УДК 629.764

В.В. Авдеев

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ РАКЕТЫ В ПРОЦЕССЕ ПОЛЕТА

Ключевые слова: стабилизация движения, устойчивость, закон регулирования.

Введение

Параметры математической модели системы стабилизации (СС) могут иметь существенные отклонения от номинальных величин, так как зависят от известных с определенной погрешностью текущих координат центра масс ракеты и точки приложения равнодействующей аэродинамических сил, момента инерции, аэродинамических характеристик, параметров траектории и других факторов. Для повышения эффективности формирования закона регулирования (ЗР), например, методами модального управления или автоматического конструирования регуляторов необходимы алгоритмы уточнения коэффициентов дифференциальных уравнений — параметров математической модели СС в реальном времени. Уточнение параметров может быть выполнено с использованием сигналов устройств измерения кинематических характеристик и возможностей бортовых вычислительных машин.

Цель статьи — разработка методов уточнения параметров модели СС движения ракеты в плоскости рыскания, основанных на использовании текущих данных измерительных устройств части координат вектора состояния, и проверка эффективности уточнения исходя из запаса устойчивости, статической погрешности и требуемой мощности исполнительного устройства (ИУ).

Предполагается, что частота опроса измерительных устройств не менее чем на порядок выше частоты, характерной для возмущенного движения ракеты. Это дает возможность в реальном времени определять фактические значения параметров модели и соответственно формировать ЗР.

В последнее время большинство работ по стабилизации движения летательных аппаратов (ЛА) — ракет и спутников — посвящено способам учета неполной определенности параметров, конечной жесткости элементов конструкции, отдельных видов нелинейных характеристик, ограничений возможностей ИУ или случаев его отказа; а также оптимизации ЗР.

Предложены адаптивные алгоритмы процесса стабилизации ЛА с учетом неопределенности отдельных параметров модели, задержек сигналов в канале управления и ограничения мощности ИУ [1–3]. Рассмотрены возможности использования в ЗР кватернионов и координат вектора угловой скорости; созданы согласованные с теорией устойчивости Ляпунова терминальные алгоритмы, которые обеспечивают заданные показатели точности и быстродействия. Описано применение нелинейного ЗР для случаев выхода ИУ на режим насыщения, недостаточной производительности его рулевого органа и только приближенно известных параметров. Разработан алгоритм стабилизации вращательного движения ЛА при непостоянном моменте инерции и положении центра масс.

При решении задачи стабилизации направления вектора угловой скорости корпуса ЛА и ее величины показано [4], что переход в заданную программу углового движения удовлетворяет условиям теоремы Н.Н. Красовского об оптимальности процесса с точки зрения квадратичного критерия качества.

Для компенсации внешних возмущений ориентации ЛА при условии неопределенности момента инерции предложен устойчивый робастный алгоритм управления, в основе которого лежит использование скользящего режима, где частота колебаний не менее чем на порядок выше характерной частоты системы, что позволяет избежать вибраций корпуса в окрестности заданного углового положения [5].

Для стабилизации движения ракеты космического назначения с учетом изменения во времени ее параметров обоснованы преимущества адаптивного ПИД-регулятора, в состав которого входят эталонная модель и блок управления коэффициентами ЗР [6].

Описан робастный алгоритм обеспечения устойчивости вращательного движения ЛА при выходе из строя ИУ без выяснения причины неисправности [7]. Если причина установлена, то соответствующий параметр включается в вектор состояния системы и использование технологии наименьших квадратов позволяет формировать управление, приводящее к приемлемому результату.

В целях устранения влияния задержек сигналов в канале управления разработан алгоритм стабилизации с использованием нелинейной неявной функции Ляпунова, который обеспечивает асимптотическую устойчивость СС даже для отдельных случаев выхода продолжительности задержки за граничное значение. Рассматривается вопрос нахождения компромиссного решения между частотой опроса датчиков кинематических параметров ЛА и длительностью переходного процесса компенсации возмущения [8, 9].

Для уменьшения влияния на показатели СС неполной определенности параметров ЛА и, в частности, ИУ предложен устойчивый алгоритм адаптивного управления ориентацией с помощью многослойной нейронной сети с определенными правилами ее обучения [10]. Нейронная сеть также нашла применение в СС заданной ориентации спутника, где в состав ИУ входят двигатели-маховики только с приближенно известными характеристиками [11].

Разработан алгоритм обеспечения заданного запаса устойчивости СС движения ЛА при отсутствии статистических характеристик параметров модели с использованием определенной последовательности обхода вершин зоны неопределенности [12, 13].

Предложена методика оптимизации СС по критерию вероятности потери устойчивости, основанная на построении границ области устойчивости в плоскости коэффициентов ЗР и проведении статистического моделирования [14]. На примере данных Научно-производственного предприятия «Хартрон-Аркос» для первой ступени ракеты-носителя «Циклон-3» показано, что погрешность методики находится в пределах, приемлемых для первого этапа проектирования.

Проведен обзор методов стабилизации корпуса космического аппарата при наличии нежестких элементов конструкции, например панелей солнечной батареи и антенны [15]. Рассматриваются классические методы, опирающиеся на теорию устойчивости Ляпунова и уравнения Риккати.

В целях обеспечения точной ориентации ЛА с нежесткими элементами предложено введение дополнительного контура обратной связи, что дает уменьшение влияния колебаний на стабилизацию заданного углового положения [16].

Предложен эффективный метод параметрического синтеза ЗР для случая, когда математическая модель СС состоит из непрерывной и дискретной частей [17]. Точность стабилизации количественно характеризуется квадратичным функционалом четырех кинематических параметров корпуса в плоскости рыскания при заранее неизвестных весовых коэффициентах, определяемых по разработанной авторами методике. Поиск минимума функционала проводится в четырехмерном пространстве коэффициентов ЗР.

Как показывает анализ работ, посвященных стабилизации ЛА, большинство из них направлено на создание алгоритмов обеспечения программного движения ЛА с учетом неопределенности его параметров, тогда как задача их уточнения, опираясь на данные измерительных устройств, в доступных источниках не рассматривается.

