УДК 004.9+685.9:620.9

В.П. Северин, Е.Н. Никулина

МОДЕЛИ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА ВВЭР-1000 С РАЗБИЕНИЕМ НА ЗОНЫ ПО ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСИ ДЛЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ ТЕХНОЛОГИИ УПРАВЛЕНИЯ

Ключевые слова: ядерный реактор, математическая модель, нелинейная система дифференциальных уравнений, управление реактором, информационная технология управления.

Введение

Ядерные реакторы ВВЭР-1000 наиболее распространенной серии В-320, которые входят в 11 энергоблоков атомных электростанций Украины и эксплуатируются в режиме стабилизации мощности, являются динамическими системами, характеризующимися сложными процессами, нелинейными зависимостями между различными показателями их состояния, большим количеством конструктивных и технологических параметров, а также высоким порядком математических моделей [1–3]. Математические модели ядерных реакторов для решения задач стабилизации мощности включают сосредоточенные модели нейтронной кинетики реактора, тепловых процессов и изменения концентрации ксенона и бора в активной зоне (АЗ) реактора [4–6]. В настоящее время актуальна проблема модернизации энергоблоков АЭС энергосистемы Украины и создания их информационных управляющих систем, позволяющих эксплуатацию в маневренных режимах [7, 8]. При эксплуатации энергоблока в маневренных режимах возникает необходимость в режиме реального времени контролировать быстрое изменение множества технологических параметров, в частности нейтронную мощность и аксиальный офсет. Аксиальный офсет как относительное значение разности мощностей верхней и нижней половин активной зоны реактора определяет степень неравномерности выделения энергии по высоте АЗ и, в конечном счете, количественную меру устойчивости работы реактора. Для вычисления аксиального офсета используются многомерные математические модели реактора с разбиением на зоны по вертикальной оси в абсолютных переменных состояния [8, 9]. Переход к относительным переменным состояния позволит повысить точность и скорость имитационного моделирования работы реактора в маневренных режимах с помощью информационной технологии, а также решить задачу оптимизации управления [7, 10].

Цель статьи — разработка математических моделей реактора ВВЭР-1000 серии В-320 с разбиением на зоны по вертикальной оси в относительных переменных состояния с возможностью вычисления аксиального офсета для информационной технологии управления энергоблоком АЭС.

Строятся нелинейные математические модели с разбиением на зоны по вертикальной оси реактора ВВЭР-1000 серии В-320 в виде систем дифференциальных уравнений (СДУ) в относительных переменных состояния, которые учитывают нейтронную кинетику реактора, постепенное тепловыделение, тепловые процессы в топливе, оболочках и теплоносителе, изменения концентрации ксенона и бора.

Модель нейтронной кинетики

Активная зона реактора — цилиндрическая, поэтому ей соответствует трехмерная пространственная цилиндрическая система координат, где каждая точка определяется координатами (r, φ, z). В силу симметрии АЗ от угловой координаты φ нейтронный поток не зависит. Для определения аксиального офсета нейтронный поток усредняют по радиальной координате r [8, 9].

В цилиндрической АЗ реактора высотой H_a введена вертикальная ось Oz с началом O в центре АЗ. Ось Oz поделена на четное количество n_z зон дискретизации — одинаковых по объему цилиндров высотой $h_a = H_a / n_z$, которые пронумерованы в направлении движения теплоносителя от низа АЗ индексами $j = \overline{1, n_z}$ и имеют координаты центров $z_1 = -H_a/2 + h_a/2$, $z_j = z_{j-1} + h_a$, $j = \overline{2, n_z}$. Чем больше количество зон дискретизации n_z, тем точнее определение офсета, но тем сложнее модели. Достаточным для практики является значение n_z, равное десяти [8]. Распределение нейтронного потока по высоте АЗ с учетом усреднения по радиальной координате r имеет вид [11]

$$\Phi(z) = \Phi_m \cos(\beta_c z), \tag{1}$$

где Φ_m и β_c — максимальное значение и параметр распределения нейтронного потока, $\beta_c = \pi/(H_a + 2\delta_e)$, δ_e — эффективная добавка. По средней плотности потока нейтронов Φ_0 для номинального режима реактора путем интегрирования функции (1) в интервале $[-H_a/2; H_a/2]$ получено значение $\Phi_m = K_z \Phi_0$, где коэффициент неравномерности по высоте $K_z = \alpha_\Phi / \sin\alpha_\Phi$, параметр $\alpha_\Phi = \beta_c H_a / 2$. По формуле (1) получено распределение нейтронного потока по высоте АЗ в номинальном режиме $\Phi_{0j} = \Phi_m \cos(\beta_c z_j)$, $j = \overline{1, n_z}$, по которому сформирован вектор значений потока в зонах $\mathbf{\Phi}_0 = (\Phi_{01} \quad \Phi_{02} \quad \ldots \quad \Phi_{0n_z})^{\mathrm{T}}$.

Через нейтронный поток Φ определяется плотность нейтронов $n = \Phi/v_n$, где v_n — значение средней скорости нейтронов относительно ядер. Максимальное значение плотности нейтронов $n_m = \Phi_m / v_n$ выбрано как базовое значение $n_b = n_m$. По формуле (1) распределение нейтронной плотности по высоте АЗ имеет вид

$$n(z) = n_m \cos(\beta_c z). \tag{2}$$

По формуле (2) определены значения нейтронной плотности для каждой зоны в номинальном режиме $n_{0j} = n_m \cos(\beta_c z_j)$, $j = \overline{1, n_z}$, из которых сформирован вектор значений нейтронной плотности в номинальном режиме $\mathbf{n}_0 = (n_{01} \quad n_{02} \quad \ldots \quad n_{0n_z})^{\mathrm{T}}$.

