

УДК 629.7.076.6

И.Ю. Васильев, Б.Н. Кифоренко, Я.В. Ткаченко

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ
ДРОССЕЛИРУЕМЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПОСТОЯННОЙ
МОЩНОСТИ ДЛЯ МЕЖОРБИТАЛЬНЫХ
ПЕРЕЛЕТОВ НА ГЕОСТАЦИОНАР**

Ключевые слова: межорбитальные перелеты космических аппаратов, оптимальное управление электрическим ракетным двигателем, принцип максимума Понтрягина.

Введение

Идея создания дросселируемых, т.е. регулируемых по модулю тяги ракетных двигателей (РД) космических аппаратов (КА) возникла в 70-х годах прошлого столетия в связи с необходимостью расширения их эксплуатационных возможностей, в частности снижения массы двигательной установки и необходимого запаса топлива для решения ряда актуальных задач космического полета [1]. К последним, безусловно, относятся и перелеты в околоземном пространстве с промежуточных эллиптических орбит на геостационарную с использованием электрических ракетных двигателей (ЭРД) малой тяги [2].

Известно, что ЭРД, удельный импульс реактивной струи которых на порядок больше, нежели у химических РД большой тяги, предпочтительнее для межорбитальных околоземных перелетов с максимальной полезной нагрузкой в случае, когда существенное увеличение длительности маневра является допустимым. Дросселирование тяги, т.е. отказ от режима постоянной максимальной тяги, что является необходимым при фиксированных длительностях перелета, превышающих время быстрогодействия выполнения заданного маневра, помимо того, очевидно, повышает эффективность ЭРД. Характерные особенности РД данного класса (возможность изменения величин тяги и скорости реактивной струи в широком диапазоне, практически неограниченный ресурс рабочего времени) также благоприятствуют возможности использования режима дросселирования.

Математической моделью ЭРД с минимальными ограничениями на управляющие функции является так называемый идеальный или идеально регулируемый двигатель ограниченной мощности, для которого характерна неограниченность сверху величин тяги, расхода рабочего вещества и эффективной скорости истечения реактивной струи [3]. Использование концепции идеально регулируемого двигателя обеспечивает получение верхних оценок массы полезной нагрузки межорбитальных перелетов для выбранного уровня мощности. Учет свойств реальных двигателей приводит к необходимости рассмотрения математических моделей с более жесткими ограничениями на управления. В работе [4] построена

© И.Ю. ВАСИЛЬЕВ, Б.Н. КИФОРЕНКО, Я.В. ТКАЧЕНКО, 2021

математическая модель дросселируемого двигателя постоянной мощности, в которой допускалось изменение величины тяги от нулевого значения до некоторого априори заданного максимального. Самые жесткие ограничения на выбор величины тяги накладывает использование математической модели релейного (нерегулируемого в терминах [3]) двигателя, работающего по следующей схеме: либо он включен при постоянных тяге и расходе (или скорости истечения), либо выключен, и тогда тяга и расход нулевые. Понятно, что при этом релейный режим обеспечивает получение нижней оценки эффективности ЭРД при выполнении межорбитальных маневров с максимальной полезной нагрузкой.

Цель данной работы — сравнительный анализ эффективности трех указанных режимов управления тягой ЭРД при выполнении практически интересных перелетов КА с высокоэллиптических промежуточных околоземных орбит на геостационарные. Отметим, что вычисление оптимальных переходных траекторий для каждого из этих режимов осложнено общеизвестными трудностями решения соответствующих двухточечных краевых задач (неоднозначность решений, слабая сходимость, отсутствие надежных начальных приближений и т.д.). Для преодоления этих трудностей в данном исследовании максимально использовалась информация, полученная при решении задачи о выполнении заданного межорбитального маневра с использованием двигательной установки малой тяги в усредненной постановке [5].

1. Постановка задачи о выполнении межорбитального перелета на геостационарную околоземную орбиту

Следуя [6], систему дифференциальных уравнений, описывающих движение центра масс КА в поле действия центральной ньютоновской силы, запишем в виде

$$\begin{cases} \frac{dx_j}{dt} = \exp(\chi) F_{jk} w e_k, & j = \overline{1, 5}, k = \overline{1, 3}, \\ \frac{dF}{dt} = F_{60} + \exp(\chi) F_{6k} w e_k, \\ \frac{dm}{dt} = -q. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $\vec{x} = (\chi, h, k, p, q)$ — вектор равноденственных переменных, описывающих параметры оскулирующей орбиты аппарата, F — величина эксцентрической аномалии, m — текущая масса аппарата, w — величина реактивного ускорения, $e_k, k = \overline{1, 3}$, — направляющие косинусы вектора тяги двигателя относительно радиального, трансверсального и нормального к плоскости оскулирующего эллипса направления соответственно, q — секундный массовый расход рабочего тела ракетного двигателя. Функциональные зависимости $F_{jk}(\vec{x}, F)$, $F_{60}(\vec{x}, F)$ заданы аналогично тому, как это сделано в работе [6]. Система (1) обезразмерена традиционным в механике космического полета с малой тягой способом [3].