Формирование ЗР исходя из фактических параметров модели (ФПМ) дает возможность поддерживать в заданных пределах такие показатели СС, как запас устойчивости, точность стабилизации и затраты энергии на компенсацию возмущений, что является одним из факторов для обоснования требований к мощности ИУ.

Для определения ФПМ с использованием текущих сигналов датчиков основных координат вектора состояния в работе предлагается два подхода. В первом случае ФПМ определяются путем минимизации критерия, зависящего от расстояния между точками фазовых траекторий фактического и моделируемого движений; во втором — они являются результатом решения системы уравнений.

Оценка эффективности определения ФПМ исходя из приведенных показателей проведена на примере СС возмущенного движения ракеты космического назначения в плоскости рыскания.

Постановка задачи

Выбор математической модели СС зависит от решаемой задачи и этапа проектирования. Порядок дифференциальных уравнений может быть в пределах от двух до десяти и более. Пример задачи определения ЗР в целях обеспечения устойчивости вращательного движения в плоскости рыскания решается с использованием модели второго порядка [18]. Такая возможность для ракет космического назначения на начальном этапе проектирования следует из того, что спектры частот движения центра масс, вращения, колебаний компонентов топлива и корпуса конечной жесткости не пересекаются. В работе [19] исследование влияния учета в ЗР кинематических характеристик ИУ на показатели СС проводилось на модели четвертого порядка. Возмущенное движение типовой трехступенчатой ракеты космического назначения в канале рыскания с учетом первой гармоники колебаний топлива в четырех баках и двух тонов упругих колебаний корпуса описывается системой дифференциальных уравнений 16-го порядка [20].

В данной работе выбрана модель, аналогичная приведенной в [14], где рассматривается вопрос обеспечения устойчивости СС и на примере данных ракеты «Зенит-3» показана эффективность разработанного алгоритма расчета коэффициентов ЗР. В ней учитывается вращательное движение корпуса в плоскости рыскания, динамика ИУ и смещение центра масс от программного положения в направлении, перпендикулярном плоскости траектории, но не принимается во внимание конечная жесткость корпуса ракеты.

Уравнения объекта управления (ОУ) приняты в виде:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b} \cdot u + \mathbf{f}, \tag{1}$$

где $\mathbf{x}$ — вектор состояния, u — выходной сигнал регулятора, $\mathbf{f}$ — возмущающее воздействие, $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ — постоянные матрицы в окрестности определенной точки траектории.

Координаты вектора состояния — угол рыскания ψ между осью x_0 стартовой системы координат $Ox_0y_0z_0$ [20] и проекцией продольной оси ракеты на плоскость Ox_0z_0; угловая скорость рыскания $\dot{\psi}$; проекция V_z скорости центра масс на ось, перпендикулярную плоскости траектории Ox_0y_0; угол поворота δ рулевого органа ИУ и его производная по времени $\dot{\delta}$; т.е.

$$\mathbf{x} = [\psi \;\; \dot{\psi} \;\; V_z \;\; \delta \;\; \dot{\delta}]^{\mathrm{T}}.$$

 ISSN 1028-0979

В уравнении (1)

$$\mathbf{a}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{\psi\psi} & 0 & 0 & a_{\psi\delta} & 0 \\ a_{z\psi} & 0 & 0 & a_{z\delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu & -\mu\cdot\xi\cdot Tac \end{bmatrix};\ \mathbf{b}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mu \end{bmatrix};\ \mathbf{f}=\mathbf{c}\cdot f_0,\ \mathbf{c}=\begin{bmatrix} 0 \\ k_m \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$a_{\psi\psi}, a_{\psi\delta}, a_{z\psi}, a_{z\delta}$ — параметры модели ОУ; ξ, Tac — коэффициент демпфирования и постоянная времени ИУ; f_0 — постоянная составляющая возмущающего ускорения центра масс ракеты; k_m — коэффициент, учитывающий расстояние между центром масс и точкой приложения равнодействующей аэродинамических сил, а также соотношение между моментом инерции и массой; $\mu = 1/T_{ac}^2$.

Сигнал регулятора u формирует ЗР, зависящий от измеряемых координат вектора состояния $\mathbf{x}$ и коэффициентов k_ψ, k'_ψ, k'_z :

$$u=\begin{bmatrix} k_\psi & k'_\psi & k'_z \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \psi \\ \dot\psi \\ V_z \end{bmatrix}. \tag{2}$$

С учетом (1), (2) модель СС (ОУ + регулятор) имеет вид

$$\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{\Phi}\cdot\mathbf{x}+\mathbf{f},\ \mathbf{\Phi}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{\psi\psi} & 0 & 0 & a_{\psi\delta} & 0 \\ a_{z\psi} & 0 & 0 & a_{z\delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \mu\cdot k_\psi & \mu\cdot k'_\psi & \mu\cdot k'_z & -\mu & -\mu\cdot\xi\cdot T_{ac} \end{bmatrix}. \tag{3}$$

К числу наиболее подверженных возмущениям параметров модели (3) следует отнести элементы матрицы $\mathbf{\Phi}$ $a_{\psi\psi}, a_{\psi\delta}, a_{z\psi},, a_{z\delta}$, зависящие от текущих значений массы и момента инерции ракеты, положения на продольной оси ракеты центра масс, точек приложения равнодействующей аэродинамических сил и рулевого усилия, скорости и высоты полета. Отклонение этих параметров от номинальных величин может достигать 40 % [14].

Поэтому выбор ЗР на основании их фактических значений даст возможность поддерживать основные показатели СС в заданных пределах.

Ставится задача — разработать методическое обеспечение для определения в процессе полета текущего вектора ФПМ

$$\mathbf{rr}=[a_{\psi\psi r} \quad a_{\psi\delta r} \quad a_{z\psi r} \quad a_{z\delta r}]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

путем использования входящих в ЗР (2) сигналов измерительных устройств и оценить эффективность ее решения с точки зрения названных выше показателей.