На основании сосредоточенной модели нейтронной кинетики реактора с учетом шести групп запаздывающих нейтронов (ЗН) [4] составлена модель

$$\begin{cases} dn_j/dt = (r_j - \beta)\, n_j / l^* + \sum_{i=1}^{6} \lambda_i C_{ji}, \\ dC_{ji}/dt = \beta_i\, n_j / l^* - \lambda_i C_{ji},\ i = \overline{1,\ 6}, \end{cases} \quad j = \overline{1, n_z}, \tag{3}$$

где для каждой зоны с номером j n_j — плотность нейтронов, r_j — реактивность реактора, l^* — среднее эффективное время жизни нейтронов, λ_i и C_{ji} — постоянные радиоактивного распада и концентрации ядер-излучателей ЗН, β_i — доли ЗН, $\beta = \sum_{i=1}^{6} \beta_i$ — суммарная доля ЗН, i — индекс группы ЗН. В равновесном состоянии номинального режима реактора приняты начальные условия СДУ (3): $n_j = n_{0j}$, $C_{ji} = C_{0ji}$, $C_{0ji} = \beta_i n_{0j} / (\lambda_i l^*)$, $i = \overline{1, 6}$, $j = \overline{1, n_z}$. В векторных обозначениях переменных состояния система (3) имеет вид

$$\begin{cases} d\mathbf{n}/dt = (\mathbf{r} - \beta \mathbf{1}) \circ \mathbf{n}/l^* + \mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}, \\ d\mathbf{C}_i/dt = \beta_i \mathbf{n}/l^* - \lambda_i \mathbf{C}_i, i = \overline{1, 6}. \end{cases} \tag{4}$$

Здесь использованы вектор-столбец из единиц $\mathbf{1}$ размера n_z, знак произведения Адамара $\circ$ для поэлементного произведения векторов и матрица $\mathbf{C} = (\mathbf{C}_1 \ \ \mathbf{C}_2 \ \ \ldots \ \ \mathbf{C}_6)$, которая составлена из векторов-столбцов концентрации ядер-излучателей ЗН во всех зонах $\mathbf{C}_i$. В уравнениях нейтронной кинетики реактора (4) перейдем к относительным переменным:

$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{n}/n_b, \ \ \boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}/\beta, \ \ \boldsymbol{\xi}_i = \mathbf{C}_i / C_{bi}, \ \ i = \overline{1, 6}, \ \ \tau = t/t_b,$$

где $C_{bi} = \beta_i n_b / (\lambda_i l^*)$ — базовые значения концентрации ядер-излучателей ЗН, $\mathbf{C}_{0i} = \beta_i \mathbf{n}_0 / (\lambda_i l^*)$ — векторы значений концентрации в номинальном режиме, $i = \overline{1, 6}$, $t_b = 1\text{с}$ — базовое значение времени. Вектор относительных значений плотности нейтронов в зонах $\boldsymbol{\nu} = \mathbf{n}/n_b$ определяется в долях максимального значения плотности, вектор реактивности $\boldsymbol{\rho}$ — в долях параметра ЗН β, векторы-столбцы концентрации ядер-излучателей ЗН $\boldsymbol{\xi}_i = (\xi_1 \ \ \xi_2 \ \ \ldots \ \ \xi_{n_z})^{\mathrm{T}}$ образуют матрицу относительных значений концентрации $\boldsymbol{\xi} = (\boldsymbol{\xi}_1 \ \ \boldsymbol{\xi}_2 \ \ \ldots \ \ \boldsymbol{\xi}_6)$. После алгебраических преобразований СДУ (4) получена модель нейтронной кинетики в относительных переменных:

$$\begin{cases} d\boldsymbol{\nu}/d\tau = \alpha_\nu [(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{1}) \circ \boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\mu}], \\ d\boldsymbol{\xi}_i / d\tau = \alpha_i (\boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\xi}_i), i = \overline{1, 6}, \end{cases} \tag{5}$$

где $\alpha_\nu = \beta t_b / l^*$, $\alpha_i = \lambda_i t_b$, $\mu_i = \beta_i / \beta$, $i = \overline{1, 6}$. Начальные условия для этой СДУ отвечают номинальному режиму: $\boldsymbol{\nu}_0 = \mathbf{n}_0 / n_b$, $\boldsymbol{\xi}_{0i} = \boldsymbol{\nu}_0$, $i = \overline{1, 6}$. Значения вектора $\boldsymbol{\nu}_0$ при $n_z = 10$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\nu_{0,j}$	0,231	0,506	0,736	0,902	0,989	0,989	0,902	0,736	0,506	0,231

Модели тепловых процессов

Если пренебречь тепловыделением в теплоносителе вследствие замедления нейтронов через его малость, среднее тепловыделение в топливе при ядерных реакциях в АЗ при сосредоточенной модели рассчитывается по формуле $Q_u = Q_0(\varepsilon_m \nu + \varepsilon_p \eta)$, где Q_0 — тепловая мощность реактора в номинальном режиме, $\varepsilon_m = 0{,}922$ и $\varepsilon_p = 0{,}078$ — доли мгновенного и постепенного тепловыделений, $\eta = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3$ — относительная мощность постепенного тепловыделения [12]. Переменные η_1, η_2, η_3 находят из решения СДУ:

$$T_k\, d\eta_k / dt + \eta_k = K_k \nu, \ \ k = \overline{1,3},$$

где T_k и K_k — постоянные параметры.

