

УДК 528.88:519.2:530.1

М.В. Артюшенко, А.В. Хижняк

**МЕТОДИКА КОНТРОЛЯ ПОЖАРНОЙ
ОПАСНОСТИ НА ТОРФЯНИКАХ
ПО МАТЕРИАЛАМ КОСМИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ**

Ключевые слова: пожар, торфяник, данные дистанционного зондирования, температурные поля, мультифрактальный анализ, пример компьютерных расчетов.

Введение

В статье рассматривается рациональная организация часто повторяющегося информационного процесса обработки и интерпретации информации о геофизических полях, наблюдаемых с космических аппаратов (КА). Алгоритмы и компьютерная программа поддержки методики обеспечивают реализацию информационной технологии, которая учитывает негладкую структуру наблюдаемых полей. Выбор методов моделирования, принятых в методике, обоснован автором в работе [1]. Описан один из примеров валидации методики по материалам космической съемки температурного поля в пойме реки, содержащей залежь торфа. Демонстрируются результаты применения методики и компьютерной программы моделирования состояния температурного поля на торфяниках методами теории статистических фракталов (мультифракталов) [2].

В методике, основанной на статистическом анализе, переменными являются вероятности, за «наблюдаемое состояние» температурного поля принимается пространственное распределение вероятностей. Для экономного описания распределения используются энтропия Реньи, спектр размерностей Реньи [1–4] и функция мультифрактального спектра [2]. Индикатором риска возникновения пожара служат значения меры отклонения наблюдаемого состояния от равновесного, за которое принимается однородное распределение вероятностей.

Торфяные пожары — разновидность подземных ландшафтных пожаров, которые возникают спонтанно как результат самовозгорания или при лесных низовых пожарах. Часто на болотах, которые содержат осушенный слой торфа, пожары происходят по антропогенным причинам. Трудность в определении начальной стадии развития подземных пожаров состоит в том, что подземные экзотермические процессы в залежах торфа проявляются в виде незначительных температурных аномалий на земной поверхности, это не позволяет на ранних стадиях развития пожара непосредственно по данным аэро- или космической съемки определить степень пожарной опасности. Однако статистический анализ структуры пространственного распределения температурного поля по поверхности торфяни-

ка, позволяет выявить аномальное распределение и контролировать пожар на различных стадиях его развития. Для этого в методике используется компьютерная программа статистической мультифрактальной модели температурного поля.

Назначение методики. Методика предназначена для оценки опасности возникновения пожаров на торфяниках, а также для своевременного оповещения пользователя методики о загорании залежей торфа. Степень пожарной опасности оценивается по данным геотермальной космической съемки в инфракрасной области электромагнитного спектра с дальнейшим определением пространственного распределения температуры на торфянике. Методика не требует привлечения экспертов для определения уровня пожарной опасности.

Актуальность проблемы. Торф является ценным полезным ископаемым органического происхождения, которое образовалось в результате биохимических процессов разложения болотной растительности при повышенной влажности и ограниченного доступа кислорода. Биохимические реакции в среде торфа протекают с выделением тепла и являются экзотермическими. По химическому составу торф относится к углеводородному сырью. Сам торф и продукция из него пользуются повышенным спросом на мировом рынке, эта продукция находит применение в энергетике, сельском хозяйстве, медицине, биохимии. В качестве топлива торф используется в трех видах: фрезерный — измельченный торф для сжигания во взвешенном состоянии, полубрикет — кусковой торф малой степени прессования, торфяной брикет — высококалорийный продукт, который может заменять каменный уголь, используемый в тепловых электростанциях. С ростом цен на нефть, газ и уголь рентабельно частичное применение торфа в топливно-энергетическом комплексе Украины. Использование торфа в земледелии, экологии и медицине определяется его следующими ценными свойствами: улучшает структуру грунта, способен аккумулировать влагу, содержит аминокислоты и применяется для изготовления органических удобрений. Высокая влагоемкость и сорбционная способность, антисептические свойства и стойкость к микробиологическому разрушению позволяют использовать торф как эффективный фильтр и абсорбирующий материал при ликвидации экологических аварий различного типа, поскольку он способен впитывать в себя масла, нефть и опасные для окружающей среды химикаты. Из торфа получают различные химические продукты: спирты, уксусную, щавелевую и молочную кислоты, фенол, воск, парафин и прочие продукты. Антисептические свойства торфа находят применение в медицине. Возможность использования торфа с одного месторождения одновременно для сельского хозяйства и промышленности привело к возникновению нового актуального направления — комплексного использования торфа.

