

ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЙ И УПРАВЛЕНИЯ

УДК 519.85

В.В. Комяк, В.М. Комяк, К.Т. Кязимов, А.В. Панкратов, А.Н. Данилин

ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ЗАПОЛНЯЕМОСТИ ЛЮДЬМИ МОБИЛЬНЫХ СРЕДСТВ ПРИ АВАРИЙНОЙ ЭВАКУАЦИИ ИЗ ЗДАНИЙ

Ключевые слова: геометрический объект, геометрическая информация, размещение, конфигурационное пространство, обобщенные переменные, математическая модель, оптимизация.

Введение

Синтез сложных систем, как правило, требует учета их пространственной формы, метрических характеристик, а также ограничений на их размещение. В общем случае синтез оптимальных конфигураций [1, 2] сложных систем связан с задачами оптимизации размещения, компоновки, покрытия, разбиения пространственных объектов заданной формы. Это направление исследований относится к теории геометрического проектирования, основы которого заложены в [3], и связано с математическим моделированием геометрических объектов и их взаимных отношений [4–10].

Геометрическое проектирование имеет широкий спектр научных и практических применений. Одним из важных практических подходов к исследованию этого направления является организация управляемой эвакуации людей из мест развития чрезвычайных ситуаций (ЧС), в том числе из зданий, за необходимое время, рассчитываемое исходя из их объемно-планировочных решений. Для этого разрабатываются научно-обоснованные планы эвакуации людей, включающие всевозможные сценарии эвакуации из зданий, состоящие из моделирования движения людских потоков по коридорам, лестницам, с помощью лифтов, индивидуальных средств аварийной эвакуации и, наконец, если перечисленные выше средства перекрыты, из укрытия людей в специально-защищенных помещениях от опасных факторов ЧС. При моделировании свободного движения потоков людей в качестве модели человека используются эллипсы [11, 12]. Однако когда категория движения меняется и переходит в активную зону, плотность потока увеличивается. В связи с этим рассматривают моделирование перемещения людей с учетом природных деформаций тела человека [13].

В [13] тело человека представляется трехкомпонентной моделью с ограничениями, обеспечивающими условия склейки компонент модели в единый сложный объект, и рассматривается подвижность тела в виде ограничений на соотношение углов поворота, вытекающих из физических ограничений на взаимное положение частей тела. В качестве примера рассматривают горизонтальные и вертикальные вращения плечевого сустава. Исходя из вышесказанного трехкомпонентная модель человека представляется сложным объектом в результате объединения трех

© В.В. КОМЯК, В.М. КОМЯК, К.Т. КЯЗИМОВ, А.В. ПАНКРАТОВ, А.Н. ДАНИЛИН, 2021

нежестко связанных эллипсов, один из которых (основной) осуществляет непрерывные трансляции и обороты, а два вспомогательных непрерывно вращаются в допустимых пределах (по отношению к углу поворота основного) относительно точек «склейки».

Следует отметить, что в каждый фиксированный момент времени при моделировании движения потока людей наблюдается конфигурация размещения объектов с ограничениями, основные из которых — условия их взаимных непересечений и размещения в области перемещений, а также может быть ряд дополнительных технологических ограничений [12].

В данной работе рассматривается задача плотного заполнения сложными объектами мобильных средств, которая возникает при аварийной эвакуации людей. Как сказано выше, такой объект может быть моделью человека, когда он использует силовые действия для перемещения путем поворота как всего тела, так и его частей, тем самым меняя свою пространственную форму. Эта модель может использоваться как при моделировании активного движения людей в потоке, так и для максимальной оценки количества людей в помещениях, в мобильных средствах эвакуации либо для получения оценки локальной плотности потока.

Рассматриваемая в работе задача относится к классу NP-сложных, так как задачи оптимального размещения эллипсов NP-сложные [14]. Для решения задач такого класса используются, как правило, эвристические алгоритмы. Разработка эффективных алгоритмов, основанных на применении методов локальной и глобальной оптимизации, требует построения адекватных математических моделей, основанных на аналитическом описании отношений рассматриваемых объектов с учетом их непрерывных трансляций и вращений.

Анализ последних исследований и публикаций

Верхняя оценка плотности упаковки эллипсов в контейнер получена в [14]. В работах [15, 16] для решения задач данного класса применяется метод дискретного элемента. Однако данный метод достаточно ресурсоемкий, что ограничивает размерность пространства решения и количество используемых частиц. Математическая модель упаковки двух эллипсов исследуется в [17]. Эффективный численный алгоритм для определения факта пересечения эллипсов приводится в [18], там же исследуется влияние размеров эллипсов на плотность упаковки.

В [19] предлагается метод решения задачи упаковки эллипсов, допускающих вращения, с использованием современных NLP-решателей (solvers), доступных в GAMS. В настоящей статье приводится достаточно полный обзор литературы, посвященный задачам упаковки эллипсов. Для аналитического описания условий непересечения неориентированных эллипсов авторы используют идею разделяющей прямой, предложенную в [20] для моделирования отношений кругов и выпуклых многоугольников.

Задача оптимальной упаковки эллипсов, допускающих непрерывные вращения, рассмотрена в [21, 22]. Для аналитического описания основных ограничений размещения используются псевдонормализованные квази- ϕ -функции [23, 24]. В этих работах строится математическая модель в виде задачи нелинейного программирования. В [22] авторы смогли улучшить результаты по времени и значению функции цели для многих тестовых примеров, приведенных в [19].

В фундаментальном исследовании [25] рассмотрены вопросы упаковки как эллипсов, так и эллипсоидов в различных выпуклых областях. При моделировании условий непересечения объектов исследуется два подхода: первый основан на идее разделяющей прямой (плоскости) из [19], а второй [26] — на использовании аффинных преобразований пространства R^n , $n = 2, 3$. Генерация «хороших» стар-

товых точек и применение солвера Algecan [27] для решения задач нелинейного программирования позволили авторам [25] улучшить большинство результатов работы [19].

