УДК 517.929

Д.Я. Хусаинов, А.В. Шатырко, А.С. Бычков, Б. Пужа, В. Новотна

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЗАПАЗДЫВАНИЯ В ОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ МИРОВОГО РАЗВИТИЯ*

Ключевые слова: динамика, развитие мира, математическая модель, система дифференциальных уравнений, запаздывание, устойчивость.

Введение

Работы [1–3] — одни из первых, посвященных общим принципам динамики мирового развития. В них не было математических моделей, описывались общие принципы и зависимости мирового развития. Приводились графики и диаграмы. Отмечалось, что несмотря на экспоненциальную тенденцию роста, которая определялась численными расчетами, зависимости имеют определенные ограничения сверху. А именно, ограничениями являлись количество пахотных земель, невозобновляемость ресурсов, загрязнение окружающей среды, потребление энергии на душу населения, поэтому приведенные графики имели локальный характер.

Достаточно аргументированные математические модели, рассматривающие процессы мирового развития и использующие аппарат дифференциальных уравнений, предложены в [4, 5]. В этих моделях приняты следующие предположения.

Происходит:

1) быстрый рост населения планеты;

2) индустриализация и связанный с ней рост промышленного производства;

3) ограниченность пищевых ресурсов;

4) увеличение отходов производства;

5) нехватка природных ресурсов.

Переменными математической модели динамики являлись:

1) население $P(t)$;

2) основные фонды $K(t)$;

3) доля фондов в сельском хозяйстве $X(t)$;

4) уровень загрязнения окружающей среды $Z(t)$;

5) количество невозобновляемых природных ресурсов $R(t)$.

* Работа ведется в рамках Соглашения о научном сотрудничестве между факультетом компьютерных наук и кибернетики Киевского национального университета имени Тараса Шевченко и факультетом бизнеса и менеджмента Технологического университета Брно 04.08.2016. This paper was supported by grant FP-S-20-6376 of the Internal Grant Agency at Brno University of Technology.

При составлении системы уравнений динамики, с использованием переменных $P(t)$, $K(t)$, $X(t)$, $Z(t)$, $R(t)$, использован «принцип разности влияний»

$$\dot{y}(t) = y^{+}(t) - y^{-}(t). \tag{1}$$

Здесь $y^{+}(t)$ — положительный темп скорости роста переменной $y(t)$, $y^{-}(t)$ — отрицательный темп скорости убывания переменной $y(t)$.

Линейная система без запаздывания

С помощью принципа (1) записана следующая математическая модель, представляющая собой систему линейных неоднородных, стационарных дифференциальных уравнений

$$\dot{P}(t) = P(t)(B - D), \ \dot{K}(t) = K_{+} - T_k^{-1}K(t),$$

$$\dot{X}(t) = X_{+} - T_x^{-1}X(t), \ \dot{Z}(t) = Z_{+} - T_z^{-1}Z(t),$$

$$\dot{R}(t) = -R(t). \tag{2}$$

Переменными и параметрами в (2) являлись: B — темп рождаемости, D — темп смертности, K_{+} — скорость производства основных фондов, X_{+} — прирост доли сельскохозяйственных фондов, Z_{+} — скорость генерации загрязнения, T_z — характерное время естественного разложения загрязнения. Коэффициенты T_k и T_x имели смысл характерного времени выбытия фондов [5, с. 228].

Очевидно, что для небольшого промежутка времени введенные параметры можно считать постоянными. Модель (2) представляла собой систему линейных, неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и с постоянной правой частью. Запишем ее в следующем векторно-матричном виде:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + b, \tag{3}$$

$$A = \begin{bmatrix} B-D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -T_K^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -T_X^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -T_Z^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \ x(t) = \begin{pmatrix} P(t) \\ K(t) \\ X(t) \\ Z(t) \\ R(t) \end{pmatrix}, \ b = \begin{pmatrix} 0 \\ K_{+} \\ X_{+} \\ Z_{+} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи Коши системы (3), удовлетворяющее начальным условиям $P(0) = P_0$, $K(0) = K_0$, $X(0) = X_0$, $Z(0) = Z_0$, $R(0) = R_0$, имело вид