В номинальном режиме вектор тепловой мощности $\mathbf{Q}_0 = k_{Q\Phi} \mathbf{\Phi}_0$, где $k_{Q\Phi} = K_{Q\Phi} / n_z$, $K_{Q\Phi} = N_A x_5 M_u E_f \sigma_f^U / M_{UO2}$, N_A — число Авогадро, x_5 — обогащение $^{235}_{92}\mathrm{U}$, E_f — энергия на одно разделение ядра урана, σ_f^U — микроскопическое сечение деления урана, M_{UO2} — молекулярная масса двуокиси урана [11]. Вектор значений тепловыделения в топливе $\mathbf{Q}_u = \mathbf{Q}_0 \circ (\varepsilon_m \boldsymbol{\nu} + \varepsilon_p \boldsymbol{\eta})$, где $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}_1 + \boldsymbol{\eta}_2 + \boldsymbol{\eta}_3$ — вектор переменных относительной мощности постепенного тепловыделения. Изменение $\boldsymbol{\eta}_1$, $\boldsymbol{\eta}_2$, $\boldsymbol{\eta}_3$ во времени определяется СДУ:

$$d\boldsymbol{\eta}_k / d\tau = b_{k\nu} \boldsymbol{\nu} - a_{k\eta} \boldsymbol{\eta}_k, \ \ k = \overline{1,3}, \tag{6}$$

где $b_{k\nu} = K_k t_b / T_i$, $a_{k\eta} = t_b / T_k$, $k = \overline{1,3}$. Начальные условия этой СДУ $\boldsymbol{\eta}_{0k} = K_k \boldsymbol{\nu}_0$, $k = \overline{1,3}$, параметры приведены в табл. 2.

Таблица 2

k	K_k	T_k, с	$a_{k\eta}$	$b_{k\nu}$
1	0,05	4,3	0,233	0,012
2	0,33	33	0,03	0,01
3	0,62	1900	$5{,}263 \times 10^{-4}$	$3{,}263 \times 10^{-4}$

Для процессов теплопередачи по массам топлива M_u, всех оболочек M_z и теплоносителя M_r в АЗ определены массы для каждой зоны $m_u = M_u / n_z$, $m_z = M_z / n_z$, $m_r = M_r / n_z$, а по общей площади поверхности теплообмена F_z — площадь поверхности одной зоны $f_z = F_z / n_z$. На основании сосредоточенной модели теплового баланса для топлива, оболочек твелов и теплоносителя [4, 5], полагая, что значения теплоемкостей и коэффициентов теплоотдачи во всех зонах одинаковые, определены соответствующие уравнения теплового баланса для топлива, оболочек и теплоносителя в векторной форме:

$$\begin{cases} c_u m_u\, d\mathbf{t}_u / dt = \mathbf{Q}_u - \alpha_z f_z (\mathbf{t}_u - \mathbf{t}_z), \\ c_z m_z\, d\mathbf{t}_z / dt = \alpha_z f_z (\mathbf{t}_u - \mathbf{t}_z) - \alpha_r f_z (\mathbf{t}_z - \mathbf{t}_r), \\ c_r m_r\, d\mathbf{t}_r / dt = \alpha_r f_z (\mathbf{t}_z - \mathbf{t}_r) - c_r G_r (\mathbf{t}_h - \mathbf{t}_l), \end{cases} \tag{7}$$

где $\mathbf{t}_u$ и $\mathbf{t}_z$ — векторы средних температур топлива и оболочек в зонах, $\mathbf{t}_l$ и $\mathbf{t}_h$ — векторы температур теплоносителя на входах в зоны и на выходах из зон с равенством соответствующих проекций $t_{lj} = t_{r,j-1}$, $j = \overline{2, n_z}$, $\mathbf{t}_r = (\mathbf{t}_l + \mathbf{t}_h)/2$, — вектор средних температур теплоносителя в зонах. В номинальном статическом режиме из уравнений (7) получены зависимости:

ISSN 0572-2691

$$\alpha_z f_z(\mathbf{t}_{0u}-\mathbf{t}_{0z})=\mathbf{Q}_0,\ \alpha_r f_z(\mathbf{t}_{0z}-\mathbf{t}_{0r})=\mathbf{Q}_0,\ c_r G_r(\mathbf{t}_{0h}-\mathbf{t}_{0l})=\mathbf{Q}_0, \tag{8}$$

где $\mathbf{t}_{0u}$, $\mathbf{t}_{0z}$, $\mathbf{t}_{0r}$, $\mathbf{t}_{0h}$, $\mathbf{t}_{0l}$ — векторы значений температур в зонах при номинальном режиме, которые определяют начальные условия СДУ (8). Из последнего равенства получена система уравнений $\mathbf{t}_{0h}-\mathbf{t}_{0l}=k_{tQ}\mathbf{Q}_0$, где $k_{tQ}=1/(c_r G_r)$. Обозначен вектор неизвестных $\mathbf{x}=(t_{0h,1}\ \ t_{0h,2}\ \ \ldots\ \ t_{0h,n_z-1}\ \ -k_{tQ})^{\mathrm{T}}$ и, учитывая, что в номинальном режиме $t_{0l,1}=290$ °C и $t_{0h,n_z}=320$ °C, сформирована система линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} x_1+Q_{0,1}x_{n_z}=t_{0l,1}, \\ -x_1+x_2+Q_{0,2}x_{n_z}=0, \\ -x_2+x_3+Q_{0,3}x_{n_z}=0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ -x_{n_z-2}+x_{n_z-1}+Q_{0,n_z-1}x_{n_z}=0, \\ -x_{n_z-1}+Q_{0,n_z}x_{n_z}=-t_{0h,n_z}. \end{cases}$$

Решением этой системы определены начальные значения температур теплоносителя на выходах из зон и значение k_{tQ}, по которому найдено $c_r=1/(G_r k_{tQ})$. Из уравнений (8) вычислены векторы начальных значений температур оболочек и топлива:

$$\mathbf{t}_{0z}=\mathbf{t}_{0r}+\mathbf{Q}_0/(\alpha_r f_z),\ \mathbf{t}_{0u}=\mathbf{t}_{0z}+\mathbf{Q}_0/(\alpha_z f_z).$$

Полученные начальные значения мощности топлива и температур теплоносителя, оболочек и топлива при $n_z=10$ приведены в табл. 3.