Если применяется режим дросселирования, величина тяги может быть выбрана из отрезка $[0, p_{\max}]$, где p_{\max} — фиксированный максимум тяги ракетного двигателя. При этом к функциям e_k , управляющим ориентацией вектора тяги, добавляется новая скалярная управляющая функция $u(t)$, определяющая текущую величину тяги

$$p(t) = p_{\max} u(t), u \in [0, 1]. \quad (2)$$

Как и в [4], предполагается, что эффективная мощность ракетного двигателя n_0 считается постоянной величиной, заданной при постановке, при этом текущие значения величин тяги, скорости истечения реактивной струи v_i и секундного массового расхода q связаны соотношениями

$$n_0 = pv_i / 2 = \text{const}, \quad p = qv_i. \quad (3)$$

Отсюда с учетом (2) для величин реактивного ускорения и расхода рабочего тела имеем

$$w(t) = p_{\max} u / m, \quad q(t) = \mu u^2, \quad \mu = p_{\max}^2 P_*^2 / 2n_0 N_* Q_*, \quad (4)$$

где P_* , Q_* , N_* — размерные коэффициенты величин тяги, расхода рабочего тела и мощности.

В случае использования нерегулируемого двигателя текущая величина тяги $p(t)$ принимает либо нулевое, либо фиксированное значение p_0 . Введем релейную управляющую функцию $\delta(t)$, принимающую значение 1, когда двигатель включен, и 0 — когда выключен. Тогда, с учетом того, что скорость истечения реактивной струи нерегулируемого двигателя v_0 постоянна, можем записать выражения для тяги, реактивного ускорения и расхода рабочего тела двигателя в виде

$$p(t) = p_0 \delta(t), \quad w(t) = p_0(t) \delta / m, \quad q(t) = q_0 \delta(t), \quad q_0 = p_0 / v_0. \quad (5)$$

Соотношения (5) приводят систему (1) к виду

$$\begin{cases} \frac{dx_j}{dt} = \exp(\chi) F_{jk} e_k p_0 \delta / m, \\ \frac{dF}{dt} = F_{60} + \exp(\chi) F_{6k} e_k p_0 \delta / m, \quad j = \overline{1, 5}, \quad k = \overline{1, 3}, \\ \frac{dm}{dt} = -q_0 \delta. \end{cases} \quad (6)$$

Предположим, текущая масса аппарата $m(t)$ складывается из массы полезной нагрузки m_π , массы ракетного двигателя малой тяги m_χ и текущего запаса рабочего тела двигателя m_μ :

$$m(t) = m_\mu(t) + m_\chi + m_\pi. \quad (7)$$

При этом величина m_χ линейно зависит от фиксированной при постановке максимальной мощности движителя n_0

$$m_\chi = \alpha n_0. \quad (8)$$

Формулировки задачи оптимального управления типа Майера о выполнении заданного динамического маневра КА для дросселируемого и нерегулируемого ЭРД постоянной мощности практически совпадают. Необходимо определить орт реактивной тяги аппарата $\vec{e}(t)$ и коэффициент дросселирования величины тяги $u(t)$ со значениями из отрезка $[0, 1]$ (релейную функцию переключения $\delta(t)$ — со значениями из множества $\{0, 1\}$), обеспечивающие перелет между заданными орбитами в центральном ньютоновском гравитационном поле с максимальным значением конечной массы аппарата m_f при фиксированных величинах началь-

ной массы m_0 , максимальной тяги и мощности ракетного двигателя $P_{\max} (P_0)$, n_0 , удельной массы двигателя α и заданного времени выполнения динамического маневра T_f .

Положение КА на начальной и конечной орбитах не фиксируется по предположению. Краевые условия маневра заданы следующим образом:

$$\begin{aligned} t_0 = 0, x_j = x_{j0}, j = \overline{1, 5}, m(t_0) = m_0 = \text{fix}, \\ t_f = T_f = \text{fix}, x_j = x_{jf}, j = \overline{1, 5}, m_f \rightarrow \max. \end{aligned} \quad (9)$$

При использовании идеально регулируемого двигателя в качестве управляющих функций задачи выбираются компоненты реактивного ускорения $w_k(t) = w(t) e_k$. Кроме того, величина максимальной мощности идеального двигателя n_0 (а значит, и его массы m_χ) при постановке не фиксируется, а считается оптимально подбираемой из условия максимума полезной нагрузки для заданных краевых условий маневра параметром [3].

Заметим, что для дросселируемого и нерегулируемого ракетных двигателей постоянной мощности требование достижения максимума конечной массы аппарата совпадает с требованием максимизации полезной массы m_π , так как в обоих случаях масса двигательной установки оказывается фиксированной величиной. Здесь конечная масса КА выбрана критерием качества исключительно из-за удобного для численного решения вида условий трансверсальности.

