

ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЙ И УПРАВЛЕНИЯ

УДК 519.216

Т.А. Алиев, Н.Ф. Мусаева, Н.Э. Рзаева, А.И. Мамедова

ТЕХНОЛОГИИ ФОРМИРОВАНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ПОМЕХ ЗАШУМЛЕННЫХ СИГНАЛОВ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Ключевые слова: сигнал, полезный сигнал, помеха, зашумленный сигнал, эквивалентные отсчеты, оценка, погрешность, корреляционная функция, объект, диагностика, идентификация.

Введение

Известно, что в системах мониторинга и контроля зачастую сигналы $G(t)$, которые необходимо обработать, оказываются зашумленными и формируются из полезных сигналов $X(t)$ и помех $E(t)$ [1–5]. Это усложняет анализ данных сигналов, и результаты их обработки содержат большие погрешности. Понятно, что идеальным был бы случай, когда можно отдельно выделить полезный сигнал $X(t)$ и помеху $E(t)$ из зашумленного сигнала $G(t)$. В таком случае можно отдельно анализировать помеху и полезный сигнал. Причем исследование помехи — более важная задача, чем полезного сигнала, так как в большинстве случаев именно помеха является носителем ценной диагностической информации [1–4]. Однако на практике реализовать эту задачу невозможно.

В то же время исследования показали, что можно определить отсчеты помехи $E^e(t)$ и полезного сигнала $X^e(t)$, которые эквивалентны соответственно отсчетам реальной помехи $E(t)$ и полезного сигнала $X(t)$. Естественно, что при этом достичь равенства эквивалентных отсчетов помехи $E^e(t)$ и полезного сигнала $X^e(t)$ реальным отсчетам полезного сигнала $X(t)$ и помехи $E(t)$ невозможно:

$$X^e(t) \neq X(t), E^e(t) \neq E(t).$$

Однако такие их характеристики как математическое ожидание, дисперсия, корреляционные функции, спектральные характеристики практически совпадают. Многочисленные эксперименты показали, что при правильном выборе шага дискретизации, который определяется, исходя из спектра помехи, практически всегда можно получить желаемый результат. Ниже приводятся технологии, алгоритмы и результаты вычислительных экспериментов формирования эквивалентной помехи и полезного сигнала.

© Т.А. АЛИЕВ, Н.Ф. МУСАЕВА, Н.Э. РЗАЕВА, А.И. МАМЕДОВА, 2020

1. Постановка задачи

Предположим, что поступает зашумленный сигнал $G(t)$, который состоит из полезного сигнала $X(t)$ и суммарной помехи $E(t)$. Суммарная помеха во многих случаях складывается из помехи $E_1(t)$ от влияния внешних факторов и шума $E_2(t)$, который возникает вследствие зарождения различных дефектов в процессе эксплуатации объектов контроля, т.е. $E(t) = E_1(t) + E_2(t)$.

Сигналы $X(t)$, $E(t)$, $G(t)$ являются случайными стационарными эргодическими процессами, и помеху $E(t)$ невозможно выделить из $G(t)$. Априори известно, что полезный сигнал $X(t)$ и помеха $E(t)$ имеют нормальное распределение; математическое ожидание помехи равно нулю: $m_E = 0$. Для зашумленного сигнала $G(t)$ можно вычислить математическое ожидание m_G , дисперсию D_G , среднее квадратическое отклонение σ_G , корреляционную функцию $R_{GG}(\tau)$ [6–9]:

$$m_G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N G(i\Delta t),$$

$$D_G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [G(i\Delta t) - m_G]^2, \quad \sigma_G = \sqrt{D_G},$$

$$R_{GG}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \overset{\circ}{G}(i\Delta t) \overset{\circ}{G}((i+\mu)\Delta t),$$

где $\overset{\circ}{G}(i\Delta t) = G(i\Delta t) - m_G$, Δt — шаг дискретизации, $\mu = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots$ — временной сдвиг.

При этом формула вычисления оценки корреляционной функции $R_{GG}(\mu = 0)$ при временном сдвиге $\mu = 0$, т.е. дисперсия зашумленного сигнала имеет вид [1–4]

$$D_G = R_{GG}(0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \overset{\circ}{G}^2(i\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\overset{\circ}{X}(i\Delta t) + E(i\Delta t)][\overset{\circ}{X}(i\Delta t) + E(i\Delta t)] =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \overset{\circ}{X}^2(i\Delta t) + 2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \overset{\circ}{X}(i\Delta t) E(i\Delta t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E^2(i\Delta t) = R_{XX}(0) + 2R_{XE}(0) + R_{EE}(0), \quad (1)$$

где $\overset{\circ}{X}(i\Delta t) = X(i\Delta t) - m_X$, $m_X = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i\Delta t)$ — математическое ожидание $X(t)$.