Предполагается, что

— в реальном времени доступны данные измерительных устройств части координат вектора состояния $\mathbf{x}$ — $\psi, \dot\psi, V_z$;

— на СС действует только ограниченная в заданных пределах постоянная составляющая возмущения f_0;

— известны коэффициенты ЗР, параметры ИУ, ограничение величины возмущающего воздействия $f_{0\max}$, номинальные значения параметров модели для данной точки траектории

$$\mathbf{r0} = [a_{\psi\psi0} \quad a_{\psi\delta0} \quad a_{z\psi0} \quad a_{z\delta0}]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

и ограничения величин их отклонений в относительных единицах

$$\boldsymbol{\delta}\mathbf{p} = [\delta a_{\psi\psi} \quad \delta a_{\psi\delta} \quad \delta a_{z\psi} \quad \delta a_{z\delta}]^{\mathrm{T}}, \tag{6}$$

а также момент времени t_{st} начала участка траектории, на котором определяются ФПМ.

Следовательно, алгоритмы, разработанные на основе предлагаемых методов, должны обеспечить определение ФПМ СС — координат вектора (4), при известных коэффициентах ЗР (2) $k_{\psi}, k'_{\psi}, k'_{z}$, параметрах ИУ ξ, Tac и координатах векторов (5), (6).

Решение задачи определения ФПМ

Одним из методов решения этой задачи может быть минимизация критерия, характеризующего отличие фазовой траектории в пространстве координат вектора состояния, измеряемых в процессе полета, от фазовой траектории, следующей из модели СС (3).

Для построения критерия введем векторы

$$\mathbf{rv} = [a_{\psi\psi v} \quad a_{\psi\delta v} \quad a_{z\psi v} \quad a_{z\delta v}]^{\mathrm{T}}, \tag{7}$$

$$\mathbf{V_d} = [\psi_d / \psi_b \quad \dot{\psi}_d / \dot{\psi}_b \quad V_{zd} / V_{zb}]^{\mathrm{T}}, \;\; \mathbf{V_s} = [\psi_s / \psi_b \quad \dot{\psi}_s / \dot{\psi}_b \quad V_{zs} / V_{zb}]^{\mathrm{T}}, \tag{8}$$

где $a_{\psi\psi v}, a_{\psi\delta v}, a_{z\psi v}, a_{z\delta v}$ — изменяемые в процессе анализа фазовых траекторий значения параметров модели СС; $\psi_b, \dot{\psi}_b, V_{zb}$ — базовые величины координат вектора состояния $\mathbf{x}$ (1), которые применяются для получения расстояния между точками траекторий в безразмерном виде.

Координаты первого вектора (8) определяются путем измерений кинематических параметров в реальном времени, координаты второго следуют из результатов решения уравнений (3) с параметрами (7). Векторы (7), (8) используются для построения в трехмерном пространстве фазовых траекторий фактического и моделируемого движений.

Критерий, характеризующий отличие траекторий, принят в виде среднего значения расстояния между ними на интервале времени $t_2 - t_1$:

$$I(f_{0v}, \mathbf{rv}) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} l(t,\ f_{0v}, \mathbf{rv}) \cdot dt, \tag{9}$$

где f_{0v} — изменяющееся при итерациях поиска минимума критерия (9) значение постоянной составляющей возмущения,

$$l(t,\ f_{0v}, \mathbf{rv}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} [\mathbf{V_{d}}_i(t) - \mathbf{V_{s}}_i(t,\ f_{0v}, \mathbf{rv})]^2} \tag{10}$$

— расстояние между точками траекторий в момент времени t.

 ISSN 1028-0979

Из выражений (9), (10) очевидно, что минимум критерия достигается путем приближения координат вектора $\mathbf{V_s}$ к соответствующим координатам вектора $\mathbf{V_d}$. Это подтверждается результатами моделирования процесса компенсации возмущающего воздействия. При достижении минимума критерия (9) отклонения координат вектора $\mathbf{rv}$ (варьируемых параметров модели) от условно неизвестных ФПМ — координат вектора $\mathbf{rr}$ (4), не менее чем на порядок меньше их возможных значений, определяемых векторами (5), (6).

Экспериментально установлено, что вследствие особенностей задачи показатели точности улучшаются, если поиск минимума критерия (9) в пятимерном пространстве величин $(f_{0v}, \mathbf{rv})$ выполняется в три этапа: f_0; $a_{\psi\psi r}$, $a_{\psi\delta r}$; $a_{z\psi r}$, $a_{z\delta r}$.

На входе алгоритма 1 определения ФПМ путем поиска минимума критерия (9):

— измеряемые в процессе полета координаты вектора $\mathbf{V_d}$ (8);

— номинальные значения параметров модели (3) — координаты вектора $\mathbf{r0}$ (5) и ограничения $\boldsymbol{\delta}\mathbf{p}$ (6) на их отклонения;

— параметры ИУ ξ, *Tac*;

— коэффициенты ЗР k_ψ, k'_ψ, k'_z;

— момент времени начала участка траектории, на котором определяются ФПМ, — t_{st}.

Алгоритм 1 на борту ракеты выполняется в такой последовательности.

1. Установка начальных условий интегрирования системы уравнений (3) с использованием сигналов измерительных устройств (вектор $\mathbf{V_d}(t_{st})$).

2. При номинальных параметрах модели $(\mathbf{rv} = \mathbf{r0})$ определение постоянной составляющей возмущающего воздействия f_0, стартовое случайное значение которого распределено по равномерному закону в пределах $-f_{0\max} \cdots + f_{0\max}$. На этом этапе критерий (9), минимум которого в одномерном пространстве f_{0v} находится итерационным путем, принимается в виде

$$I(f_{0v}) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} l(t,\ f_{0v}, \mathbf{r0}) \cdot dt.$$

3. Определение координат $a_{\psi\psi r}$, $a_{\psi\delta r}$ вектора ФПМ (4) путем поиска минимума критерия

$$I(a_{\psi\psi v}, a_{\psi\delta v}) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} l(t,\ f_0, a_{\psi\psi v}, a_{\psi\delta v}, a_{z\psi 0}, a_{z\delta 0}) \cdot dt$$

в двумерном пространстве $a_{\psi\psi v}$, $a_{\psi\delta v}$ при постоянной составляющей возмущения f_0 и номинальных параметрах $a_{z\psi 0}$, $a_{z\delta 0}$.

