УДК 519.9

А.Н. Воронин, А.С. Савченко

ЭКСПЕРТНЫЕ СИСТЕМЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Ключевые слова: векторная оптимизация, регрессионные модели, метод экспертных оценок, аппроксимационные полиномы, метод наименьших квадратов, метод интерполяции, нелинейная схема компромиссов.

Введение

Принятие сложных технических и экономических решений осуществляется с помощью формализованных систем принятия решений. При их создании часто приходится сталкиваться с тем, что для получения необходимых математических моделей не хватает экспериментально-статистических данных. Положение усугубляется в том случае, когда решение принимается по нескольким противоречивым критериям качества.

В условиях острой нехватки экспериментальных данных предлагаем получать необходимую информацию (квазиэкспериментальные данные) от экспертов — специалистов, имеющих достаточный опыт в принятии решений рассматриваемого класса. Один из специфических аспектов — крайняя ограниченность (а иногда и полное отсутствие) экспериментально-статистических данных, по которым можно определять математические модели критериальных функций.

В этих трудноформализуемых условиях приходится прибегать к нетрадиционным подходам, один из которых рассматривается в настоящей статье. Естественно, что в данном случае речь может идти лишь о примерных расчетах, об ориентировочном определении основных тенденций при выборе факторов, влияющих на критериальные функции.

Постановка задачи

Для решения задачи необходимо иметь следующие отправные данные.

1. Математические модели:

$$y_k = f_k(x), \ k \in [1, s],$$

где $y = \{y_k\}_{k=1}^{s}$ — вектор критериев качества, по которым принимаются многокритериальные решения; $f(x) = \{f_k(x)\}_{k=1}^{s}$ — вектор критериальных функций; $x = \{x_i\}_{i=1}^{n}$ — n-мерный вектор независимых переменных (аргументы оптимизации критериальных функций).

2. Ограничения по независимым переменным $x \in X$, где

$$X = \{x \mid x_{i\,\min} \le x_i \le x_{i\,\max}, \ i \in [1, n]\}.$$

Качественный состав вектора x достаточно разнообразен и соответственно размерность n этого вектора в общем случае велика. Полный учет параметров x привел бы к неоправданному усложнению критериальных функций $f(x)$ и к чрезмерным трудностям решения оптимизационной задачи. Поэтому естественен выбор только наиболее информативных параметров x — координат пространства, в котором будет осуществляться оптимизация критериев y, в то время как остальные параметры считаются фиксированными и заданными. Выбор обычно выполняется с привлечением экспертов.

3. Ограничения по критериям $y \in M$:

$$M = \{y \mid 0 \le y_k \le A_k,\ k \in [1; s]\}.$$

Ограничения $x_{i\min}, x_{i\max}$ по аргументам $x \in X$ и A_k по критериям $y \in M$ задаются исходя из физических соображений.

При наличии этих данных имеются все предпосылки для оптимизации критериальных функций, т.е. для определения компромиссно-оптимальных значений параметров $x^* = \{x^*_i\}_{i=1}^{n}$.

Метод решения

Принятие решения осуществляется путем оптимизации входящих в систему критериальных функций. Ввиду очевидной противоречивости критериев необходимо прибегнуть к специфическим методам теории многокритериальной (векторной) оптимизации. Если используется способ скалярной свертки, то математически модель решения задачи векторной оптимизации представляется в виде

$$x^* = \arg\min_{x \in X} Y[y(x)],$$

где $Y(y)$ — скалярная функция, имеющая смысл скалярной свертки вектора частных критериев, вид которой зависит от выбранной схемы компромиссов.

В работах [1–3] предложена скалярная свертка по нелинейной схеме компромиссов. Для минимизируемых критериев она имеет вид

$$Y[y(x)] = \sum_{k=1}^{s} A_k [A_k - y_k(x)]^{-1},$$

Эта свертка дает возможность формализовано получать парето-оптимальные решения, адекватные заданным ситуациям [4].