Таблица 3

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Q_{0,j}$, МВт	103	226	329	404	443	443	404	329	226	103
$t_{0h,j}$, °C	291	293	297	301	305	309	313	317	319	320
$t_{0l,j}$, °C	290	291	293	297	301	305	309	313	317	319
$t_{0r,j}$, °C	290.5	292	295	299	303	307	311	315	318	319.5
$t_{0z,j}$, °C	304	322	338	351	360	365	364	358	347	333
$t_{0u,j}$, °C	541	840	1093	1277	1375	1380	1290	1113	866	570

Поскольку $\mathbf{t}_h=2\mathbf{t}_r-\mathbf{t}_l$, последнее из уравнений (7) примет вид

$$c_r m_r\, d\mathbf{t}_r/dt=\alpha_r f_z(\mathbf{t}_z-\mathbf{t}_r)-2c_r G_r(\mathbf{t}_r-\mathbf{t}_l). \tag{9}$$

Введены базовые значения температуры $T_b=100$ °C и мощности топлива $Q_b=k_{Q\Phi}\Phi_m$, выполнен переход к относительным переменным мощности и температуры:

$$\mathbf{q}_u=\mathbf{Q}_u/Q_b,\ \boldsymbol{\theta}_u=\mathbf{t}_u/T_b,\ \boldsymbol{\theta}_z=\mathbf{t}_z/T_b,\ \boldsymbol{\theta}_r=\mathbf{t}_r/T_b,\ \boldsymbol{\theta}_l=\mathbf{t}_l/T_b.$$

Уравнения (7) и (9) приведены к относительным переменным, введены обозначения постоянных параметров:

$$a_{uu} = -\frac{\alpha_z f_z t_b}{c_u m_u},\ a_{uz} = \frac{\alpha_z f_z t_b}{c_u m_u},\ b_{un} = \frac{Q_b \varepsilon_m t_b}{c_u m_u T_b},\ b_{uq} = \frac{Q_b \varepsilon_p t_b}{c_u m_u T_b},$$

$$a_{zu} = \frac{\alpha_z f_z t_b}{c_z m_z},\ a_{zz} = -\frac{(\alpha_z + \alpha_r) f_z t_b}{c_z m_z},\ a_{zr} = \frac{\alpha_r f_z t_b}{c_z m_z},$$

$$a_{rz} = \frac{\alpha_r f_z t_b}{c_r m_r},\ a_{rr} = -\frac{\alpha_r f_z + 2c_r G_r}{c_r m_r} t_b,\ b_{rl} = \frac{2G_r t_b}{m_r}.$$

Получена модель теплоотвода в относительных переменных состояния:

$$\begin{cases} d\boldsymbol{\theta}_u / d\tau = a_{uu}\boldsymbol{\theta}_u + a_{uz}\boldsymbol{\theta}_z + b_{un}\mathbf{v} + b_{uq}\boldsymbol{\eta}, \\ d\boldsymbol{\theta}_z / d\tau = a_{zu}\boldsymbol{\theta}_u + a_{zz}\boldsymbol{\theta}_z + a_{zr}\boldsymbol{\theta}_r, \\ d\boldsymbol{\theta}_r / d\tau = a_{rz}\boldsymbol{\theta}_z + a_{rr}\boldsymbol{\theta}_r + b_{rl}\boldsymbol{\theta}_l. \end{cases} \tag{10}$$

В этой СДУ вектор $\boldsymbol{\theta}_l$ имеет проекции: $\theta_{l1} = \theta_{0l}$ — относительная температура теплоносителя на входе в АЗ, $\theta_{lj} = 2\theta_{r,j-1} - \theta_{l,j-1}$, $j = \overline{2, n_z}$. Для номинального режима начальные условия этой СДУ $\boldsymbol{\theta}_{0u} = \mathbf{t}_{0u}/T_b$, $\boldsymbol{\theta}_{0z} = \mathbf{t}_{0z}/T_b$, $\boldsymbol{\theta}_{0r} = \mathbf{t}_{0r}/T_b$, $\boldsymbol{\theta}_{0l} = \mathbf{t}_{0l}/T_b$. Параметры модели теплоотвода (10) при $n_z = 10$ представлены в табл. 4, 5.

Таблица 4

Параметр	Значение	Параметр	Значение
a_{uu}	– 0,217	a_{zz}	– 13,075
a_{uz}	0,217	a_{zr}	12,374
b_{un}	2,053	a_{rz}	0,538
b_{uq}	0,174	a_{rr}	– 32,944
a_{zu}	0,701	b_{rl}	31,728

Таблица 5

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
θ_{0uj}	5,405	8,404	10,736	12,768	13,752	13,796	12,897	11,133	8,661	5,695
θ_{0zj}	3,039	3,216	3,377	3,511	3,603	3,647	3,639	3,579	3,473	3,329
θ_{0rj}	2,905	2,922	2,949	2,986	3,028	3,072	3,114	3,151	3,178	3,195
θ_{0lj}	2,900	2,910	2,933	2,966	3,006	3,050	3,094	3,134	3,167	3,190

Модель изменения концентрации йода и ксенона

На основании сосредоточенной СДУ изменения концентрации йода и ксенона [5] получена соответствующая модель:

$$\begin{cases} d\mathbf{N}_J / dt = \gamma_J \Sigma_f^U \boldsymbol{\Phi} - \lambda_J \mathbf{N}_J, \\ d\mathbf{N}_X / dt = \gamma_X \Sigma_f^U \boldsymbol{\Phi} + \lambda_J \mathbf{N}_J - \sigma_a^X \mathbf{N}_X \circ \boldsymbol{\Phi} - \lambda_X \mathbf{N}_X, \end{cases} \tag{11}$$

где $\mathbf{N}_J$ и $\mathbf{N}_X$ — векторы значений концентрации ядер йода и ксенона в зонах.