Мелиорированные в предыдущие годы для добычи торфа или под сельскохозяйственное производство торфяники Украины выведены сейчас из хозяйственной деятельности, об их пожарной безопасности недостаточно заботятся. Уровень грунтовых вод на таких торфяниках значительно снизился, огромные залежи горючего материала, оказавшись без присмотра, превратились в источник пожаров. Тушение торфа требует больших затрат и далеко не всегда проходит успешно. Известно [5], что сухой торф способен самовозгораться. Однако основным источником загораний являются луговые и лесные низовые пожары, вызванные сельскохозяйственными поджогами с целью убрать прошлогоднюю сухую траву и стерню наиболее простым способом. Когда огонь проникает внутрь торфяного горизонта, его распространение ограничивается только влажностью нижних слоев и малым количеством кислорода, которого в торфяной залежи практически нет. Однако дренажные каналы (результат осушения болот) не только отводят воду из пластов торфа, но и доставляют в его толщу атмосферный кислород. Отличитель-

ной особенностью торфяных пожаров, от других видов ландшафтных пожаров, является длительность горения, которое может продолжаться месяцы, годы и периодически возобновляться. На интенсивность горения торфяников атмосферные осадки влияют только на начальной стадии пожара или при малой мощности залежи торфа, поэтому своевременное оповещение возгораний торфяников чрезвычайно актуально. Такой пожар легко предотвратить на ранней стадии развития, но очень сложно гасить, если очаг горения проник вглубь залежи. Процесс горения может продолжаться и под снежным покровом. Попытки загасить торфяной пожар поливом воды «сверху» часто не имеют успеха, так как водоудерживающая способность торфа очень большая, поэтому требуются очень большие объемы воды, чтобы поднять уровень грунтовых вод и воздействовать на очаг пожара «снизу». Дым из-за торфяных пожаров оказывает вредное влияние на здоровье людей и животных. Продукты неполного сгорания торфа содержат вредные газообразные и дисперсные элементы, среди которых окись углерода, формальдегид.

Программно-аппаратное обеспечение методики

Персональный компьютер, OS Windows версии XP или выше.

Компьютерная программа мультифрактальной модели температурного поля.

Исходные данные методики

Значения температуры земной поверхности, полученные как результат обработки информации с космических аппаратов, например с КА Landsat-8 данные инфракрасного излучения территории (канал 10, TIR1, 10.30-11.30 мкм), являются исходными данными методики и программы мультифрактальной модели.

При геомониторинге из космоса область земной поверхности V после соответствующей обработки данных отображается в кадре \tilde{V} цифрового изображения, образом которого является поле температуры $U = f(x, y)$. Цифровое изображение поля размером $m \times n$, построенное на растре пикселей, задается матрицей K . Значения матрицы $K(i, j)$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, соответствуют квантованным яркостям пикселей в точках $(i, j) \in \tilde{V}$ и значениям температурного поля с площадей, равных проекциям пикселей на область V . Входными данными методики и поддерживающей ее программы служит двумерный цифровой массив значений цифровой функции $K(i, j)$ температурного поля. Формат данных — текстовый.

