1984–1996. DOI:10.1109/TIFS.2016.2569061
8. McLachlan G. Discriminant analysis and statistical pattern recognition. 2004. NY: Wiley-Interscience. 533 p.
9. Keeney R.L., Raiffa H. Decisions with multiple objectives: preferences and value trade-offs. Cambridge: Cambridge University Press, 1993. 569 p. <https://doi.org/10.1002/bs.3830390206>
10. Головкин Б.А. Машинное распознавание и линейное программирование. М.: Сов. радио, 1973. 100 с.
11. Загоруйко Н.В. Методы распознавания и их применение. М.: Сов. радио. 1972. 208 с.
12. Файнзильберг Л.С. Математические методы оценки полезности диагностических признаков. Киев: Освита Украины, 2010. 152 с.
13. Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. Киев: Наук. думка, 1981. 296 с.
14. Tisza M. Physical metallurgy for engineers. Ohio: ASM Int. and Fraund Publishing House Ltd, 2002. 281 p.
15. Файнзильберг Л.С. Информационные технологии обработки сигналов сложной формы. Теория и практика. Киев: Наук. думка, 2008. 333 с.

Получено 02.12.2019