$$P(t) = P_0 e^{(B-D)t},$$

$$K(t) = [K_0 - T_k K_{+}]\, e^{-\frac{1}{T_k}t} + \frac{K_{+}}{T_k},$$

$$X(t) = [X_0 - T_x X_{+}]\, e^{-\frac{1}{T_x}t} + \frac{X_{+}}{T_x},$$

$$Z(t) = [Z_0 - T_z Z_+]\, e^{-\frac{1}{T_z}t} + \frac{K_+}{T_k},$$

$$R(t) = R_0 e^{-t}.$$

Система имела стационарное положение равновесия $O(0, T_k K_+, T_k K_+, T_z Z_+, 0)$. В случае выполнения условия $B - D < 0$ положение равновесия представляло собой асимптотически устойчивый узел. Если выполнялось неравенство $B - D > 0$, то положение равновесия представляло собой седло-узел. Таким образом, если смертность превышала рождаемость, то численность населения уменьшалась. Очевидно, что при таких предположениях соотношения рождаемости и смертности модель носила локальный характер.

Нелинейная система без запаздывания

В дальнейшем линейная неоднородная система (3) усложнялась до системы нелинейных дифференциальных уравнений путем введения обратной связи [5, 6]. Приводилось следующее предположение.

Пусть совокупность международных организаций формирует собственное мнение о глобальных процессах. В этом случае предлагалось учитывать изменение меры общественного мнения, которое описывалось уравнением колебания

$$\ddot{\chi}(t) + m^2 \chi(t) = 0,\ \chi(0) = \chi_0,\ \dot{\chi}(0) = \chi'_0, \tag{4}$$

а уравнение (1) записывалось в виде неоднородного уравнения

$$\dot{y}(t) = y^+(t) - y^-(t) + b(t) \tag{5}$$

с неоднородностями вида

$$b(t) = g e^{\alpha \chi(t)},\ \alpha = \mathrm{Const} > 0. \tag{6}$$

Здесь g — амплитуда фактора удовлетворения или недовольства, отражающих качество жизни. В виде обобщения системы уравнений (2) предлагалась нелинейная система уравнений

$$\begin{aligned}
\dot{P}(t) &= P(t)(B - D) + g_1 e^{\alpha_1 \chi(t)},\\
\dot{K}(t) &= K_+ - T_K^{-1} K(t) + g_2 e^{\alpha_2 \chi(t)},\\
\dot{X}(t) &= X_+ - T_X^{-1} X(t) + g_3 e^{\alpha_3 \chi(t)},\\
\dot{Z}(t) &= Z_+ - T_Z^{-1} Z(t) + g_4 e^{\alpha_4 \chi(t)},\\
\dot{R}(t) &= -R(t) + g_5 e^{\alpha_5 \chi(t)},\\
\ddot{\chi}(t) &+ m^2 \chi(t) = 0.
\end{aligned} \tag{7}$$

Таким образом, получена «расширенная» и уже нелинейная система вида

$$\dot{x}(t) = \dot{A} x(t) + b + c[\chi(t)],$$

$$\ddot{\chi}(t) + m^2 \chi(t) = 0,$$

$$c[\chi(t)] = \begin{pmatrix} g_1 e^{\alpha_1 \chi(t)} \\ g_2 e^{\alpha_2 \chi(t)} \\ g_3 e^{\alpha_3 \chi(t)} \\ g_4 e^{\alpha_4 \chi(t)} \\ g_5 e^{\alpha_5 \chi(t)} \end{pmatrix}. \qquad (8)$$