Следовательно, погрешность полученного результата равна

$$\lambda_{GG}(\mu = 0) = 2R_{XE}(0) + R_{EE}(0) = D_E, \quad (2)$$

где $R_{XE}(0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i\Delta t) E(i\Delta t)$ — взаимная корреляционная функция между полезным сигналом и помехой; $R_{EE}(0) = \sum_{i=1}^N E(i\Delta t) E(i\Delta t)$.

Формулу для вычисления оценки корреляционной функции $R_{GG}(\mu)$ при $\mu \neq 0$ можно также представить в виде

$$\begin{aligned} R_{GG}(\mu) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \overset{\circ}{G}(i\Delta t) \overset{\circ}{G}((i+\mu)\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\overset{\circ}{X}(i\Delta t) + \overset{\circ}{E}(i\Delta t))(\overset{\circ}{X}((i+\mu)\Delta t) + \overset{\circ}{E}((i+\mu)\Delta t)) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\overset{\circ}{X}(i\Delta t) \overset{\circ}{X}((i+\mu)\Delta t) + \overset{\circ}{E}(i\Delta t) \overset{\circ}{X}((i+\mu)\Delta t) + \overset{\circ}{X}(i\Delta t) \overset{\circ}{E}((i+\mu)\Delta t) + \overset{\circ}{E}(i\Delta t) \overset{\circ}{E}((i+\mu)\Delta t)] = \\ &= R_{XX}(\mu) + R_{EX}(\mu) + R_{XE}(\mu) + R_{EE}(\mu). \end{aligned} \quad (3)$$

Если шаг дискретизации Δt выбран, исходя из спектра помехи $E(t)$, а не полезной составляющей $X(t)$, т.е. $\Delta t = 1/(2f_E)$, где f_E — частота среза помехи, то очевидны равенства:

$$R_{XE}(\mu) = R_{EX}(\mu), \quad R_{EE}(\mu \neq 0) = 0.$$

Тогда погрешность $\lambda_{GG}(\mu \neq 0)$ полученного результата равна:

$$\lambda_{GG}(\mu \neq 0) = 2R_{XE}(\mu). \quad (4)$$

Следовательно, из выражений (1), (3) и (4) очевидно, что погрешность оценок традиционных технологий корреляционного анализа зашумленных сигналов будет равна:

$$\lambda_{GG}(\mu) = \begin{cases} 2R_{XE}(0) + R_{EE}(0) & \text{при } \mu = 0, \\ 2R_{XE}(\mu) & \text{при } \mu \neq 0. \end{cases} \quad (5)$$

Таким образом, из вышесказанного очевидно, что для исключения погрешности $\lambda_{GG}(\mu)$ из оценок $R_{GG}(\mu)$ результатов корреляционного анализа зашумленных сигналов, полученных по традиционным технологиям, требуется создание алгоритмов и технологий определения оценки как дисперсии помехи, так и оценок взаимных корреляционных функций $R_{XE}(t)$ между полезным сигналом $X(t)$ и помехой $E(t)$ [1]. Поэтому ниже предлагаются технологии формирования эквивалентных отсчетов помех и эквивалентных отсчетов полезных сигналов зашумленных сигналов, которые позволяют уменьшить погрешности результатов корреляционного анализа зашумленных сигналов.

2. Алгоритмы уменьшения погрешностей результатов корреляционного анализа зашумленных сигналов с помощью эквивалентных отсчетов их помех

Исследования показали, что уменьшить погрешности традиционных методов корреляционного анализа зашумленных сигналов можно с помощью технологии определения эквивалентных отсчетов помехи $E^e(i\Delta t)$ [1, 2]. Для этой цели сначала рассмотрим возможность вычисления приближенных величин отсчетов помехи $E(i\Delta t)$ зашумленных сигналов $G(i\Delta t)$, не поддающихся непосредственному измерению. Анализ возможных вариантов решения этой задачи показал [1, 2], что вместо неподдающихся измерению отсчетов помехи

$E(i\Delta t)$ можно определить их приближенные эквивалентные величины $E^e(i\Delta t)$. Для этого следует использовать технологию вычисления оценки дисперсии помехи D_E по выражению [1–4]:

$$D_E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\dot{G}^2(i\Delta t) - 2\dot{G}(i\Delta t)\dot{G}((i+1)\Delta t) + \dot{G}(i\Delta t)\dot{G}((i+2)\Delta t)]. \quad (6)$$

Для этой цели формулу (6) представим в виде

$$D_E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E^2(i\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{G}(i\Delta t) [\dot{G}(i\Delta t) + \dot{G}((i+2)\Delta t) - 2\dot{G}((i+1)\Delta t)].$$

Благодаря этому, принимая обозначения

$$\varepsilon'(i\Delta t) = \dot{G}(i\Delta t) [\dot{G}(i\Delta t) + \dot{G}((i+2)\Delta t) - 2\dot{G}((i+1)\Delta t)],$$

$$\text{sgn} \varepsilon'(i\Delta t) = \begin{cases} +1 & \text{при } \varepsilon'(i\Delta t) > 0, \\ 0 & \text{при } \varepsilon'(i\Delta t) = 0, \\ -1 & \text{при } \varepsilon'(i\Delta t) < 0, \end{cases}$$