4. Определение координат $a_{z\psi r}, a_{z\delta r}$ вектора ФПМ (4) путем поиска минимума критерия

$$I(a_{z\psi v}, a_{z\delta v}) = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} l(t,\ f_0, a_{\psi\psi r}, a_{\psi\delta r}, a_{z\psi v}, a_{z\delta v}) \cdot dt$$

в пространстве параметров $a_{z\psi v}, a_{z\delta v}$ при постоянной составляющей возмущения f_0 и параметрах $a_{\psi\psi r}, a_{\psi\delta r}$.

5. Коррекция коэффициентов ЗР в случае выхода приоритетного показателя СС, например заданного запаса устойчивости, за установленные пределы.

Поиск минимума критерия вида (9) может быть выполнен различными методами, например Левенберга–Марквардта или сопряженных градиентов.

Эффективность алгоритма 1 можно оценивать такими показателями, как точность и время его работы. Они зависят от параметров настройки: t_1 — момент времени, отсчитываемый от начала t_{st} участка траектории ракеты, на котором определяются ФПМ (нижний предел интеграла (9)); Δt_{int} — шаг интегрирования уравнений (3); nl — число замеров расстояния между точками траекторий; ntl — число шагов интегрирования между замерами. Для оценки этих показателей в алгоритм 1 введен блок интегрирования уравнений (3), в котором координаты вектора $\mathbf{rr}$ выбираются из четырехмерной зоны неопределенности, определяемой векторами (5), (6).

На примере данных в табл. 1 с коэффициентами ЗР, при которых обеспечивается заданное значение запаса устойчивости $\eta_g = 1{,}2\ c{-}1$, экспериментально установлено, что фактическая величина f_0 определяется с точностью не менее трех значащих цифр независимо от его начального значения, вариаций параметров ИУ и модели.

Для количественной оценки точности алгоритма 1 выбраны наибольшая ошибка

$$\delta_{\max} = \max\left(\left|\frac{(rv_i - rr_i)\cdot 100}{r0_i}\right|, i = \overline{1, 4}\right) \tag{11}$$

при условии предельных отклонений координат вектора $\mathbf{r0}$ (5) от номинальных величин и средняя δ_{av} — по четырем параметрам, а также длительность определения ФПМ, которая зависит от интервала $t_2 - t_1 = nl \cdot ntl \cdot \Delta t_{\text{int}}$, эффективности применяемых процедур поиска минимума и быстродействия аппаратуры. На компьютере с тактовой частотой 5 ГГц в среде Mathcad с применением в алгоритме 1 процедуры Minimize для поиска минимума критерия вида (9) оценка суммарной длительности трех этапов определения ФПМ составила 1,4 с. Приближенная оценка требуемого быстродействия бортовой вычислительной машины может быть получена путем приравнивания длительности определения ФПМ к ограничению снизу периода колебаний корпуса. Согласно работе [18] диапазон частот вращательного движения ракеты космического назначения 0,1–0,3 Гц, в соответствии с этим наименьший период колебаний 3,3 с.

Для примера данных из табл. 1 при выборе значений ФПМ на четырех из 16 вершин зоны неопределенности максимальная погрешность (11) не выходит за предел 3,1 %, а средняя — 0,8 % (табл. 2).

ISSN 1028-0979

Таблица 1

$a_{\psi\psi}$	$a_{\psi\delta}$	$a_{z\psi}$	$a_{z\delta}$	ξ	T_{ac}	k_m	k_ψ	k'_ψ	k'_z
c^{-2}		м/с^2		—	с	м$^{-1}$	—	с	с/м
1,811	– 0,295	– 36,09	– 1,441	1,2	0,1	0,072	31,01	15,42	– 0,361

Вместо поиска минимума критерия (9) — среднего значения расстояния (10) между точками траекторий фактического и моделируемого движений, ФПМ могут быть определены путем решения системы уравнений, содержащих векторы (4), (5), (7), (8) в моменты времени

$$t_j = t_1 + j \cdot (t_k - t_1) / 3, \quad j = \overline{0, 3},$$

где $t_k - t_1$ — интервал, устанавливаемый в зависимости от частоты опроса датчиков координат вектора состояния СС $\mathbf{x}$ (1), входящих в ЗР (2).

Таблица 2

t_1	nl	ntl	Δt_{int}	δ_{av}	$\delta_{\max}$	Относительные отклонения ФПМ $a_{\psi\psi}$ $a_{\psi\delta}$ $a_{z\psi}$ $a_{z\delta}$ от номинальных значений
с	—		с	%		—
0,7	8	12	0,001	0,8	3,1	– 0,4 – 0,4 – 0,4 – 0,4
				0,6	2,1	+ 0,4 + 0,4 + 0,4 + 0,4
				0,5	2,0	+ 0,4 + 0,4 – 0,4 – 0,4
				0,8	3,1	– 0,4 – 0,4 + 0,4 + 0,4

Четыре уравнения с одним неизвестным для поиска постоянной составляющей возмущения f_0

$$F_j(t_j,\ f_0, \mathbf{r0}) = \sum_{i=1}^{3} [V_{si}(t_j,\ f_0, \mathbf{r0}) - V_{di}(t_j,\ f_0, \mathbf{rr})]^2 = 0, \quad j = \overline{0, 3},$$

методом наименьших квадратов сводятся к одному

$$\sum_{j=0}^{3} F_j(t_j,\ f_0, \mathbf{r0}) \cdot \frac{dF_j(t_j,\ f_0, \mathbf{r0})}{df_0} = 0. \tag{12}$$

Система уравнений, результатом решения которой являются четыре координаты вектора **rv**, равные с точностью до погрешности координатам вектора **rr** (4) — ФПМ, имеет вид

$$F_j(t_j,\ f_0, \mathbf{rv}) = \sum_{i=1}^{3} [V_{si}(t_j,\ f_0, \mathbf{rv}) - V_{di}(t_j, \mathbf{rr})]^2 = 0, t_j = t_1 + j \cdot (t_k - t_1) / 3,\ j = \overline{0, 3}. \tag{13}$$

Величины на входе алгоритма 2 определения ФПМ путем решения системы уравнений (12), (13) отличаются от приведенных выше для алгоритма 1 тем, что данные измерительных устройств — координаты вектора $\mathbf{V_d}$ (8), необходимы только в моменты времени t_{st} и $t_{st} + t_1 + j \cdot (t_k - t_1) / 3,\ j = \overline{0, 3}$ (13).