Здесь постоянные g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 представляли собой «амплитуды факторов недовольства» соответствующих переменных, а α_1, α_2, α_3, α_4, α_5 — коэффициенты экспоненциального роста. Система (8) представляла собой систему нелинейных дифференциальных уравнений. Однако поскольку последнее уравнение системы решалось самостоятельно и его решение имеет вид

$$\chi(t) = \Omega \cos(mt + \varphi), \qquad (9)$$

где $\Omega = \sqrt{\chi^2(0) + (\chi'(0)/m)^2}$, $\varphi = \mathrm{arctg}(-\chi'(0)/m\chi(0))$ — постоянные, определяющие амплитуду и фазу колебаний, то систему (8) можно переписать как систему линейных неоднородных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + b + c(t), \; c(t) = \begin{pmatrix} g_1 \exp\{\alpha_1 \Omega \cos(mt + \varphi)\} \\ g_2 \exp\{\alpha_2 \Omega \cos(mt + \varphi)\} \\ g_3 \exp\{\alpha_3 \Omega \cos(mt + \varphi)\} \\ g_4 \exp\{\alpha_4 \Omega \cos(mt + \varphi)\} \\ g_5 \exp\{\alpha_5 \Omega \cos(mt + \varphi)\} \end{pmatrix}. \qquad (10)$$

Как следует из формулы Коши, система (10) имеет решение, представленное в интегральном виде

$$P(t) = P_0 e^{(B-D)t} + g_1 \int_0^t e^{(B-D)(t-s)} e^{\alpha_1 \Omega \cos(ms+\varphi)} ds,$$

$$K(t) = \left[K_0 - \frac{K_+}{T_k} \right] e^{-\frac{1}{T_k} t} + \frac{K_+}{T_k} + g_2 \int_0^t e^{-\frac{1}{T_K}(t-s)} e^{\alpha_2 \Omega \cos(ms+\varphi)} ds,$$

$$X(t) = \left[X_0 - \frac{X_+}{T_x} \right] e^{-\frac{1}{T_x} t} + \frac{X_+}{T_x} + g_3 \int_0^t e^{-\frac{1}{T_X}(t-s)} e^{\alpha_3 \Omega \cos(ms+\varphi)} ds,$$

$$Z(t) = \left[Z_0 - \frac{Z_+}{T_z} \right] e^{-\frac{1}{T_z} t} + \frac{K_+}{T_Z} + g_4 \int_0^t e^{-\frac{1}{T_Z}(t-s)} e^{\alpha_4 \Omega \cos(ms+\varphi)} ds,$$

$$R(t) = R_0 e^{-t} + g_5 \int_0^t e^{-(t-s)} e^{\alpha_5 \Omega \cos(ms+\varphi)} ds.$$

Положение равновесия системы (10) определяется уравнениями

$$P(t)(B - D) + g_1 e^{\alpha_1 \chi(t)} = 0,$$

$$K_+ - T_K^{-1} K(t) + g_2 e^{\alpha_2 \chi(t)} = 0,$$

ISSN 1028-0979

$$X_+ - T_X^{-1} X(t)\ \ g_3 e^{\alpha_3 \chi(t)} = 0,$$

$$Z_+ - T_Z^{-1} Z(t) + g_4 e^{\alpha_4 \chi(t)} = 0,$$

$$-R(t) + g_5 e^{\alpha_5 \chi(t)} = 0,$$

$$\ddot{\chi}(t) + m^2 \chi(t) = 0. \qquad (11)$$

Поскольку для последнего уравнения, представляющего уравнения свободного колебания, положением равновесия является $\chi_0 = 0$, то решением системы (11) будет точка

$$P_0 = \frac{g_1}{D-B},\ K_0 = \frac{K_+ + g_2}{T_K^{-1}},\ X_0 = \frac{X_+ + g_3}{T_X^{-1}},\ Z_0 = \frac{Z_+ + g_4}{T_Z^{-1}},\ R_0 = g_5,\ \chi_0 = 0. \qquad (12)$$

Это положение равновесия представляет собой «сдвинутое» положение равновесия системы (2).