формулу вычисления эквивалентных величин отсчетов помехи $E^e(i\Delta t)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} E(i\Delta t) \approx E^e(i\Delta t) &= \text{sgn} \varepsilon'(i\Delta t) \sqrt{|\dot{G}(i\Delta t) [\dot{G}(i\Delta t) + \dot{G}((i+2)\Delta t) - 2\dot{G}((i+1)\Delta t)]|} = \\ &= \text{sgn} \varepsilon'(i\Delta t) \sqrt{|\varepsilon'(i\Delta t)|}. \end{aligned} \quad (7)$$

При этом, допуская справедливость выражения [1–4]

$$\begin{aligned} D_E &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E^2(i\Delta t) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E^{e2}(i\Delta t) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\dot{G}(i\Delta t) [\dot{G}(i\Delta t) + \dot{G}((i+2)\Delta t) - 2\dot{G}((i+1)\Delta t)]|, \end{aligned} \quad (8)$$

формулу вычисления средней величины $\bar{E}(i\Delta t)$ отсчетов помехи $E(i\Delta t)$ можно свести к вычислению средней величины эквивалентных отсчетов помехи $E^e(i\Delta t)$, т.е.

$$\bar{E}(i\Delta t) \approx \bar{E}^e(i\Delta t)$$

или

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E(i\Delta t) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E^e(i\Delta t).$$

Многочисленные эксперименты показали, что, несмотря на возможные отклонения $\Delta E(i\Delta t) = E^e(i\Delta t) - E(i\Delta t)$ приближенных величин эквивалентных отсчетов $E^e(i\Delta t)$ от их истинных значений $E(i\Delta t)$ имеет место равенство

$$\left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [E^e(i\Delta t)]^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [E(i\Delta t)]^2 \right\} \approx 0, \quad \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E^e(i\Delta t) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E(i\Delta t) \right\} \approx 0. \quad (9)$$

Как равенства (7)–(9), так и экспериментальные исследования, показали, что с помощью эквивалентных отсчетов помехи $E^e(i\Delta t)$ можно получить результаты, идентичные результатам корреляционного анализа тех же сигналов с известными реальными отсчетами помехи $E(i\Delta t)$.

Для этого определяются эквивалентные отсчеты $X^e(i\Delta t)$ полезного сигнала по формуле

$$X^e(i\Delta t) \approx \overset{\circ}{G}(i\Delta t) - E^e(i\Delta t), \quad (10)$$

что равносильно

$$X^e(i\Delta t) \approx \overset{\circ}{G}(i\Delta t) - E^e(i\Delta t) \approx \overset{\circ}{G}(i\Delta t) - E(i\Delta t) = X(i\Delta t).$$

Благодаря этому появляется возможность получить оценки $R_{X^e X^e}(\mu)$, которые равны оценкам корреляционных функций полезного сигнала $R_{XX}(\mu)$, т.е.

$$R_{XX}(\mu) \approx R_{X^e X^e}(\mu), \quad (11)$$

$$\text{где } R_{X^e X^e}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X^e(i\Delta t) X^e((i+\mu)\Delta t), \quad R_{XX}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i\Delta t) X((i+\mu)\Delta t).$$

Очевидно, что, располагая эквивалентными отсчетами помехи $E^e(i\Delta t)$ и полезного сигнала $X^e(i\Delta t)$, можно определить оценки взаимно-корреляционной функции между $X(i\Delta t)$ и $E(i\Delta t)$:

$$R_{XE}(\mu) \approx R_{X^e E^e}(\mu), \quad (12)$$

$$R_{XE}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i\Delta t) E((i+\mu)\Delta t), \quad R_{X^e E^e}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X^e(i\Delta t) E^e((i+\mu)\Delta t).$$

Следовательно, формулу определения оценки корреляционной функции полезного сигнала можно также представить в виде

$$R_{X^e X^e}(\mu) \approx \begin{cases} R_{GG}(0) - [2R_{X^e E^e}(0) + R_{E^e E^e}(0)] & \text{при } \mu = 0, \\ R_{GG}(\mu) - 2R_{X^e E^e}(\mu) & \text{при } \mu \neq 0. \end{cases} \quad (13)$$

При этом исследования также показали, что, несмотря на определенные погрешности отсчетов $X_i^e(i\Delta t)$ по сравнению с отсчетами полезных сигналов $X(i\Delta t)$, при достаточной длительности времени наблюдения T выполняется равенство (9). Благодаря равенству (10), по выражениям (11)–(13), используя эквивалентные отсчеты помехи $E^e(i\Delta t)$ и полезного сигнала $X^e(i\Delta t)$, можно значительно уменьшить погрешность традиционных технологий корреляционного анализа зашумленных сигналов.