2. Оптимальное управление нерегулируемым ЭРД постоянной мощности

В [4] представлен анализ управляющих функций $e_k(t), u(t)$ дросселируемого ЭРД. Анализ оптимального управления для нерегулируемого двигателя проведем с использованием принципа максимума Понтрягина.

Запишем гамильтониан вариационной задачи (6)–(9) в виде

$$H = \exp(\chi) \frac{P_0 \delta}{m} \lambda_{vk} e_k + \lambda_F F_{60} - \lambda_m q_0 \delta. \quad (10)$$

Здесь $\lambda_{vk} = \lambda_j F_{jk} + \lambda_F F_{6k}, j = \overline{1, 5}, k = \overline{1, 3}$, и $\lambda_j, \lambda_F, \lambda_m$ — присоединенные функции задачи.

Оптимальные значения компонент орта реактивной тяги $e_k(t)$ не зависят от значений релейной управляющей функции $\delta(t)$

$$e_k^{\text{opt}} = \lambda_{vk} / \lambda_v, \lambda_v = \sqrt{\lambda_{v1}^2 + \lambda_{v2}^2 + \lambda_{v3}^2}, (k = \overline{1, 3}). \quad (11)$$

Поскольку управление $\delta(t)$ линейно входит в выражение для функции Понтрягина (10), преобразованной с учетом (11),

$$H = \delta H_\delta + \lambda_F F_{60}, H_\delta = \exp(\chi) \frac{P_0}{m} \lambda_v - \lambda_m q_0, \quad (12)$$

вдоль регулярных траекторий для оптимальных значений $\delta(t)$ выполняются соотношения

$$\delta_{\text{opt}}(t) = \begin{cases} 1, & H_\delta > 0, \\ 0, & H_\delta \leq 0. \end{cases} \quad (13)$$

Вопрос о возможности особого управления $\delta(t)$ оставим за пределами данного исследования, ограничиваясь таким образом изучением лишь регулярных управлений.

С учетом (10)–(13) уравнения оптимального движения в вариационной задаче (6)–(9) принимают вид

$$\begin{cases} \frac{dx_j}{dt} = \exp(\chi) \frac{p_0}{m} \delta_{\text{opt}} \frac{1}{\lambda_v} \lambda_i f_{ji}, \\ \frac{dF}{dt} = F_{60} + \exp(\chi) \frac{p_0}{m} \delta_{\text{opt}} \frac{1}{\lambda_v} \lambda_i f_{6i}, \quad i = \overline{1, 6}, j = \overline{1, 5}, k = \overline{1, 3}, \\ \frac{dm}{dt} = -q_0 \delta_{\text{opt}}. \end{cases} \quad (14)$$

При этом система дифференциальных уравнений, описывающая динамику изменения оптимальных сопряженных функций, записывается так:

$$\begin{cases} \frac{d\lambda_\chi}{dt} = 3\lambda_6 F_{60} - \exp(\chi) \lambda_v \frac{p_0 \delta_{\text{opt}}}{m}, \\ \frac{d\lambda_h}{dt} = \lambda_6 F_{60} \left(\frac{3h}{1-h^2-k^2} - \frac{\sin F}{\bar{r}} \right) - \frac{p_0 \delta_{\text{opt}}}{2m\lambda_v} \exp(\chi) \lambda_i \lambda_j \frac{\partial f_{ij}}{\partial h}, \\ \frac{d\lambda_k}{dt} = \lambda_6 F_{60} \left(\frac{3k}{1-h^2-k^2} - \frac{\cos F}{\bar{r}} \right) - \frac{p_0 \delta_{\text{opt}}}{2m\lambda_v} \exp(\chi) \lambda_i \lambda_j \frac{\partial f_{ij}}{\partial k}, \\ \frac{d\lambda_p}{dt} = -\frac{p_0 \delta_{\text{opt}}}{2m\lambda_v} \exp(\chi) \lambda_i \lambda_j \frac{\partial f_{ij}}{\partial p}, \\ \frac{d\lambda_q}{dt} = -\frac{p_0 \delta_{\text{opt}}}{2m\lambda_v} \exp(\chi) \lambda_i \lambda_j \frac{\partial f_{ij}}{\partial q}, \\ \frac{d\lambda_F}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial F}, \\ \frac{d\lambda_m}{dt} = \exp(\chi) \lambda_v \frac{p_0 \delta_{\text{opt}}}{m^2}, \quad (i, j = \overline{1, 6}). \end{cases} \quad (15)$$

Здесь $\bar{r} = 1 - h \sin F - k \cos F$, $f_{ij} = F_{ik} F_{jk}$, $(i, j = \overline{1, 6}, k = \overline{1, 3})$.