Однако запись в аналитическом виде условий непересечения каждой пары эллипсов в перечисленных работах довольно громоздка и/или осуществляется с помощью системы нелинейных неравенств. В [28] получено достаточно простое выражение для аналитического описания отношений между эллипсами (непересечения и расположения на минимально допустимом расстоянии) с использованием предложенной новой квази- ϕ -функции.

В рассматриваемой работе предложен подход, основанный на математическом моделировании отношений между эллипсами [11, 28] и построении ϕ -функций для сложных объектов [29], представленных в виде объединения эллипсов с заданной системой ограничений. Данный подход позволил получить аналитическое выражение для описания условий непересечения сложных объектов с изменяющейся пространственной формой и представить задачу их оптимального размещения в виде задачи нелинейного программирования для получения локально-оптимальных решений задачи.

Цель публикации — разработка подхода к оценке заполняемости людьми мобильных средств для эвакуации из зданий.

Постановка задачи и ее решение

Необходимо разместить в мобильное средство (область) согласно заданной последовательности его заполнения максимальное количество людей (сложных объектов) из заданного набора при выполнении условий их непересечения, размещения в нем и технологических ограничений.

Подход к решению задачи включает:

- формирование пространственной конфигурации размещения сложных геометрических объектов;
- построение модели человеческого тела, учитывающей его природные деформации;
- построение математической модели задачи, разработка метода решения исходя из ее особенностей.

Формирование пространственной конфигурации размещения сложных геометрических объектов. Как сказано выше, сформулированная задача относится к классу задач геометрического проектирования [3] и заключается в отображении w некоторого исходного множества Σ элементов произвольной природы в абстрактное множество Ω соответствующей структуры при выполнении заданного набора ограничений Λ , $w: \Sigma \rightarrow \Omega$ [1]. Такое отображение называется конфигурацией и осуществляется в конфигурационном пространстве [1]. Рассмотрим эти понятия для сформулируемой задачи.

Конфигурационное пространство геометрических объектов базируется на формализации понятия геометрической информации. Геометрическая информация $g = (\{s\}, \{\mu\}, \{u\})$ об эллипсе E включает в себя пространственную форму $\{s\}$, его метрические характеристики $\{a, b\}$ (a, b — полуоси эллипса) и параметры размещения $\{u\}$. Будем задавать пространственную форму $\{s\}$ геометрического объекта уравнением его границы в виде $f(\xi, \mu) = 0$, где $\xi = (x, y) \in R^2$, а $\mu = (a, b)$ — константы, характеризующие его метрические свойства, назовем их параметрами пространственной формы объекта s .

Свяжем с объектом E собственную систему координат, начало которой — полюс объекта. При аффинных преобразованиях движение объекта изменяет по-

положение его собственной системы координат относительно неподвижной системы координат пространства R^2 . Для характеристики такого положения зададим параметры размещения $u = (x, y, \theta)$, $v = (x, y)$ — вектор трансляции относительно неподвижной системы координат, θ — угол поворота.

Сформируем конфигурационное пространство ΞE объекта E с обобщенными переменными: метрическими параметрами $\mu = (a, b)$ и параметрами размещения $u = (x, y, \theta)$. Тогда каждая точка $g = (\mu, u) = (a, b, x, y, \theta)$ конфигурационного пространства ΞE определяет геометрический объект $E(g) \subset R^2$.

Осуществим параметризацию подмножеств $S_i = \{E_c, E_l, E_r\}$, $i \in I_n = \{1, 2, \dots, n\}$.

С помощью теоретико-множественных операций сформируем сложный объект

$$S_i = E_c^i \cup E_l^i \cup E_r^i. \quad (1)$$

Назовем объекты E_c^i, E_l^i, E_r^i базовыми.

Пусть объект E_c^i имеет форму s_c^i , метрические параметры $\mu_c^i = (a_c^i, b_c^i)$ и параметры размещения $u_c^i = (x_c^i, y_c^i, \theta_c^i)$. Объекты E_l^i, E_r^i имеют форму s_l^i, s_r^i , метрические параметры $\mu_l^i = (a_l^i, b_l^i)$, $\mu_r^i = (a_r^i, b_r^i)$, параметры размещения $u_l^i = (x_l^i, y_l^i, \theta_l^i)$ и $u_r^i = (x_r^i, y_r^i, \theta_r^i)$ соответственно.

Пусть $\Sigma = \{S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_n\}$ — исходное множество геометрических объектов с обобщенными переменными $g_{ii}^i = (\mu_{ii}^i, u_{ii}^i)$, $ii = c, l, r$; $i = 1, 2, \dots, n$, а $\{s_c^i, s_l^i, s_r^i\}$, $i \in I_n$, — множество возможных их пространственных форм (в данном случае эллипсов). Каждой точке $g_{ii}^i \in \Xi(S_i)$ соответствует параметризованный геометрический объект $S_i(g_{ii}^i) \subset R^2$. Конфигурационное пространство будет иметь вид $\Xi\Sigma = \Xi S_1 \times \Xi S_2 \times \dots \times \Xi S_n$ с обобщенными переменными $g = (g_c^i, g_l^i, g_r^i)$, $i = 1, 2, \dots, n$.

С помощью теоретико-множественных операций сформируем сложный геометрический объект $S_p = P(S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_n)$ ($S_p = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_i \cup \dots \cup S_n$). Оператор $P: \Sigma \rightarrow S_p$ задает структуру сложного объекта. Тогда сложному объекту S_p в конфигурационном пространстве $\Xi\Sigma$ будет соответствовать параметризованный геометрический объект $S^p(g) = S^p((g_c^1, g_l^1, g_r^1), \dots, (g_c^n, g_l^n, g_r^n)) = P(S_1(g_c^1, g_l^1, g_r^1), \dots, S_n(g_c^n, g_l^n, g_r^n))$.