В номинальном режиме векторы концентрации в зонах атомов йода и ксенона из уравнений (11) в статическом состоянии имеют значения $\mathbf{N}_{0J} =$

$= \gamma_J \Sigma_f^U \mathbf{\Phi}_0 \big/ \lambda_J$ и $N_{0X,j} = (\gamma_X \Sigma_f^U \Phi_{0,j} + \lambda_J N_{0J,j}) \big/ (\sigma_a^X \Phi_{0,j} + \lambda_X)$, $j = \overline{2, n_z}$. Введены базовые значения концентрации $N_{Jb} = \max\limits_j N_{0Jj}$ и $N_{Xb} = \max\limits_j N_{0Xj}$, в уравнениях (11) выполнен переход к относительным переменным $\mathbf{v}_J = \mathbf{N}_J / N_{Jb}$ и $\mathbf{v}_X = \mathbf{N}_X / N_{Xb}$, обозначены постоянные параметры:

$$b_{J\nu} = \gamma_J \Sigma_f^U n_0 v_n t_b \big/ N_{0Jb}, \ a_{JJ} = \lambda_J t_b, \ b_{X\nu} = \gamma_X \Sigma_f^U n_0 v_n t_b \big/ N_{0Xb}, \ a_{XX} = \lambda_X t_b,$$

$$a_{XJ} = \lambda_J N_{0Jb} t_b / N_{0Xb}, \ a_{X\nu} = \sigma_a^X n_0 v_n t_b.$$

Получена модель изменения концентрации йода и ксенона в относительных переменных состояния:

$$\begin{cases} d\mathbf{v}_J / d\tau = b_{J\nu}\mathbf{v} - a_{JJ}\mathbf{v}_J, \\ d\mathbf{v}_X / d\tau = b_{X\nu}\mathbf{v} - a_{XX}\mathbf{v}_X + a_{XJ}\mathbf{v}_J - a_{X\nu}\mathbf{v}_X \circ \mathbf{v}. \end{cases} \quad (12)$$

Для номинального режима начальные условия этой СДУ $\mathbf{v}_{0J} = \mathbf{N}_{0J} / N_{Jb}$ и $\mathbf{v}_{0X} = \mathbf{N}_{0X} / N_{Xb}$. Параметры модели (12) при $n_z = 10$ приведены в табл. 6, 7.

Таблица 6

Параметр	Значение	Параметр	Значение
$b_{J\nu}$	$2{,}927 \times 10^{-5}$	a_{XX}	$2{,}090 \times 10^{-5}$
a_{JJ}	$2{,}895 \times 10^{-5}$	a_{XJ}	$1{,}341 \times 10^{-4}$
$b_{X\nu}$	$7{,}265 \times 10^{-6}$	$a_{X\nu}$	$1{,}218 \times 10^{-4}$

Таблица 7

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ν_{0Jj}	0,233	0,511	0,744	0,912	1	1	0,912	0,744	0,511	0,233
ν_{0Xj}	0,673	0,876	0,952	0,986	1	1	0,986	0,952	0,876	0,673

Определение реактивности реактора

На основании реактивности реактора для сосредоточенной модели [4] определен вектор реактивностей в зонах для формулы (4):

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \Delta\mathbf{r}_d + \Delta\mathbf{r}_u + \Delta\mathbf{r}_r + \Delta\mathbf{r}_X + \Delta\mathbf{r}_B, \quad (13)$$

где $\mathbf{r}_0 = \mathbf{0}$ — вектор начальных значений реактивностей для номинального режима, $\Delta\mathbf{r}_d$ — вектор изменения реактивностей при перемещении поглощающих стержней, $\Delta\mathbf{r}_u$ и $\Delta\mathbf{r}_r$ — векторы изменения реактивностей при изменении температур топлива и теплоносителя, $\Delta\mathbf{r}_X$ и $\Delta\mathbf{r}_B$ — векторы изменения реактивностей при изменении концентраций ксенона и бора. Изменения реактивностей определяются вектором приростов переменных состояния реактора:

$$\Delta\mathbf{r}_u = K_u(\mathbf{t}_u - \mathbf{t}_{0u}), \ \Delta\mathbf{r}_r = K_t(\mathbf{t}_r - \mathbf{t}_{0r}),$$

$$\Delta\mathbf{r}_X = -(\mathbf{N}_X - \mathbf{N}_{0X})\sigma_a^X \theta_n / \Sigma_c^U, \ \Delta\mathbf{r}_B = K_B(\mathbf{C}_B - \mathbf{C}_{0B}),$$

где $\mathbf{C}_B$ и $\mathbf{C}_{0B}$ — векторы значений концентрации борной кислоты и ее начальных значений, все элементы которых имеют одинаковые значения C_B и C_{0B} соответственно, поскольку концентрация бора меняется медленно по сравнению с другими процессами. Выполнен переход к относительным переменным и обозначены

$$\boldsymbol{\rho}_d = \Delta\mathbf{r}_d/\beta,\ \ \boldsymbol{\rho}_u = \Delta\mathbf{r}_u/\beta,\ \ \boldsymbol{\rho}_t = \Delta\mathbf{r}_t/\beta,\ \ \boldsymbol{\rho}_X = \Delta\mathbf{r}_X/\beta,\ \ \boldsymbol{\rho}_B = \Delta\mathbf{r}_B/\beta.$$