Помимо уравнений (15), сопряженные функции задачи подчинены также трем первым интегралам, приведенным в работе [6]:

$$\begin{aligned} \lambda_h k - \lambda_k h + \lambda_F &= \frac{2}{1+p^2+q^2} \left[\frac{1}{2} C_2 (1-p^2-q^2) + C_3 p - C_4 q \right], \\ \lambda_p p + \lambda_q q &= \frac{2}{1+p^2+q^2} [C_3 q + C_4 p], \\ \lambda_h k - \lambda_k h + \lambda_F + \lambda_p q - \lambda_q p &= C_2, \end{aligned} \quad (16)$$

где C_2, C_3, C_4 — произвольные константы.

Поскольку значения эксцентрической аномалии $F(t)$ на обоих концах оптимальной траектории и масса КА на правом ее конце не фиксируются при постановке, к необходимым условиям оптимальности задачи Майера (6)–(9) добавляются также условия трансверсальности сопряженных функций λ_F, λ_m в форме Летова [4]:

$$\lambda_F(0) = \lambda_F(T) = 0, \lambda_m(T) = 1. \quad (17)$$

3. Численные результаты

Сравнение эффективности нерегулируемого, т.е. дросселируемого ЭРД постоянной мощности и идеального ЭРД ограниченной мощности проводилось на примере выполнения околоземного перелета КА с промежуточной эллиптической орбиты на геостационарную. Параметры стартовой орбиты, а также конструктивные параметры КА и двигательной системы суммированы в таблице.

Таблица

| Начальная орбита | Радиус апогея, км | Радиус перигея, км | Наклонение орбиты, град. | Эксцентриситет | Аргумент перигея, град. | Долгота восходящего узла, град. |
|-------------------|---------------------|----------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| | | 34171 | 6595 | 28,5 | 0,6764 | 0 |
| Параметры КА и РД | Начальная масса, кг | Максимальная тяга, Н | Удельный импульс, с | Эффективная мощность, кВт | Удельный вес двигателя, кг/кВт | |
| | 776 | 1,66 | 1500 | 12,2 | 10 | |

Радиус геостационарной орбиты предполагался равным 42160 км.

Для данного динамического маневра решение задачи на быстродействие с нерегулируемым двигателем постоянной тяги дало следующие результаты: перелет на геостационар, включающий в себя 23,26 витков вокруг Земли, выполнен за 14,1341 сутки, величина отношения конечной массы аппарата к начальной оказалась равной 0,8223. Траектория оптимального по быстродействию перелета с нерегулируемым двигателем проиллюстрирована на рис. 1.

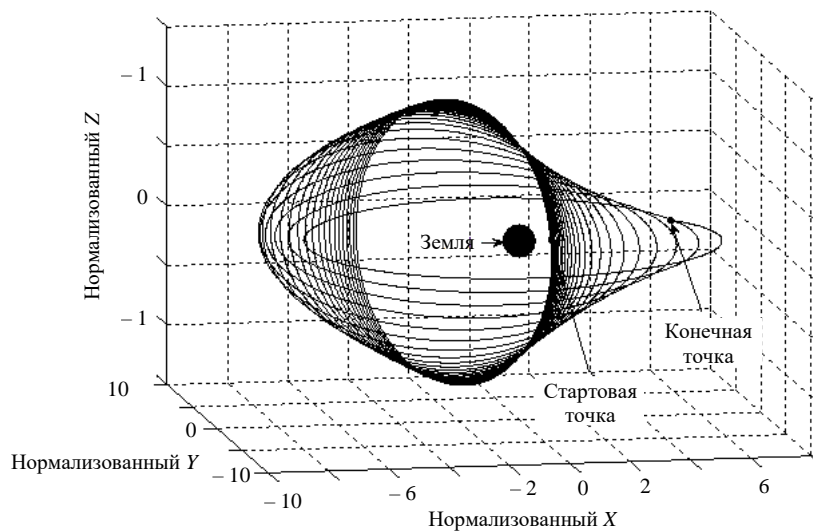


Рис. 1

Следуя изложенной в [4] методике, для сравнения эффективности дросселируемого, релейного и идеального ракетных двигателей для перелетов на геостационар получены численные решения краевой задачи (9), (14)–(17) для набора фиксированных времен выполнения данного маневра КА, превышающих время быстродействия. В результате определены величины оптимальных значений массы полезной нагрузки и конечной массы КА, оснащенного либо дросселируемым, либо релейным ракетным двигателем постоянной мощности. Данные для перелетов с идеальным двигателем ограниченной мощности получены с использованием аналитического решения исходной оптимизационной задачи для заданного маневра в усредненной постановке [5], обеспечивающего удовлетворительную близость к точному решению.

На рис. 2–4 проиллюстрированы некоторые результаты сравнительного анализа эффективности трех указанных типов двигательных систем.