Расчетные методы

В отличие от геофизических полей спектральных яркостей [6], изучение специфики которых связано со статистикой частотных распределений [7] со специфическими особенностями [8], в рассматриваемой методике пространственное распределение температуры программно определяется следующей последовательностью вычислений. Из наблюдаемой области V , содержащей объект исследования, вырезается квадратный кадр \tilde{V} цифрового изображения температурного поля. Кадр \tilde{V} разбивается на $N(r)$ равных квадратных клеток со стороной клетки $r = r_i$, выраженной в относительных единицах (долях) размера кадра. Этой разбивкой площади клеток r_i^d также нормированы на единицу:

$$\sum_{i=1}^{N(r)} r_i^d = N(r) r^d = 1, \quad (1)$$

где i — номер клетки, d — размерность. Температурное поле объекта представлено на изображении кадра \tilde{V} в квантах градации яркости $k_i(r)$. Для характеристики пространственного распределения яркости во всех клетках кадра также нормируются на единицу:

$$\sum_{i=1}^{N(r)} k_i(r) = K, \quad p_i(r) = \frac{k_i(r)}{K}, \quad p_i(r) > 0, \quad \sum_{i=1}^{N(r)} p_i(r) = 1, \quad (2)$$

где $p_i(r)$ — нормированное значение яркости i -й клетки, K — суммарная яркость кадра, $N(r)$ — суммарное количество клеток в кадре, число которых зависит от их размера r . Задав минимальный размер клетки r , равный линейному размеру квадратного пиксела, можно получить характеристику распределения яркости.

Полный набор $\{p_i(r)\}_{i=1}^{N(r)}$ при минимальном значении r дает описание распределения вероятностей заполнения клеток. Однако такое описание не является экономным, поэтому для характеристики распределения формируется обобщенная статистическая сумма

$$S(q, r) = \sum_{i=1}^{N(r)} p_i^q(r), \quad (3)$$

где q — степенной показатель, $-\infty < q < \infty$, $q \in R$.

Распределение яркостей температурного поля в кадре изображения характеризуется спектром (множеством) размерностей Реньи

$$D_q = \tau(q)/(1-q), \quad (4)$$

где функция $\tau(q)$ находится из соотношений

$$S(q, r) = c(q)r^{-\tau(q)}, \quad \ln S(q, r) = \ln c(q) - \tau(q) \ln r \quad (5)$$

как

$$\tau(q) = - \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln S(q, r)}{\ln r}. \quad (6)$$

Примеры построения графиков функции статистических сумм $S(q, r)$ по распределению температурного поля на торфянике приведены в Приложении (блок 2).

Анализ мультифрактальной структуры температурного поля торфяника предусматривает проверку выполнения следующих условий.

Условие 1. Для каждого значения степенного показателя q имеет место степенная зависимость статистической суммы $S(q, r)$ от размера квадратных клеток r или линейная билогарифмическая зависимость этих величин (5).

Условие 2. Функция размерностей Реньи, определяемая из соотношений (3)–(6), — невозрастающая функция (числовая последовательность), значения которой монотонно убывают или остаются постоянными с ростом степенного показателя q : $D_q \geq D_{q'}$, $q' > q$. Пример построения функции D_q и проверка этого условия приведены в Приложении (блок 2).

В программном модуле методики при определении меры риска используются следующие мультифрактальные свойства структуры поля.

Свойства статистических сумм и размерностей D_q :

а) выбор больших значений $q \gg 1$, $q \rightarrow +\infty$, способствует повышению вклада в $S(q, r)$ клеток с относительно большими значениями p_i , что приводит к уменьшению значений D_q , так как при $q \gg 1$ и $p_i > p_j$ неравенство $p_i^q \gg p_j^q$ усиливается; и правая ветка спектра размерностей Реньи значительно отклоняется от линии равномерного (однородного) распределения в сторону малых значений размерности (графики в Приложении (блок 4));

б) при выборе малых значений $q \ll 1$, $q \rightarrow -\infty$, доминирующий вклад в статистическую сумму $S(q, r)$ вносят клетки с относительно малыми значениями p_i , что приводит к увеличению значений D_q и значительному отклонению левой ветки спектра Реньи от линии однородного распределения в сторону больших значений размерности D_q .

