

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КОНСТРУКЦИИ С ЖИДКОСТЬЮ НА ОСНОВЕ КОМПЕНСАЦИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ОТКЛИКА ЖИДКОСТИ

Ключевые слова: динамика конструкций с жидкостью со свободной поверхностью, компенсация силового отклика жидкости, импульсное и вибрационное возбуждение.

Введение

Конструкции с жидкостью со свободной поверхностью часто встречаются в современной технике как составляющие компоненты транспортных и энергетических систем, систем транспортировки и хранения различных экологически опасных и технологических жидкостей. При этом относительная масса жидкости может быть значительной, а потому подвижность жидкости существенно влияет на динамику таких систем и управление ими. Особое значение имеет проблема высокоточного управления такими системами при выполнении маневров объектов с жидкостью вблизи других ответственных конструкций, например причаливание кораблей, стыковка–расстыковка космических аппаратов, установка различных баков с жидкостями (дизельное топливо, вода, смазочные масла и т.д.) на АЭС.

Математические модели динамики конструкций с жидкостью относятся к разновидности объектов с внутренними степенями свободы, и в случае высокой относительной массы жидкости существенен учет характера совместного движения составляющих компонентов системы, что традиционно является сложной задачей.

Исследования задач управления движением конструкций с жидкостью проводились в работах [1–11] и др. в рамках линейных малоразмерных моделей. Переход к математическим моделям большей размерности и с учетом нелинейностей затрудняет использование существующих методов решения задач управления движением механических систем [4–7].

В значительной мере сложности в управлении такими объектами обусловлены существенным влиянием подвижности жидкости на квазитвердое движение всего объекта, притом что адекватное моделирование самого этого влияния может быть выполнено только в рамках нелинейной математической модели высокой размерности.

В настоящей работе на базе нелинейной математической модели совместного движения конструкции с жидкостью со свободной поверхностью [12] предложен алгоритм управления, основанный на компенсации силового гидродинамического отклика жидкости (динамической реакции), т.е. задача управления сведена к управлению движением твердого тела, когда управляющее воздействие дополняется силой, компенсирующей силовой отклик жидкости. На основе ряда примеров показана эффективность предложенного подхода.

1. Математическая модель системы

Рассмотрим динамику системы «конструкция–жидкость со свободной поверхностью». Предполагается, что конструкция имеет полость, частично заполненную жидкостью. Резервуар рассматриваем как абсолютно твердое тело, кото-

рое вместе с конструкцией может совершать поступательное и вращательное движение под действием активных внешних сил и моментов, а также при наличии кинематических возмущений. Жидкость принимается идеальной, несжимаемой, однородной, а ее начальное движение полагается безвихревым. Принятие такой модели жидкости обусловлено тем, что в большинстве важных практических задач число Рейнольдса лежит в диапазоне $10^5 \leq \text{Re} \leq 10^6$, при моделировании свойств вязкости это позволяет ограничиться предположениями теории пограничного слоя и применительно к данному классу задач сводится к включению в математическую модель сил обобщенной диссипации, рассчитанных на основе решения вспомогательных задач [8]. В настоящей работе рассматривается случай, когда резервуар представляет собой круговую цилиндрическую область, хотя уже описаны варианты резервуаров в виде тел вращения (сфера, эллипсоид, гиперболоид, параболоид, конус) [13–16]. В дальнейших исследованиях в рамках данной статьи применяется математическая модель [12–21], прошедшая многостороннюю апробацию, включая сравнение с качественными результатами теоретических работ и экспериментов [8–11, 22–29].

Исходная модель системы представляет собой математический объект неоднородной структуры. Жидкость описывается в виде континуальной модели (уравнения в частных производных), а движение конструкции — в форме системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для перехода к математическому объекту однородной структуры применяется метод модальной декомпозиции (вариант метода Канторовича), когда движение свободной поверхности жидкости представляется в виде разложения по формам свободных колебаний (возможность такого представления и полнота выбранной системы функций исследованы в [3])

$$\xi = \sum_n a_n(t) \psi_n(r, \theta).$$

Здесь $\psi_n(r, \theta)$ — формы свободных колебаний жидкости со свободной поверхностью; $a_n(t)$ — амплитуда колебаний свободной поверхности жидкости по n -й форме. Для описания движения жидкости во всем объеме применяется потенциал скоростей Φ

$$\Phi = \varphi_0 + \dot{\vec{\varepsilon}} \cdot \vec{r} + \vec{\omega} \cdot \vec{\Omega},$$

где φ_0 — потенциал скоростей волнового движения жидкости; $\dot{\vec{\varepsilon}} \cdot \vec{r}$ — потенциал скоростей, соответствующий поступательному движению системы, причем $\dot{\vec{\varepsilon}}$ — вектор скорости поступательного движения системы, \vec{r} — радиус-вектор произвольной точки области, занимаемой жидкостью, если за начало отсчета принять центр невозмущенной свободной поверхности жидкости; $\vec{\omega} \cdot \vec{\Omega}$ — составляющая потенциала скоростей, соответствующая вращательному движению резервуара с жидкостью, причем $\vec{\omega}$ — угловая скорость движения резервуара, а $\vec{\Omega}$ — потенциал Стокса–Жуковского. Для скалярного и векторного потенциалов скоростей применяются разложения по собственным формам колебаний задачи

$$\varphi = \sum_n b_n(t) \psi_n(r, \theta) \frac{\text{ch} \kappa_n(z+H)}{\kappa_n \text{sh} \kappa_n H}; \quad \vec{\Omega} = \vec{\Omega}_0 + \sum_n \vec{q}_n(t) \psi_n(r, \theta) \frac{\text{ch} \kappa_n(z+H)}{\kappa_n \text{sh} \kappa_n H}.$$

