

УДК 629.7.05

В.В. Волосов, В.Н. Шевченко

РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЙ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫЙ ФИЛЬТР СОСТОЯНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОСРЕДНЕННЫХ ТЕКУЩИХ ИЗМЕРЕНИЙ НА СКОЛЬЗЯЩЕМ ИНТЕРВАЛЕ

Ключевые слова: дискретная динамическая система, вектор состояния, ограниченные помехи измерения, скользящий интервал, робастный метод эллипсоидального оценивания вектора состояния.

Введение

Математические методы оценивания вектора состояния динамических систем по результатам зашумленных помехами измерений отдельных его компонентов или их линейной комбинации находят широкое применение в управлении объектами различного назначения из сферы высоких технологий — изделиями аэрокосмической отрасли, морского флота и др.

К настоящему времени в оценивании состояния сложилось два направления, отличающиеся способами интерпретации свойств неопределенностей в математической модели объектов управления. Под неопределенностью понимается неоднозначность в характеристиках интенсивности внешних неконтролируемых возмущений и помех измерения, массово-габаритных параметров самих объектов управления.

Исторически первым является направление, использующее вероятностную математическую интерпретацию свойств неопределенностей — помех измерений, внешних и структурно-параметрических возмущений. Развитию и совершенствованию этого направления посвящен практически необозримый перечень работ, основополагающим направлением является алгоритм фильтра Калмана, по видимому, впервые примененный в лунной программе «Аполлон» для решения навигационных задач [1, 2].

Второе направление основано на гарантированном (синонимы теоретико-множественном, минимаксном, игровом) подходе к математической интерпретации свойств неопределенностей, при котором предполагается, что эти свойства полностью определяются множествами возможных значений, заданными в соответствующих пространствах. В качестве таких множеств используются интервалы (интервальные множества), выпуклые многогранники, многомерные эллипсоиды. Основа и развитие этого направления содержатся в работах Н.Н. Красовского и F.C. Schwerpe [3, 4]. Существенный вклад в развитие методов гарантированного оценивания внесли А.Б. Куржанский, Ф.Л. Черноусько, В.М. Кунцевич, М.Л. Лидов, М. Milanese, J.P. Norton, E. Walter и др. [5–12].

© В.В. ВОЛОСОВ, В.Н. ШЕВЧЕНКО, 2020

*Международный научно-технический журнал
«Проблемы управления и информатики», 2020, № 5*

В рамках данного направления интенсивно развиваются методы оценивания и управления, основанные на использовании в качестве информационных (оценивающих) множеств многомерных эллипсоидов. Эти методы находят все более широкое применение для решения теоретических и прикладных задач, и их совокупность получила наименование эллипсоидального исчисления [13, 14].

В работах по гарантированному оцениванию состояния или параметров дискретных систем наряду с предположениями о заданном ограничении на помехи измерения в каждый текущий момент времени рассматриваются случаи, когда задаются свойства их последовательных во времени реализаций [15–18].

В настоящей работе предложен метод эллипсоидального оценивания состояния дискретных динамических систем (ДДС) по результатам измерения выхода, содержащего помеху измерения. Предполагается известным ограничение на сумму возможных реализаций помех на каждом временном интервале заданной длительности дискретного времени $N \geq 1$.

Предлагается также новый алгоритм построения оценивающих эллипсоидов, отличный от ряда известных регуляризованных алгоритмов [19, 20] метода эллипсоидов. Так же, как в [19, 20], он основан на идеях расширения множеств при решении несобственных задач математического программирования [21, 22], но при его использовании может происходить меньшее расширение множеств, т.е. увеличение многомерных объемов оценивающих эллипсоидов.

Как и алгоритмы [19, 20], он сохраняет свойства сходимости при определенных нарушениях априорных предположений и, в частности, предположения о принадлежности вектора состояния начальному эллипсоиду. Поэтому, используя [23], можно сказать, что алгоритм обладает свойством грубости по терминологии Андронова–Понтрягина [24] или робастности по-английски. Кроме того, для определенных классов объектов управления он будет иметь более высокую скорость приближения оценки вектора состояния к его истинному текущему значению.