Из свойств статистической суммы и размерностей Реньи следует, что функция D_q может служить индикатором того, насколько неравномерно заполнены клетки изображения поля. Эти свойства используются в методике для детального анализа изменений в структуре нестационарного температурного поля с помощью введения меры δ_R , которая служит индикатором меры риска возникновения торфяного пожара

$$\delta_R = (D_{-\infty} - D_{\infty}) \approx (D_{q_{\min}} - D_{q_{\max}}). \quad (7)$$

Статистический анализ температурного поля предусматривает вычисление мультифрактального спектра (функции мультифрактального спектра $f(\alpha)$), которое выполняется компьютерной программой в соответствии с преобразованиями Лежандра [2, 3]

$$\alpha(q) = -\frac{d}{dq} \tau(q), \quad f(\alpha(q)) = q\alpha(q) + \tau(q), \quad (8)$$

по значениям функции $\tau(q)$, вычисленной из соотношений (5), (6). В преобразованиях (8) значения функции $f(\alpha)$ соответствуют хаусдорфовым размерностям статистических фракталов с показателями Гельдера α , из которых состоит мультифрактал. Функция мультифрактального спектра $f(\alpha)$ позволяет описать негладкое поле в терминах дробных размерностей Хаусдорфа и аналогом дробных производных, которые определяются как показатели сингулярностей Гельдера. Значения функции $f(\alpha)$ соответствуют статистическим фрактальным размерностям отдельных фрагментов мультифрактала. Пара уравнений (8) задает преобразование Лежандра от величин τ и q к величинам $f(\alpha)$ и α . Пример мультифрактального спектра температурного поля приведен в Приложении (блок 3).

Описание примера

Валидация методики проведена с использованием данных наблюдения за температурным полем торфяника, которое определялось по значениям десятого инфракрасного канала сенсора КА Landsat-8. Исследовалась территория торфяника в пойме реки Здвиж (50°44'02", 30°02'50") Бородянского района Киевской области. Съёмки территории проводились 24 мая 2015 года, 18 июля 2015 года, 28 августа 2015 года, 15 октября 2015 года, 10 мая 2016 года. Уровень прогнозной оценки пожарной опасности определялся в автоматизированном режиме с использованием компьютерной программы поддержки

методики и сверялся с полевыми наблюдениями. Последовательность действий, результаты расчета примера, графики и комментарии приведены в Приложении.

Заключение и рекомендации

Валидация методики выполнена по данным космической съемки двух торфяников. В работе [1] автором применены мультифрактальные методы обработки температурного поля при развитии пожарной опасности на торфянике в пойме реки Трубеж (август, октябрь 2015 г.). В данной статье в качестве примера приведен анализ развития пожара в пойме реки Здвиж. На территориях этих торфяников методикой установлено фиксированное на известные даты по аномальным распределениям температуры поверхности резкое развитие пожарной опасности, которое привело к возникновению пожаров. Проведенный анализ температурных данных показывает, что максимальные значения температуры земной поверхности по наблюдениям из космоса не могут служить индикатором наличия и развития торфяного пожара [1]. Это объясняется тем, что торфяной пожар следует классифицировать как подземный [1, 5].

Однако несмотря на незначительные температурные аномалии, наблюдаемые на поверхности, контрастность распределений температур по поверхности торфяника в момент пожара характеризуется повышенной мерой вариабельности спектра размерностей Реньи δ_R , значение которой в несколько раз превосходит фоновое. Это позволяет рекомендовать пользователям методики при построении результирующих графиков меры риска $\delta_R(t)$ проводить для наглядности линию, отражающую границу безопасности на уровне, в 2÷3 раза превышающем фоновое значение, которое обычно можно наблюдать после очередного тушения пожара на контролируемой территории (см. Приложение). Напомним, что однородное распределение температуры по поверхности характеризуется значениями $D_q = const$, что соответствует $\delta_R(t) = 0$. Компьютерная программа поддержки методики позволяет использовать различные виды интерполяции функций $\delta_R(t)$ при построении графиков.