Здесь $\vec{\Omega}_0$ — линейная часть потенциала Стокса–Жуковского; $b_n(t)$ и $\vec{q}_n(t)$ — амплитудные параметры потенциалов, которые согласно методике [12] выражаются через амплитудные параметры движения свободной поверхности жидкости

ти $a_n(t)$. Возможность описывать движение жидкости только через движение ее границ (параметры движения свободной границы и движения стенок резервуара) определяется теоремой о том, что безвихревое движение идеальной однородной несжимаемой жидкости полностью определяется движением ее границ. Поэтому в качестве независимых приняты амплитудные параметры возбуждения форм колебаний свободной поверхности жидкости a_i (определяют движение свободной поверхности) и параметры поступательного ε_i и вращательного α_i движений несущей конструкции (определяют движение твердых границ области, занимаемой жидкостью). Выбранные параметры полностью характеризуют динамику системы; по ним можно восстановить характеристики движения свободной поверхности жидкости ξ , поле скоростей жидкости, поле давлений, угловую скорость движения резервуара ω_i .

Система уравнений движения строилась на основе формулирования исходной задачи в виде вариационного принципа Гамильтона–Остроградского с применением методов аналитической и нелинейной механики, вариационных методов математической физики [12]. В математическом плане система уравнений движения представляет собой нелинейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, в которой вторые производные неизвестных входят линейно, что создает предпосылки для аналитического приведения рассматриваемой системы уравнений к форме Коши, удобной для последующего численного интегрирования. Система уравнений движения имеет такой вид

$$\begin{aligned}
& \sum_i \ddot{a}_i \left\{ \delta_{ir} + \sum_j a_j A_{rij}^3 + \sum_{j,k} a_j a_k A_{rijk}^4 \right\} + \\
& + \ddot{\varepsilon} \cdot \frac{1}{\alpha_r^v} \left\{ \bar{B}_r^1 + \sum_i a_i \bar{B}_i^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \bar{B}_{ij}^3 + \sum_{i,j,k} a_i a_j a_k \bar{B}_{ijk}^4 \right\} + \\
& + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{s=1}^3 \ddot{\alpha}_s \left\{ \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \alpha_s} \left[E_{pr}^{1*} + \sum_i a_i E_{pri}^{2*} + \sum_{i,j} a_i a_j E_{prij}^{3*} \right] \right\} = \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j C_{ijr}^3 + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k C_{ijk}^4 + \\
& + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p=1}^3 \omega_p \left[\sum_i \dot{a}_i (E_{pir}^{2*} - E_{pri}^{2*}) + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j (E_{pijr}^{3*} + E_{pirj}^{3*} - E_{prij}^{3*} + E_{prji}^{3*}) \right] + \\
& + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p,s=1}^3 \omega_p \omega_s \left[E_{psr}^2 + \sum_i a_i (E_{psir}^3 + E_{psri}^3) \right] + \\
& + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p=1}^3 \omega_p^{(k)} \left[E_{pr}^{1*} + \sum_i a_i E_{pri}^{2*} + \sum_{i,j} a_i a_j E_{prij}^{3*} \right] + \\
& + \dot{\varepsilon} \cdot \left[\sum_i a_i \bar{D}_{ir}^2 + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j \bar{D}_{ijr}^3 + \sum_i \dot{a}_i a_j a_k \bar{D}_{ijk}^4 \right] + \frac{1}{2\alpha_r^v} \dot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \omega_p \left[\bar{F}_{pr}^2 + \right. \\
& \left. + \sum_i a_i (\bar{F}_{pir}^3 + \bar{F}_{pri}^3) + \sum_{i,j} a_i a_j (\bar{F}_{pijr}^4 + \bar{F}_{pirj}^4 + \bar{F}_{prij}^4) \right] + g \frac{N_r}{\alpha_r^v} \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 a_r +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + g \frac{\alpha_r^c}{\alpha_r^v} (\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_3) + \\
& + g \frac{\alpha_r^s}{\alpha_r^v} (\sin \alpha_1 \cos \alpha_3 + \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3); \tag{1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho}{M_F + M_T} \sum_i \ddot{a}_i \left(\bar{B}_i^1 + \sum_j a_j \bar{B}_{ij}^2 + \sum_{j,k} a_j a_k \bar{B}_{ijk}^3 \right) + \ddot{\bar{\epsilon}} + \\
& + \frac{\rho}{M_F + M_T} \sum_{s=1}^3 \ddot{\alpha}_s \left[\sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_s} \left(\bar{F}_p^1 + \sum_i a_i \bar{F}_{pi}^2 + \sum_{i,j} a_j a_k \bar{F}_{pij}^3 \right) \right] = \\
& = \frac{\bar{F}}{M_F + M_T} + \bar{g} + \frac{\rho}{M_F + M_T} \left(\sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j \bar{B}_{ij}^2 + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k \bar{B}_{ijk}^3 \right) - \\
& - \frac{\rho}{M_F + M_T} \sum_{p=1}^3 \omega_p \left(\sum_i \dot{a}_i \bar{F}_{pi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j \bar{F}_{pij}^3 + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i a_j a_k \bar{F}_{pijk}^4 \right) - \\
& - \frac{\rho}{M_F + M_T} \sum_{p=1}^3 \omega_p^{(k)} \left(\bar{F}_p^1 + \sum_i a_i \bar{F}_{pi}^2 \right); \tag{2} \\
& \sum_i \ddot{a}_i \left\{ \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left(E_{pi}^{1*} + \sum_j a_j E_{pij}^{2*} + \sum_{j,k} a_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) \right\} + \\
& + 2 \ddot{\bar{\epsilon}} \cdot \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left[\bar{F}_p^1 + \sum_i a_i \bar{F}_{pi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \bar{F}_{pij}^3 + \sum_i a_i a_j a_k \bar{F}_{pijk}^4 \right] + \\
& + \sum_{n=1}^3 \ddot{\alpha}_n \left[2 \sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \frac{\partial \omega_s}{\partial \dot{\alpha}_n} \left(\frac{1}{\rho} J_{res}^{ps} + A_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) \right] = \\
& = 2 \sum_{p,s=1}^3 \left(\omega_{p,r}^* \omega_s + \omega_p^{(k)} \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \right) \left(\frac{1}{\rho} J_{res}^{ps} + A_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) + \\
& + \sum_{p=1}^3 \omega_{p,r}^* \left(\sum_i \dot{a}_i E_{pi}^{1*} + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{pij}^{2*} + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) + \\
& + 2 \dot{\bar{\epsilon}} \cdot \sum_{p=1}^3 \omega_{p,r}^* \left(\bar{F}_p^1 + \sum_i a_i \bar{F}_{pi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \bar{F}_{pij}^3 \right) + \\
& + 2 \sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \omega_s \left(\sum_i \dot{a}_i E_{psi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{psij}^3 \right) + \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left(\sum_i \dot{a}_i \dot{a}_j E_{pij}^{2*} + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) + \\
& + 2 \dot{\bar{\epsilon}} \cdot \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left(\sum_i \dot{a}_i \bar{F}_{pi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j \bar{F}_{pij}^3 \right) + \frac{2g}{\rho} (M_T h_T + M_F h_F) \frac{\partial}{\partial \alpha_r} (\cos \alpha_1 \cos \alpha_2) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2g \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \left[(\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_3) \left(\sum_i a_i \alpha_i^c + Hl^c \right) + \right. \\
& \left. + (\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 + \sin \alpha_1 \cos \alpha_3) \left(\sum_i a_i \alpha_i^s + Hl^s \right) \right] + \frac{2}{\rho} M_{ex}^r. \quad (3)
\end{aligned}$$