Постановка задачи

Рассмотрим ДДС вида

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \quad k=0, 1, \dots, \quad (1)$$

$$\tilde{y}_k = \tilde{h}^T x_k + \zeta_k, \quad |\zeta_k| \leq \bar{c}, \quad (2)$$

$$\xi_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \zeta_{k-j}, \quad |\xi_k| \leq c \leq \bar{c}, \quad (3)$$

где вектор состояния $x_k \in R^n$, R^n — n -мерное евклидово пространство; u_k — заданный при всех $k \geq 0$ вектор управления $u_k \in R^m$, $m \leq n$; A и B — заданные матрицы соответствующих размерностей $\det A \neq 0$, $\tilde{h} \in R^n$, N и c — заданные целое число $N \geq 1$ и ограничение на интенсивность помех.

Для формулирования постановки задачи введем в рассмотрение эллипсоиды вида

$$E_k = E[\hat{x}_k, H_k] = \{x \in R^n : \sigma(x, \hat{x}_k, H_k) \leq 1\}, \quad (4)$$

где $\sigma(x, \hat{x}_k, H_k) = (x - \hat{x}_k)^T H_k^{-1} (x - \hat{x}_k)$, \hat{x}_k — центр эллипсоида, положительно определенная $n \times n$ -матрица $H_k = H_k^T \succ 0$.

Априорно предполагается, что при некотором произвольном значении $k \geq N$ задан эллипсоид $E[\hat{x}_k, H_k]$ (т.е. его центр \hat{x}_k и матрица H_k) такой, что для неизвестного вектора состояния имеет место включение $x_k \in E[\hat{x}_k, H_k]$.

Ставится задача: при каждом $k \geq N$ найти эллипсоид $E[\hat{x}_{k+1}, H_{k+1}]$, такой что при $x_k \in E[\hat{x}_k, H_k]$ $x_{k+1} \in E[\hat{x}_{k+1}, H_{k+1}]$.

Решение задачи

Из уравнений (1)–(3) находим

$$\left. \begin{aligned} \varsigma_k &= \tilde{y}_k - \tilde{h}^T x_k, \\ \varsigma_{k-1} &= \tilde{y}_{k-1} - \tilde{h}^T x_{k-1}, \\ \varsigma_{k-2} &= \tilde{y}_{k-2} - \tilde{h}^T x_{k-2}, \\ &\dots\dots\dots \\ \varsigma_{k-(N-1)} &= \tilde{y}_{k-(N-1)} - \tilde{h}^T x_{k-(N-1)} \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

$$\xi_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \varsigma_{k-j} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \tilde{y}_{k-j} - \frac{1}{N} \tilde{h}^T \sum_{j=0}^{N-1} x_{k-j}, \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{k-1} &= A^{-1} x_k - A^{-1} B u_{k-1}, \\ x_{k-2} &= A^{-2} x_k - A^{-2} B u_{k-1} - A^{-1} B u_{k-2}, \\ x_{k-3} &= A^{-3} x_k - A^{-3} B u_{k-1} - A^{-2} B u_{k-2} - A^{-1} B u_{k-3} \\ &\dots\dots\dots \\ x_{k-j} &= A^{-j} x_k - \sum_{s=0}^{j-1} A^{s-j} B u_{k-(s+1)} \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Из уравнений (5)–(7), опуская громоздкие, но несложные преобразования, находим

$$\xi_k = y_k - h^T x_k, \quad (8)$$

где

$$y_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \tilde{y}_{k-j} + \frac{1}{N} \tilde{h}^T \sum_{j=0}^{N-1} \left(\sum_{s=0}^{j-1} A^{s-j} B u_{k-(s+1)} \right), \quad h^T = \frac{1}{N} \tilde{h}^T \sum_{j=0}^{N-1} A^{-j}.$$

С учетом сказанного из априорных предположений $x_k \in E[\hat{x}_k, H_k]$ и $|\xi_k| \leq c$ следует, что текущее значение x_k принадлежит пересечению

$$D_k = E[\hat{x}_k, H_k] \cap S_k, \quad x_k \in D_k, \quad (9)$$

где под S_k понимается множество-полоса

$$S_k = \{x \in R^n : |y_k - h^T x| \leq c\}. \quad (10)$$

Таким образом, задача эллипсоидального оценивания вектора состояния сведена к задаче построения эллипсоидальной аппроксимации пересечения (9) текущего исходного эллипсоида $E[\hat{x}_k, H_k]$ с полосой S_k видов (4) и (10) соответственно.