3. Технология проведения вычислительного эксперимента

Ниже приводятся результаты вычислительных экспериментов уменьшения погрешностей результатов корреляционного анализа зашумленных сигналов с помощью эквивалентных отсчетов их помех. Для проверки этого алгоритма про-

ведены вычислительные эксперименты с использованием средства компьютерной математики MATLAB. Вычислительные эксперименты проводились следующим образом.

Сначала формировался полезный сигнал $X(t)$. Допускается, что полезный сигнал — стационарный эргодический процесс и $X(t)$ — одна из его реализаций. Предполагается, что это истинный полезный сигнал. С помощью генератора случайных чисел сформируется нормально распределенная помеха $E(t)$ с заданным значением среднего квадратического отклонения σ_E и нулевым математическим ожиданием $m_E = 0$. Предполагается, что это истинная помеха. Далее сформируется зашумленный сигнал $G(t) = X(t) + E(t)$.

После этого по выражению (7) вычисляются эквивалентные отсчеты помехи $E^e(i\Delta t)$. Для эквивалентной помехи $E^e(t)$ по традиционным алгоритмам вычисляются:

- среднее значение $m_{E^e} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E^e(i\Delta t)$;
- среднее квадратическое отклонение $\sigma_{E^e} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E^e(i\Delta t) - m_{E^e})^2$;
- сумма квадратов отсчетов эквивалентной помехи $se^e = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E^e(i\Delta t))^2}$;
- автокорреляционная функция

$$R_{E^e E^e}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E^e(i\Delta t) - m_{E^e})(E^e((i + \mu)\Delta t) - m_{E^e}).$$

Затем по формуле (10) определяются эквивалентные отсчеты $X^e(i\Delta t)$ полезного сигнала $X(t)$. Для $X^e(i\Delta t)$ также по традиционным алгоритмам вычисляются:

- среднее значение $m_{X^e} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X^e(i\Delta t)$;
- среднее квадратическое отклонение $\sigma_{X^e} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X^e(i\Delta t) - m_{X^e})^2$;
- автокорреляционная функция эквивалентного полезного сигнала

$$R_{X^e X^e}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X^e(i\Delta t) - m_{X^e})(X^e((i + \mu)\Delta t) - m_{X^e}).$$

Вслед за этим вычисляются оценки взаимно-корреляционной функции между эквивалентным полезным сигналом $X^e(i\Delta t)$ и эквивалентной помехой $E^e(i\Delta t)$ по выражению

$$R_{X^e E^e}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X^e(i\Delta t) E^e((i + \mu)\Delta t).$$

Затем аналогичные характеристики вычислялись для сгенерированных помехи $E(t)$ и полезного сигнала $X(t)$, т.е.:

- среднее значение $m_E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E(i\Delta t)$, $m_X = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i\Delta t)$;

- среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E(i\Delta t) - m_E)^2, \quad \sigma_X = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X(i\Delta t) - m_X)^2;$$

- сумма квадратов отсчетов сгенерированной помехи $s\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E(i\Delta t))^2}$;

- автокорреляционные функции сгенерированных помехи и полезного сигнала:

$$R_{EE}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E(i\Delta t) - m_E)(E((i+\mu)\Delta t) - m_E),$$

$$R_{XX}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X(i\Delta t) - m_X)(X((i+\mu)\Delta t) - m_X).$$

Затем проводится сравнительный анализ. Для этого определяются величины относительных погрешностей:

1) оценок средних помехи $E(t)$ и эквивалентной помехи $E^e(t)$, а также полезного сигнала $X(t)$ и эквивалентного полезного сигнала $X^e(t)$:

$$\Delta m_E = |m_E - m_{E^e}| / m_E \cdot 100\%, \quad \Delta m_X = |m_X - m_{X^e}| / m_X \cdot 100\%;$$

2) оценок средних квадратических отклонений помехи $E(t)$ и эквивалентной помехи $E^e(t)$, а также полезного сигнала $X(t)$ и эквивалентного полезного сигнала $X^e(t)$:

$$\Delta \sigma_E = |\sigma_E - \sigma_{E^e}| / \sigma_E \cdot 100\%, \quad \Delta \sigma_X = |\sigma_X - \sigma_{X^e}| / \sigma_X \cdot 100\%;$$

3) оценок автокорреляционных функций полезного сигнала и помехи:

$$\Delta R_{XX}(\mu) = |R_{XX}(\mu) - R_{X^e X^e}(\mu)| / R_{XX}(\mu) \cdot 100\%,$$

$$\Delta R_{EE}(\mu) = |R_{EE}(0) - R_{E^e E^e}(\mu)| / R_{EE}(\mu) \cdot 100\%;$$

4) оценок взаимно-корреляционных функций между полезным сигналом и помехой:

$$\Delta R_{XE}(\mu) = |R_{XE}(\mu) - R_{X^e E^e}(\mu)| / R_{XE}(\mu) \cdot 100\%,$$

$$\Delta R_{EX}(\mu) = |R_{EX}(0) - R_{E^e X^e}(\mu)| / R_{EX}(\mu) \cdot 100\%.$$

Результаты вычислений представляются в виде таблиц и графиков.