Система уравнений движения условно представлена в виде трех групп связанных уравнений: N уравнений (1) — для определения обобщенных амплитудных параметров движения свободной поверхности жидкости; три уравнения (2) — для определения параметров поступательного движения конструкции; и три уравнения (3) — для определения углового движения конструкции. В целом система содержит $N+6$ уравнений, которые описывают совместное движение нелинейной системы «конструкция–жидкость».

Уравнения движения (1)–(3) содержат коэффициенты (индексные выражения), которые характеризуют динамические связи в системе, инерциальные и статические характеристики конструкции, а также внешние силы и моменты, воздействующие на конструкцию. При этом все эти коэффициенты определяются в квадратурах от форм колебаний свободной поверхности жидкости и линейных потенциалов Стокса–Жуковского [12]. В уравнения также входят механические характеристики жидкости (плотность ρ и общая масса жидкости M_F) и резервуара (масса M_T и момент инерции J_{res}^{ps}), а также местоположение центров масс резервуара и жидкости относительно центра невозмущенной свободной поверхности жидкости.

Систему уравнений движения представим в форме

$$\ddot{\vec{\varepsilon}} = \frac{\vec{F} + \vec{R}}{M_F + M_T} + \vec{g} : \sum_{n=1}^3 \ddot{\alpha}_n \left[\sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \frac{\partial \omega_s}{\partial \dot{\alpha}_n} \left(\frac{1}{\rho} J_{res}^{ps} \right) \right] = \frac{1}{\rho} (M_R^r + M_{ex}^r),$$

где \vec{F} и M_{ex}^r — соответственно внешние сила и момент, действующие на конструкцию, а \vec{R} и M_R^r — главные векторы сил и моментов давления жидкости на стенки конструкции, которые согласно вариационному подходу определяются автоматически как составная часть техники варьирования. Из уравнений движения (1)–(3) можно вывести аналитические выражения для этих параметров силового и моментного взаимодействия жидкости с конструкцией (заметим, что в литературе по динамике конструкций с жидкостью такое силовое взаимодействие определяется обычно путем интегрирования сил давления на стенках резервуара, что значительно сложнее и рассмотрено лишь для частных случаев; здесь же такой результат получаем автоматически как составную часть техники варьирования и для более общего случая)