Прежде чем приступить к решению данной задачи, рассмотрим условия касания эллипсоида вида (4) плоскости

$$S = \{x \in R^n : y - h^T x = 0\}. \quad (11)$$

Эллипсоид (4) касается плоскости (11), если для минимума функции $\sigma(x, \hat{x}, H) = (x - \hat{x})^T H^{-1} (\hat{x} - x)$ при $x \in S$ выполняется соотношение

$$\mu_H = \min_{x \in S} \sigma(x, \hat{x}, H) = 1. \quad (12)$$

Величину μ_H для упрощения дальнейшего изложения будем называть расстоянием в «метрике эллипсоида» от центра эллипсоида \hat{x} до плоскости (11). Воспользовавшись методом неопределенных множителей Лагранжа [25], получим

$$\mu_H = \frac{1}{h^T H h} (y - h^T \hat{x})^2. \quad (13)$$

Пусть $\mu_H > 1$, т.е. эллипсоид вида (4) $E = E[\hat{x}, H]$ не имеет общих точек с плоскостью (11). Рассмотрим два способа построения эллипсоидов-расширений $\tilde{E} = E[\hat{x}, \tilde{H}]$. Под обозначением $\tilde{E} = E[\hat{x}, \tilde{H}]$ понимается эллипсоид вида (4), который касается плоскости (11) $\mu_{\tilde{H}} = 1$ и $E[\hat{x}, H] \subset E[\hat{x}, \tilde{H}]$.

В первом из них, предложенном в [19], матрица эллипсоида $\tilde{E} = E[\hat{x}, \tilde{H}]$ выбирается в виде $\tilde{H} = \bar{H} = \bar{\gamma}H$, где согласно (13) при $\mu_{\bar{H}} = 1$

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{h^T H h} (y - h^T \hat{x})^2. \quad (14)$$

По аналогии с [26], где рассматривались эллипсоиды в пространстве матриц $x \in R^{n \times n}$ при втором способе построения регуляризирующих эллипсоидов-расширений, предлагаем в настоящей статье, матрица \tilde{H} полагается равной

$$\tilde{H} = \hat{H} = H + \gamma P(h), \quad (15)$$

где $P(h) = h(h^T h)^{-1} h^T$ — матрица оператора проектирования на подпространство, порожденное вектором h [27].

С учетом сказанного имеем

$$\gamma = \frac{1}{h^T h} [(y - h^T \hat{x})^2 - h^T H h]. \quad (16)$$

Воспользовавшись аппаратом опорных выпуклых функций [28], нетрудно убедиться, что $E[\hat{x}, H] \subset E[\hat{x}, \hat{H}]$. Действительно, согласно [7, 19] опорные функции этих эллипсоидов имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \delta(l | E[\hat{x}, H]) &= l^T \hat{x} + \sqrt{l^T H l} \quad \forall l \in R^n, \\ \delta(l | E[\hat{x}, \hat{H}]) &= l^T \hat{x} + \sqrt{l^T H l + \gamma l^T P(h) l} \quad \forall l \in R^n \end{aligned} \right\}. \quad (17)$$

Из (17) непосредственно следует, что $\delta(l | E[\hat{x}, H]) \leq \delta(l | E[\hat{x}, \hat{H}])$ при всех $\gamma > 0$, поэтому согласно [28] $E[\hat{x}, H] \subset E[\hat{x}, \hat{H}]$.

Расширяющие эллипсоиды $\bar{E} = E[\hat{x}, \bar{H}]$ и $\hat{E} = E[\hat{x}, \hat{H}]$ при $y = 4$, $h^T = (1, 1)$, $\hat{x}^T = (0, 0)$, $H = I_2$ и $H = \text{diag}\{4, 1\}$ показаны на рис 1 и рис. 2 соответственно. В силу симметрии изображены только их верхние части. В качестве характеристик расширенных эллипсоидов использовались их многомерные объемы, пропорциональные квадратным корням из определителей их матриц [7]. Рис. 1 соот-

ветствуют соотношения $\det \hat{H} < \det \bar{H}$, $\det \hat{H} = 15$ и $\det \bar{H} = 64$. Для случая, изображенного на рис. 2, также имеют место соотношения аналогичного смысла: $\det \hat{H} < \det \bar{H}$, $\det \hat{H} = 31,5$ и $\det \bar{H} = 40,96$.