Вид критериальных функций $y_k = f_k(x),\ k \in [1, s]$, зависит от того, какими сведениями располагает исследователь для построения модели. Спектр широк — от полного знания механизмов явлений (детерминированная модель) до полной неопределенности («черный ящик»). Между этими информационными полюсами находится вероятностный уровень неопределенности.

Получить детерминированную математическую модель $f(x)$ любой характеристики процесса принятия решения обычно затруднительно ввиду сложности происходящих физических и других процессов в объекте. Поэтому критериальную функцию $f_k(x),\ k \in [1, s]$, аппроксимируют на множестве аргументов $x \in X$ некоторой приближающей функцией $F_k(x, a),\ k \in [1, s]$, известной с точностью до вектора констант (коэффициентов) $a = \{a_j\}_{j=1}^{m}$.

Регрессионные модели

При выборе вида функции $F_k(x, a),\ k \in [1, s]$ нужно учитывать следующее. Установлено [1], что наилучшие результаты получаются, если регрессионная модель строится на основе некоторой известной информации о механизмах исследуемых явлений. Тогда модель называется содержательной. Если такой информации нет, то приходится работать в классе формальных регрессионных моделей и расплачиваться за отсутствие информации большим объемом вычислений.

К формальной модели предъявляется два противоречивых требования. С одной стороны, приближающая функция должна быть достаточно простой, чтобы процессы вычислений не оказались чрезмерно громоздкими. С другой стороны, аппроксимирующая зависимость должна обладать достаточными прогностическими и точностными свойствами. В большинстве практических случаев оба эти требования выполняются в классе регрессионных полиномов второго порядка:

$$F_k(x, a) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i + \sum_{i,\, j=1,\, i<j}^{n} a_{ij} x_i x_j, \quad k \in [1, s],$$

где a_0, a_1, a_{ij} — коэффициенты. Эта функция достаточно хорошо адаптируется к топографии целевой функции $f_k(x)$, она способна выражать такие особенности, как овражность и пр. На практике используются различные усечения регрессионного полинома, главным образом, линейные приближения.

Определение коэффициентов регрессии

Определение коэффициентов a может быть выполнено как методами интерполяции, так и методом наименьших квадратов (МНК). Интерполяционные формулы предусматривают точное совпадение приближающей и целевой функций в опорных точках (узлах интерполяции), количество которых N, как и количество неизвестных констант a, равно m. Коэффициенты a определяются решением определенной системы уравнений:

$$F_k(x^{(u)}, a) = f_k(x^{(u)}), \quad u \in [1, N = m],$$

где $x^{(u)}$ — узлы интерполяции.

Предполагается, что значения целевой функции в узлах аппроксимации $f_k(x^{(u)}),\ u \in [1, N]$, известны. Определение этих значений с помощью экспертов является ключевым моментом в настоящей работе и рассматривается ниже.

МНК предусматривает N опорных точек (узлов аппроксимации), причем N может быть больше, меньше или равно (как частный случай) количеству констант m. Неизвестные коэффициенты приближающей функции определяются из условия

$$E_k(a) = \sum_{u=1}^{N} [F_k(x^{(u)}, a) - f_k(x^{(u)})]^2 = \min_a .$$

Используя необходимое условие минимума функции, получаем называемую в теории МНК систему нормальных уравнений

$$\frac{\partial E_k(a)}{\partial a_j} = 0, \quad j \in [1, m],$$

решение которой определяет коэффициенты аппроксимирующей функции. Обратим внимание, что независимо от числа выбираемых опорных точек N, система нормальных уравнений всегда является определенной.

Экспертные оценки

Специфика рассматриваемой задачи в том, что получить значения целевых функций в опорных точках весьма затруднительно. Как всегда, в тех случаях, когда задача трудноформализуема, приходится прибегать к методам экспертных оценок.