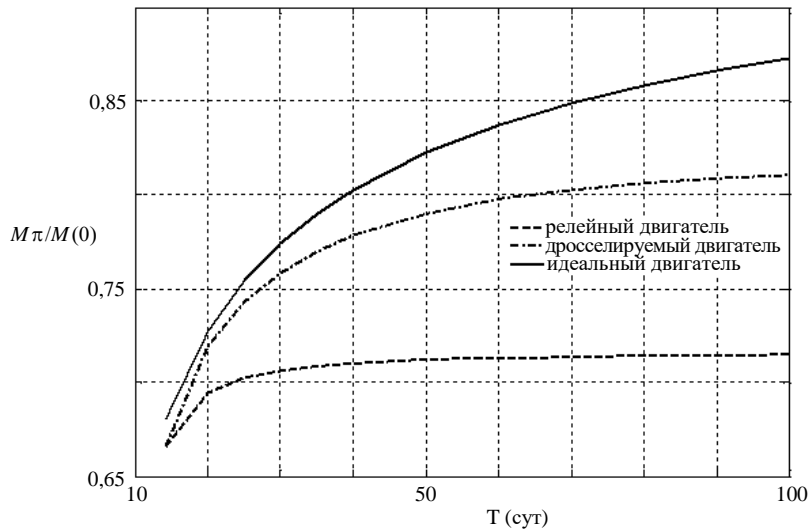


Рис. 2

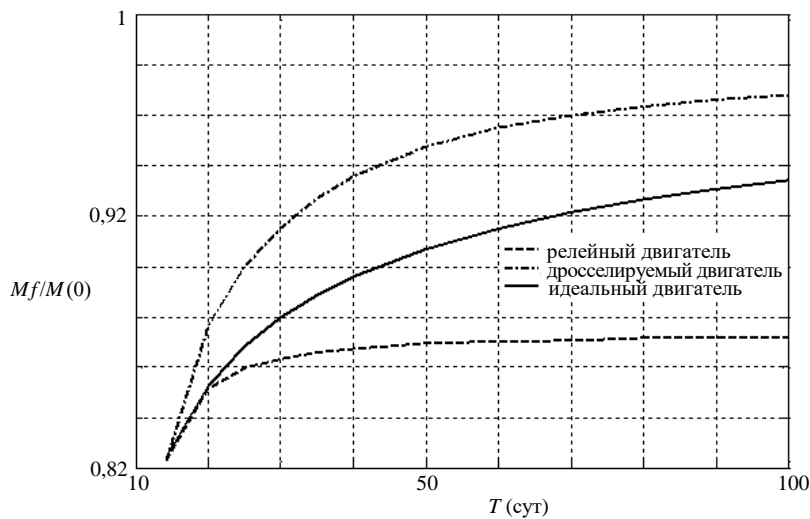


Рис. 3

Как и следовало ожидать, применение идеального двигателя обеспечивает наибольшую величину полезной нагрузки для данного маневра. В свою очередь дросселируемый двигатель, уступая идеальному, для данного диапазона длительностей перелета существенно превосходит релейный. Конечная масса аппарата с идеальным двигателем при этом оказывается меньшей, чем с дросселируемым, ввиду того, что (как видно из рис. 4) масса идеального двигателя, оптимально подбираемая для каждой фиксированной длительности перелета, оказывается существенно меньшей фиксированной массы дросселируемого и релейного двигателей.

Поверхности на рис. 5, 6 иллюстрируют относительный выигрыш дросселируемого двигателя над релейным и идеального — над дросселируемым как функцию двух переменных: удельной массы двигателя α и фиксированной длительности

ности выполнения заданного маневра T . Как видно из приведенных зависимостей, если для пары дросселируемый–релейный указанный выигрыш монотонно возрастает с ростом как α , так и T , то при сравнении идеального двигателя с дросселируемым с ростом T относительный выигрыш в полезной массе перелета монотонно убывает.

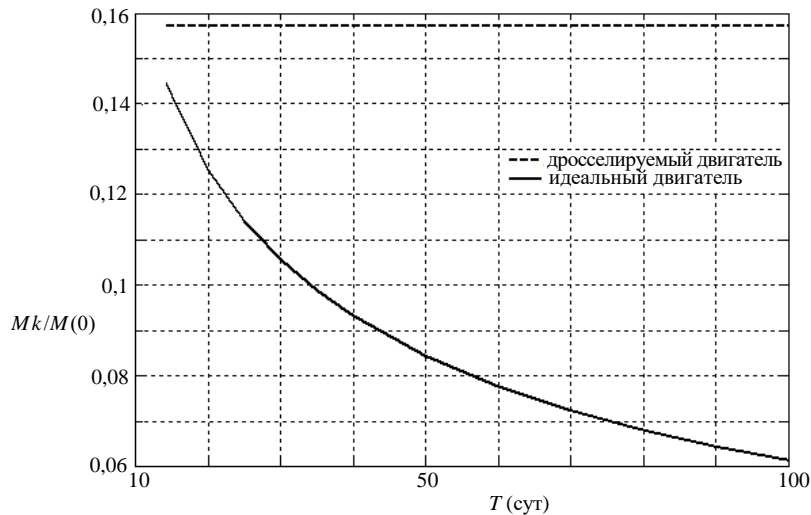


Рис. 4

Приведем также некоторые результаты качественного анализа оптимального управления дросселируемым и релейным ракетными двигателями. На рис. 7–9 представлено сравнение уровня дросселируемой (пунктирная линия) и релейной (сплошная линия) тяги вдоль оптимальной переходной траектории при полной продолжительности заданного маневра, равной 35 суткам.