Переходя непосредственно к задаче построения эллипсоидальной аппроксимации пересечения $E[\hat{x}_k, H_k]$ с полосой S_k , заметим, что метод ее решения предложен в [19]. При этом если из-за нарушения априорных предположений оказывалось, что пересечение (9) эллипсоида с полосой при некоторых значениях дискретного времени было пустым множеством, то выполнялась регуляризация алгоритма в смысле [21, 22]. Выполнялось вышеизложенное «расширение» исходного эллипсоида $E_k = E[\hat{x}_k, H_k]$ его заменой на эллипсоид $\bar{E}_k = E[\hat{x}_k, \bar{H}_k]$, $\bar{H}_k = \bar{\gamma}_k H_k, \bar{\gamma}_k > 1$. Из вида опорных функций (17) при этом следует, что $\delta(l|E[\hat{x}, H]) \leq \delta(l|E[\hat{x}, \bar{H}])$ и поэтому $E[\hat{x}, H] \subset E[\hat{x}, \bar{H}]$. Скалярный множитель $\bar{\gamma}_k = \bar{\gamma}(y_k, \hat{x}_k, H_k) > 1$ выбирался из условия гарантированного выполнения условия $D_k \neq \emptyset, D_k = E[\hat{x}_k, \bar{H}_k] \cap S_k$.

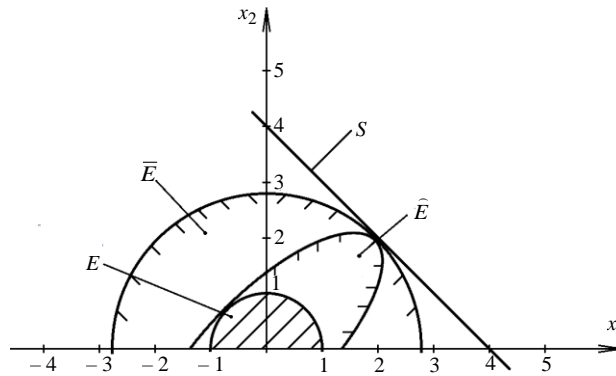


Рис. 1

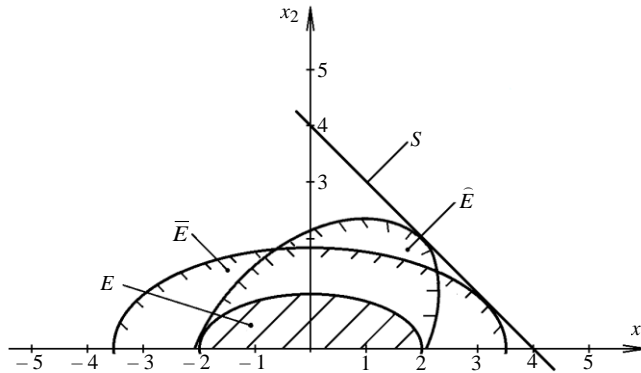


Рис. 2

В [19] для расстояния от центра эллипсоида $E[\hat{x}, H]$ до полосы S_k как минимума функции эллипсоида $\sigma(x, \hat{x}_k, H_k)$ на множестве (10) получено соотношение, которое в используемых здесь обозначениях представим в виде

$$\mu_{H_k}(9) = \begin{cases} 0 & \text{при } |y_k - h^T \hat{x}_k| - c \leq 0, \\ \frac{1}{h^T \bar{H}_k h} (|y_k - h^T \hat{x}_k| - c)^2 & \text{при } |y_k - h^T \hat{x}_k| - c > 0. \end{cases} \quad (18)$$

Выражение (18) для указанного минимума допускает простую геометрическую интерпретацию. Действительно, если центр эллипсоида \hat{x}_k находится внутри полосы S_k , т.е. $|y_k - h^T \hat{x}_k| \leq c$, то $\mu_{H_k}(\vartheta) = 0$. Значениями $\mu_{H_k}(\vartheta)$ при $\vartheta = c$ и $\vartheta = -c$, т.е. $\mu_{H_k}(c)$ и $\mu_{H_k}(-c)$ определяются расстояния в метрике эллипсоида $\sigma(x, \hat{x}_k, \hat{H}_k)$ от его центра \hat{x}_k до ближней и дальней из плоскостей $y_k - h^T x = \pm c$, ограничивающих полосу $|y_k - h^T x| \leq c$. Значение $\mu_{H_k}(0)$ при $|y_k - h^T \hat{x}_k| - c > 0$ соответствует расстоянию от центра \hat{x}_k до срединной плоскости $y_k - h^T x = 0$ (см. (13)). Значение $\mu_{H_k}(c) = 1$ соответствует касанию поверхности эллипсоида и полосы. Если же $\mu_{H_k}(c) > 1$, то поверхность эллипсоида $\sigma(x, \hat{x}_k, \hat{H}_k) = 1$ не имеет общих точек с полосой S_k , т.е. пересечение $D_k = \emptyset$. Заметим, что значение $\mu_{H_k}(0) = 1$ соответствует касанию эллипсоида срединной плоскости.