Рассмотрим проблему устойчивости положения равновесия (12) системы (10). Произведя линеаризацию системы (7) в окрестности вышеуказанной точки (12), получим:

$$\Delta\dot{P}(t) = (B-D)\Delta P(t) + g_1\alpha_1\Delta\chi(t),$$

$$\Delta\dot{K}(t) = -T_K^{-1}\Delta K(t) + g_2\alpha_2\Delta\chi(t),$$

$$\Delta\dot{X}(t) = -T_X^{-1}\Delta X(t) + g_3\alpha_3\Delta\chi(t),$$

$$\Delta\dot{Z}(t) = -T_Z^{-1}\Delta Z(t) + g_4\alpha_4\Delta\chi(t), \qquad (13)$$

$$\Delta\dot{R}(t) = -R(t) + g_5\alpha_5\Delta\chi(t),$$

$$\Delta\ddot{\chi}(t) + m^2\Delta\chi(t) = 0.$$

Здесь $\Delta P(t) = P(t) - P_0$, $\Delta K(t) = K(t) - K_0$, $\Delta X(t) = X(t) - X_0$, $\Delta Z(t) = Z(t) - Z_0$, $\Delta R(t) = R(t) - R_0$, $\Delta\chi(t) = \chi(t)$.

Введем обозначения:

- $A_1 = \begin{bmatrix} A & g\alpha & \theta \\ \theta^{\mathrm{T}} & 0 & m \\ \theta^{\mathrm{T}} & -m & 0 \end{bmatrix}$ — расширенная блочная матрица системы линейных приближений;
- $g\alpha = (g_1\alpha_1, g_2\alpha_2, g_3\alpha_3, g_4\alpha_4, g_5\alpha_5)^{\mathrm{T}}$, $\theta = (0, 0, 0, 0)^{\mathrm{T}}$ — векторы-столбцы.

Тогда характеристическое уравнение системы «уравнений возмущений» (13) имеет вид

$$\det\{A_1 - \lambda I\} = \det\begin{bmatrix} A-\Lambda & g\alpha & \theta \\ \theta^T & -\lambda & m \\ \theta^T & -m & -\lambda \end{bmatrix},$$

где A — 5×5 матрица, определенная в (3), I — 7×7 — единичная матрица, Λ — 5×5 матрица с диагональными элементами, равными λ, и остальными нулевыми.

Матрица A_1 имеет те же собственные числа, что и исходная система (3) плюс корни $\lambda_{6,7} = \pm im$ уравнения колебания. Таким образом, устойчивость «сдвинутого» положения равновесия сохраняется при $B - D < 0$.

Нелинейная система с запаздыванием

В отличие от механических систем, динамика общественных явлений не может меняться «мгновенно». Законы, принятые в настоящее время, «начинают работать» через некоторый промежуток времени. В математических моделях, описываемых системами дифференциальных уравнений, это отражается введением фактора запаздывания [7, 8]. И более адекватной математической моделью динамики процессов являются системы дифференциально-разностных уравнений с запаздыванием:

$$\begin{gathered}
\dot{P}(t) = P(t)(B - D) + g_1 e^{\alpha_1 \chi(t-\tau_1)}, \\
\dot{K}(t) = K_+ - T_K^{-1} K(t) + g_2 e^{\alpha_2 \chi(t-\tau_2)}, \\
\dot{X}(t) = X_+ - T_X^{-1} X(t) + g_3 e^{\alpha_3 \chi(t-\tau_3)}, \\
\dot{Z}(t) = Z_+ - T_Z^{-1} Z(t) + g_4 e^{\alpha_4 \chi(t-\tau_4)}, \\
\dot{R}(t) = -R(t) + g_5 e^{\alpha_5 \chi(t-\tau_5)}, \\
\ddot{\chi}(t) + m^2 \chi(t) = 0.
\end{gathered} \tag{14}$$

Система с запаздыванием (14) имеет те же положения равновесия, что и система без запаздывания (7), и они определяются уравнениями (11). Положением равновесия уравнения колебания (4) является нулевое $X_0 = 0$. Подставив это значение в систему (12), получим

$$P_0 = \frac{g_1}{B - D}, \; K_0 = \frac{K_+ + g_2}{T_K^{-1}}, \; X_0 = \frac{X_+ + g_3}{T_X^{-1}}, \; Z_0 = \frac{Z_+ + g_4}{T_Z^{-1}}, \; R_0 = g_5. \tag{15}$$