Определение 1 [1]. Отображение $w: \Sigma \rightarrow \Xi\Sigma$ множества геометрических объектов $\Sigma = \{S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_n\}$ в конфигурационное пространство $\Xi\Sigma$, которое удовлетворяет заданному набору ограничений Λ , задает пространственную конфигурацию геометрических объектов S_i , $i = 1, 2, \dots, n$.

Обозначим ΞS_0 конфигурационное пространство объекта S_0 с обобщенными переменными $g_0 = (\mu^0, u^0)$, и пусть $v^0(0, 0)$ — начало собственной неподвижной системы координат, $\mu^0 = (L, W)$.

Пусть $\Sigma^0 = \Sigma \cup S_0$, аналогично вышеизложенному, сформируем конфигурационное пространство

$$\Xi\Sigma^0 = \Xi S_0 \times \Xi S_1 \times \Xi S_2 \times \dots \times \Xi S_n.$$

Введем понятие пространственной конфигурации размещения. Для формирования системы ограничений Λ зададим на множестве объектов из Σ^0 бинарные отношения [1]:

а) непересечения $\{*\}$, т.е. $S_i(g_{ii}^i) * S_j(g_{jj}^j)$, если $\text{int } S_i(g_{ii}^i) \cap \text{int } S_j(g_{jj}^j) = \emptyset$, $i < j \in I_n = 1, 2, \dots, n$; $ii = c, l, r$.

б) включения $\{\circ\}$, т.е. $S_i(g_{ii}^i) \circ S_0(g_0)$, если $\text{int } S_i(g_{ii}^i) \subset S_0(g_0)$, $\forall i = 1, 2, \dots, n$.

Следует отметить, что $\text{int } S$ — топологическая внутренность объекта.

Определение 2. Отображение $w: \Sigma^0 \rightarrow \Xi\Sigma^0$ задает конфигурацию размещения, если $S_i(g_{ii}^i) * S_j(g_{jj}^j)$, $S_i(g_{ii}^i) \circ S_0(g_0)$, $\forall i, j \in I_n$, $ii = c, l, r$.

Построение модели человеческого тела, учитывающей его природные деформации. Следует отметить, что на условие (1) накладываются дополнительные технологические ограничения: пары точек G_l, g_l и G_r, g_r , отмеченные на рис. 1, а, используются для «склеивания» компонент модели в единый сложный объект S (см. рис. 1, а).

На рис. 1 приведена трехкомпонентная модель человеческого тела с ограничениями, которые обеспечивают: условия склейки компонент модели в единый объект (а), ограничения на подвижность эллипса, моделирующего плечо человека (б).

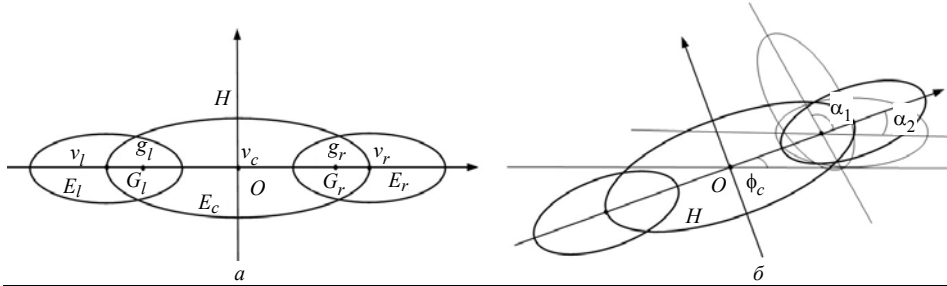


Рис. 1

Кроме условий склеивания, на взаимное положение эллипсов накладываются ограничения на соотношение углов поворота, вытекающие из физических ограничений на взаимное положение частей человеческого тела (рис. 1, б). Так, угол поворота θ_r эллипса E_r не может быть больше, чем угол $\theta_c + \alpha_1$, и меньше, чем $\theta_c - \alpha_2$, где θ_c — угол поворота объекта E_c (см. рис. 1, б). Соответственно, угол поворота θ_l эллипса E_l не может быть больше, чем угол $\theta_c + \alpha_2$, и меньше, чем $\theta_c + \alpha_1$.

Вышеперечисленные технологические ограничения формализованы в [13]:

$$g_l(v_l) = G_l(v_c), \quad (2)$$

$$g_r(v_r) = G_r(v_c), \quad (3)$$

$$\theta_c - \alpha_2 \leq \theta_r \leq \theta_c + \alpha_1, \quad (4)$$

$$\theta_c - \alpha_1 \leq \theta_l \leq \theta_c + \alpha_2. \quad (5)$$

Замечание. Ограничения (2), (3) выбираются из антропологических данных человека, что приводит к определению параметров $v_l(x_l, y_l)$, $v_r(x_r, y_r)$. Аналогично определяются метрические характеристики $\mu_c^i, \mu_l^i, \mu_r^i$ эллипсов E_c^i, E_l^i, E_r^i , $i = 1, 2, \dots, n$.

В связи с вышесказанным, обобщенные параметры рассматриваемой задачи размещения представим в виде $g = (x_c^1, y_c^1, \theta_c^1, \theta_l^1, \theta_r^1, x_c^2, y_c^2, \theta_c^2, \theta_l^2, \theta_r^2, \dots, x_c^i, y_c^i, \theta_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i, \dots, x_c^n, y_c^n, \theta_c^n, \theta_l^n, \theta_r^n)$.

Заметим также, что параметры $\theta_l^i, \theta_r^i, i = 1, 2, \dots, n$, являющиеся переменными задачи, определяют параметры пространственной формы сложных объектов $S_i, i = 1, 2, \dots, n$.

Построение математической модели задачи, разработка метода решения согласно ее особенностям. Необходимо определить оптимальную геометрическую информацию, характеризующую рациональность размещения

$$g^* = \text{extr } F(g), \quad (6)$$

где $g = (x_c^1, y_c^1, \theta_c^1, \theta_l^1, \theta_r^1, \dots, x_c^i, y_c^i, \theta_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i, \dots, x_c^n, y_c^n, \theta_c^n, \theta_l^n, \theta_r^n) = (u_c^1, \theta_l^1, \theta_r^1, \dots, u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i, \dots, u_c^n, \theta_l^n, \theta_r^n)$ — исходная геометрическая информация в задаче размещения; F — отображение, которое превращает исходную геометрическую информацию g в оптимальную геометрическую информацию g^* .