Алгоритм 2 на борту ракеты выполняется в такой последовательности.

1. Установка начальных условий интегрирования системы уравнений (3) с использованием сигналов измерительных устройств (вектор $\mathbf{V_d}(t_{st})$).

2. При номинальных параметрах модели $(\mathbf{rv} = \mathbf{r0})$ определение постоянной составляющей возмущающего воздействия f_0 путем решения уравнения (12).

3. При известном значении f_0 решение системы из четырех уравнений (13), в результате которого с точностью до погрешности находятся координаты вектора $\mathbf{rr}$ (4) — ФПМ.

4. Коррекция коэффициентов ЗР в случае выхода приоритетного показателя СС за установленные пределы.

Для примера данных из табл. 1 постоянная составляющая возмущения f_0 путем решения методом итераций уравнения (12) определяется с погрешностью не более 2 %. Когда величина f_0 известна, то максимальная ошибка (11) определения ФПМ путем решения системы уравнений (13) не более 1 % при отклонениях разного знака координат вектора $\mathbf{rr}$ (4) от номинальных величин — координат вектора $\mathbf{r0}$ (5) на 40 %, средняя по четырем параметрам не превышает 0,3 %.

Решение системы уравнений (12), (13) по сравнению с поиском минимума критерия отличия фазовых траекторий (9) имеет преимущества в точности, но при его использовании в реальном времени требуемое быстродействие бортовой вычислительной машины становится выше.

Влияние уточнения параметров модели на запас устойчивости, точность стабилизации и требование к мощности ИУ

Одним из основных требований к СС является запас устойчивости. Его количественная оценка может быть получена исходя из критерия Найквиста путем анализа амплитудно-фазовой частотной характеристики разомкнутой системы как запас по амплитуде и запас по фазе. Запас устойчивости СС ракет космического назначения принято оценивать приведенным расстоянием от точки на плоскости двух коэффициентов ЗР, выбранной из области устойчивости, до ее границы. В теории автоматического регулирования для оценки запаса устойчивости применяется также расстояние η от мнимой оси плоскости корней характеристического полинома (ХП) матрицы $\mathbf{\Phi}$ (3) до ближайшего корня (степень устойчивости).

Коэффициенты ЗР (2) могут быть определены исходя из требования обеспечить заданное значение степени устойчивости η_g. Для этого в трехмерном пространстве k_ψ, k'_ψ, k'_z итерационным путем находится минимум величины отклонения $\left|\eta_g - \eta\right|$, которое в зависимости от вектора текущих параметров модели $\mathbf{rv}$ (7) и коэффициентов ЗР можно представить в виде

$$\Delta\eta(\mathbf{rv}, k_\psi, k'_\psi, k'_z) = \left| \eta_g - \min_{s_i}(-\mathrm{Re}(polyroots(qf(\mathbf{rv}, k_\psi, k'_\psi, k'_z)))),\ i = \overline{1, 5} \right|, \quad (14)$$

где $qf(\mathbf{rv}, k_\psi, k'_\psi, k'_z) = \begin{bmatrix} \mu \cdot k'_z \cdot (rv_1 \cdot rv_4 - rv_2 \cdot rv_3) \\ -\mu \cdot (rv_1 + rv_2 \cdot k_\psi) \\ -\mu \cdot (rv_4 \cdot k'_z + rv_2 \cdot k'_\psi + \xi \cdot Tac \cdot rv_1) \\ \mu - rv_1 \\ \mu \cdot \xi \cdot Tac \\ 1 \end{bmatrix}$

 ISSN 1028-0979

— функция определения коэффициентов ХП; *polyroots* — процедура вычисления корней ХП s_i; Re — операция выделения их действительной части; $\min$ — операция выбора наименьшей величины $\mathrm{Re}(s_i)$.

Количественная оценка эффективности применения ФПМ для коррекции коэффициентов ЗР в процессе полета может быть проведена в такой последовательности.

• Итерационным путем при номинальных параметрах модели, т.е. $\mathbf{rv}=\mathbf{r0}$, находятся значения $k_{\psi 0}, k'_{\psi 0}, k'_{z0}$, при которых функция (14) минимальна.

• Путем вариаций координат вектора $\mathbf{rv}$ в четырехмерной области, ограниченной вектором относительных отклонений параметров $\boldsymbol{\delta}\mathbf{p}$ (6), т.е. определяемой неравенствами

$$r0_i \cdot (1-\delta p_i)\cdot \mathrm{sign}(r0_i) \le rv_i \cdot \mathrm{sign}(r0_i) \le r0_i \cdot (1+\delta p_i)\cdot \mathrm{sign}(r0_i),\ =\overline{1,4}, \quad (15)$$

устанавливается наибольшее значение функции (14) $\Delta\eta_{\max}$ в точке $\mathbf{rv_{max}}$ вектора (7).

В результате коррекции коэффициентов ЗР путем нахождения минимума функции (14) в трехмерной области коэффициентов ЗР k_ψ, k'_ψ, k'_z при $\mathbf{rv}=\mathbf{rv_{max}}$ отклонение степени устойчивости от заданного значения η_g уменьшится до величины $\Delta\eta_{\min}$.

В случае $\mathbf{rv_{max}}=\mathbf{rr}$ (4) показатель эффективности применения ФПМ — отношение $\Delta\eta_{\max}/\Delta\eta_{\min}$ будет наибольшим.

В табл. 3 приводится пример коррекции коэффициентов ЗР с учетом определяемых в процессе полета ФПМ, относительные отклонения которых ограничены вектором (6)

$$\boldsymbol{\delta}\mathbf{p}=[0{,}15 \quad 0{,}04 \quad 0{,}10 \quad 0{,}08]^{\mathrm{T}}. \quad (16)$$

Приведенный пример показывает, что без коррекции ЗР с учетом ФПМ возможно уменьшение запаса устойчивости СС до значения $\eta_g-\Delta\eta_{\max}=0{,}314$, т.е. почти в четыре раза.