Если сделать замену

$$\begin{gathered}
P(t) = P_0 + \Delta P(t), \; K(t) = K_0 + \Delta K(t), \; X(t) = X_0 + \Delta X(t), \\
Z(t) = Z_0 + \Delta Z(t), \; R(t) = R_0 + \Delta R(t),
\end{gathered} \tag{16}$$

то система с запаздыванием, линеаризованная в окрестности этой особой точки, имеет вид

$$\begin{gathered}
\Delta\dot{P}(t) = (B - D)\Delta P(t) + g_1 \alpha_1 \chi(t - \tau_1), \\
\Delta\dot{K}(t) = -T_K^{-1} \Delta K(t) + g_2 \alpha_2 \chi(t - \tau_2), \\
\Delta\dot{X}(t) = -T_X^{-1} \Delta X(t) + g_3 \alpha_3 \chi(t - \tau_3), \\
\Delta\dot{Z}(t) = -T_Z^{-1} \Delta Z(t) + g_4 \alpha_4 \chi(t - \tau_4), \\
\Delta\dot{R}(t) = -R(t) + g_5 \alpha_5 \chi(t - \tau_5), \\
\ddot{\chi}(t) + m^2 \chi(t) = 0.
\end{gathered} \tag{17}$$

Поскольку решение последнего из уравнений (17) имеет вид (9), то систему (17) можно переписать:

$$\Delta\dot{P}(t) = (B - D)\Delta P(t) + g_1\alpha_1\Omega\cos(m(t-\tau_1)+\varphi)\,,$$
$$\Delta\dot{K}(t) = -T_K^{-1}\Delta K(t) + g_2\alpha_2\Omega\cos(m(t-\tau_2)+\varphi)\,,$$
$$\Delta\dot{X}(t) = -T_X^{-1}\Delta X(t) + g_3\alpha_3\Omega\cos(m(t-\tau_3)+\varphi)\,, \qquad (18)$$
$$\Delta\dot{Z}(t) = -T_Z^{-1}\Delta Z(t) + g_4\alpha_4\Omega\cos(m(t-\tau_4)+\varphi)\,,$$
$$\Delta\dot{R}(t) = -\Delta R(t) + g_5\alpha_5\Omega\cos(m(t-\tau_5)+\varphi)\,.$$

Система (18) представляет собой систему линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами без запаздывания. Общее решение ее представляет собой сумму общего решения однородной системы и частного решения неоднородной системы, и на устойчивость нулевого решения системы влияют только линейные части первых уравнений.

Заключение

Продолжено изучение моделей динамики мирового развития. В разд. 1, 2 рассмотрены соответственно модель в виде системы линейных нестационарных дифференциальных уравнений и ее нелинейная модификация. Записаны аналитические выражения для решений этих систем уравнений. Разд. 3 посвящен новому направлению в изучении динамики мирового развития, а именно, предпринята попытка учета фактора временного запаздывания. Впервые записана математическая модель динамики мирового развития в виде функционально-дифференциальных уравнений с отклонением аргумента. Показано, что при таком введении запаздывающего аргумента в модель систему можно свести к системе линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами без запаздывания, и на устойчивость стационарного положения равновесия изучаемой системы будут влиять лишь линейные члены уравнений, не содержащие отклонения аргумента. Этот факт хорошо соотносится с социально-экономической интерпретацией рассматриваемой задачи [1, 3, 9, 10].

В дальнейшем предполагается изучение влияния не одного, а нескольких факторов временного запаздывания, когда модель будет представима в виде системы функционально-дифференциальных уравнений с несколькими различными запаздывающими аргументами в уравнениях, отвечающих за динамику конкретного процесса, являющегося отдельной составляющей общей динамики мирового развития.