Из приведенных зависимостей видно, что для обоих типов двигателей характерным является приложение тяги вблизи апсидальных точек. При этом «негибкость» релейного двигателя относительно дросселируемого может проявляться в отсутствии приложения тяги либо в апогее оскулирующего эллипса (см. рис. 7), либо в перигее (см. рис. 9), что, по-видимому, и обуславливает в этом случае менее экономный расход топлива.

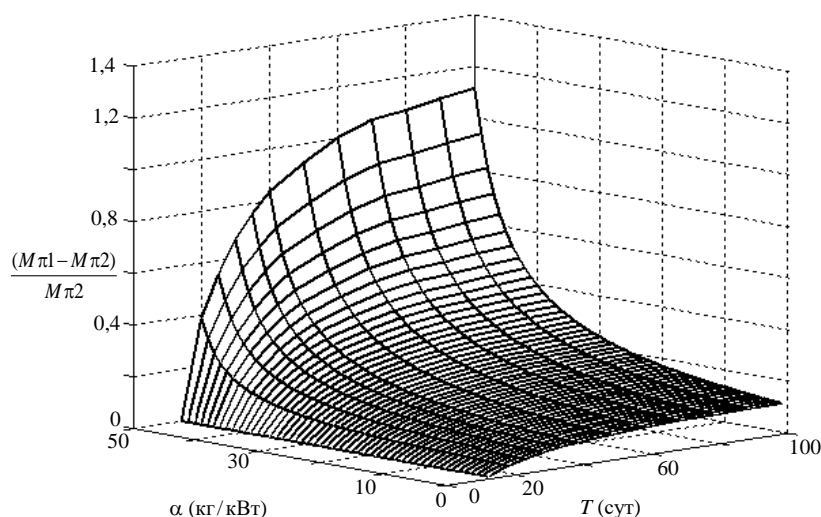


Рис. 5

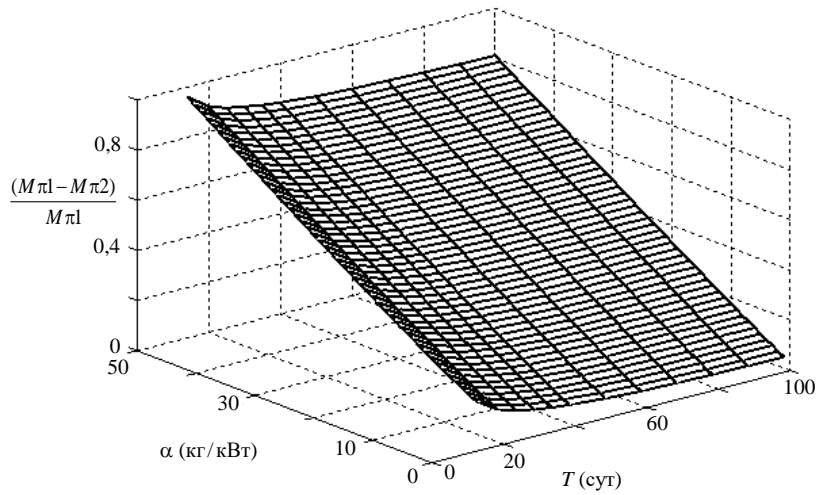


Рис. 6

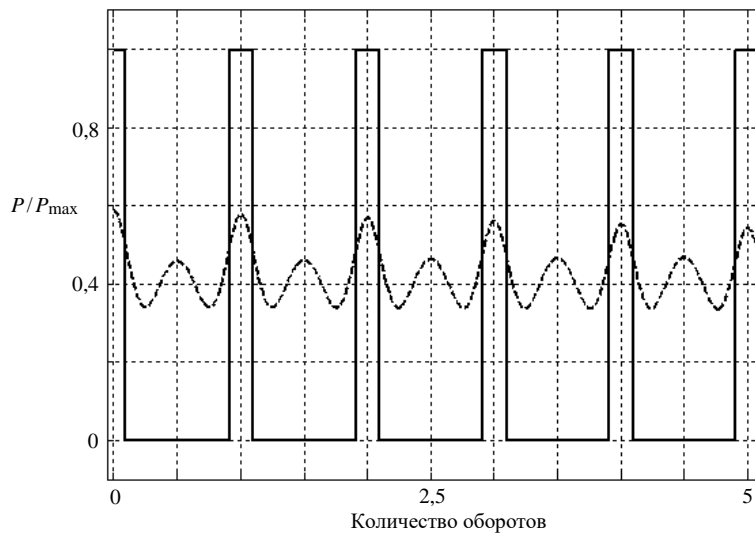


Рис. 7

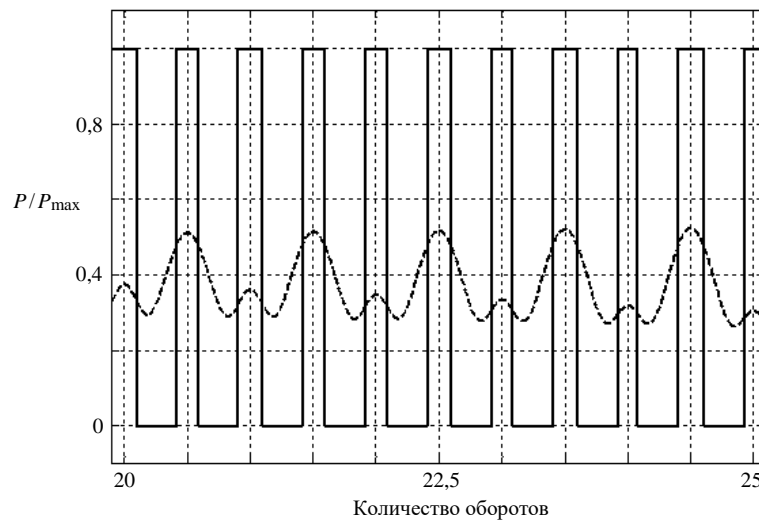


Рис. 8

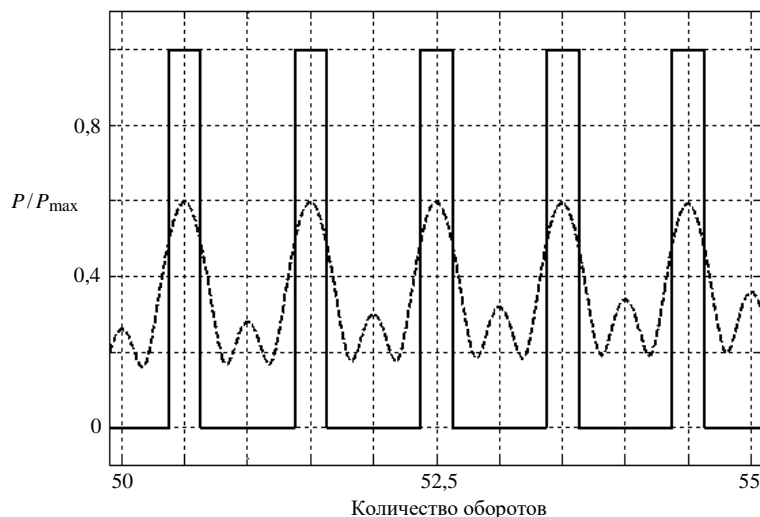


Рис. 9

Заключение

Полученные результаты численного исследования околоземных перелетов КА малой тяги на геостационар отвечают априорному представлению об эффективности трех рассмотренных типов ракетных двигателей в увеличении полезной нагрузки заданного маневра. Это, на наш взгляд, указывает на корректность построенных математических моделей дросселируемого и релейного двигателей и, в целом, эффективность использования решений осредненных уравнений оптимального движения КА для численного решения соответствующих краевых задач в точной постановке. Вместе с тем информация, предоставляемая осредненными решениями, а именно, начальные значения сопряженных