Иначе говоря, необходимо разместить согласно последовательности номеров из m единиц в области S_0 длиной L и шириной W максимальное число сложных объектов (и найти соответствующий вектор $\tau^* = (u_c^1, \theta_l^1, \theta_r^1, \dots, u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i, \dots, u_c^n, \theta_l^n, \theta_r^n, n)$), представленных объединением трех нежестко связанных эллипсов E_c, E_l, E_r , из которых E_c (основной) допускает непрерывные трансляции и повороты, а два вспомогательных (E_l, E_r) — непрерывные вращения в допустимых пределах (по отношению к углу поворота основного) относительно точек их склейки, с соблюдением условий непересечения объектов между собой, размещения их в области и технологических ограничений.

Таким образом, математическая модель представляется в следующем виде. Необходимо найти

$$(\tau^*, \lambda^*) = \arg \max_{(\tau, t) \in U \subset (R^{5n+1} \times B^n)} n(\tau, \lambda) \quad (7)$$

либо

$$n(\tau, \lambda) \rightarrow \max_{(\tau, t) \in U \subset (R^{5n+1} \times B^n)}$$

где

$$\tau = (u_c^1, \theta_l^1, \theta_r^1, \dots, u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i, \dots, u_c^m, \theta_l^m, \theta_r^m, n), \quad \lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_n),$$

$$\lambda_i \in B = \{0, 1\}, \quad i \in I_n \subset I_m,$$

$$\lambda_i = \begin{cases} 1, & \text{если } \Phi^{S_i S_0^*}(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i) \geq 0, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$U = \{(\tau, t) \in R^{5n+1} \times B^n : \lambda_i \lambda_j \Phi^{S_i S_j}(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i, u_c^j, \theta_l^j, \theta_r^j) \geq 0; \quad i < j \in I_n,$$

$$\lambda_i \Phi^{S_i S_0^*}(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i) \geq 0; \quad \lambda_i T(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i) \geq 0; \quad i \in I_n \subset I_m\}, \quad (8)$$

где $\Phi^{S_i S_j}(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i, u_c^j, \theta_l^j, \theta_r^j)$ — Φ -функция объектов $S_i(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i)$ и $S_j(u_c^j, \theta_l^j, \theta_r^j)$, $S_0^* = R^2 \setminus S_0$.

Следует заметить, что в математической модели (7), (8) неравенство $\Phi^{S_i S_0^*}(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i) \geq 0$ обеспечивает размещение сложных объектов $S_i(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i)$, $i \in I_n$, в области S_0 , дискретные переменные λ_i показывают, находится ли объект $S_i(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i)$ в области S_0 , неравенство $\Phi^{S_i S_j}(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i, u_c^j, \theta_l^j, \theta_r^j) \geq 0$ гарантирует условие непересечения объектов $S_i(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i)$ и $S_j(u_c^j, \theta_l^j, \theta_r^j)$ $i < j \in I_n$, условие $T(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i) \geq 0$ обеспечивает «склеивку» трех эллипсов: основного и двух вспомогательных, в сложный объект с ограничениями на углы поворота вспомогательных эллипсов [13], $\tau^* = (g^*, n)$, g^* — оптимальная геометрическая информация (6).

Однако запись в аналитическом виде условий непересечения каждой пары эллипсов, составляющих сложный объект, с помощью Φ -функций довольно громоздка и/или осуществляется с помощью системы нелинейных неравенств, поэтому в данном исследовании, как и в работе [11], в качестве эффективного средства математического моделирования отношений непересечения пары эллипсов предлагается использовать функцию из класса квази- ρ -функций.

Согласно определению [22, 23], квази- ρ -функцией $\Phi^{E_i E_j}(u_i, u_j, t_{ij})$ для объектов $E_i(u_i)$ и $E_j(u_j)$ называется всюду определенная непрерывная по всем переменным функция, для которой функция $\max_{t_{ij} \in \Xi \subset R^m} \Phi^{E_i E_j}(u_i, u_j, t_{ij})$ является ρ -функцией объектов $E_i(u_i)$ и $E_j(u_j)$. Здесь t_{ij} — вектор вспомогательных переменных, принадлежащих некоторому подмножеству U пространства R^m (в данном случае $m = 1$, а Ξ совпадает с R^1).

Дальше используем такое важное свойство для квази- ρ -функции: если для некоторого t_{ij} выполняется $\Phi^{E_i E_j}(u_i, u_j, t_{ij}) \geq 0$, то $\text{int } E_i(u_i) \cap \text{int } E_j(u_j) = \emptyset$ [11].

Как известно, для двух сложных объектов $T_i(u_i) = \bigcup_{k=1}^{n_i} T_{ik}(u_i)$ и $T_j(u_j) = \bigcup_{k=1}^{n_j} T_{jm}(u_j)$ квази- ρ -функция $\Phi^{T_i T_j}(u_i, u_j, t_{ij})$ может быть записана в виде

$$\Phi^{T_i T_j}(u_i, u_j, t_{ij}) = \min\{\Phi^{T_{ik} T_{jm}}(u_i, u_j, t_{ijkm}), k = 1, \dots, n_i, m = 1, \dots, n_j\}, \quad (9)$$

где t_{ij} — вектор вспомогательных переменных t_{ijkm} , $k = 1, \dots, n_i$, $m = 1, \dots, n_j$.