$$\begin{aligned}
\vec{R} &= \rho \left[\left(\sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j \bar{B}_{ij}^2 + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i \dot{a}_j \dot{a}_k \bar{B}_{ijk}^3 \right) - \sum_i \ddot{a}_i \left(\bar{B}_i^1 + \sum_j a_j \bar{B}_{ij}^2 + \sum_{j,k} a_j a_k \bar{B}_{ijk}^3 \right) \right]; \quad (4) \\
M_R^r &= -\frac{\rho}{2} \sum_i \ddot{a}_i \left\{ \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left(E_{pi}^{1*} + \sum_j a_j E_{p ij}^{2*} + \sum_{j,k} a_j a_k E_{p ijk}^{3*} \right) \right\} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\rho \sum_{n=1}^3 \ddot{\alpha}_n \left[\sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \frac{\partial \omega_s}{\partial \dot{\alpha}_n} \left(A_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) \right] + \\
& + \rho \sum_{p,s=1}^3 \left(\omega_{p,r}^* \omega_s + \omega_p^{(k)} \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \right) \left(A_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) + \\
& + \frac{\rho}{2} \sum_{p=1}^3 \omega_{p,r}^* \left(\sum_i \dot{a}_i E_{pi}^{1*} + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{pij}^{2*} + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) + \\
& + \rho \sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \omega_s \left(\sum_i \dot{a}_i E_{psi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{psij}^3 \right) + \\
& + \frac{\rho}{2} \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left(\sum_i \dot{a}_i \dot{a}_j E_{pij}^{2*} + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k E_{pijk}^{3*} \right). \tag{5}
\end{aligned}$$

Получение этих параметров силового взаимодействия в аналитическом виде позволяет не только количественно оценить силовое воздействие жидкости, но и предложить новые алгоритмы управления конструкциями с жидкостью.

2. Определение управления, обеспечивающего заданное движение конструкции, при импульсном силовом возбуждении движения

Рассмотрим случай поступательного движения конструкции с жидкостью в горизонтальной плоскости. В этом случае движение конструкции полностью задается только одним параметром поступательного движения ε_x . Соответственно, два уравнения, соответствующие движению по направлениям y и z из системы уравнений (2), а также три уравнения системы (3), соответствующие угловому движению конструкции, опускаются. Рассматривается нелинейная модель, учитывающая $N=12$ форм колебаний свободной поверхности жидкости. Численные результаты получены для конструкции в виде вертикально расположенного кругового цилиндрического резервуара радиуса $R=1$ м, с глубиной заполнения $H=1$ м, заполненного водой, масса резервуара принималась как 10 % от массы жидкости (случай существенного влияния подвижности жидкости). Общая схема движения такой системы показана на рис. 1.

В качестве тестовой рассмотрим задачу о разгоне конструкции с жидкостью при действии на нее силы в форме кратковременного импульса силы длительностью $t_{im}=2$ с, а также аналогичную задачу, когда таким же импульсом осуществляется торможение ее движения. При этом описывается два варианта импульсов, имеющих одинаковую длительность и площадь (сообщаемое системе количество движения), — импульс в виде прямоугольного треугольника с вертикальным задним фронтом (рис. 2 — при разгоне и рис. 3 — при торможении) и в виде прямоугольного треугольника с вертикальным передним фронтом (рис. 4 — разгон, рис. 5 — торможение). В случае торможения площадь импульса выбирается равной количеству движения резервуара с жидкостью в момент начала торможе-

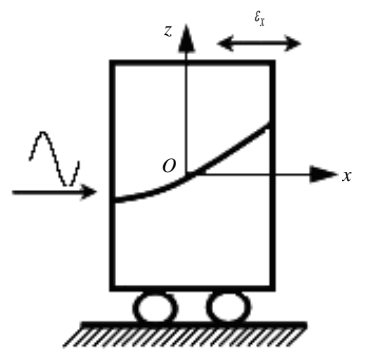


Рис. 1

ния, при этом считается, что резервуар движется равномерно со скоростью $\dot{\epsilon}_x = -2$ 1/с, а волновое движение жидкости в нем отсутствует. На рис. 2–5 представлены графики изменения скорости движения конструкции в направлении x во времени при движении системы с «затвердевшей» жидкостью (штриховая линия), при полном учете подвижности жидкости (сплошная линия), а также при движении системы, когда действие импульса силы сопровождается управлением в виде компенсации силового отклика жидкости на стенки резервуара, определенной согласно формуле (4). Результаты вычислений приведены к безразмерной форме путем отнесения линейных размеров к радиусу резервуара. Заметим, что при этом действие компенсации подвижности жидкости выполняется на всем интервале движения, в отличие от действия кратковременного импульса активной силы. При этом результаты расчетов изменения скорости движения конструкции при управлении с компенсацией силового отклика жидкости полностью совпали со случаем движения системы с «затвердевшей» жидкостью, а при торможении после завершения действия силового импульса резервуар покоится, несмотря на то что жидкость в резервуаре колеблется.