Таблица 3

Номинальные параметры — вектор $\mathbf{r0}$				Коэффициенты ЗР при $\eta_g=1{,}2$		
$a_{\psi\psi 0}$	$a_{\psi\delta 0}$	$a_{z\psi 0}$	$a_{z\delta 0}$	$k_{\psi 0}$	$k'_{\psi 0}$	k'_{z0}
1,811	– 0,295	– 36,09	– 1,441	31,014	15,423	– 0,361
ФПМ — вектор $\mathbf{rv_{max}}$				Коэффициенты ЗР после коррекции		
$a_{\psi\psi m}$	$a_{\psi\delta m}$	$a_{z\psi m}$	$a_{z\delta m}$	$k_{\psi m}$	$k'_{\psi m}$	k'_{zm}
2,083	– 0,307	– 38,685	– 1,556	32,066	14,669	– 0,362
$\lvert\eta-\eta_g\rvert=\Delta\eta_{\max}=0{,}86$				$\Delta\eta_{\min}=\lvert\eta-\eta_g\rvert=0{,}052$		

Статическая погрешность стабилизации при условии постоянного возмущения f_0 количественно характеризуется вектором ошибки [21]

$$\mathbf{er0}=-\boldsymbol{\Phi}^{-1}\cdot\mathbf{c}, \quad (17)$$

где $\mathbf{c}$ и $\boldsymbol{\Phi}$ определены в (1), (3).

Установившееся состояние после окончания переходного процесса —

$$\mathbf{x} = \mathbf{er0} \cdot f_0.$$

Координаты вектора ошибок (17) определяют отнесенную к возмущению f_0 погрешность стабилизации соответствующей составляющей вектора состояния $\mathbf{x}$.

При отклонениях текущих параметров модели — координат вектора $\mathbf{rv}$ (7), от номинальных значений i-ю координату вектора (17) приближенно можно представить в виде

$$er0_i(\mathbf{rv}) = er0_i(\mathbf{r0}) + \sum_{j=1}^{4} \frac{d[er0_i(\mathbf{r0})]}{d(rv_j)} \cdot \Delta rv_j, \quad i = \overline{1, 5}, \tag{18}$$

где $\mathbf{r0}$ — вектор номинальных значений параметров модели (5), $\Delta rv_j = rv_j - r0_j = \delta p_{jv} \cdot r0_j$, текущая относительная ошибка δp_{jv} по величине не превышает соответствующих координат вектора (6), т.е. удовлетворяет неравенствам

$$-\delta p_j \le \delta p_{jv} \le \delta p_j, \quad j = \overline{1, 4}. \tag{19}$$

Особенность матрицы $\mathbf{\Phi}^{-1}$ в том, что ее элементы определяются конечными выражениями. Вектор ошибки (17)

$$\mathbf{er0} = [a_{\psi\delta} - a_{z\delta} \cdot k_m \quad 0 \quad (k_\psi \cdot \nu_1 + \nu_2) / k'_z \quad \nu_2 \quad 0]^{\mathrm{T}} / \Delta, \tag{20}$$

где $\quad v_1 = a_{z\delta} \cdot k_m - a_{\psi\delta},\ v_2 = a_{z\psi} \cdot k_m - a_{\psi\psi},\ \Delta = a_{\psi\psi} \cdot a_{z\delta} - a_{z\psi} \cdot a_{\psi\delta}.$

Исходя из (20) производные координат вектора ошибок по параметрам модели

$$\frac{d[er0_i(\mathbf{r0})]}{d(rv_j)}$$

могут быть представлены конечными соотношениями, что упрощает ранжирование отклонений параметров модели $a_{\psi\psi}, a_{\psi\delta}, a_{z\psi}, a_{z\delta}$ по их влиянию на точность стабилизации.

Путем поиска экстремальных точек функции (18) в четырехмерной области относительных отклонений δp_{vj} (19) можно установить зависимости предельных значений погрешности стабилизации координат вектора состояния от точности параметров модели.

Из выражений (20) следует, что для модели СС (3) при постоянном возмущении от коэффициентов ЗР зависит только координата $er0_3$ вектора ошибок, которая определяет точность стабилизации скорости движения центра масс ракеты в направлении, перпендикулярном плоскости траектории — составляющей V_z вектора $\mathbf{x}$ (1).

Определение ФПМ позволяет управлять этим показателем путем выбора компромиссного решения между запасом устойчивости и погрешностью стабилизации, а также соответствующей коррекцией коэффициентов ЗР k_ψ, k'_z без изменения других координат вектора ошибок (20).

 ISSN 1028-0979

Для данных из табл. 1 и ограничений относительных погрешностей (16) предельная ошибка стабилизации составляющей V_z почти в два раза превосходит ее значение при номинальных параметрах модели.

Требование к мощности ИУ также является одним из основных показателей СС. Работа за интервал времени dt определяется как произведение создаваемого ИУ вращающего момента M на угол δ поворота рулевого органа, т.е. $M \cdot \dot{\delta} \cdot dt,$ а на протяжении переходного процесса длительностью T ее можно представить в виде

$$A = \int_0^T \left| M(t) \cdot \dot{\delta}(t) \right| \cdot dt. \tag{21}$$

ИУ в первом приближении можно описывать дифференциальным уравнением второго порядка [19]

$$I \cdot \ddot{\delta} + d \cdot \dot{\delta} + c1 \cdot \delta = M,$$

где I — момент инерции рулевого органа, приведенный к оси его поворота; $c1, d$ — жесткость и коэффициент демпфирования эквивалентного поворотного устройства.