 ISSN 1028-0979

Квалифицированный специалист (эксперт), имеющий достаточный опыт в принятии решений данного класса, может произвести мысленный эксперимент. Представить себе, какими будут, по его мнению, уровни критериальных функций в различных опорных точках факторов $x \in X$. Таким образом, в основе метода лежит индивидуальное мнение (постулат), высказываемое специалистом-экспертом об оцениваемой величине, исходя из своего профессионального опыта. Основной недостаток постулирования — субъективность и возможность произвола.

Процедура метода обработки экспертных оценок позволяет уменьшить этот недостаток, используя для оценки некоторой количественной характеристики постулаты не одного, а нескольких компетентных лиц. Предполагается, что «истинное» значение неизвестной нам количественной характеристики находится внутри диапазона оценок экспертов и «обобщенное» коллективное мнение более достоверно.

При решении сложных задач необходимо учитывать, что количество экспертов обычно ограничено, а степень их компетентности в данном вопросе может быть различной. Неучет этих обстоятельств снижает достоверность и точность искомых оценок.

Любопытную аналогию приводит Олаф Хелмер: «Мы получаем информацию о происходящих событиях с помощью разных приборов, иногда неточных, причем не отказываемся от этой информации, учитывая лишь степень ее точности и достоверности. Специалистов-экспертов тоже можно рассматривать как своего рода «прибор», дающий информацию о вероятности тех или иных предстоящих событий или гипотез, объясняющих происходящие события. Отказываться от такой информации не следует. Следует лишь постараться определить степень точности и достоверности этой информации, подобно тому, как это делается для других измерительных приборов». По аналогии можно сказать, что задача обработки высказываний экспертов подобна задаче комплексирования приборов, имеющих различный класс точности.

Естественно предположить, что точность и достоверность процедуры экспертных оценок существенно возрастут, если высказывания каждого эксперта будут восприниматься с коэффициентом (весом), зависящим от степени его компетентности в данном вопросе. Этот вес может устанавливаться либо на основе оценок предыдущей деятельности эксперта, либо по данным самооценки, либо с учетом квалификации, эрудиции, должности или академического звания эксперта. Более надежна процедура, при которой компетентность эксперта оценивается непосредственно в процессе решения конкретной задачи.

Неизвестная количественная характеристика рассматривается как случайная величина, отражением закона распределения которой является постулат эксперта. Для установления окончательной оценки высказывания всех экспертов изучаются в совокупности и обрабатываются как некий исходный статистический материал. Обработка должна проводиться с привлечением концепций математической статистики.

В работе [1] предложена процедура обработки данных экспертных оценок, в ходе которой получаются уточненные агрегированные оценки, а также (как сопутствующий продукт) коэффициенты доверия к мнению отдельных экспертов.

Применив этот метод к обработке экспертных оценок критериальных функций в каждой из N узловых точек области определения $x \in X$, получим s векторов оценок (квазиэкспериментальные данные):

$$\{f_1(x^{(u)})\}_{u=1}^N;$$
$$\{f_2(x^{(u)})\}_{u=1}^N;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\{f_s(x^{(u)})\}_{u=1}^N,$$

которые служат основанием для определения векторов констант a способом интерполяции или МНК. Так определяются математические регрессионные модели

$$y_1 = f_1(x) \approx F_1(x);$$
$$y_2 = f_2(x) \approx F_2(x);$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$y_s = f_s(x) \approx F_s(x),$$

которые участвуют в оптимизационной процедуре. Поскольку информация о целевых функциях в узловых точках области аппроксимации получена не экспериментально, а путем экспертного оценивания, то и модели $F_k(x),\ k \in [1, s]$, называются экспертными регрессионными.

Иллюстрационный пример

Рассматривается задача принятия решения относительно выбора конструкции проектируемого моста. Качество моста оценивается по трем критериям:

1) $y_1(x)$ — надежность конструкции;

2) $y_2(x)$ — пропускная способность моста;

3) $y_3(x)$ — стоимость проектирования и постройки моста.