Д.Я. Хусаінов, А.В. Шатирко, О.С. Бичков, Б. Пужа, В. Новотна

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ЗАПІЗНЮВАННЯ В ОДНІЙ МАТЕМАТИЧНІЙ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ СВІТОВОГО РОЗВИТКУ

Динаміці світового розвитку присвячено достатню кількість робіт. Але дуже мало з них мають чіткі абстрактні математичні моделі відповідних процесів. Дана робота присвячена подальшому поглибленню та математичній абстрактизації дослідження процесів світового розвитку. Проведено якісний аналіз лінійної та модифікованої нелінійної моделі у вигляді систем неоднорідних диференціальних рівнянь. Обчислено їх стаціонарні стани, записано явні аналітичні розв'язки. Вперше запропоновано модель з урахуванням фактора часового запізнювання, записану у вигляді функціонально-диференціальних рівнянь з відхиленням аргументу. Показано, що при такому введенні в модель аргументу, що запізнюється, систему можна звести до системи лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами без запізнювання, і на стійкість стаціонарного стану рівноваги системи, що вивчається, впливатимуть лише лінійні члени рівнянь, що не містять відхилення аргументу. Цей факт добре співвідноситься з соціально-економічною інтерпретацією даної задачі. Надалі роботу буде спрямовано на вивчення впливу не одного, а декількох факторів часового запізнювання, коли модель буде подано у вигляді системи функціонально-диференціальних рівнянь з декількома різними аргументами, що відхиляються, в рівняннях, які відповідають за динаміку конкретного процесу, що є окремою складовою загальної динаміки світового розвитку.

Ключові слова: динаміка, світовий розвиток, математична модель, система диференціальних рівнянь, запізнювання, стійкість.

D.Ya. Khusainov, A.V. Shatyrko, A.S. Bychkov, B. Puza, V. Novotna

INVESTIGATION OF THE IMPACT OF DELAY IN ONE MATHEMATICAL MODEL OF WORLD DEVELOPMENT DYNAMICS

There is a large number of works devoted to the dynamics of world development. But very few of them have clear abstract mathematical models of the corresponding processes. This work is devoted to further deepening and mathematical abstraction of the study of world development process. The qualitative analysis of linear and modified nonlinear model in the form of systems of inhomogeneous differential equations is carried out. Their steady states are calculated, explicit analytical solutions are presented. For the first time, a model taking into account the time delay factor is proposed, which is written in the form of functional-differential equations with argument deviation. It is shown that with such an introduction to the model of a delayed argument, the system can be reduced to a system of linear inhomogeneous differential equations with constant coefficients without delay, and the stability of the steady state of the system equilibrium under study will be affected only by linear terms of equations without argument deviation. This fact well correlates with the socio-economic interpretation of this problem. In the future, the work will focus on studying the influence of not one but several factors of time lag, when the model is presented as a system of functional-differential equations with several different deviating arguments in equations responsible for the dynamics of a particular process dynamics of world development.

Keywords: dynamics, world development, mathematical model, system of differential equation, time-delay, stability.

1. *Forrester J.W.* World dynamics. Cambridge: Whrigh Allen Press Press, 1971. 144p.
2. *Медоуз Д.Х., Медоуз Д.Л., Рандерз Й., Беренс Ш.* Пределы роста. М. : Изд.-во Моск. гос. ун-та, 1991. 206 с.
3. *Медоуз Д., Рандерз Й., Медоуз Д.* Пределы роста. 30 лет спустя. М. : Академкнига, 2008. 342 с.
4. *Мартынюк А.А.* Об одной математической модели мировой динамики и устойчивости развития. *Доп. НАН України.* 2010. № 7. С.16–21.
5. *Лила Д.М., Мартынюк А.А.* Об одной численной реализации обобщенной модели мировой динамики и устойчивости развития. *Нелінійні коливання*. 2016. **19**, № 2. С. 227–234.
6. *Lakshmikantham V., Leela S., Martinyuk A.A.* Stability analysis of nonlinear systems, Birkhauser, 2015. 329 p.
7. *Лакшмикантам В., Лила С., Мартынюк А.А.* Устойчивость движения: Метод сравнения. Киев : Наук. думка, 1991. 248 с.
8. *Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б.* Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. М. : Наука, 1970. 240 с.
9. *Коротаев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А.* Законы истории. Математическое моделирование исторических макропроцессов. Демография, экономика, войны. М. : Комкнига, 2005. 344 с.
10. *Коротаев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А.* Законы истории. Математическое моделирование развития Мир-Системы. Демография, экономика, культура. М. : Комкнига, 2007. 224 с.

Получено 22.09.2021