Путем моделирования установлено, что работа A (21) пропорциональна квадрату возмущающего ускорения f_0, приложенного к центру масс ракеты, поэтому для количественной оценки требования к мощности ИУ можно применить величину

$$P = \frac{A}{f_0^2 \cdot T}. \tag{22}$$

Эффективность использования ФПМ для коррекции коэффициентов ЗР в целях уменьшения показателя (22) оценивается отношением

$$n_p = \frac{P(\mathbf{rr}, k_{\psi 0}, k'_{\psi 0}, k'_{z0})}{P(\mathbf{rr}, k_{\psi p}, k'_{\psi p}, k'_{zp})}, \tag{23}$$

где индексом «0» обозначены коэффициенты ЗР, выбранные из условия минимума отклонения запаса устойчивости СС (14) от заданного значения η_g при номинальных параметрах модели (5), а индексом «*p*» — коэффициенты ЗР после их коррекции при ФПМ (4) также из условия минимума функции (14). Отношение (23) будет наибольшим, когда вектор $\mathbf{rr}$ в точке пространства относительных отклонений параметров модели (6) соответствует максимуму приведенной мощности (22), т.е. $\mathbf{rr} = \mathbf{rp_{max}}.$

Приведен пример коррекции коэффициентов ЗР в целях уменьшения требуемой мощности ИУ для данных из табл. 1, 4.

В приведенном примере (табл. 5) при условии обеспечения запаса устойчивости $\eta_g = 1{,}2\ c^{-1}$ наибольшее значение показателя эффективности использования ФПМ для коррекции коэффициентов ЗР в целях уменьшения требуемой мощности ИУ (23) $n_p = 1{,}098,$ а в случае $\eta_g = 0{,}9\ c^{-1}$ показатель n_p возрастает до значения 1,296.

Таблица 4

I	c_1	d
кг·м^2	Н·м/рад	Н·м/(рад/с)
478	3372678	2484

Таблица 5

Номинальные параметры — вектор **r0**				Коэффициенты ЗР при $\eta_g = 1,2c^{-1}$		
$a_{\psi\psi0}$	$a_{\psi\delta0}$	$a_{z\psi0}$	$a_{z\delta0}$	$k_{\psi0}$	$k'_{\psi0}$	k'_{z0}
1,811	– 0,295	– 36,09	– 1,441	31,014	15,423	– 0,361
ФПМ – вектор $\mathbf{rp_{max}}$				Коэффициенты ЗР после коррекции		
$a_{\psi\psi p}$	$a_{\psi\delta p}$	$a_{z\psi p}$	$a_{z\delta p}$	$k_{\psi p}$	$k'_{\psi p}$	k'_{zp}
2,083	– 0,283	– 39,699	– 1,556	29,684	16,08	– 0,362
$P = 1{,}112 \cdot 10^5$ Н · с^3/м				$P = 1{,}013 \cdot 10^5$ Н · с^3/м		

Проведенный анализ показывает, что наибольший эффект использования ФПМ для коррекции коэффициентов ЗР имеет место в задаче поддержания в процессе полета заданного значения запаса устойчивости.

Заключение

Предложены новые методы уточнения параметров математической модели процесса стабилизации возмущенного движения ракеты космического назначения с использованием данных измерительных устройств части координат вектора состояния в реальном времени. По сравнению с расчетом фазовых траекторий фактического и моделируемого движений уточнение параметров путем решения системы уравнений имеет преимущества в точности, однако ведет к необходимости повышать быстродействие бортового вычислителя.

На примере параметров ракеты космического назначения показано, что применение ФПМ для коррекции в процессе полета коэффициентов ЗР дает возможность поддерживать в заданных пределах запас устойчивости СС, управлять показателем точности стабилизации возмущенного движения центра масс ракеты и уменьшать диапазон отклонений требуемой мощности ИУ.

Разработанные алгоритмы определения ФПМ в реальном времени расширяют методическую базу проектирования СС.

В.В. Авдєєв

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ РАКЕТИ В ПРОЦЕСІ ПОЛЬОТУ

Динамічні характеристики системи об’єкт керування і регулятор в значній мірі залежать від вибору закону регулювання, який визначається номінальними значеннями параметрів математичної моделі процесу стабілізації та його пріоритетним показником. Через відхилення параметрів ракети і, відповідно, моделі від номінальних величин проектанти встановлюють коефіцієнти запасу, виходячи із найбільш несприятливих умов, що негативно позначається на загальних показниках, зокрема на відносній вазі корисного навантаження. Тому виникає потреба в розробці алгоритмів уточнення — ідентифікації в процесі польоту параметрів моделі за допомогою сигналів пристроїв вимірювання і можливості бортових обчислювальних машин. Це підвищить ефективність використання методів вибору закону регулювання з погляду таких показників, як запас стійкості, точність стабілізації та потужність виконавчого пристрою. Метою статті є розробка методів уточнення параметрів моделі системи стабілізації руху ракети у площині рискання, які спираються на використання поточних даних вимірювальних пристроїв частини координат вектору стану, і перевірка ефективності уточнення з погляду названих показників. Прийнято лінійну стаціонарну в околі певної точки траєкторії модель системи стабілізації збуреного руху ракети із врахуванням інерції виконавчого пристрою у вигляді звичайних диференційних рівнянь п’ятого порядку. Для наближення параметрів моделі до їх фактичних значень запропоновано два підходи: 1) у просторі параметрів моделі знаходиться мінімум інтеграла відстані між точками траєкторії згідно з сигналами вимірювальних пристроїв і траєкторії, отриманої шляхом моделювання процесу компенсації збурення; 2) фактичні значення параметрів є результатом розв'язку системи нелінійних рівнянь, в які входять дані вимірювальних пристроїв і відповідні дані, отримані шляхом моделювання. На прикладі параметрів ракети космічного призначення показано, що вибір закону регулювання, виходячи із фактичних коефіцієнтів моделі, призводить до суттєвого зменшення відхилень від заданого значення запасу стійкості системи, похибки стабілізації і потужності виконавчого пристрою.

Ключові слова: стабілізація руху, ідентифікація, закон регулювання.