С учетом сказанного будем искать значения коэффициента (параметра регуляризации) $\gamma_k > 0$ из условия непустого пересечения $D_k \neq \emptyset$ эллипсоида $E[\hat{x}_k, \hat{H}_k]$ и полосы S_k . Предварительно найдем значения $\gamma_k(0)$ и $\gamma_k(-c)$, при которых соответствующие расширенные эллипсоиды будут касаться срединной плоскости $y_k - h^T x = 0$ и ближней из границ $y_k - h^T x = \pm c$ полосы S_k . Для этого, воспользовавшись (15), (18), получим уравнения

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{h^T H_k h + \gamma_k(0) h^T h} (y_k - h^T \hat{x}_k)^2 &= 1, \\ \frac{1}{h^T H_k h + \gamma_k(-c) h^T h} (|y_k - h^T \hat{x}_k| - c)^2 &= 1 \end{aligned} \right\}. \quad (19)$$

Из уравнений (19) непосредственно находим

$$\left. \begin{aligned} \gamma_k(0) &= \frac{1}{h^T h} [(y_k - h^T \hat{x}_k)^2 - h^T H_k h], \\ \gamma_k(-c) &= \frac{1}{h^T h} [(|y_k - h^T \hat{x}_k| - c)^2 - h^T H_k h] \end{aligned} \right\}. \quad (20)$$

Выберем параметр регуляризации $\hat{\gamma}_k$ в виде полусуммы значений из (20):

$$\hat{\gamma}_k = 0,5[\gamma_k(0) + \gamma_k(-c)]. \quad (21)$$

В результате получаем искомым расширенный или регуляризирующий эллипсоид

$$\hat{E}_k = E[\hat{x}_k, \hat{H}_k], \quad \hat{H}_k = H_k + \hat{\gamma}_k P(h). \quad (22)$$

Из приведенных соотношений нетрудно видеть, что полученный эллипсоид будет касаться полосы

$$\underline{S}_k = \{x \in R^n : |y_k - h^T x| \leq \rho c\}, \quad \underline{S}_k \subset S_k. \quad (23)$$

Иными словами, эллипсоид $\hat{E}_k = E[\hat{x}_k, \hat{H}_k]$ будет касаться плоскости $y_k - h^T x = -\rho c$, где значение $0 < \rho < 1$ определяется уравнением

$$\frac{1}{h^T H_k h + \hat{\gamma}_k h^T h} (|y_k - h^T \hat{x}_k| - \rho c)^2 = 1, \quad (24)$$

решение которого имеет вид

$$\rho c = |y_k - h^T \hat{x}_k| - \sqrt{h^T H_k h + \hat{\gamma}_k h^T h}. \quad (25)$$

Для построения эллипсоида $E[\tilde{x}_k, \tilde{H}_k]$, содержащего пересечение $D_k = E[\hat{x}_k, H_k] \cap S_k$ или (при $D_k = \emptyset$) $\hat{D}_k = E[\hat{x}_k, \hat{H}_k] \cap S_k$ и последующего построения оценивающего эллипсоида $E_{k+1} = E[\hat{x}_{k+1}, H_{k+1}]$, такого что $x_{k+1} \in E[\hat{x}_{k+1}, H_{k+1}]$, могут использоваться алгоритмы [19].

Иллюстративный пример

Приведем визуальное сопоставление регуляризирующих эллипсоидов, соответствующих алгоритму из [18] и предлагаемому здесь алгоритму для двумерного пространства $x^T = (x_1, x_2)$.

Пусть эллипсоид $E[H_k, \hat{x}_k]$ и полоса S_k определяются значениями $H_k = \text{diag}\{4, 4\}$, $\hat{x}_k^T = (0, 0)$ и $h^T = (1, 0)$, $y_k = 5$, $c = 1$. При этом исходный эллипсоид представляет собой круг радиуса 2, $x^T H^{-1} x = \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{4} = 1$, а S_k — вертикальную полосу $4 \leq x_1 \leq 6$.