Прогнозировать возникновение пожара нельзя из-за того, что он преимущественно возникает как результат антропогенного поджога или воздействия молнии, но можно наблюдать по космическим снимкам возникновение пожара, а также по изменениям значений меры $\delta_R(t)$ определяется процесс локального разогрева различных участков торфяника за счет естественных экзотермических процессов.

Интенсивность этого разогрева связана с понижением уровня грунтовых вод, которые отводятся через мелиорационные каналы, в результате чего повышается опасность возникновения пожара при поджогах, что и контролируется методикой по изменению значений $\delta_R(t)$. Рекомендуется один раз в 16 суток проводить регулярный мониторинг потенциально опасных торфяников весной, летом и осенью.

На примере пожара на торфянике продемонстрированы возможная реализация описания состояний геосистем и построение на основе статистических фракталов компьютерных моделей, которые могут найти применение в задачах охраны окружающей среды и эффективной организации актуального направления — комплексного использования торфа. Результаты применения методи-

ки для интерпретации данных с КА и компьютерная программа статистической мультифрактальной модели температурного поля хорошо согласуются с полевыми наблюдениями.

Приложение

Статистический анализ негладкого температурного поля выполняется компьютерной программой в следующей последовательности действий.

〈БЛОК 1〉 Предварительная обработка данных температурного поля торфяника.

1.1. Ввод значений температурного поля на анализируемые даты.

1.2. Разбивка кадра на клетки и квантование массива температур, нормировка размеров клеток и температур в соответствии с формулами (1), (2). Для рассматриваемого примера размер исследуемой территории выбран (64×64) пиксела, размер пиксела 30 м.

〈БЛОК 2〉 Расчет спектра размерностей Реньи D_q по соотношениям (3)–(6), проверка соответствия полученных результатов условиям существования мультифрактальной структуры температурного поля, вывод на экран графиков и результатов.

2.1. Вычисление статистических сумм $S(q, r)$ в билогарифмических координатах по формулам (5). На рис. 1 приведены графики зависимости статистических сумм $\ln(S)$ от размера $\ln(r)$ клеток покрытия изображения поля температур торфяника на 24 мая 2015 года для значений степенного показателя $q = (-5, -4, \dots, 4, 5)$, отсчет графиков для значений q сверху вниз.

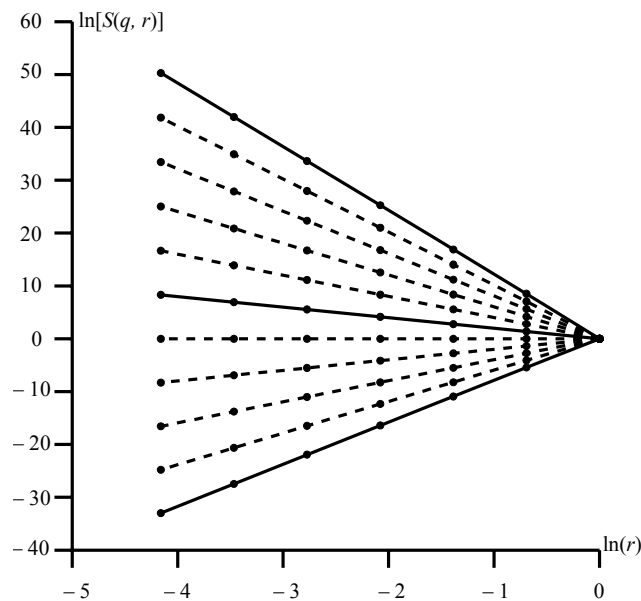


Рис. 1

Графики на рис. 1 иллюстрируют выполнение условия 1 степенной зависимости статистических сумм $S(q, r)$ от размеров клеток r , в билогарифмических координатах имеет место линейная зависимость. Точками на графиках обозначены расчетные значения.