V.V. Avdejev

DETERMINATION OF MODEL PARAMETERS OF ROCKET STABILIZATION SYSTEM IN FLIGHT

The dynamic characteristics of the system that includes the controlled object and the regulator largely depend on the choice of the control law, which is determined based on the nominal values of the parameters of the mathematical model of the stabilization process and its priority indicator. Due to the deviation of the missile parameters and, accordingly, the model from the nominal values, the designers set the safety factors based on the most unfavorable conditions, which negatively affects the overall performance, in particular, the relative weight of the payload. Therefore, there is a need to develop algorithms for adjustment that is identification model parameters during the flight using the signals of measuring devices and the capabilities of on-board computers. This will increase the efficiency of methods of choosing the control law based on such indicators as stabilization accuracy, stability margin and power requirements of the actuator. The aim of the article is to develop methods for refining the parameters of the rocket stabilization system in the yawing plane, which are based on the use of current data of measuring devices of the part of coordinates of the state vector, and verify the effectiveness of refinement in terms of the above indicators. A linear stationary model of a system for stabilizing the perturbed motion of a rocket taking into account the inertia of the actuator in the form of ordinary fifth-order differential equations is adopted. Two approaches are proposed to approximate the model parameters to their actual values. In the first in the model parameter space there is a minimum of the integral of the distance between the points of the trajectory according to the signals of the measuring devices and the trajectory obtained by modeling the perturbation compensation process. In the second, the actual values of the parameters are the result of solving a system of nonlinear equations, which includes data from measuring devices and the corresponding data obtained by simulation. On the example of space rocket parameters it is shown that the choice of the control law based on the actual coefficients of the model leads to a significant reduction of deviations from the set value of the system stability margin, stabilization error and power of the actuator.

Keywords: motion stabilization, identification, control law.

1. Thakur D., Srikant S., Akella M. Adaptive attitude-tracking control of spacecraft with uncertain time-varying inertia parameters. *Journal of guidance, control, and dynamics*. 2015. **38**, N 1. P. 41–52. DOI: 10.2514/1.G000457
2. Su Y., Zheng C. Simple nonlinear proportional-derivative control for global finite-time stabilization of spacecraft. *Journal of guidance, control, and dynamics*. 2015. **38**, N 1. P. 173–178. https://doi.org/10.2514/1.G000467
3. Li M., Hou M., Yin C. Adaptive attitude stabilization control design for spacecraft under physical limitations. *Journal of guidance, control, and dynamics*. 2016. **39**, N 9. P. 2179–2183. DOI: 10.2514/1.G000348
4. Бирюков В.Г., Челноков Ю.Н. Кинематическая задача оптимальной нелинейной стабилизации углового движения твердого тела. *Известия РАН. Механика твердого тела*. 2017. № 2. С. 3–12.
5. Tiwari P., Janardhanan S., Nabi M. Attitude control using higher order sliding mode. *Aerospace science and technology*. 2016. **54**. P. 108–113. https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.04.012.

6. Nair A., Selvaganesan N., Lalithambika V. Lyapunov based PD/PID in model reference adaptive control for satellite launch vehicle systems. *Aerospace science and technology*. 2016. **51**. P. 70–77. https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.01.017
7. Senqiang Z., Danwei W., Qiang S., Eng K.P. Satellite attitude stabilization control with actuator faults. *Journal of guidance, control, and dynamics*. 2017. **40**, N 5. P. 1304–1313. https://doi.org/10.2514/1.G001922
8. Zimenko K., Efimov D., Polyakov A., Kremlev A. Independent of delay stabilization using implicit Lyapunov function method. *Automatica*. 2019. **101**. P. 103–110. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2018.11.051
9. Nozari E., Tallapragada P., Cortes J. Event-triggered stabilization of nonlinear systems with time-varying sensing and actuation delay. *Automatica*. 2020. **113**. 108754. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2019.108754
10. Fazlyab A., Saberi F., Kabganian M. Adaptive attitude controller for a satellite based on neural network in the presence of unknown external disturbances and actuator faults. *Advances in space research*. 2016. **57**, N 1. P. 367–377. https://doi.org/10.1016/j.asr.2015.10.026
11. Adaptive neural network-based satellite attitude control in the presence of CMG uncertainty. W. MacKunis, F. Leve, P.M. Patre, N. Fitz-Coy, W.E. Dixon. *Aerospace science and technology*. 2016. **54**. P. 218–228. https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.04.022
12. Авдєєв В.В. Стабілізація руху ракети в умовах невизначеності. *Авиационно-космическая техника и технология*. Харьков : «ХАИ». 2018. № 6 (150). С. 12–18. doi: 10.32620/aktt.2018.6.02
13. Avdeyev V. Stabilization of rocket motion. *Space technologies: present and future: VII Міжнародна конференція*. Тези доповідей. Дніпро : ДП КБ Південне. 2019. С. 114.
14. Сухоребрый В.Г., Цветкова А.А., Шопина А.Б. Оптимизация параметров системы стабилизации ракет-носителей с помощью метода вариаций. *Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии*. 2015. № 68. С. 5–12. http://nbuv.gov.ua/UJRN/vikt_2015_68_3.
15. Овчинников М.Ю., Ткачев С.С., Шестоперов А.И. Алгоритмы стабилизации космического аппарата с нежесткими элементами. *Известия РАН. Теория и системы управления*. 2019. № 3. С. 147–163.
16. Vibration suppression-based attitude control for flexible spacecraft. Z. Wang, M. Xu, Y Jia, S. Xu, L. Tang. *Aerospace science and technology*. 2017. **70**. P. 487–496. https://doi.org/10.1016/j.ast.2017.08.014
17. Александров Е.Е., Александрова Т.Е. Параметрический синтез цифрового стабилизатора космической ступени ракеты-носителя с жидкостным реактивным двигателем на активном участке полета. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2020. № 3. С. 80–92.
18. Айзенберг Я.Е., Сухоребрий В.Г. Проектирование систем стабилизации носителей. М. : Машиностроение, 1986. 224 с.
19. Авдєєв В.В. Використання інформації про вектор стану виконавчого пристрою в системі стабілізації обертального руху ракети. *Радіоелектроніка, інформатика, управління.* 2018. № 3. С. 174–182.
20. Игдалов И.М., Кучма Л.Д., Поляков Н.В., Шептун Ю.Д. Ракета как объект управления. Днепропетровск : АРТ-ПРЕСС, 2004. 544 с.
21. Авдєєв В.В. Точність і запас стійкості системи стабілізації обертального руху ракети. *Радіоелектроніка, інформатика, управління*. 2016. № 3. С. 93–98.

Получено 20.11.2020
После доработки 10.10.2021