функций, константы, входящие в первые интегралы (16), и осредненные величины минимизируемого функционала для идеального двигателя, к сожалению, не исключают проблему неединственности и неустойчивости точных решений оптимального движения. Процедуры численного решения краевых задач оптимального движения при увеличении длительности перелета и/или наклона стартовой эллиптической орбиты становятся существенно затратными по машинному времени и не гарантированно сходятся к оптимальному решению. Особенно ярко это проявляется в случае использования релейных двигателей, для которых характерна негладкость решений фазовой системы. Поэтому в силу того, что актуальность использования различных режимов дросселирования тяги для околоземных перелетов возрастает, целесообразной, на наш взгляд, представляется разработка методики получения осредненных решений исходной вариационной задачи, обеспечивающих более надежное начальное приближение к точным.

Л.Ю. Васильев, Б.М. Кіфоренко, Я.В. Ткаченко

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ДРОСЕЛЬОВАНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ РАКЕТНИХ ДВИГУНІВ ПОСТІЙНОЇ ПОТУЖНОСТІ ДЛЯ МІЖОРБІТАЛЬНИХ ПЕРЕЛІТІВ НА ГЕОСТАЦІОНАР

Здійснення перельотів космічних апаратів у навколосемному просторі з проміжних еліптичних орбіт на геостационарну з використанням електрич-