2.2. Вычисление функции $\tau(q)$ в соответствии с выражениями (5), (6) методом наименьших квадратов для различных значений $\ln(r)$. Определение размерностей

Реньи D_q в соответствии с выражением (4), построение графика спектра размерностей D_q (рис. 2) температурного поля торфяника как функции степенного показателя q . На рис. 2 приведен пример графика D_q для значений $q = (-80; -79,5; \dots 79,5; 80)$ температурного поля, которое наблюдалось 24 мая 2015 года.

2.3. Запись результатов вычислений спектров Реньи на разные даты наблюдений в файлы на диск.

БЛОК 3 Вычисление спектра мультифрактальных размерностей.

3.1. Выполнение расчетов в соответствии с преобразованиями Лежандра (8). На рис. 3 приведен график спектра мультифрактальных размерностей (функция $f(\alpha)$) температурного поля торфяника на 24 мая 2015 года. Левая ветка графика мультифрактального спектра $f(\alpha)$ соответствует правой ветке графика спектра размерностей Реньи D_q (рис. 2, 3).

3.2. Запись результатов вычислений мультифрактальных спектров на разные даты наблюдений в файлы на диск.

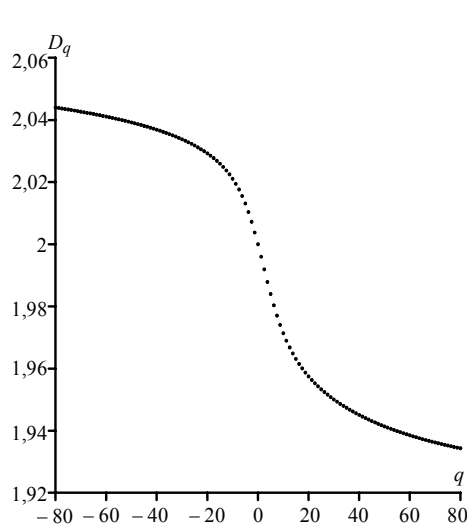


Рис. 2

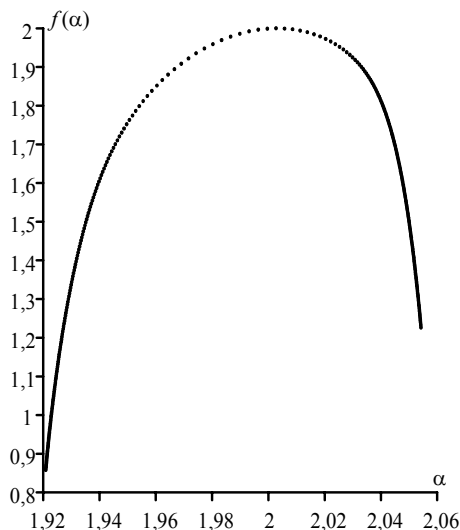


Рис. 3

БЛОК 4 Вычисление меры риска возникновения пожара на торфянике.

4.1. Вычисление вариабельности спектра размерностей Реньи δ на разные даты по формуле (7) при значениях $\delta \approx (D_{-12} - D_{12})$. Значения δ служат мерой риска возникновения пожара на торфянике. Результаты вычислений меры риска δ по номерам наблюдений (1÷5), датам и отсчетам от первого наблюдения в сутках сведены в таблице.

Таблица

№	Дата	Сутки	δ
1	24.05.2015	0	0,0556
2	18.07.2015	55	0,0786
3	28.08.2015	96	0,0604
4	15.10.2015	144	0,2
5	10.05.2016	184	0,0346

4.2. Чтение из файлов (см. п. 2.3) и построение графиков размерностей D_q для наблюдений (1÷5) рассматриваемого примера иллюстрируется на рис. 4 для $-80 \leq q \leq 80$.