Запишем условие непересечения двух сложных объектов: $S_i(u_c^i, u_l^i, u_r^i)$ и $S_j(u_c^j, u_l^j, u_r^j)$, в виде функции $\Phi^{S_i S_j}(u_c^i, u_l^i, u_r^i, u_c^j, u_l^j, u_r^j, t_{ij}) \geq 0$. На основании (9) функция $\Phi^{S_i S_j}(u_c^i, u_l^i, u_r^i, u_c^j, u_l^j, u_r^j, t_{ij})$ может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} \Phi^{S_i S_j}(u_c^i, u_l^i, u_r^i, u_c^j, u_l^j, u_r^j, t_{ij}) = \min\{ & \Phi^{E_{cl} E_{cj}}(u_c^i, u_c^j, t_{ij1}), \Phi^{E_{cl} E_{lj}}(u_c^i, u_l^j, t_{ij2}), \\ & \Phi^{E_{cl} E_{rj}}(u_c^i, u_r^j, t_{ij3}), \Phi^{E_{ll} E_{lj}}(u_l^i, u_l^j, t_{ij4}), \Phi^{E_{ll} E_{lj}}(u_l^i, u_l^j, t_{ij5}), \Phi^{E_{ll} E_{rj}}(u_l^i, u_r^j, t_{ij6}), \\ & \Phi^{E_{lr} E_{lj}}(u_l^i, u_l^j, t_{ij7}), \Phi^{E_{lr} E_{lj}}(u_l^i, u_l^j, t_{ij8}), \Phi^{E_{lr} E_{rj}}(u_l^i, u_r^j, t_{ij9})\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Условия описания непересечения построенных объектов основываются на описании условий непересечения эллипсов.

Исходя из [11], условия взаимного непересечения эллипсов $E_i(u_i)$ и $E_j(u_j)$ описываются неравенством $\Phi^{E_i E_j}(u_i, u_j, t_{ij}) \geq 0$, где $\Phi^{E_i E_j}(u_i, u_j, t_{ij})$ — квази-phi-функция, которая записывается в виде

$$\begin{aligned} \Phi^{E_i E_j}(u_i, u_j, t_{ij}) = & (x_i - x_j) \cos t_{ij} + (y_j - y_i) \sin t_{ij} - \\ & - \sqrt{b_i^2 + (a_i^2 - b_i^2) \cos^2(\theta_i - t_{ij})} - \sqrt{b_j^2 + (a_j^2 - b_j^2) \cos^2(\theta_j - t_{ij})}. \end{aligned} \quad (11)$$

Следует отметить, что квази-phi-функция (11) нормализована, т.е.

$\max_{t_{ij} \in \Xi \subset R^m} \Phi^{E_i E_j}(u_i, u_j, t_{ij})$ — нормализованная phi-функция объектов $E_i(u_i)$ и $E_j(u_j)$, и по значениям совпадает с расстоянием между объектами $E_i(u_i)$ и $E_j(u_j)$.

Для формализации условий принадлежности объекта $S_i(u_c^i, u_l^i, u_r^i) = E_c^i(u_c^i) \cup E_l^i(u_l^i) \cup E_r^i(u_r^i)$ области S_0 (S_0 — прямоугольная область с вершинами $v_1 = (0, 0)$, $v_2 = (L, 0)$, $v_3 = (L, W)$, $v_4 = (0, W)$) воспользуемся нормализованной phi-функцией, которая построена на основании аналитического описания условий принадлежности области S_0 проекций объекта на оси глобальной системы координат.

Итак, объект $S_i(u_c^i, u_l^i, u_r^i) = E_c^i(u_c^i) \cup E_l^i(u_l^i) \cup E_r^i(u_r^i)$ принадлежит прямоугольной области S_0 , если неотрицательная phi-функция:

$$\begin{aligned} \Phi^{S_i S_0}(x_c^i, y_c^i, \theta_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i) = & \Phi^{S_i S_0}(u_c^i, u_l^i, u_r^i) = \min_{k=1, \dots, 4} (\min_{ii} (f_{kii}^i(u_{ii}^i))) = \\ = & \min_{k=1, \dots, 4} (\min (f_{kc}^i(u_c^i), f_{kl}^i(u_l^i), f_{kr}^i(u_r^i))), \quad \forall ii \in \{c, l, r\} \end{aligned} \quad (12)$$

выполняется

$$\begin{aligned} f_{i1}(u_{ii}^i) = & x_{ii}^i - (a_{ii}^i)^*, \quad f_{i2}(u_{ii}^i) = y_{ii}^i - (b_{ii}^i)^*, \\ f_{i3}(u_{ii}^i) = & L - x_{ii}^i - (a_{ii}^i)^*, \quad f_{i4}(u_{ii}^i) = W - y_{ii}^i - (b_{ii}^i)^*, \\ (a_{ii}^i)^* = & \sqrt{(a_{ii}^i)^2 \cos^2 \theta_{ii}^i + (b_{ii}^i)^2 \sin^2 \theta_{ii}^i} = \sqrt{(b_{ii}^i)^2 + ((a_{ii}^i)^2 - (b_{ii}^i)^2) \cos^2 \theta_{ii}^i}, \\ (b_{ii}^i)^* = & \sqrt{(a_{ii}^i)^2 \sin^2 \theta_{ii}^i + (b_{ii}^i)^2 \cos^2 \theta_{ii}^i} = \sqrt{(b_{ii}^i)^2 + ((a_{ii}^i)^2 - (b_{ii}^i)^2) \sin^2 \theta_{ii}^i}. \end{aligned}$$

Таким образом, формализованы ограничения задачи с помощью нормализованной квази-phi-функции (10), нормализованной phi-функции (12) и технологических ограничений в виде (2)–(5).

Рассмотрим основные особенности задачи (7), (8).

1. Задача (7), (8) является задачей смешанного целочисленного программирования: переменные λ_i , $i \in I_n$, — дискретные (двоичные), а $(u_c^i, \theta_l^i, \theta_r^i)$, $i \in I_n$, — непрерывные.

2. Функция (7) — кусочно-постоянная (пропорциональна числу размещенных объектов).