4. Результаты вычислительных экспериментов и сравнительного анализа

Известно, что любой стационарный случайный процесс $X(t)$ на бесконечном интервале T можно сколь угодно точно аппроксимировать линейной комбинацией гармонических колебаний со случайной амплитудой и фазой [3, 8]. В общем виде совокупность функций [3, 4]

$$X_k(t) = \sum_{v=1}^n \left(a_{vk} \cos\left(\frac{2\pi v}{T}t + \varphi_{1vk}\right) + b_{vk} \sin\left(\frac{2\pi v}{T}t + \varphi_{2vk}\right) \right)$$

характеризует собой случайный процесс, если известны функции распределения вероятности коэффициентов a_{vk} , b_{vk} и фаз φ_{vk} , φ_{1vk} , φ_{2vk} . Так как значения реального технологического параметра $X(t) > 0$, то к $X_k(t)$ добавлялась постоянная составляющая. Поэтому при вычислительных экспериментах формировались полезные сигналы $X(t)$ в виде суммы гармонических колебаний с различными законами распределения.

Первый эксперимент. Смоделирован полезный случайный сигнал $X(t) = 40 \cdot \sin\left(2\pi \frac{(k \cdot 1,5)^n}{T} + \varphi\right) + 100$ в виде возмущенной гармонической дискретной

функции с начальной фазой φ , которая имеет равномерное распределение вероятностей; где $k \in [0, K]$, $K = 9600$, показатель степени $n = 1,5$; период сигнала $T = 800$; начальная фаза φ задается в виде $\text{rand}(\text{size}(k)) \cdot \pi/3$, где функция $\text{rand}(\text{size}(k))$ формирует вектор, соразмерный с вектором k , элементами которого являются случайные величины, распределенные по равномерному закону в интервале $(0, 1)$.

Помеха $E(t)$ подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием $m_E \approx 0,066$ и средним квадратическим отклонением $\sigma_E \approx 20$.

Результаты вычислений представлены в табл. 1, 2 и на рис. 1, 2.

Таблица 1

Характеристики		Заданные значения	Значения для эквивалентных отсчетов	Относительная погрешность, %
для помехи				
1	Математическое ожидание	$m_E = 0,066212$	$m_{E^e} = 1,4498$	
2	Среднее квадратическое отклонение	$\sigma_E = 20,034$	$\sigma_{E^e} = 20,306$	$\Delta\sigma_E = 1,356$
3	Сумма квадратов отсчетов помехи	$s_E = 401,37$	$s_{E^e} = 414,43$	$\Delta s_E = 3,2529$
для полезного сигнала				
4	Математическое ожидание	$m_X = 100$	$m_{X^e} = 98,624$	$\Delta m_X = 1,3806$
5	Среднее квадратическое отклонение	$\sigma_X = 28,261$	$\sigma_{X^e} = 28,389$	$\Delta\sigma_X = 0,45187$

Таблица 2

i	$R_{EE}(\mu)$	$R_{E^eE^e}(\mu)$	$R_{XX}(\mu)$	$R_{X^eX^e}(\mu)$	$\Delta R_{XX}(\mu), \%$
1	400,37	399,16	806,04	805,94	0,012221
2	14,349	-3,5023	636,02	646,95	1,7185
3	-1,9425	7,2841	369,55	368,41	0,31071
4	1,949	-0,70234	34,446	42,795	24,24
5	4,4734	1,4807	-259,37	-269,11	3,7556
6	-4,0637	0,063977	-414,66	-417,4	0,66021
7	-3,4041	10,26	-405,31	-410,49	1,279
8	4,2152	-11,54	-261,48	-273,79	4,7049
9	-5,5904	8,131	-64,753	-61,016	5,7715
10	-2,0787	-5,0183	100,67	71,644	28,833