них ракетних двигунів (ЕРД) малої тяги є одним з найактуальніших завдань сучасної космонавтики. ЕРД, швидкість витікання реактивного струменя яких на порядок більше, ніж у хімічних РД, краще для міжорбітальних навколосеземних перельотів з максимальним корисним навантаженням у разі, коли істотне збільшення тривалості маневру є допустимим. Дроселювання тяги ракетного двигуна традиційно розглядається як один із способів зниження маси рухової установки і необхідного запасу палива для виконання заданого маневру. Використання концепції ідеально регульованого двигуна забезпечує отримання верхніх оцінок маси корисного навантаження міжорбітальних перельотів для обраного рівня потужності. Врахування властивостей реальних двигунів призводить до необхідності розгляду математичних моделей з більш жорсткими обмеженнями на керування. Проведено дослідження ефективності трьох режимів управління тягою ЕРД при виконанні практично цікавих перельотів з високоеліптичних проміжних навколосеземних орбіт на геостационарні. Побудовано математичну модель релейного ЕРД постійної потужності. Дано формулювання варіаційної задачі типу Майєра про виконання заданого динамічного маневру космічного апарата для дросельованого і нерегульованого двигунів постійної потужності. З використанням принципу максимуму Понтрягіна проведено аналіз оптимальних керуючих функцій, для яких виписано кінцеві співвідношення, що дозволили записати систему диференціальних рівнянь оптимального руху космічного апарата, оснащеного релейним двигуном. Отримані чисельні та якісні результати дослідження ефективності різних режимів управління тягою для збільшення корисного навантаження заданого орбітального маневру підтвердили коректність математичних моделей дросельованого і релейного двигунів і, в цілому, ефективність використання рішень усереднених рівнянь оптимального руху космічного апарата для чисельного рішення відповідних крайових задач у точній постановці.

Ключові слова: міжорбітальні перельоти космічних апаратів, оптимальне управління ЕРД, принцип максимуму Понтрягіна.

I.Yu. Vasiliev, B.N. Kiforenko, Ya.V. Tkachenko

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE EFFICIENCY OF CONSTANT POWER THROTTLED ROCKET ENGINES FOR INTERORBITAL FLIGHTS TO GEOSTATIONAR

Carrying out low-thrust transfers of spacecrafts in the near-earth space from intermediate elliptic to the geostationary orbit using electric rocket engines seems to be one of the most important tasks of modern cosmonautics. Electric rocket engines, whose specific impulse of the reactive jet is an order of magnitude more than in chemical RD, are preferable for interorbit flights with a maximum payload in the case when a significant increase in the duration of the maneuver is permissible. Ability to throttling the rocket engine thrust is traditionally considered as one of the ways to reduce both the engine mass and the required fuel assumptions for performing the specified maneuver. Using the concept of an ideal-rocket engine provides the upper estimates of the payload mass of interorbital flights for the given power level. Accounting for the properties of real engines leads to the need of considering the mathematical models with more strict limits on control functions. A study of the efficiency of three modes of thrust control of an electric propulsion rocket engine was carried out when performing practically interesting spacecraft flights from highly elliptical intermediate near-earth orbits to geostationary orbits. A mathematical model of constant power relay rocket engine has been built. The formulation of the variational problem of the

Maer type is given about the execution of a given dynamic maneuver for the throttled and unregulated electric rocket engines of constant power. Using the Pontryagin maximum principle, an analysis of the optimal control functions was carried out, for which the final relations were written out, which allowed to write down the system of differential equations of the optimal movement of the spacecraft, equipped with relay electric rocket engine. The obtained numerical and quality results of the study of the effectiveness of various modes of thrust control of an electric propulsion engine to increase the payload of a given orbital maneuver confirmed the correctness of mathematical models of throttled and relay engines and, in general, the efficiency of using solutions of the averaged equations of optimal motion of a spacecraft for numerical solution of the corresponding boundary value problems in an exact formulation.

Keywords: interorbital flights of space vehicles, optimal control of an electric rocket engine, Pontryagin's maximum principle.

1. Михайлов В.В., Базаров В.Г. Дросселируемые жидкостные ракетные двигатели. М. : Машиностроение, 1985. 170 с.
2. Петухов В.Г. Оптимизация многовитковых перелетов между некомпланарными эллиптическими орбитами. *Космические исследования*. 2004. **42**, № 3. С. 260–279.
3. Гроздовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета. *Проблемы оптимизации*. М. : Наука, 1975. 700 с.
4. Кифоренко Б.Н., Васильев И.Ю., Ткаченко Я.В. Эффективность использования дросселируемых ракетных двигателей малой тяги при выполнении околоземных орбитальных перелетов. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2018. № 4. С. 128–136.
5. Кифоренко Б.Н., Пасечник З.В., Васильев И.Ю. Аналитические решения усредненных уравнений оптимального межорбитального перехода с постоянной по величине тягой в сильном гравитационном поле. *Проблемы управления и информатики*. 2002. № 2. С. 126–139.
6. Кифоренко Б.Н., Пасечник З.В., Васильев И.Ю. Использование равноденственных орбитальных элементов как переменных в задаче быстрогодействия при межорбитальном переходе с постоянной по величине тягой в сильном гравитационном поле. *Проблемы управления и информатики*. 2003. № 4. С. 102–114.

Получено 22.09.2021