Под термином «надежность» подразумеватся вероятность нахождения определяющих параметров всех элементов моста в допустимых по условиям работоспособности пределах: $y_1(x) \in [0; 1]$ (единица соответствует 100 % надежности). Желаемой пропускной способности моста приписывается значение единицы. Таким образом, $y_2(x) \in [0; 1]$. Предельно допустимое значение стоимости проектирования и постройки моста оценивается единицей: $y_3(x) \le 1$. Критерии $y_1(x)$ и $y_2(x)$ подлежат максимизации, а критерий $y_3(x)$ — минимизации.

Аргумент оптимизации x обусловлен вариантами выбираемой конструкции проектируемого моста и, следовательно, является дискретной величиной. Рассматриваются три возможных варианта:

1) арочная конструкция, ей соответствует значение аргумента оптимизации x_1;

2) вантовый вариант конструкции, ему отвечает значение аргумента оптимизации x_2;

3) подвесной мост, этому варианту соответствует значение аргумента оптимизации x_3.

Каждый из вариантов значения аргумента имеет смысл вероятности его выбора в процессе принятия решения. Таким образом, $x_1, x_2, x_3 \in [0; 1]$. Единица соответствует безусловному выбору l-го варианта при нулевых значениях остальных аргументов, т.е. $x_l = 1,\ x_p = 0,\ p \ne l$.

Критериальные функции $y_k(x),\ k \in [1; 3]$, приближенно будем представлять линейными частями аппроксимационного полинома без свободного члена:

$$y_1(x) \approx F_1(x) = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3;$$
$$y_2(x) \approx F_2(x) = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3;$$
$$y_3(x) \approx F_3(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3.$$

Показажем, что такая форма позволяет экспертам быстро определять коэффициенты регрессии.

Аргументы x_1, x_2, x_3 входят в выражения для опорных точек (узлов аппроксимации), служащих для определения коэффициентов регрессии критериальных функций. В данном примере количество опорных точек совпадает с количеством неизвестных коэффициентов. Это дает возможность применить для расчета коэффициентов метод интерполяции (в случае несовпадения пришлось бы использовать МНК, что усложнило бы расчеты).

Рассмотрим приближенную критериальную функцию $F_1(x)$ (надежность конструкции) в трех узловых точках. Первая узловая точка: $x_1 = 1,\ x_2 = 0,\ x_3 = 0.$ Она соответствует выбору варианта арочной конструкции моста. В этом случае

$$F_1(x_1) = a_1 \times 1 + a_2 \times 0 + a_3 \times 0,$$

т.е. $F_1(x_1) = a_1$.

Экспертам предлагается оценить относительную надежность $F_1(x_1)$ арочной конструкции моста. Будем считать, что обобщенное экспертное мнение получено путем обработки отдельных высказываний. Пусть экспертная оценка

$$F_1(x_1) = 0,6.$$

Это значит, что тем самым коэффициент критериальной функции надежности конструкции моста $a_1 = 0,6$.

Обратимся ко второй узловой точке: $x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = 0.$ Это соответствует выбору вантовой конструкции моста. В этом случае $F_1(x_2) = a_2$. Если экспертная оценка надежности вантовой конструкции моста $F_1(x_2) = 0,8,$ то и коэффициент $a_2 = 0,8.$

Третья узловая точка $x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ x_3 = 1$ соответствует выбору подвесной конструкции моста. Если эксперты оценили надежность подвесной конструкции как

$$F_1(x_3) = 0,2,$$

то коэффициент $a_3 = 0,2.$

Таким образом, приближенная критериальная функция надежности конструкции моста имеет вид

$$F_1(x) = 0,6x_1 + 0,8x_2 + 0,2x_3.$$

Аналогичным образом получим выражение для приближенной критериальной функции пропускной способности моста:

$$F_2(x) = 0,5x_1 + 0,8x_2 + 0,2x_3.$$

Эти две критериальные функции максимизируемы, т.е. чем они больше, тем лучше. Иначе обстоит дело с критериальной функцией $F_3(x)$ стоимости проектирования и постройки моста. Она представляется минимизируемой, т.е. чем она меньше, тем лучше.