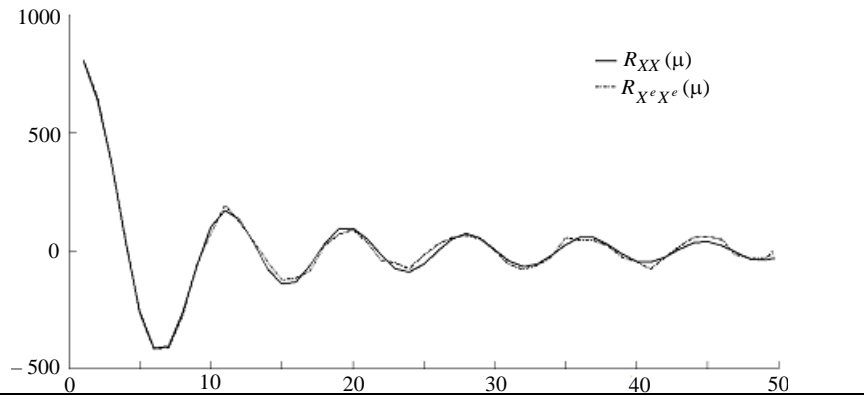


Рис. 1

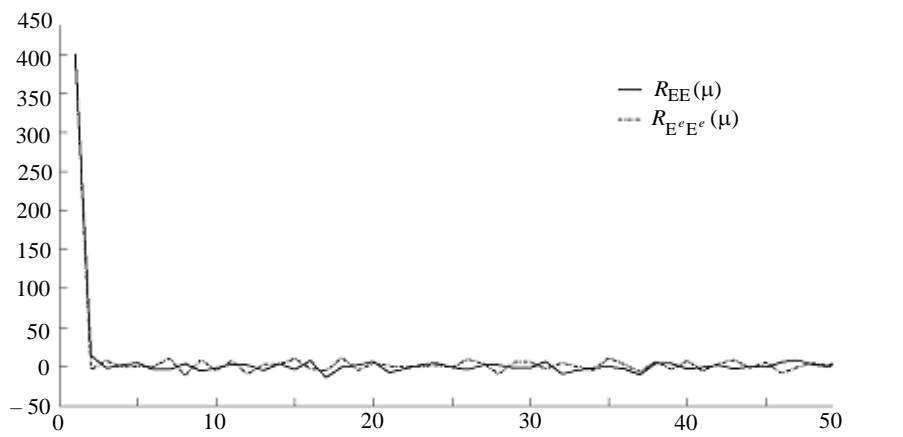


Рис. 2

Проведем сравнительный анализ вычислительных экспериментов. Вычислим величины относительных погрешностей. Их результаты приведены в табл. 1, столбец 5 и табл. 2, столбец 6.

В результате анализа полученных результатов сделаны следующие выводы.

1. Значения оценок средних помехи $E(t)$ и эквивалентной помехи $E^e(t)$, а также полезного сигнала $X(t)$ и эквивалентного полезного сигнала $X^e(t)$ составляют $m_E = 0,066212$, $m_{E^e} = 1,4498$ (табл. 1, строка 1, столбцы 3, 4); $m_X = 100$, $m_{X^e} = 98,624$, $\Delta m_X = 1,3806\%$ (табл. 1, строка 4, столбцы 3–5) и практически совпадают.

2. Значения оценок средних квадратических отклонений сгенерированной помехи $E(t)$ и эквивалентной помехи $E^e(t)$ составляют $\sigma_E = 20,034$, $\sigma_{E^e} = 20,306$, $\Delta\sigma_E = 1,356\%$; а для полезного сигнала $X(t)$ и эквивалентного полезного сигнала $X^e(t)$ будут $\sigma_X = 28,261$, $\sigma_{X^e} = 28,389$, $\Delta\sigma_X = 0,45187\%$. Это означает, что характеристики сгенерированных и эквивалентных полезных сигналов и помех практически совпадают (табл. 1, строки 2, 5, столбцы 3–5).

3. Значение величин сумм квадратов отсчетов сгенерированной помехи $E(t)$ и эквивалентной помехи $E^e(t)$ составляют $s_E = 401,37$; $s_{E^e} = 414,43$, $\Delta s_E = 3,2529\%$, т.е. эти значения практически совпадают (табл. 1, строка 3, столбцы 3–5).

4. Значения оценок автокорреляционных функций сгенерированного полезного сигнала $X(t)$ и эквивалентного полезного сигнала $X^e(i\Delta t)$ практически совпадают (табл. 2, столбцы 4–6; графики функций $R_{XX}(\mu)$, $R_{X^e X^e}(\mu)$ представлены на рис. 1):

$$R_{X^e X^e}(\mu) \approx R_{XX}(\mu),$$

и величины относительных погрешностей колеблются в пределах $0,012\% < \Delta R_{XX}(\mu) < 4,7\%$, исключение составляют точки вблизи нуля.

5. Значения оценок автокорреляционных функций сгенерированной помехи $E(t)$ и эквивалентной помехи $E^e(t)$ практически совпадают (табл. 2, столбцы 2, 3; графики функций $R_{EE}(\mu)$, $R_{E^e E^e}(\mu)$ представлены на рис. 2):

$$R_{E^e E^e}(\mu) \approx R_{EE}(\mu);$$

величина относительной погрешности при $\mu = 0$ составляет $\Delta R_{EE}(0) = 1,356\%$. В остальных точках, как видно из рис. 2, несмотря на фактическое совпадение $R_{E^e E^e}(\mu)$ и $R_{EE}(\mu)$, величина относительной погрешности может варьировать в широких пределах из-за малости абсолютных величин.