Отсюда получены составляющие реактивностей в относительных переменных:

$$\boldsymbol{\rho}_u = \alpha_u(\boldsymbol{\theta}_u - \boldsymbol{\theta}_{0u}),\ \ \boldsymbol{\rho}_t = \alpha_t(\boldsymbol{\theta}_r - \boldsymbol{\theta}_{0r}),\ \ \boldsymbol{\rho}_X = \alpha_X(\mathbf{v}_X - \mathbf{v}_{0X}),\ \ \boldsymbol{\rho}_B = \alpha_B(\boldsymbol{\xi}_B - \boldsymbol{\xi}_{0B}). \quad (14)$$

С обозначением управляемой части реактивностей $\boldsymbol{\rho}_c$ реактивность реактора (13)

$$\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_c + \boldsymbol{\rho}_u + \boldsymbol{\rho}_t + \boldsymbol{\rho}_X. \quad (15)$$

Если управление реактором выполняется только поглощающими стержнями, то $\boldsymbol{\rho}_c = \boldsymbol{\rho}_d$, а если имеет место только борное управления, то $\boldsymbol{\rho}_c = \boldsymbol{\rho}_B$.

Вертикально распределенная модель реактора как объекта управления

Путем объединения уравнений (5), (6), (10), (14) и (15) получена общая модель реактора как объекта управления:

$$\begin{cases}
\boldsymbol{\rho}_u = \alpha_u(\boldsymbol{\theta}_u - \boldsymbol{\theta}_{0u}),\\
\boldsymbol{\rho}_t = \alpha_t(\boldsymbol{\theta}_r - \boldsymbol{\theta}_{0r}),\\
\boldsymbol{\rho}_X = \alpha_X(\mathbf{v}_X - \mathbf{v}_{0X}),\\
\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_c + \boldsymbol{\rho}_u + \boldsymbol{\rho}_t + \boldsymbol{\rho}_X,\\
d\mathbf{v}/d\tau = \alpha_\nu[(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{1})\circ\mathbf{v} + \boldsymbol{\xi\mu}],\\
d\boldsymbol{\xi}_i/d\tau = \alpha_i(\mathbf{v} - \boldsymbol{\xi}_i),\ i = \overline{1,6},\\
d\boldsymbol{\eta}_j/d\tau = b_{j\nu}\mathbf{v} - a_{j\eta}\boldsymbol{\eta}_j,\ j = \overline{1,3},\\
\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}_1 + \boldsymbol{\eta}_2 + \boldsymbol{\eta}_3,\\
d\boldsymbol{\theta}_u/d\tau = a_{uu}\boldsymbol{\theta}_u + a_{uz}\boldsymbol{\theta}_z + b_{un}\mathbf{v} + b_{uq}\boldsymbol{\eta},\\
d\boldsymbol{\theta}_z/d\tau = a_{zu}\boldsymbol{\theta}_u + a_{zz}\boldsymbol{\theta}_z + a_{zr}\boldsymbol{\theta}_r,\\
d\boldsymbol{\theta}_r/d\tau = a_{rz}\boldsymbol{\theta}_z + a_{rr}\boldsymbol{\theta}_r + b_{rl}\boldsymbol{\theta}_l,\\
d\mathbf{v}_J/d\tau = b_{J\nu}\mathbf{v} - a_{JJ}\mathbf{v}_J,\\
d\mathbf{v}_X/d\tau = b_{X\nu}\mathbf{v} - a_{XX}\mathbf{v}_X + a_{XJ}\mathbf{v}_J - a_{X\nu}\mathbf{v}_X\circ\mathbf{v}.
\end{cases} \quad (16)$$

С обозначениями вектора переменных состояния реактора

$$\mathbf{X}_{rz} = (\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\xi}_1^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\xi}_2^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\xi}_3^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\xi}_4^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\xi}_5^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\xi}_6^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\eta}_2^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\eta}_3^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\theta}_u^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\theta}_z^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\theta}_r^{\mathrm{T}}\ \mathbf{v}_J^{\mathrm{T}}\ \mathbf{v}_X^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}},$$

его начального значения $\mathbf{X}_{0rz}$ из табл. 1–5 и вектора постоянных параметров $\mathbf{c}_{rz}$ модель (16) примет векторный вид

$$d\mathbf{X}_{rz}/d\tau = \mathbf{f}_{rz}(\mathbf{X}_{rz}, \mathbf{c}_{rz}, \boldsymbol{\rho}_c),\ \ \mathbf{X}_{0rz} = \mathbf{X}_{rz}(t_0), \quad (17)$$

где входной переменной является управляемый вектор реактивности $\boldsymbol{\rho}_c$.

 ISSN 0572-2691

Для представления положения десятой регулирующей группы поглощающих стержней реактора введена относительная координата стержней $\zeta = z/H_a + 1/2$ с начальным значением номинального режима $\zeta_0 = \zeta(0) = 1$ верхней границы АЗ и значением нижней границы $\zeta = 0$. Обозначены границы зон $\zeta_j = j/n_z$ и вычислено относительное значение дифференциальной эффективности стержней $\alpha_\zeta = k_z H_a/\beta$, где $k_z = d\rho_d/dz = -2{,}824 \times 10^{-5}$ см$^{-1}$ — максимальная дифференциальная эффективность десятой регулирующей группы стержней [1]. Определим изменение реактивности зоны при полном введении в нее стержней $\rho_{dm} = \alpha_\zeta / n_z$. Тогда функция изменения реактивности в зонах имеет вид

$$\rho_{dj}(\zeta) = \begin{cases} 0, & \zeta > \zeta_j; \\ \alpha_\zeta(\zeta_j - \zeta), & \zeta \in [\zeta_{j-1}, \zeta_j]; \quad j = \overline{1, n_z}. \\ \rho_{dm}, & \zeta < \zeta_{j-1}; \end{cases}$$