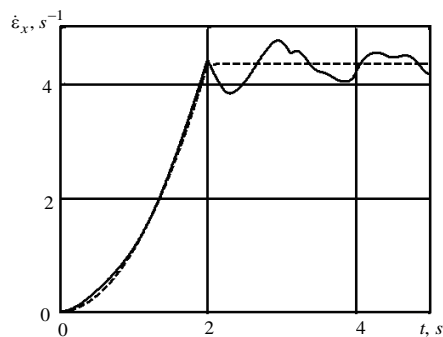


Рис. 2

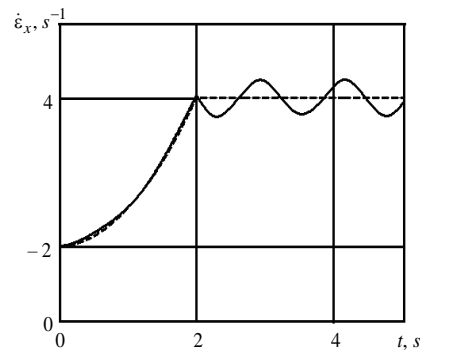


Рис. 3

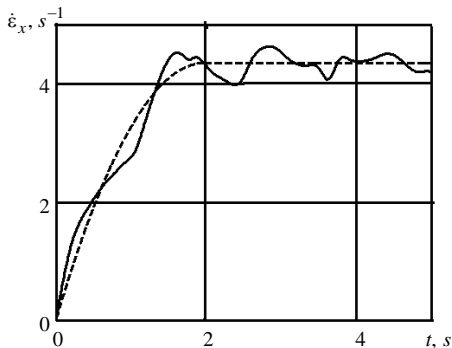


Рис. 4

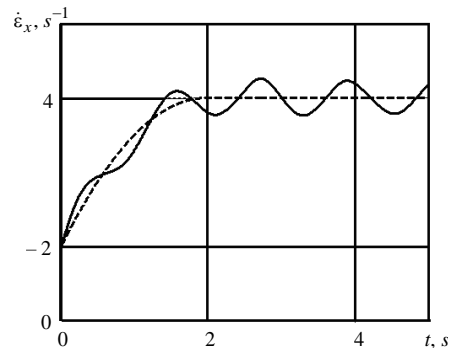


Рис. 5

Как видно из результатов расчетов, при компенсации сил давления жидкости на стенки резервуара конструкция совершает движение, которое с высокой точностью совпадает с движением конструкции с «затвердевшей» жидкостью. Фактически при таком движении с обратной связью в виде компенсации подвижности жидкости удастся повысить точность квазитвердого движения конструкции по заранее требуемой траектории (программное движение).

С точки зрения математической теории управления силовая компенсация подвижности жидкости эквивалентна обратной связи по ускорениям амплитуд форм колебаний жидкости со свободной поверхностью и квадратов скоростей изменения этих амплитуд. При этом весовые коэффициенты этих элементов обратной связи определяются из выражения для силового взаимодействия жидкости со

стенками конструкции (силового отклика жидкости) (4). Предлагаемая схема управления движением не является оптимальной, однако позволит повысить точность реализации программных движений конструкций с жидкостью со свободной поверхностью.

3. Определение управления, обеспечивающего заданное движение конструкции, при вибрационном силовом возбуждении движения

При рассмотрении задач механики систем при вибрационных воздействиях в окрестности резонансов типичным приемом теоретических и экспериментальных исследований является описание поведения системы при заданных перемещениях по гармоническому закону, хотя реально рассматривается движение под действием гармонически изменяющейся во времени силы. Такое предположение игнорирует влияние на движение несущего тела подвижных внутренних элементов (в нашем случае — масс жидкости). Именно такая гипотеза применяется во многих статьях, исследующих поведение жидкости со свободной поверхностью в окрестности главного (первого) резонанса [11, 22–29]. Возникает вопрос: насколько правомерно пользоваться таким предположением и каким должно быть управляющее воздействие на несущую конструкцию, чтобы тело двигалось по гармоническому закону, несмотря на внутреннее движение жидкости.

Для параметров системы, принятых в разд. 2 настоящей статьи, исследуется движение системы под действием гармонической силы с частотой 72,5 % от первой резонансной частоты и амплитудой силы 7,39 % от веса конструкции с жидкостью. Параметры выбраны из соображений попадания волнового движения жидкости в диапазон проявления нелинейных свойств. В начальный момент предполагается, что конструкция с жидкостью находится в состоянии покоя.

На рис. 6 сплошной линией показано, с какой скоростью будет двигаться конструкция, если к стенкам резервуара приложить указанную выше гармоническую силу. Как видно, закон изменения скорости сильно отличается от желаемого гармонического из-за внутреннего волнового движения жидкости. Если дополнить действующую силу управлением, определенным как компенсация силового отклика жидкости, то устанавливается гармонический закон движения конструкции (штриховая линия на рис. 6). Другими словами, желаемый результат достигается с высокой точностью на основе предложенного алгоритма управления.