3. Каждому $\lambda \in B^n$ соответствует некоторый набор сложных объектов, для которых часть значений $\lambda_i = 1$, а остальные — $\lambda_i = 0$, $i \in I_n$. Тогда область допустимых решений $U^\lambda = \left\{ \tau \in R^{\frac{5n+9}{2}n(n-1)+1} : (\tau, \lambda) \in U \right\}$ задает допустимые размещения сложных объектов в области S_0 , для которых $\lambda_i = 1$, $i \in I_n \subset I_m$. Размерность области допустимых решений τ определяют функции (10), (12).

В связи с перечисленными выше особенностями, стратегия решения задачи будет следующей.

Поскольку основной особенностью задачи является наличие дискретных и непрерывных переменных, для ее решения необходимо осуществлять выбор оптимального варианта по дискретным переменным и поиск точки области допустимых решений по непрерывным переменным.

Но особенности предметной области вносят коррективы в стратегию решения. Выбор оптимального варианта по дискретным переменным может не проводиться, его задает последовательность расположения людей в потоке и очередность их поступления в мобильные средства.

Таким образом, решение задачи состоит из следующей последовательности. Пусть мощность множества λ равна n_1 . Величина n_1 определяется исходя из заданного коэффициента заполнения $k = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} P(S_i)}{P(S_0)}$, например $k = 0,8$. Решим задачу (7), (8) на множестве $U^\lambda \subset (R^{\frac{5n_1+9}{2}n_1(n_1-1)} \times B^{n_1})$. Если получили решение, при котором дискретное множество имеет вид $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n_1}\} = \{1, 1, \dots, 1\}$, увеличиваем n_1 на единицу, т.е. $n = n_1 + 1$, и снова решаем (7), (8) на множестве $U^\lambda \subset \left(R^{\frac{5n+9}{2}n(n-1)} \times B^n \right)$.

В противном случае процесс решения прекращается (например, если коэффициент заполнения области меньше заданного) или область дозаполняется вышеизложенным способом путем выбора дискретных переменных согласно последовательности расположения людей в потоке.

Решение задачи на множестве U^λ осуществляется в два этапа.

1. Поиск начальной (стартовой) допустимой точки.

2. Нахождение локального экстремума задачи.

В качестве метода для поиска начального приближения рассматривается метод минимизации по группам переменных [30].

Локальная оптимизация осуществляется с помощью пакета нелинейной оптимизации с открытым исходным кодом IPORT (методом внутренней точки).

Компьютерное моделирование размещения объектов

Создано алгоритмическое и программное обеспечение для компьютерного моделирования оптимизации размещения объектов.

Проведен ряд вычислительных экспериментов. Для области площадью 1 м^2 решалась задача определения максимального количества объектов, размещенных

86

в ней, путем их выбора согласно заданной последовательности номеров из набора 35 объектов с оптимизацией их размещения.

Вычислительные эксперименты проводились на AMD Athlon 64x2 Dual 5200+. Решение подзадач нелинейного программирования осуществлялось с помощью программы IPOPT [31], доступной на открытом некоммерческом ресурсе (<https://projects.coin-or.org/Ipopt>). Результаты приведены на рис. 2, 3.

Время поиска локального экстремума для объектов, представленных трехкомпонентной моделью, с непрерывной трансляцией основных эллипсов, а также непрерывными поворотами как основных, так и вспомогательных эллипсов (см. рис. 2) составляет 275,32 с; для объектов, представленных трехкомпонентной моделью, с непрерывными трансляцией и поворотом основного эллипса при фиксированной ориентации вспомогательных эллипсов (см. рис. 3) составляет 178,0 с.

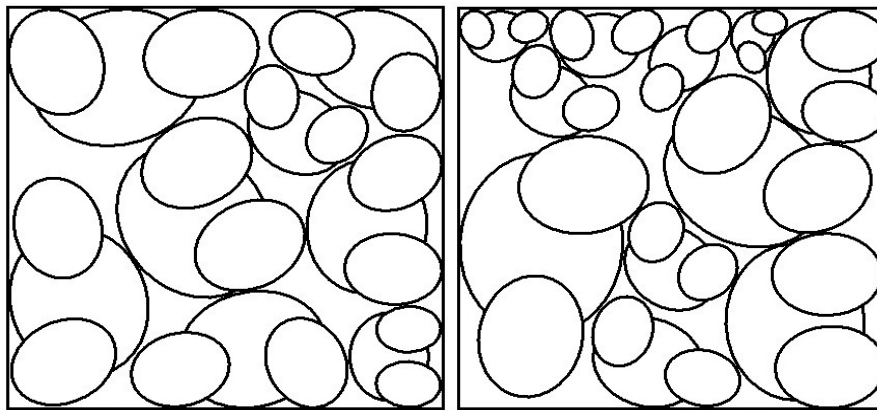


Рис. 2

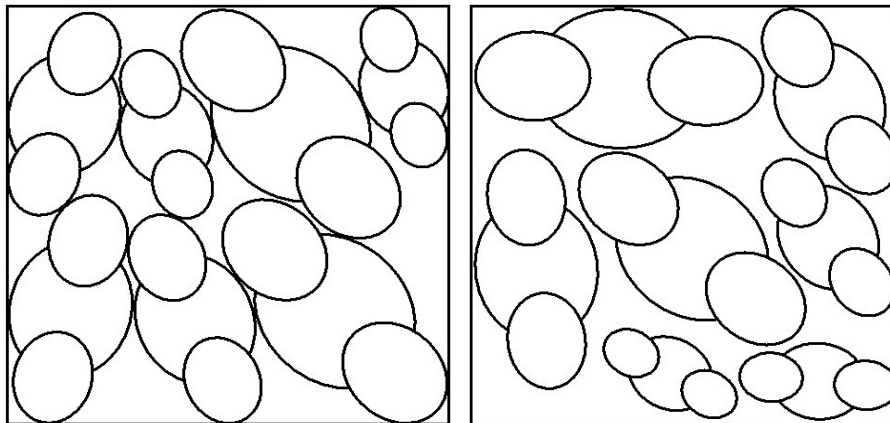


Рис. 3

Заключение

В статье введено понятие пространственной конфигурации размещения сложных объектов, примером которых является модель человеческого тела с учетом его природных деформаций. Построена новая модель размещения сложных объектов, представляющих объединение трех нежестко связанных эллипсов, один из которых (основной) допускает непрерывные трансляции и повороты, а два (вспомогательных) могут непрерывно вращаться в допустимых пределах (по отношению к углу поворота основного) относительно точек «склейки». Исходя из особенностей модели, предложена стратегия ее решения. Следует отметить, что в