Эта формула позволяет получить вектор изменения реактивности в зонах $\boldsymbol{\rho}_d(\zeta)$. По рабочей скорости поглощающих стержней $v_z = 2$ см/с найдена относительная скорость $v_\zeta = v_z t_b / H_a$. Использован закон равномерного движения стержней $\zeta = 1 - v_\zeta \tau$, $\zeta \geq 0$. Модель реактора как объекта управления поглощающими стержнями имеет вид СДУ (17) с $\boldsymbol{\rho}_c = \boldsymbol{\rho}_d(\zeta)$:

$$d\mathbf{X}_{rz}/d\tau = \mathbf{f}_{rz}(\mathbf{X}_{rz}, \mathbf{c}_{rz}, \boldsymbol{\rho}_d(\zeta)), \quad \mathbf{X}_{0rz} = \mathbf{X}_{rz}(t_0).. \tag{18}$$

Входной переменной является относительная координата стержней ζ с начальным значением номинального режима $\zeta_0 = 1$.

Уравнение баланса борной кислоты в первом контуре энергоблока АЭС описывается дифференциальным уравнением [5]

$$\rho_r V_t \, dC_B/dt = C_M G_M - C_B G_L, \tag{19}$$

где ρ_r — плотность теплоносителя, V_t — объем теплоносителя в первом контуре, C_M — концентрация борной кислоты в баке борного регулирования, G_M и G_L — массовые расходы системы подпитки и дренажа первого контура. При обозначении массы теплоносителя в первом контуре $M_t = \rho_r V_t$, с учетом того, что в нормальном режиме работы первого контура $G_M = G_L$, уравнение (19) примет вид

$$M_t \, dC_B/dt = G_M(C_M - C_B). \tag{20}$$

Введены относительные переменные:

$$\xi_B = C_B/C_{Bb}, \; \xi_M = C_M/C_{Bb}, \; g_M = G_M/G_{Bb},$$

где $C_{Bb} = C_M$ и $G_{Bb} = G_M$ — базовые значения концентрации борной кислоты и массового расхода системы подпитки, и обозначено $a_B = G_{Bb} t_b / M_t$. После преобразования (20) получено уравнение введения борной кислоты в относительной переменной состояния

$$d\xi_B/d\tau = a_B g_M(\xi_M - \xi_B). \tag{21}$$

Начальное условие для этого уравнения $\xi_{0B} = C_{0B}/C_{Bb}$, где C_{0B} — концентрация борной кислоты в номинальном режиме. Параметры борного регулирования приведены в табл. 8.

Таблица 8

Параметр	Значение	Параметр	Значение
K_B, кг·г$^{-1}$	– 0,0135	C_{0B}, г·кг$^{-1}$	8,69
ρ_r, кг·м$^{-3}$	724,4	M_t, т	268
V_t, м^3	370	G_M, т·ч$^{-1}$	40
C_M, г·кг$^{-1}$	40	a_B	$4{,}146\times 10^{-5}$
C_{Bb}, г·кг$^{-1}$	10	ξ_{0B}	0,869

Для управления реактора борной кислотой с учетом реактивности (14) путем объединения модели (17) и уравнения (21) получена модель

$$\begin{cases} \boldsymbol{\rho}_B = \alpha_B(\xi_B - \xi_{0B})\mathbf{1}, \\ d\mathbf{X}_{rz}/d\tau = \mathbf{f}_{rz}(\mathbf{X}_{rz}, \mathbf{c}_{rz}, \boldsymbol{\rho}_B), \\ d\xi_B/d\tau = a_B g_M(\xi_M - \xi_B). \end{cases}$$

Эта модель с управлением борной кислотой представлена в векторном виде:

$$d\mathbf{X}_{rzb}/d\tau = \mathbf{f}_{rzb}(\mathbf{X}_{rzb}, \mathbf{c}_{rzb}), \quad \mathbf{X}_{0rzb} = \mathbf{X}_{rzb}(t_0) \tag{22}$$

с векторами переменных состояния и начальных условий:

$$\mathbf{X}_{rzb} = (\mathbf{X}_{rz}^{\mathrm{T}}\ \xi_B)^{\mathrm{T}}, \ \mathbf{X}_{0rzb} = (\mathbf{X}_{0rz}^{\mathrm{T}}\ \xi_{0B})^{\mathrm{T}}.$$

Начало процесса борного регулирования определяется началом введения в ядерный реактор борной кислоты.

Таким образом, получены общая модель реактора как объекта управления в виде нелинейной СДУ (16) и (17), а также модель с управлением поглощающими стержнями и борной кислотой (18) и (22). Интегрирование этих СДУ при заданных начальных условиях позволяет получить изменение всех переменных состояния в зонах АЗ по вертикальной оси, в частности, зная изменение мощности в зонах, можно вычислить аксиальный офсет как относительное значение разности мощностей верхней и нижней половин АЗ.

Заключение

Разработаны модели энергетического ядерного реактора с разбиением на зоны по вертикальной оси в виде нелинейных систем дифференциальных уравнений с относительными переменными состояния, которые в заданном количестве зон по вертикальной оси представляют нейтронную кинетику реактора, постепенное тепловыделение, тепловые процессы в топливе, оболочках и теплоносителе, изменения концентрации йода, ксенона и бора. По конструктивным и технологическим параметрам ядерного реактора серии В-320 вычислены параметры математической модели с разбиением на зоны по вертикальной оси. Модели реактора с относительными переменными используют минимальное количество вычислений, позволяют вычислить изменение аксиального офсета реактора и включены в информационную технологию управления энергоблоком АЭС. С использованием информационной технологии управления на основе моделей реактора с разбиением на зоны по вертикальной оси выполнено имитационное моделирование процессов управления реактором с регулированием поглощающими стержнями и борной кислоты, включая изменение мощности и аксиального офсета, а также проведена оптимизация параметров регуляторов систем управления.