6. Оценки взаимно-корреляционных функций между сгенерированными полезным сигналом и помехой и эквивалентными полезным сигналом и помехой практически совпадают:

$$R_{XE}(\mu) \approx R_{X^e E^e}(\mu), \quad R_{EX}(\mu) \approx R_{E^e X^e}(\mu).$$

Второй эксперимент. Смоделирован полезный случайный сигнал $X(t) = 80 \cdot \cos\left(2\pi \frac{(k \cdot 0,5)^{n1}}{T} + \varphi_1\right) + 75 \cdot \sin\left(2\pi \frac{(k \cdot 1,5)^{n2}}{T} + \varphi_2\right) + 150$ в виде возмущенной гармонической дискретной функции с амплитудами и начальными фазами φ_1 , φ_2 , которые имеют равномерное распределение вероятностей, где $k \in [0, K]$, $K = 4800$, показатели степеней $n1 = 1,5$, $n2 = 0,5$; период сигнала $T = 800$; амплитуды задаются в виде $\text{rand}(\text{size}(k))$, $\text{rand}(\text{size}(k))$; начальные фазы φ_1 , φ_2 — в виде $\text{rand}(\text{size}(k)) \cdot \pi/3$, $\text{rand}(\text{size}(k)) \cdot \pi/5$ [3, 4].

Помеха $E(t)$ подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием $m_E \approx 0,2269$ и средним квадратическим отклонением $\sigma_E \approx 30$.

В данном эксперименте также получены результаты, аналогичные первому эксперименту.

Таким образом, результаты множества вычислительных экспериментов подтвердили достоверность и эффективность алгоритмов уменьшения погрешностей результатов корреляционного анализа зашумленных сигналов с помощью эквивалентных отсчетов помех и полезных сигналов.

Заключение

Предложенные технологии позволяют устранить недостатки технологии корреляционного анализа зашумленных сигналов и могут широко и успешно применяться во всех областях, где требуется статистический анализ измерительной информации, например, в системах контроля, диагностики и управления, где применение традиционных алгоритмов и технологий корреляционного анализа

зашумлених сигналів викликають затруднення [10–12]. Ці технології також можуть широко використовуватися в навігаційних системах, радіолокаційних, в сейсмоакустичних системах розвідки корисних копалин, в медицині і т.д. Предложені технології також можуть застосовуватися для корекції погрешностей результатів аналізу експериментальних даних в інформаційно-вимірних і інших вимірних комплексах, і системах, що значно покращить їх метрологічні характеристики.

Т.А. Алієв, Н.Ф. Мусаєва, Н.Е. Рзаєва, А.І. Мамедова

ТЕХНОЛОГІЇ ФОРМУВАННЯ ЕКВІВАЛЕНТНИХ ЗАВАД ЗАШУМЛЕНИХ СИГНАЛІВ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Показано, що в контрольованих об'єктах зашумлені сигнали формуються з корисних сигналів і завад. При цьому виділити заваду з багатого на перешкоди сигналу, як правило, неможливо. Тому оцінки статистичних характеристик зашумлених сигналів, обчислені за традиційними технологіями, містять суттєві похибки. Одночасно роздільна обробка корисного сигналу і завади дозволяє виявити моменти зміни поточного стану технічного об'єкта, а також отримати необхідну діагностичну інформацію, що міститься в характеристиках завад. Тому розроблені алгоритми і технології формування із відліків зашумленого сигналу, відліки корисного сигналу і відліки завади окремо, названі еквівалентними відліками корисного сигналу і еквівалентними відліками завад. Показано, що, незважаючи на різницю в значеннях реальних і еквівалентних відліків, характеристики цих сигналів практично збігаються. Це дозволяє, по-перше, підвищити точність оцінок кореляційних і спектральних характеристик зашумлених сигналів порівняно з оцінками, отриманими за традиційними технологіями. По-друге, ці ж характеристики еквівалентного корисного сигналу і еквівалентної завади, отримані окремо, дозволяють контролювати початок прихованого періоду виникнення несправності досліджуваних об'єктів. Крім того, також з'ясувалося, що оцінки взаємної кореляційної функції між корисним сигналом і завадою є носієм діагностичної інформації. Проведено обчислювальні експерименти. Для цього змодельовано корисний сигнал і заваду з заданими характеристиками, і сформовано зашумлений сигнал. Визначено еквівалентні відліки завади і корисного сигналу. За традиційним алгоритмом обчислено характеристики сформованого корисного сигналу і завади, а також еквівалентного корисного сигналу і еквівалентної завади. Проведено порівняльний аналіз. Для цього визначено величини відносних похибок характеристик сформованих і еквівалентних корисних сигналів і завад. Результати обчислень показали, що характеристики згенерованих корисного сигналу і завади, а також еквівалентних корисного сигналу і завади практично збігаються. Показано, що застосування розроблених алгоритмів і технологій може використовуватися в системах контролю і керування для підвищення точності аналізу зашумлених сигналів, отриманих на виходах датчиків. Крім того, ці технології можуть використовуватися в інформаційно-вимірних та інших вимірних комплексах і системах, що значно поліпшить ефективність їх функціонування.