результате решения оптимизационной задачи синтезируется не только конфигурация размещения таких объектов, но и их пространственная форма. Осуществлено компьютерное моделирование оптимизации размещения рассмотренных в работе сложных объектов и показана эффективность предложенного подхода путем сравнения конфигураций размещения для объектов с изменяющейся пространственной формой и постоянными параметрами формы.

Рассмотрение параметров размещения объектов, а также дополнительных параметров, которые позволяют синтезировать новые пространственные формы объектов, в качестве обобщенных переменных позволит предложить новые математические модели и оптимизационные методы синтеза пространственных конфигураций. Дальнейшим направлением можно считать также разработку новых подходов к моделированию движения потоков людей, роботов для получения верхних оценок заполнения областей объектами. Все это увеличивает круг решаемых задач по их функциональным возможностям и может использоваться, например при разбиении отсеков транспортных средств для перевозки грузов и их сохранении, в системах распознавания образов, робототехнике и т.д.

В.В. Комяк, В.М. Комяк, К.Т. Кязимов, О.В. Панкратов, О.М. Данилін

ПІДХІД ДО ОЦІНКИ ЗАПОВНЮВАНOSTІ ЛЮДЬМИ МОБІЛЬНИХ ЗАСОБІВ ПРИ АВАРІЙНІЙ ЕВАКУАЦІЇ З БУДИНКІВ

Задачі геометричного проектування (розміщення, компонування, покриття, розбиття) складаються з оптимізаційного відображення геометричної інформації про об'єкти відповідно до заданого критерію якості та обмежень. Геометрична інформація про геометричний об'єкт складається з трьох компонент: просторової форми, метричних параметрів форми, параметрів розміщення, і, як правило, бере участь у синтезі складних систем. Конфігураційний простір геометричних об'єктів ґрунтується на формалізації поняття геометричної інформації. Відображення множини об'єктів в їх конфігураційний простір відповідно до заданого набору обмежень задає просторову конфігурацію геометричних об'єктів. Введено поняття просторової конфігурації розміщення, за допомогою якого побудовано нову модель розміщення складних об'єктів, що об'єднують три нежорстко пов'язані еліпси, один (основний) з яких допускає неперервні трансляції та повороти, а два (допоміжні) можуть неперервно повертатися в допустимих межах відносно основного кута та точок їх «склейки». У результаті розв'язання оптимізаційної задачі синтезується не тільки конфігурація розміщення таких об'єктів, а й просторова форма кожного з них. Здійснено комп'ютерне моделювання оптимізації розміщення розглянутих у роботі складних об'єктів і показано ефективність запропонованого підходу шляхом порівняння конфігурацій розміщення для об'єктів зі змінною просторовою формою і постійними параметрами форми. Розгляд параметрів розміщення об'єктів, а також додаткових параметрів як незалежних змінних, за допомогою яких можна синтезувати нові просторові форми об'єктів, дозволить запропоновувати нові математичні моделі та оптимізаційні методи синтезу просторових конфігурацій розміщення. Подальшим напрямком можна вважати також розробку нових підходів до моделювання руху потоків людей, роботів для отримання верхніх оцінок заповнення областей об'єктами. Все це збільшує коло розв'язуваних задач за їх функціональними можливостями і може використовуватися, наприклад, при розбитті відсіків транспортних засобів для перевезення вантажів і їх збереженні, в системах розпізнавання образів, робототехніці тощо.

Ключові слова: геометричний об'єкт, геометрична інформація, розміщення, конфігураційний простір, узагальнені змінні, математична модель, оптимізація.

APPROACH TO THE EVALUATION OF FILLING BY PEOPLE OF MOBILE MEANS AT EMERGENCY EVACUATION FROM BUILDINGS

The tasks of geometric design (of arrangement, cutting, coverage, partitioning) consist in optimization display of geometric information about objects in accordance with a given quality criterion and limitations. Geometric information about a geometric object consists of three components: spatial shape, metric shape parameters, placement parameters, and which, as a rule, is involved in the synthesis of complex systems. The configuration space of geometric objects is based on the formalization of the concept of geometric information. The mapping of objects into their configuration space according to a given set of constraints defines the spatial configuration of geometric objects. The article introduces the concept of a spatial configuration of placement, with the help of which a new model of placement of complex objects is constructed, representing the union of three loosely coupled ellipses, of which one (main) allows continuous translations and rotations, and two of auxiliary ellipses can rotate within acceptable limits (with respect to the angle of rotation of main ellipse) and relative to the points of their “gluing”. As a result of solving the optimization problem, not only the arrangement configuration of such objects is synthesized, but also the spatial form of each of them. Computer modeling of the optimization of the placement of the complex objects considered in the work was carried out and the effectiveness of the proposed approach was shown by comparing the location configurations for objects with a changing spatial shape and with constant shape parameters. Consideration of the parameters of the placement of objects, as well as additional parameters that allow us to synthesize new spatial forms of objects, as independent variables will allow us to offer new mathematical models and optimization methods for the synthesis of spatial configurations. A further direction can also be considered the development of new approaches to modeling the movement of flows of people, robots, to get upper bounds for filling areas with objects. All this increases the range of tasks to be solved according to their functional capabilities and can be used, for example, when dividing the compartments of vehicles for transporting goods and storing them, in pattern recognition systems, in robotics, etc.

Keywords: geometric object, geometric information, packing, configuration space, generalized variables, mathematical model, optimization.