Применяя описанную выше процедуру экспертного оценивания для случая минимизируемого критерия, получаем выражение для приближенной критериальной функции стоимости проектирования и постройки моста:

$$F_3(x) = 0,6x_1 + 0,4x_2 + 0,8x_3.$$

Для дальнейших расчетов необходимо решить вопрос о едином способе экстремизации критериальных функций [5]. Будем считать, что все рассматриваемые критериальные функции должны быть минимизируемыми. Тогда критериальная функция, соответствующая надежности конструкции моста, выглядит так:

$$F_1'(x) = 1 - F_1(x) = 1 - 0,6x_1 - 0,8x_2 - 0,2x_3$$

(единица соответствует стопроцентной надежности конструкции).

Минимизируемую критериальную функцию, соответствующую пропускной способности моста, представим в виде

$$F_2'(x) = 1 - F_2(x) = 1 - 0,5x_1 - 0,8x_2 - 0,2x_3$$

(единица соответствует желаемой пропускной способности).

Система критериальных функций, минимизация которых приводит к принятию решения о выборе конструкции моста, имеет вид

$$\begin{aligned} F_1'(x) &= 1 - 0,6x_1 - 0,8x_2 - 0,2x_3; \\ F_2'(x) &= 1 - 0,5x_1 - 0,8x_2 - 0,2x_3; \\ F_3(x) &= 0,6x_1 + 0,4x_2 + 0,8x_3. \end{aligned}$$

Скалярная свертка этих функций по нелинейной схеме компромиссов с учетом очевидных ограничений $A_1 = A_2 = 1$ представляется в виде

$$\begin{aligned} Y(x) = \frac{1}{1 - F_1'(x)} + \frac{1}{1 - F_2'(x)} + \frac{1}{1 - F_3(x)} = \frac{1}{0,6x_1 + 0,8x_2 + 0,2x_3} + \\ + \frac{1}{0,5x_1 + 0,8x_2 + 0,2x_3} + \frac{1}{1 - 0,6x_1 - 0,4x_2 - 0,8x_3}. \end{aligned}$$

Осуществив минимизацию скалярной свертки критериев по аргументам оптимизации методом Нелдера–Мида, получим

$$x_1^* = 0,0571; \; x_2^* = 0,9980; \; x_3^* = 0,00006.$$

Трактовать этот результат можно следующим образом. Если экспертная оценка осуществляется по трем критериям (надежность, пропускная способность и стоимость), то почти со 100 % вероятностью следует принять решение о выборе вантовой конструкции моста. Гораздо меньше вероятность выбора арочной конструкции и пренебрежимо мала вероятность выбора подвесной конструкции моста.

Заключение

Данное исследование дает возможность выявить основные тенденции при разработке многокритериальных систем принятия решений в условиях отсутствия (или нехватки) экспериментальных данных. Обязательно надо учитывать, что экспертные модели менее информативны, чем регрессионные, определенные с помощью реальных экспериментов. Однако, во-первых, экспертные оценки все же отражают, пусть и с возможными искажениями, реальную действительность, во-вторых, экспертные модели являются только начальными приближениями и по мере накопления статистических данных поддаются усовершенствованию.