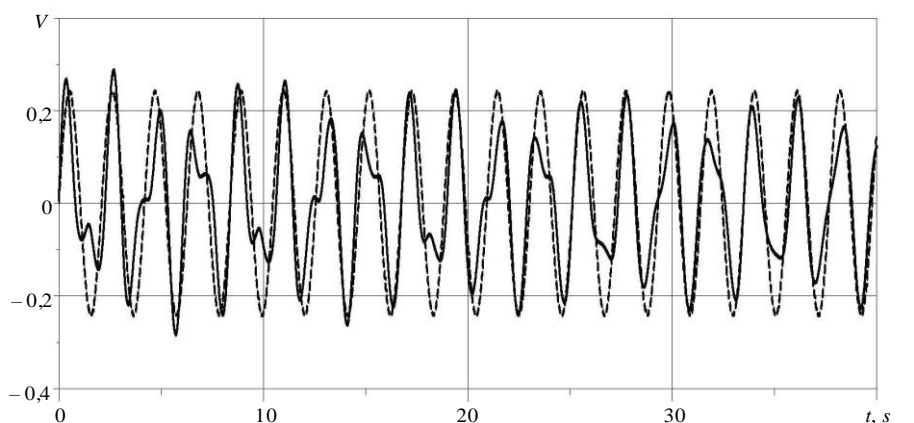


Рис. 6

На рис. 7 показан закон изменения во времени внешней гармонической силы (сплошная линия) и внешней силы, дополненной компенсацией гидродинамического отклика жидкости (штриховая линия). Управляющее воздействие, реализующее движение конструкции по гармоническому закону, существенно отличается от простого гармонического воздействия.

На рис. 8 приведены графики изменения уровня колебаний свободной поверхности жидкости на стенке резервуара для неуправляемого (сплошная линия) и управляемого на основе принципов компенсации гидродинамического отклика жидкости (штриховая линия). Как видно из графиков, амплитуды колебаний жидкости в управляемом режиме превосходят вариант задачи в случае отсутствия управления. Это вызвано тем, что сила, компенсирующая гидродинамический отклик, противоположна направлению движения нарастающей у стенки волны, что, естественно, приводит к ее последующему дополнительному росту. В то же время, если сравнить режимы без компенсации и с компенсацией, то заметим, что в режиме с компенсацией силового отклика жидкости значительно слабее проявляется влияние высших гармоник спектра, что свидетельствует о смягчении протекания переходных процессов.

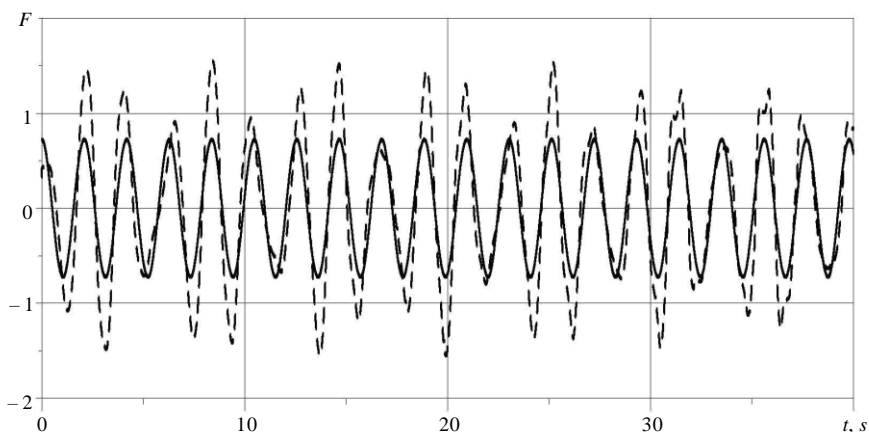


Рис. 7

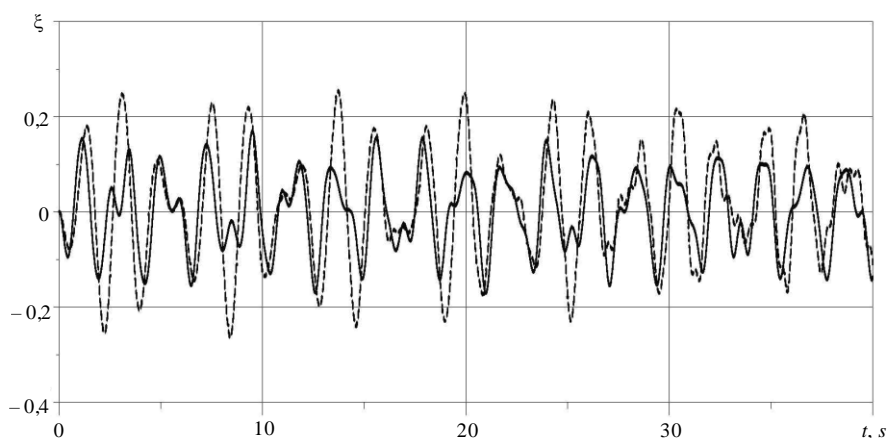


Рис. 8

Заключение

Рассматривается задача о динамике конструкций с жидкостью со свободной поверхностью в режиме движения с проявлением нелинейных свойств взаимодействия резервуаров с жидкостью. Для реализации высокоточного маневрирования предложен алгоритм управления движением конструкций с жидкостью, основанный на компенсации силового взаимодействия жидкости со стенками резервуара. На примере задач импульсного возбуждения движения (разгон и торможение движения резервуара) и задачи о вибрационном возбуждении движения системы показана эффективность такого подхода для построения законов управления движением. Предложенная схема управления фактически представляет собой управ-

ление с обратной связью по ускорениям амплитуд возмущения форм колебаний свободной жидкости, причем с их нормировкой согласно закону формирования силового отклика жидкости (главного вектора сил давлений жидкости на стенки резервуара). Предложенный подход, основанный на аналитических свойствах исходной нелинейной динамической модели совместного движения конструкций с жидкостью, применяется для нелинейной динамической модели высокой размерности, где затруднительно применение традиционных подходов к решению задач управления движением.