1. Stoyan Y.G., Yakovlev S.V. Configuration space of geometric objects. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2018. **54**, N 5. P. 716–726.
2. Яковлев С.В. О некоторых классах пространственных конфигураций геометрических объектов и их формализации. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2018. № 5. С. 73–84.
3. Стоян Ю.Г. Основная задача геометрического проектирования. X. : Ин-т проблем машиностроения АН УССР, 1983. 36 с. (Препринт / АН УССР. Ин-т проблем машиностроения; 181).
4. Стоян Ю.Г. Размещение геометрических объектов. Киев : Наук. думка, 1975. 239 с.
5. Стоян Ю.Г., Гиль Н.И. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов. Киев : Наук. думка, 1976. 247 с.
6. Стоян Ю.Г., Яковлев С.В. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. Киев : Наук. думка, 1986. 268 с.
7. Яковлев С.В., Гиль Н.И., Комяк В.М. и др. Элементы теории геометрического проектирования. Под ред. В.Л. Рвачева. Киев : Наук. думка, 1995. 241с.
8. Modeling and Simulation of Coverage Problem in Geometric Design Systems. S. Yakovlev, O. Kartashov, V. Komyak, S. Shekhovtsov, O. Sobol, I. Yakovleva. *IEEE 15th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM)*. Polyna. Ukraine, 2019. P. 20–23.
9. Computer simulation of the partitioning by mutually orthogonal lines. Va. Komyak, O. Sobol, O. Kartashov, I. Yakovleva, Vl. Komyak, A. Danilin, O. Lyashevskaya. *IEEE 15th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM)*. Polyna. Ukraine, 2019. P. 16–19.

10. Оптимизация разбиения области на подобласти по заданным ограничениям в пространстве В.М. Комяк, В.В. Комяк, А.Н. Соболев, А.Н. Данилин, К.Т. Кязимов *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2020. № 1. С. 25–37.
11. Komyak V.A., Komyak V.I., Danilin A.N. Study of ellipse packing in the high-dimensionality problems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. **1/4**(85). P. 17–23.
12. Холщевников В.В., Самошин Д.А. Эвакуация и поведение людей на пожарах: учебное пособие. М. : Академия ГПС МЧС России, 2009. 210 с.
13. Кязимов К.Т. Характеристики активного потокового руху людей. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь. МДПУ, 2020. Вип. 19. С. 102–110.
14. Toth L.F. Packing of ellipses with continuously distributed area. *Journal of Discrete Mathematics*. 1986. **60**. P. 263–267. doi:10.1016/0012-365X(86)90018-X.
15. Ting J.M., Khwaja M., Meachum L.R., Rowell J.D. An ellipse-based discrete element model for granular materials. *Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 1993. **17**(9). P. 603–623. doi:10.1002/nag.1610170902.
16. Feng Y., Han K., Owen D. An advancing front packing of polygons, ellipses and spheres. *Discrete Element Methods*. 2002. P. 93–98. doi:10.1061/40647(259)17.
17. Vickers G.T. Nested Ellipses. *Applied Probability Trust*. 2009. **41**(3). P. 131–137.
18. Xu W., Chen H.S. An overlapping detection algorithm for random sequential packing of elliptical particles. *Physica*. 2011. **390**. P. 2452–2467.
19. Kallrath J., Rebennack S. Cutting ellipses from area-minimizing rectangles. *Journal of Global Optimization*. 2013. **59** (2-3). P. 405–437. doi:10.1007/s10898-013-0125-3.
20. Kallrath J. Cutting circles and polygons from area-minimizing rectangles. *Journal of Global Optimization*. 2008. **43** (2–3). P. 299–328. doi:10.1007/s10898-007-9274-6.
21. Панкратов А.В., Романова Т.Е., Суббота И.А. Оптимальная упаковка эллипсов с учетом допустимых расстояний. *Журнал вычислительной математики*. 2014. **1**. С. 27–42.
22. Stoyan Yu., Pankratov A., Romanova T. Quasi-phi-functions and optimal packing of ellipses. *Journal of Global Optimization*. 2015. doi: 10.1007/s10898-015-0331-2.
23. Стоян Ю.Г., Панкратов А.В., Романова Т.Е., Чернов Н.И. Квази-phi-функции для математического моделирования отношений геометрических. *Доповіді Національної академії наук України*. 2014. **9**. С. 49–54.
24. Stoyan Yu., Romanova T., Pankratov A., Chugay A. Optimized object packings using quasi-phi-functions. Of the series Springer Optimization and Its Applications, 2015. **105**. P 265–293.
25. Birgin E.G., Lobato R., Martinez J.M. Packing ellipsoids by nonlinear optimization. *Journal of Global Optimization*. 2016. **65**. P. 709–743.
26. Birgin E.G., Bustamante L.H., Callisaya H.F., Martnez J.M. Packing circles within ellipses. *International transactions in operational research*. 2013. **20**(3). P. 365–389. doi:10.1111/itor.12006.
27. Birgin E.G., Martinez J.M. Practical augmented lagrangian methods for constrained optimization. *Society for Industrial and Applied Mathematics*. Philadelphia PA, 2014.
28. Данилин А.Н., Комяк В.В., Комяк В.М., Панкратов А.В. Упаковка эллипсов в прямоугольник минимальных размеров. *УСМ*. 2016. № 5. С. 5–9.
29. Stoyan Yu., Gil N., Romanova T., Scheithauer G. Phi-function for complex 2D object. *40R Quarterly Journal of the Belgian, French and Italian Operations Research Societies*. 2004. **2**(1). P. 69–84.
30. Комяк В.М. Математическое и компьютерное моделирование нерегулярного размещения плоских геометрических объектов в областях произвольной пространственной формы: Дис. д-ра техн. наук: 01.05.02., 1996. 377 с.
31. Wachter A., Biegler L.T. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Mathematical Programming*. 2006. **106** (1). P. 25–57. doi:10.1007/s10107-004-0559-y.

Получено 19.06.2020