Воспользовавшись формулами (19)–(25), находим $\hat{\gamma}_k = 16,5$, $\hat{H}_k = 4 \text{diag}\{1, 1\} + 16,5 \text{diag}\{1, 0\} = \text{diag}\{20,5, 4\} \approx \text{diag}\{4, 5^2, 2^2\}$, $\rho c \approx 0,48$. Множество $\underline{S}_k \subset S_k$ является вертикальной полосой $|5 - x_1| \leq 0,48$ или в более наглядном виде — $4,52 \leq x_1 \leq 5,48$.

Уравнение полученного расширенного эллипсоида $\hat{E}_k = E[\hat{x}_k, \hat{H}_k]$ имеет вид $(x - \hat{x}_k)^T \hat{H}_k^{-1} (x - \hat{x}_k) = \frac{x_1^2}{4,5^2} + \frac{x_2^2}{2^2} = 1$. Начальный эллипсоид-круг $E_k = E[\hat{x}_k, H_k]$, полоса S_k и построенный по предлагаемому алгоритму расширенный регуляризирующий эллипсоид $\hat{E}_k = E[\hat{x}_k, \hat{H}_k]$ показаны на рис. 3. Там же для сопоставления приведен расширенный эллипсоид $\bar{E}_k = E[\hat{x}_k, \bar{H}_k]$, построенный по алгоритму [19], $\bar{H}_k = \bar{\gamma}_k H_k$. При этом значение параметра $\bar{\gamma}_k \approx 5,06$ определялось из условия, чтобы эллипсоид $E[\hat{x}_k, \bar{H}_k]$ касался полосы \underline{S}_k , а именно из уравнения $(\bar{\gamma}_k h^T H_k h)^{-1} (|y_k - h^T \hat{x}_k| - \rho c)^2 = 1$.

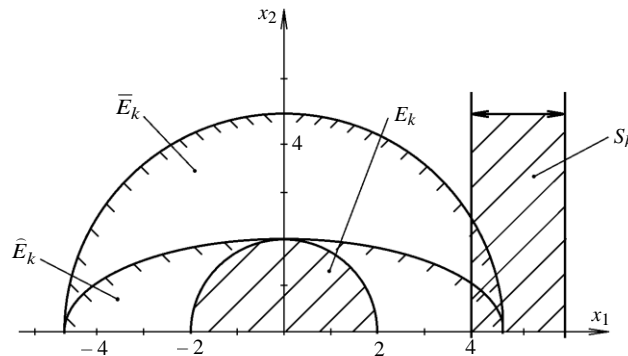


Рис. 3

Объемы многомерных эллипсоидов пропорциональны квадратному корню из определителей их матриц [7]. Как видно из рис. 3, объем (площадь) эллипсоида \hat{E}_k , построенного по предлагаемому алгоритму $v(\hat{E}_k) = \pi\sqrt{\det \hat{H}_k} = 4,5 \times 2\pi = 9\pi$, существенно меньше объема $v(\bar{E}_k) = \pi\sqrt{\det \bar{H}_k} = 4,5 \times 4,5\pi = 20,25\pi$ эллипсоида \bar{E}_k .

Заключение

В данной работе приведен новый алгоритм эллипсоидального исчисления для рекуррентного оценивания текущего вектора состояния ДДС со скалярным выходом. Предполагается, что выход системы измеряется с аддитивными ограниченными помехами известной интенсивности. Под интенсивностью помех понимается их среднее арифметическое значение на каждом временном интервале заданной величины. Априорно предполагаются известными интенсивность помех и параметры начального эллипсоида, которому принадлежит вектор состояния ДДС.

Как и в дискретном фильтре Калмана, получение эллипсоидальных оценок заключается в последовательном выполнении операций «прогноз–коррекция». Текущее оценивание состояния выполняется в дискретном времени алгоритмом операции внешней эллипсоидальной аппроксимации пересечения двух множеств: прогнозного множества (ПМ) и корректирующего множества (КМ), т.е. множества, совместимого с результатами измерения. ПМ строятся с использованием моделируемой динамики объекта (его математической модели) и в рассматриваемой задаче являются эллипсоидами. КМ представляет собой полосу, ограниченную двумя параллельными гиперплоскостями. Ее ширина в известных работах определяется априорной информацией об интенсивности помех измерения в каждый момент дискретного времени. Элементом новизны приведенного алгоритма является то, что в нем в явном виде при построении КМ учитывается также предыстория текущего измерения на заданном интервале. При знакопеременных помехах, что обычно имеет место в реальных системах, это позволяет уменьшить меру неопределенности КМ, а именно, ширину полосы.