Ключові слова: сигнал, корисний сигнал, перешкода, зашумлений сигнал, еквівалентні відліки, оцінка, похибка, кореляційна функція, об'єкт, діагностика, ідентифікація.

Т.А. Aliev, N.F. Musaeva, N.E. Rzayeva, A.I. Mamedova

TECHNOLOGIES FOR FORMING EQUIVALENT NOISES OF NOISY SIGNALS AND THEIR USE

It is shown that in controlled objects noisy signals are formed by useful signals and noises. In this case, it is usually impossible to isolate the noise from the noisy signal.

For this reason, the estimates of the statistical characteristics of noisy signals calculated using traditional technologies contain significant errors. At the same time, separate processing of the useful signal and the noise makes it possible to identify moments of change in the current state of a technical object, as well as to extract the necessary diagnostic information contained in the noise characteristics. Therefore, algorithms and technologies are developed for forming, from samples of the noisy signal, samples of the useful signal and samples of the noise separately, which are called equivalent samples of the useful signal and equivalent samples of the noise. It is shown that despite the difference in the values of real and equivalent samples, the characteristics of these signals practically coincide. This allows, firstly, increasing the accuracy of estimates of the correlation and spectral characteristics of noisy signals in comparison with estimates obtained by traditional technologies. Secondly, the same characteristics of the equivalent useful signal and the equivalent noise obtained separately allow controlling the beginning of the latent period of the initiation of malfunctions of objects under investigation. In addition, it is also found that the estimates of the cross-correlation function between the useful signal and the noise contain diagnostic information. Computational experiments are carried out. For this, the useful signal and the noise with set characteristics are modeled, and the noisy signal is generated. Equivalent samples of the noise and the useful signal are determined. The characteristics of the generated useful signal and the noise, as well as the equivalent useful signal and equivalent noise, are calculated by the traditional algorithms. A comparative analysis is carried out. To this end, the relative errors of the characteristics of the generated and equivalent useful signals and noise are determined. The calculation results show that the characteristics of the generated useful signal and interference, as well as the equivalent useful signal and noise practically coincide. It is shown that the developed algorithms and technologies can be used in monitoring and control systems to improve the accuracy of the analysis of noisy signals received at the outputs of the sensors. These technologies can also be used in information measuring and other measuring complexes and systems, which will significantly improve their efficiency.

Keywords: signal, useful signal, noise, noisy signal, equivalent samples, estimate, error, correlation function, object, diagnostics, identification.

1. Aliev T.A. Noise control of the beginning and development dynamics of Accidents. Springer. 2019. P. 201. DOI 10.1007/978-3-030-12512-7.
2. Aliev T.A., Rzayeva N.E. Algorithms for determining spectral characteristics of interference of noisy signals. *Measurement Techniques*. 2018. **61**, N 5. P. 440–446. DOI: 10.1007/s11018-018-1449-7.
3. Aliev T.A., Musaeva N.F., Suleymanova M.T. Algorithms for indicating the beginning of accidents based on the estimate of the density distribution function of the noise of technological parameters. *Automatic Control and Computer Science*. 2018. **52**, N 3. P. 231–242. DOI: 10.3103/S0146411618030021.
4. Aliev T.A., Musaeva N.F., Gazizade B.I. Algorithms for calculating high-order moments of the noise of noisy signals. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2018. **50**, N 6. P. 1–13. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v50.i6.10.
5. Bagatsky V.A., Bagatsky A.V. Degree of conformance of technological process with norm as an indicator of functional safety. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2019. **51**, N 10. P. 70–77. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v51.i10.60.
6. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 2. Статическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 640 с.
7. Bendat J.S., Piersol A.G. Engineering applications of correlation and spectral analysis, 2nd Ed. N.-Y. : Wiley, 1993. DOI.org/10.2514/3.49131.
8. Техническая кибернетика. Кн. 2. Под ред. В.В. Солодовникова М. : Машиностроение, 1967. 368 с.
9. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. 5-е изд., М. : КНОРУС, 2013. 448 с.
10. Алексеев А.А., Кораблев Ю.А., Шестопалов М.Ю. Идентификация и диагностика систем. М. : Академия, 2009. 352 с.
11. Mehdiyeva G.Y., Ibrahimov V.R., Imanova M.N. Some refinement of the notion of symmetry for the Volterra integral equations and the construction of symmetrical methods to solve them. *J. Computational and Appl. Mathematics*. 2016. **306**. P. 1–9. DOI.org/10.1016/j.cam.2016.03.026.
12. Guseynov S.E., Alekseyeva J.V., Andreyev S.A. On one regularizing algorithm for comprehensive diagnosing of apparatus, engines and machinery. *Advanced Materials Res.* 2015. N 1117. P. 254–257. DOI.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.1117.254.

Получено 11.03.2020