О.В. Константинов, В.О. Лимарченко, О.С. Лимарченко

КЕРУВАННЯ РУХОМ КОНСТРУКЦІЇ З РІДИНОЮ НА ОСНОВІ КОМПЕНСАЦІЇ ГІДРОДИНАМІЧНОГО ВІДГУКУ РІДИНИ

Розглядається задача динаміки конструкцій з рідиною з вільною поверхнею в режимі руху з проявом нелінійних властивостей взаємодії резервуарів з рідиною. Метод розв'язання базується на раніше розробленій моделі сумісного руху конструкції з рідиною з вільною поверхнею, яка орієнтована на вивчення перехідних процесів. За допомогою формулювання задачі у формі варіаційного принципу Гамільтона з використанням методу математичної фізики Канторовича, вихідну задачу континуальної механіки зведено до системи звичайних диференціальних рівнянь відносно амплітуд збурень власних форм коливань вільної поверхні рідини і параметрів руху конструкції, яка вважається абсолютно твердим тілом. При використанні цього методу, який протестовано для різних задач нелінійної динаміки, до уваги приймається велика кількість форм коливань. Для реалізації високоточного маневрування запропоновано алгоритм керування рухом конструкцій з рідиною, який ґрунтується на компенсації силової взаємодії рідини зі стінками резервуара (так званого силового відгуку рідини). На прикладі задач імпульсного збудження руху (розгін та гальмування руху резервуара) і задачі про вібраційне збудження руху системи показано ефективність такого підходу для побудови законів керування рухом. Запропонований підхід, що базується на аналітичних властивостях вихідної нелінійної динамічної моделі сумісного руху конструкції з рідиною, використовується для нелінійної динамічної моделі високої розмірності, де застосування традиційних підходів до розв'язання задач керування рухом є важким. Цей підхід може бути використано для покращення керування рухом конструкцій з рідиною в транспортних і енергетичних системах. В той же час результати статті свідчать, що базовий експеримент для вивчення резонансних режимів коливань рідини з вільною поверхнею в резервуарі має бути переглянуто з точки зору забезпечення високої якості реалізації заданого руху несучого тіла за синусоїдальним законом. Одержані результати можуть бути легко поширені на задачі з іншими режимами руху несучого тіла, включаючи випадок кутового руху резервуарів нециліндричної форми.

Ключові слова: динаміка конструкцій з рідиною з вільною поверхнею, компенсація силового відгуку рідини, імпульсне і вібраційне збудження.

A.V. Konstantinov, V.O. Limarchenko, O.S. Limarchenko

MOTION CONTROL FOR STRUCTURE WITH LIQUID BASED ON COMPENSATION OF THE LIQUID HYDRODYNAMIC RESPONSE

The problem of dynamics of structures with a free surface liquid is considered for the mode of motion with manifestation of nonlinear properties of interaction of a reservoir with a liquid. The method of solving is based on the previously

developed model of combined motion of a structure with the free surface liquid aimed at studying of transient processes. Using the formulation of the problem in the form of the Hamilton variational principle and using the Kantorovich method of mathematical physics, we reduce the initial problem of continuum mechanics to a system of ordinary differential equations relative to amplitudes of excitation of normal modes of a liquid free surface and parameters of motion of the structure, considered as the absolutely rigid body. This model was verified on different problems of nonlinear dynamics and takes into account a great number of normal modes of oscillations. For implementation of high-precision maneuvering, we suggest the algorithm of control of motion of structures with liquid, based on compensation of force interaction of liquid with reservoir walls (the so-called liquid response). Efficiency of such approach for construction of motion control laws is shown by the examples of impulsive disturbance (acceleration and braking) and the problem of vibration disturbance of the system motion. The suggested approach is based on analytical properties of the initial nonlinear model of combined motion of the structure with a liquid and is used for nonlinear dynamical model of high dimensionality, where application of traditional approaches to control problems solving is awkward. This approach can be used for perfection of control of structures with liquid with a free surface, used in transport and energy systems. At the same time, the results of this article show that the basic experiment in studying the resonant modes of oscillations of liquid with a free surface in a reservoir should be revised from the point of view of providing good quality of implementation of the prescribed motion of a carrying body according to the sinusoidal law. The obtained results can be easily extended for problems with other modes of motion of the carrying body, including the case of the rotational motion of the reservoir and for reservoirs of non-cylindrical shape.

Keywords: dynamic of structures with free surface liquid, compensation of liquid force response, impulse and vibration disturbance pulsed and vibrational excitations.