4.3. Построение графика динамики меры риска δ как вариабельности спектра размерностей Реньи (рис. 5), δ — величина безразмерная, время t приведено в сутках.

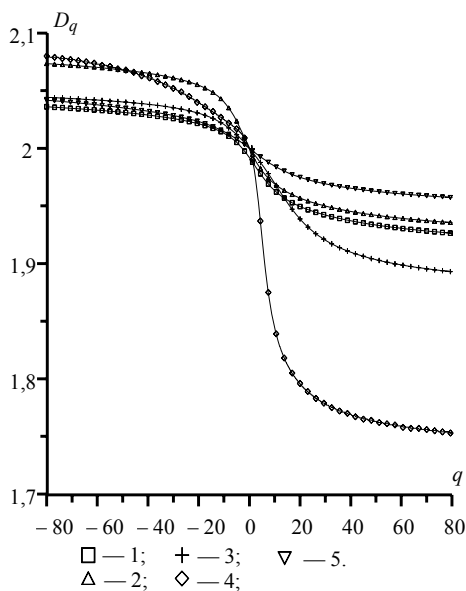


Рис. 4

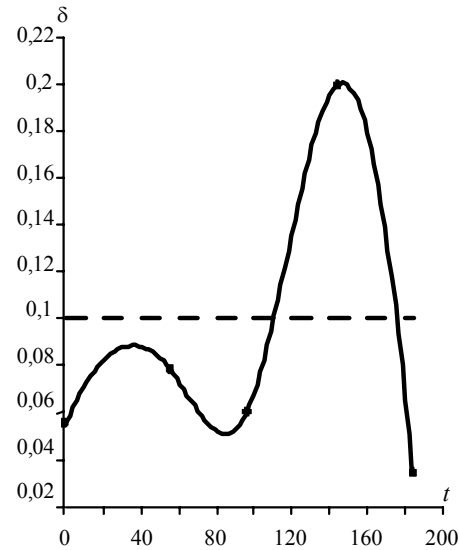


Рис. 5

На рис. 4 и 5 наблюдению № 4 соответствует 144 сутки (см. таблицу). В это время фиксировался пожар на торфянике, который на момент наблюдения № 5 (184 сутки) был потушен. На рис. 5 приведена прямая линия, которая отражает границу безопасности, выше которой возникает риск возникновения пожара, расчетные данные обозначены точками. Для построения графика применена параболическая сплайн-интерполяция.

М.В. Артюшенко, А.В. Хижняк

МЕТОДИКА КОНТРОЛЮ ПОЖЕЖНОЇ НЕБЕЗПЕКИ НА ТОРФОВИЩАХ ЗА МАТЕРІАЛАМИ КОСМІЧНОЇ ЗЙОМКИ

Методика призначена для раннього оповіщення про загоряння торфовищ та для оцінки небезпеки виникнення підземної пожежі за даними нестационарного температурного поля території. Торф'яні пожежі — різновид ландшафтних спонтанних пожеж, що виникають за рахунок самозаймання або при лісовій пожежі, найчастіше за антропогенними причинами, і на болотах, що мають осушений шар торфу. Меліоровані в попередні роки для видобутку торфу або під сільськогосподарське виробництво торфовища України виведені зараз з господарської діяльності, про них ніхто не піклується, такі торфовища періодично горять. На інтенсивність горіння торфовищ атмосферні опади та гасіння поливом води впливають тільки на початковій стадії пожежі. Ця особливість пожежі робить раннє оповіщення про загоряння торфовищ надзвичайно актуальним. Підземна пожежа і підземні екзотермічні процеси в покладах торфу призводять до незначних проявів температурних аномалій на поверхні, що не дозволяє на ранніх