В реальных условиях вследствие нарушения вышеупомянутых априорных предположений, может иметь место случай, когда ПМ и КМ не пересекаются. При этом, как и в существующих алгоритмах, происходит их регуляризация путем расширения ПМ до получения непустого пересечения с КМ. Результаты моделирования свидетельствуют, что регуляризованные алгоритмы нечувствительны к нарушению априорного предположения о принадлежности вектора состояния начальному эллипсоиду (см., например, [29] и др.). Вследствие расширения в процессе работы алгоритма осуществляется попадание текущего вектора состояния во внутренность оценивающих эллипсоидов. Новизна состоит в том, что в приведенном способе получается расширенное множество меньшего многомерного объема по сравнению с известными.

В.В. Волосов, В.М. Шевченко

РЕГУЛЯРИЗОВАННИЙ ЕЛІПСОЇДАЛЬНИЙ ФІЛЬТР СТАНУ ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ З ВИКОРИСТАННЯМ УСЕРЕДНЕНИХ ПОТОЧНИХ ВИМІРІВ НА КОВЗНОМУ ІНТЕРВАЛІ

Запропоновано новий робастний метод еліпсоїдального оцінювання поточного вектора стану дискретних динамічних систем за вимірюванням їх скалярних виходів з адитивними обмеженими завадами відомої інтенсивності. На

відміну від відомих методів еліпсоїдального оцінювання в ньому використовуються гарантовані обмеження не на інтенсивність можливих поточних миттєвих реалізацій завад, а обмеження на їхнє середнє арифметичне значення на кожному поточному часовому інтервалі заданої тривалості. Для випадку знакових завад метод дозволяє одержувати більш точні оцінки вектора стану системи, тому що у ньому, на відміну від існуючих методів у явному виді, враховується передісторія реалізацій завад і відповідних вимірювань на даному інтервалі. Крім того, пропонується новий алгоритм регуляризації для побудови перетину поточного еліпсоїда із множиною станів, сумісних з результатом вимірів. Це додатково сприяє побудові еліпсоїдальних оцінок вектора стану меншого багатомірного об'єму.

Ключові слова: дискретна динамічна система, вектор стану, обмежені завади вимірювань, ковзний інтервал, робастний метод еліпсоїдального оцінювання вектора стану.

V.V. Volosov, V.N. Shevchenko

REGULARIZED ELLIPSOIDAL FILTER FOR THE STATE OF DISCRETE DYNAMICAL SYSTEMS USING AVERAGED CURRENT MEASUREMENTS AT A SLIDING INTERVAL

A new robust method is proposed for the ellipsoidal estimation of the current state vector of discrete dynamical systems by measuring their scalar outputs with additive limited interference of known intensity. Unlike the well-known methods of ellipsoidal estimation, it uses guaranteed restrictions not on the intensity of possible current instantaneous implementations of interference, but restrictions on their arithmetic mean value at each current time interval of a given duration. For the case of alternating interference, the method allows one to obtain more accurate estimates of the state vector of the system, since in it, unlike the existing methods, it is explicitly taken into account the prehistory of the interference and the corresponding measurements in this interval. In addition, a new regularization algorithm is proposed for constructing the intersection of the current ellipsoid with many states compatible with the measurement result. This additionally contributes to the construction of ellipsoidal estimates of the state vector of a smaller multidimensional volume.

Keywords: discrete dynamic system, state vector, bounded measurement errors, moving interval, robust method of ellipsoidal estimation of the state vector.

1. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problem. *Trans. ASME. Ser. D.* 1960. **82**, N 1. P. 33–45.
2. Schmidt S.F. The Kalman filter: its recognition and development for aerospace applications. *Journal of Guidance and Control.* 1981. **4**, N 1. P. 4–7.
3. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М. : Наука, 1968. 475 с.
4. Schweppe F.C. Recursive state estimation: unknown but bounded error and system inputs. *IEEE Trans. Automat. Control.* 1968. AC-13, N 1. P. 22–28.
5. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М. : Наука, 1977. 392 с.
6. Kurzhanski A., Varaiya P. Ellipsoidal techniques for reachability analysis. *Hybrid systems; computation and control.* 1970. Berlin : Springer, 1999. 321 p.
7. Черноусько Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. М. : Наука, 1988. 320 с.
8. Кунцевич В.М., Лычак М.М. Синтез оптимальных и адаптивных систем управления. Игровой подход. Киев : Наук. думка, 1985. 286 с.
9. Kuntzevich V.M., Lychak M.M. Guaranteed estimates, adaptation and robustness in control systems. Berlin e.a.: Springer-Verlag. 1992. 207 p.
10. Лидов М.Л., Бахшиян Б.Ц., Матасов А.И. Об одном направлении в проблеме гарантирующего оценивания. *Космические исследования.* 1991. **29**, № 5. С. 659–684.

11. Лидов М.Л. К задачам гарантирующего оценивания. *Космические исследования*. 1991. **29**, № 6. С. 803–814.
12. Bounding approaches to system identification (Ed. by Mario Milanese, John Norton, Helene Piet-Lahanier, Eric Walter). New York : Plenum Press. 1996. 565 p.
13. Kurzhanski A.B., Valyi I. Ellipsoidal calculus for estimation and control. Boston : Birkhauser, 1997.
14. Куржанский А.Б. О задачах синтеза управлений по реально доступной информации. *Вестн. Моск. ун-та*. Сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2005. Спец. выпуск. С. 113–122.
15. Кунцевич В.М. Гарантированные результаты в задачах параметрической идентификации и оценивания вектора состояния (фильтрации) при медленно изменяющихся ограниченных помехах измерений. *Проблемы управления и информатики*. 2006. № 4. С. 50–57.
16. Волосов В.В., Шевченко В.Н. Робастные методы эллипсоидального оценивания состояния динамических систем при ограничениях на помехи измерения их выхода и скорость их изменения. *Проблемы управления и информатики*. 2008. № 5. С. 85–93.
17. Зельк Я.И., Лычак М.М., Шевченко В.Н. Моделирование и идентификация объектов управления с применением Interval-Set Analysis Matlab Toolbox. *Проблемы управления и информатики*. 2003. № 2. С. 42–57.
18. Gubarev V.F., Shevchenko V.N., Gummel A.V. State estimation for systems subjected to bounded uncertainty using moving horizon approach. *Prep. of the 15th IFAC Symposium on system identification*. Saint-Malo (France), 6–8 July. 2009. P. 910–915.
19. Волосов В.В., Тютюнник Л.И. Разработка и исследование робастных алгоритмов гарантированного эллипсоидального оценивания состояния многомерных линейных дискретных динамических систем. Часть 1, 2. *Проблемы управления и информатики*. Часть 1. 1997. № 4. С. 31–43. Часть 2. № 6. С. 52–65.
20. Сальников Н.Н. Об одной модификации алгоритма оценивания параметров линейной регрессии с помощью эллипсоидов. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2012. № 2. С. 65–81.
21. Антипин А.С., Васильев Ф.П. Методы регуляризации для решения задачи равновесного программирования с неточными входными данными, основанные на расширении множества. *Журн. вычислительная математика и матем. физика*. 2002. **42**, № 8. С. 1158–1165.
22. Еремин И.И., Мазуров В.Д., Астафьев Н.Н. Несобственные задачи линейного и выпуклого программирования. М. : Наука, 2007. 440 с.
23. Неймарк Ю.И. Динамическая система как основная модель современной науки. *Автоматика и телемеханика*. 1999. № 3. С. 196–201.
24. Андронов А.А., Понтрягин Л.С. Грубые системы. *Докл. АН СССР*. 1937. **14**, № 5. С. 247–250.
25. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М. : Наука, 1980. 520 с.
26. Волосов В.В., Одинцова Е.А., Храмов С.А. Алгоритмы эллипсоидального оценивания матрицы параметров линейного дискретного динамического объекта управления. *Проблемы управления и информатики*. 1995. № 1. С. 63–77.
27. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М. : Наука, 1967. 575 с.
28. Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. М. : Мир, 1972. 470 с.
29. Волосов В.В., Куценко И.А., Селиванов Ю.А. Разработка и исследование робастных алгоритмов эллипсоидального оценивания инерционных характеристик космического аппарата, управляемого силовыми гироскопами. *Проблемы управления и информатики*. 2005. № 4. С. 124–139.

Получено 24.04.2020