1. Абгарян К.А., Рапопорт И.М. Динамика ракет. М. : Машиностроение, 1969. 378 с.
2. Колесников К.С. Динамика ракет. М. : Машиностроение, 1980. 376 с.
3. Моисеев Н.Н., Петров А.А. Численные методы расчета собственных частот колебаний ограниченного объема жидкости. М. : ВЦ АН СССР, 1966. 269 с.
4. Черноушко Ф.Л., Баничук Н.В. Движение твердого тела с полостями, содержащими вязкую жидкость. М. : Наука, 1973. 240 с.
5. Черноушко Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. М. : Физматлит, 2006. 328 с.
6. Формальский А.М. Управление движением неустойчивых объектов. М. : Физматлит, 2013. 232 с.
7. Dickmanns E.D. Dynamic vision for perception and control of motion. London : Springer-Verlag Limited, 2007. 474 p.
8. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика твердого тела с полостями, частично заполненными жидкостью. М. : Машиностроение, 1968. 532 с.
9. Abramson H. (ed.) The dynamic behavior of liquid in moving container. Washington : NASA SP-106, 1966. 467 p.
10. Микишев Г.Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. М. : Машиностроение, 1978. 247 с.
11. Ibrahim R.A. Liquid sloshing dynamics: theory and applications. Cambridge : Cambridge University Press, 2005. 950 p.
12. Лимарченко О.С., Ясинский В.В. Нелинейная динамика конструкций с жидкостью. К. : НТТУ КПИ, 1997. 338 с.
13. Лимарченко О.С., Губська В.В. Задача про вимушені нелінійні коливання резервуару у формі усіченого конуса, частково заповненого рідиною. *Вісник Київського нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка*. 2012. **1**, № 4. С. 73–76.
14. Limarchenko O.S., Semenova I.Yu. Nonlinear wave generation on a fluid in a moving parabolic tank. *International Applied Mechanics*. 2011. **46**, N 8. P. 864–868. <https://doi.org/10.1007/s10778-011-0376-y>
15. Limarchenko O.S. Specific features of application of perturbation techniques in problems of nonlinear oscillations of a liquid with free surface in cavities of noncylindrical shape. *Ukr. Math. Journal*. 2007. 59, N1. P. 45–69. <https://doi.org/10.1007/s11253-007-0004-5>

16. Konstantinov A.V., Limarchenko O.S., Mel'nik V.N., Semenova I.Yu. Generalizing the Faraday problem of the parametric oscillations of a cylindrical tank partially filled with a fluid. *International Applied Mechanics*. 2017. **53**, N 1. P. 59–66. <https://doi.org/10.1007/s10778-017-0790-x>
17. Konstantinov A.V., Limarchenko O.S. Effect of the viscosity and capillarity of fluid on the nonlinear dynamics of a tank partially filled with a fluid. *International Applied Mechanics*. 2017. **53**, N 2. P. 130–138. <https://doi.org/10.1007/s10778-017-0798-2>
18. Limarchenko O., Nefedov A. Resonant modes of the motion of a cylindrical reservoir on a movable pendulum suspension with a free-surface liquid. *Mathematical Modeling and Computing*. 2018. **5**, N 2. P. 178–183. <https://doi.org/10.23939/mmc2018.02.178>
19. Limarchenko O.S., Semenovich K.O. Energy redistribution between the reservoir and liquid with free surface for angular motions of the system. *J. of Mathematical Sciences*. 2017. **222**, N 3. P. 296–303. <https://doi.org/10.1007/s10958-017-3300-0>
20. Limarchenko O.S., Tkachenko R.V. Influence of spring attachment on the dynamics of a fluid filled cylindrical tank on a moving platform. *International Applied Mechanics*. 2014. **50**, N 3. P. 289–294. <https://doi.org/10.1007/s10778-014-0631-0>
21. Konstantinov A.V., Limarchenko O.S., Lukyanchuk V.V., Nefedov A.A. Dynamic methods of damping the oscillation in structure-free-surface fluid system. *International Applied Mechanics*. 2019. **55**, N 1. P. 58–67. <https://doi.org/10.1007/s10778-019-00934-6>
22. Faltinsen O.M., Rognebakke O.M., Timokha A.N. Transient and steady-state amplitudes of resonant three-dimensional sloshing in a square base tank with a finite fluid depth. *Physics of Fluids*. 2006. **1**, N 18. P. 1–14. <https://doi.org/10.1063/1.2160522>
23. La Rocca M., Sciortino G., Adduce C., Boniforti M.A. Experimental and theoretical investigation on the sloshing of a two-liquid system with free surface. *Physics of Fluids*. 2005. **17**, 062101. P. 1–17. <https://doi.org/10.1063/1.1922887>
24. Pal P. Sloshing of liquid in partially filled container — an experimental study. *Int. J. of Recent Trends in Engineering*. 2009. **1**, N 6. P. 1–5.
25. Miles J. Nonlinear surface waves in closed basins. *J. Fluid. Mech.* 1976. **75**, N. 3. P. 419–448. <https://doi.org/10.1017/S002211207600030X>
26. Miles J. Resonantly forced surface waves in a circular cylinder. *J. Fluid Mech.* 1984. **149**. P. 15–31. <https://doi.org/10.1017/S0022112084002512>
27. Lukovsky I.A. Nonlinear dynamics. Mathematical models for rigid bodies with a liquid. Berlin : De Gruyter, 2015. 410 p.
28. Shaoa W., Yanga J., Hu Z., Tao L. Coupled analysis of nonlinear sloshing and ship motions. *Applied Ocean Research*. 2015. **47**. P. 85–97. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2014.04.001>
29. Zhang C., Li Y., Meng Q. Fully nonlinear analysis of second-order sloshing resonance in a three-dimensional tank. *Computers & Fluids*. 2015. **116**. P. 88–104. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2015.04.016>

Получено 02.09.2019
После доработки 26.12.2019