А.М. Воронін, А.С. Савченко

ЕКСПЕРТНІ СИСТЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Запропоновано підхід до прийняття складних технічних і економічних рішень у тих випадках, коли є недостатніми (або відсутні) відомості про експериментально-статистичні дані, необхідні для побудови регресійних моделей критеріальних функцій. Становище ускладнюється в тому випадку, коли рішення приймається за кількома суперечливими критеріями якості. В умовах гострої нестачі експериментальних даних пропонується отримувати необхідну інформацію («квазіекспериментальні» дані) від експертів — фахівців, які мають достатній досвід у прийнятті рішень розглянутого класу. Кваліфікований спеціаліст (експерт), що має достатній досвід у прийнятті рішень даного класу, може зробити уявний експеримент. Він має уявити, якими будуть, на його думку, рівні критеріальних функцій у різних опорних точках факторів. У основі методу лежить індивідуальна думка (постулат), що висловлюється спеціалістом-експертом про оцінювану величину, виходячи зі свого професійного досвіду. Для оцінки деякої кількісної характеристики використовуються постулати не однієї, а кількох осіб, компетентних у цьому питанні. Передбачається, що «справжнє» значення невідомої нам кількісної характеристики знаходиться всередині діапазону оцінок експертів і «узагальнена» колективна думка є більш достовірною. Для вирішення даної проблеми робиться підхід багатокритеріальної оптимізації із застосуванням нелінійної схеми компромісів. Дане дослідження дає можливість виявити основні тенденції розробки багатокритеріальних систем прийняття рішень за умов відсутності (чи браку) експериментальних даних. Наведено модельний приклад.

Ключові слова: векторна оптимізація, регресивні моделі, метод експертних оцінок, апроксимаційні поліноми, метод найменших квадратів, метод інтерполяції, нелінійна схема компромісів.

A.N. Voronin, A.S. Savchenko

EXPERT DECISION-MAKING SYSTEMS

An approach to making complex technical and economic decisions is proposed in cases where there is insufficient (or no) information about the experimental statistical data necessary for the construction of regression models of criterion functions. The situation is aggravated when a decision is made according to several conflicting quality criteria. In conditions of an acute shortage of experimental data, it is proposed to obtain the necessary information («quasi-experimental» data) from experts - specialists with sufficient experience in making decisions for the class in question. A qualified specialist (expert) with sufficient experience in making decisions for this class can perform a thought experiment. He must imagine what, in his opinion, the levels of criterion functions will be at various reference points of factors. The method is based on an individual opinion (postulate), expressed by a specialist-expert about the estimated value, based on his professional experience. To assess a certain quantitative characteristic, the postulates of not one, but several persons competent in this issue are used. It is assumed that the «true» value of the unknown quantitative characteristic is within the range of expert assessments and the «generalized» collective opinion is more reliable. To solve the problem under consideration, a multicriteria optimization approach is taken using a nonlinear trade-off scheme. This study makes it possible to identify the main trends in the development of multi-criteria decision-making systems in the absence (or lack) of experimental data. A model example is given.

Keywords: vector optimization, regression models, expert judgment method, approximation polynomials, least squares method, interpolation method, nonlinear trade-off scheme.

1. Воронин А.Н., Зиатдинов Ю.К., Куклинский М.В. Многокритериальные решения: модели и методы. Киев : НАУ, 2010. 348 с.
2. Albert Voronin. Multi-criteria decision making for the management of complex systems. USA: IGI Global, 2017. 201 p.
3. Воронин А.Н. Нелинейная схема компромиссов в многокритериальных задачах оценивания и оптимизации. Кибернетика и системный анализ. 2009. № 4. С. 106–114.
4. Воронин А.Н., Савченко А.С. Многокритериальная оптимизация: системный подход. Кибернетика и системный анализ. 2020. № 6. С. 160–174. https://doi.org/10.1007/s10559-020-00320-y.
5. Sergienko I.V., Lebedeva T.T., Semenova N.V. Existence of solutions in vector optimization problems. Cybernetics and Systems Analysis. 2000. **36**, N 6. P. 823–828. https://doi.org/10.1023/A:1009401209157.

Получено 30.06.2021