стадіях розвитку пожежі безпосередньо за даними аеро- або космічної зйомки визначити пожежну небезпеку. Однак структура просторового розподілу температурного поля по поверхні торфовища дозволяє виявити аномалії та визначити небезпечну пожежну ситуацію і контролювати її на всіх стадіях розвитку. Для цього використовується статистична мультифрактальна модель температурного поля. Методика підтримується комп'ютерною програмою статистичного мультифрактального аналізу негладкого температурного поля, у Додатку надано результати обчислення прикладу обробки температурного поля торфовища. В моделі введено індикаторну ознаку пожежної небезпеки — міру ризику, що дозволяє контролювати підземну геотермальну обстановку на торфовищі та прогнозувати тренд небезпечного розвитку геотермального процесу.

Ключові слова: пожежа, торфовище, дані дистанційного зондування, температурні поля, мультифрактальний аналіз, приклад комп'ютерних розрахунків ризиків.

M.V. Artiushenko, A.V. Khyzhniak

METHODOLOGY OF FIRE SAFETY MONITORING FOR PEATLANDS BASED ON SATELLITE SURVEY

The method is designed to provide early warning of peatlands fires and to assess the danger of underground fire according to data of the temperature field of the territory from spacecraft. Peatland fires are a type of landscape fires that occur spontaneously, due to spontaneous combustion or during forest fires, and most often by anthropogenic causes in swamps that have a large drained peat layer. In Ukraine, peatlands that were developed in previous years (for the extraction of peat or for agricultural production) and currently withdrawn from economic activity, and nobody cares about them, periodically burn. Precipitations and damping by slight irrigation of water affect the intensity of peat burning only at the initial stage of the fire. This fire feature makes early warning of peatlands fires extremely relevant. Underground fire and underground exothermic processes lead to small manifestations of temperature anomalies on the surface, this does not allow to determine the fire hazard at the early stages of the fire development, directly from the data of an aerial or satellite survey. However, the structure of the spatial distribution of the thermal field over the surface of the peatlands allows revealing anomalies, a dangerous fire situation and controlling the fire at all stages of its development. For this, a statistical multifractal model of the temperature field is used. The method is supported by a computer program for statistical multifractal analysis of a unsmooth temperature field, in the appendix to the article, an example and results of calculations for processing the temperature field of a peat bog are given. An indicator of fire hazard is introduced in the model - a risk measure that allows to monitor the underground geothermal situation in the peatland and predict the trend of the dangerous geothermal process.

Keywords: fire, peatland, remote sensing data, temperature fields, multifractal analysis, example of computer program.

1. Artiushenko M.V. Statistical analysis of the unsmooth geophysical fields by remote sensing data. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2018. **50**, N 6. P. 14–27.
2. Федер Е. Фракталы. М. : Мир, 1991. 254 с.
3. Renyi A. On measures of entropy and information. *Proc. of 4 th Berkeley Symp. on Math. Stat. and Prob. Univ. of Calif. Press*. 1961. 1. P. 547–561.
4. Башкиров А.Г. Энтропия Реньи как статистическая энтропия для сложных систем. *Теоретическая и математическая физика*. 2006. **149**, № 2. С. 299–317.
5. Данилов-Данильян В.И. Причины и уроки торфяных и лесных пожаров 2010 года. *Экология и жизнь*. 2010. № 10. http://elementy.ru/nauchno-populyarnaya_biblioteka/431267.
6. Artiushenko M.V. Identification and interpretation of Power-Law distributions by spectral data of remote sensing. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2018. **50**, N 12. P. 17–33.
7. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Теория распределений. М. : Наука, 1966. 588 с.
8. Newman M. E. J. Power laws, Pareto distributions and Zipf's law. *Journal Contemporary Physics*. 2005. **46**. P. 323–351.

Получено 17.02.2020
После доработки 05.04.2020