В.П. Северин, О.М. Нікуліна

МОДЕЛІ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА ВВЕР-1000 З РОЗБИТТЯМ НА ЗОНИ ЗА ВЕРТИКАЛЬНОЮ ВІССЮ ДЛЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ КЕРУВАННЯ

Розроблено математичні моделі енергетичного ядерного реактора ВВЕР-1000 з розбиттям на зони за вертикальною віссю у вигляді нелінійних систем диференціальних рівнянь з безрозмірними відносними змінними стану. Моделі в заданій кількості зон за вертикальною віссю представляють нейтронну кінетику, поступове тепловиділення, теплові процеси в паливі, оболонках і теплоносії, зміни концентрації йоду, ксенону і бору. За конструктивними і технологічними параметрами ядерного реактора серії В-320 обчислено параметри математичних моделей. Отримано загальну модель реактора як об'єкта керування з розбиттям на зони за вертикальною віссю, а також моделі з керуванням поглинаючими стрижнями і борною кислотою. Інтегрування отриманих систем диференційних рівнянь при заданих початкових умовах дозволяє отримати зміни всіх змінних стану в зонах реактора за вертикальною віссю. Зокрема, за зміною потужності в зонах за вертикальною віссю обчислюється аксіальний офсет як відносне значення різниці потужностей верхньої і нижньої половин активної зони реактора. Розроблені моделі реактора з безрозмірними відносними змінними стану використовують мінімальну кількість обчислень, дозволяють обчислити зміну аксіального офсету реактора і включені до інформаційної технології керування енергоблоками атомних електричних станцій для оптимізації маневрених режимів реактора ВВЕР-1000 серії В-320.

Ключові слова: ядерний реактор, математична модель, нелінійна система диференціальних рівнянь, управління реактором, інформаційна технологія керування.

V.P. Severyn, E.N. Nikulina

MODELS OF WWER-1000 NUCLEAR REACTOR WITH DIVISION INTO ZONES ON VERTICAL AXIS FOR INFORMATION TECHNOLOGY OF CONTROL

Mathematical models of the WWER-1000 nuclear power reactor have been developed with division into zones along the vertical axis in the form of nonlinear systems of differential equations with dimensionless relative state variables. Models in a given number of zones along the vertical axis represent neutron kinetics, gradual heat release, thermal processes in fuel, cladding and coolant, changes in the concentration of iodine, xenon and boron. The parameters of mathematical models have been calculated based on the design and technological parameters of the V-320 series nuclear reactor. A general model of the reactor as a control object with division into zones along the vertical axis, as well as models with control of absorbing rods and boric acid, are obtained. Integration of the obtained systems of differential equations for given initial conditions allows one to obtain changes in all state variables in the reactor zones along the vertical axis. In particular, from the change in power in the zones along the vertical axis, the axial offset is calculated as the relative value of the difference between the powers of the upper and lower halves of the reactor core. The developed reactor models with dimensionless relative state variables use a minimum number of calculations, allow calculating the change in the axial offset, and are included in the information technology for controlling the power units of nuclear power plants to optimize the maneuvering modes of the WWER-1000 V-320 series reactor.

Keywords: nuclear reactor, mathematical model, nonlinear system of differential equations, reactor control, control information technology.

1. Денисов В.П., Драгунов Ю.Г. Реакторные установки ВВЭР для атомных электростанций. М. : ИздАТ, 2002. 480 с.
2. Андрушечко С.А., Афров А.М., Васильев Б.Ю. АЭС с реакторами типа ВВЭР-1000. М. : Логос, 2010. 604 с.
3. Халимончук В.А. Динамика ядерного реактора с распределенными параметрами в исследованиях переходных режимов эксплуатации ВВЭР и РБМК. К. : Основа, 2008. 228 с.
4. Иванов В.А. Регулирование энергоблоков. Л. : Машиностроение, 1982. 311 с.
5. Иванов В.А. Эксплуатация АЭС: учебник для вузов. СПб : Энергоатомиздат, 1994. 384 с.
6. Северин В.П., Никулина Е.Н. Синтез оптимальных систем автоматического управления энергоблока АЭС в нормальных режимах эксплуатации. *Ядерна та радіаційна безпека.* 2013. Вип. 3(59). С. 62–68.
7. Безопасность атомных станций: Информационные и управляющие системы. М.А. Ястребенецкий, В.Н. Васильченко, С.В. Виноградов и др. К. : Техніка, 2004. 472 с.
8. Maksymov M.V., Tsiselskaya T.A., Kokol E.A. The method of control of nuclear power plant with VVER-1000 reactor in maneuverable mode. *Journal of Automation and Information Sciences.* 2015. **47**, N 6. P. 17–32. DOI:10.1615/JAutomatInfScien.v47.I6.20
9. Wang G., Wu J., Zeng B. State-space model predictive control method for core power control in pressurized water reactor nuclear power stations. *Nuclear Engineering Technology*. 2017. **49**. P. 134–140.
10. Северин В.П., Нікуліна О.М., Шевцов О.С. Блок методів оптимізації для інформаційної технології управління складними динамічними системами. Ч. 1. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: Тези доповідей XXVII міжнародної науково-практичної конференції MicroCAD-2019.* Харків, НТУ «ХПІ». 2019. С. 41.
11. Верхивкер Г.П., Кравченко В.П. Основы расчета и конструирования ядерных энергетических реакторов. Одесса : ТЕС, 2008. 409 с.
12. Демченко В.А. Автоматизация и моделирование технологических процессов АЭС и ТЭС. Одесса : Астропринт, 2001. 305 с.

Получено 09.01.2021
После доработки 12.04.2021