УДК 519.9

А.М. Воронін, А.С. Савченко

ФОРМАЛІЗОВАНИЙ МЕТОД РІШЕННЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ЗАДАЧ

Воронін Альберт Миколайович

Національний авіаційний університет, м. Київ,
alnv@ukr.net

Савченко Аліна Станіславівна

Національний авіаційний університет, м. Київ,
a.s.savchenko@ukr.net

Отримано модель багатокритеріальної оптимізації, що дозволяє об'єкту реалізувати всі поставлені цілі у всьому діапазоні можливих ситуацій. Системний підхід до проблеми векторної оптимізації дозволив поєднати моделі окремих схем компромісів у єдину цілісну структуру, що адаптується до ситуації прийняття багатокритеріального рішення. Перевагою концепції нелінійної схеми компромісів є можливість прийняття багатокритеріального рішення формально без безпосередньої участі людини. При цьому на єдиній ідейній основі вирішуються як задачі, що мають значення для загального використання, так і ті, основною змістовною сутністю яких є відповідність індивідуальним перевагам особи, що приймає рішення. Апарат нелінійної схеми компромісів, розроблений як формалізований інструмент для дослідження систем із суперечливими критеріями, дозволяє практично вирішувати багатокритеріальні завдання широкого класу.

Ключові слова: оптимізація, багатокритеріальність, корисність, скалярна згортка, формалізація, ситуація, нелінійна схема компромісів.

Вирішення простих задач оптимізації досить формалізоване. Коли якість рішення оцінюється одним критерієм, задача має єдине певне рішення. Якщо задача багатокритеріальна (векторна), то в результаті оптимізації виходить множина (область Парето) прийнятних рішень. Але з них зазвичай потрібно вибрати лише одне. Оскільки точки множини Парето непорівнювальні між собою формально, то для вирішення задачі принципово необхідно залучити інформацію про переваги особи, яка приймає рішення (ОПР). При вирішенні конкретної задачі векторної оптимізації ОПР створює свою модель цільової функції (функція корисності) відповідно до своїх переваг. Таким чином, вирішення багатокритеріальних задач за своєю природою суб'єктивне.

Однак є можливість, якщо не усунути, то хоча б суттєво зменшити вплив суб'єктивних факторів на результат розв'язання багатокритеріальної задачі [1, 2]. Передбачається, що існують деякі інваріанти, правила, зазвичай спільні для всіх ОПР, незалежно від їх індивідуальних нахилів і яких вони однаково дотримуються у тій чи іншій ситуації. Неминуча суб'єктивність ОПР обмежена [3]. У ділових рішеннях людина має бути раціональною, щоб мати можливість переконати інших, пояснити мотиви свого вибору, логіку своєї суб'єктивної моделі. Тому будь-які переваги ОПР мають перебувати у межах певної раціональної системи. Завдяки цьому формалізація можлива.

Задача векторної оптимізації

Задача оптимізації полягає у виборі умов, що дозволяють об'єкту дослідження у заданій ситуації виявити свої найкращі властивості. Умови, від яких залежать властивості об'єкта, кількісно виражаються деякими змінними величинами $x=\{x_i\}_{i=1}^{n}$, заданими в області визначення X, так званими аргументами оптимізації. Ситуація прийняття рішення залежить від зовнішніх впливів r. Ці дії від нас не залежать, вони задані ззовні, можуть набувати своїх значень з компактної множини R. Зазвичай вважають, що розрахунки здійснюються при заданому та відомому векторі зовнішніх впливів $r^0 \in R$, від якого, зрештою, залежить конкретна ситуація прийняття рішення.

У свою чергу, кожна з властивостей об'єкта в області M кількісно описується за допомогою змінної y_k, $k\in[1, s]$, значення якої характеризує якість об'єкта відносно цієї властивості. Показники, які називають критеріями якості, утворюють вектор $y=\{y_k\}_{k=1}^{s}\in M$. Його компоненти кількісно виражають оцінку властивостей об'єкта при заданій сукупності аргументів оптимізації $x=\{x_i\}_{i=1}^{n}\in X$.

Цільова функція $y=f(x)$ пов'язує вектор критеріїв якості з аргументами оптимізації. Ця функція є моделлю функції корисності ОПР у заданій ситуації. З деякими застереженнями задача оптимізації формулюється як знаходження такого поєднання аргументів у галузі їх визначення, при якому цільова функція набуває екстремального значення:

$$x^* = \arg \operatorname*{extr}_{\substack{x\in X\\ y\in M}} f(x)\Big|_{r\in R}.$$

Якщо без втрати спільності вважати, що «краще» означає «менше», то на практиці при фіксованому $r=r^o\in R$ та гарантованому $y\in M$ застосовується вираз

$$x^* = \arg\min_{x\in X} f(x).$$

Для системної ув'язки в багатокритеріальних задачах як цільова функція замість $y=f(x)$ звичайно використовується скалярна згортка вектора часткових критеріїв $Y=f[y(x)]$, де y — s-мірний вектор критеріїв $y=\{y_k\}_{k=1}^{s}$. Скалярна згортка постає як інструмент композиції критеріїв.

Вирішуючи конкретну задачу векторної оптимізації, ОПР вибирає адекватну заданій ситуації модель цільової функції у вигляді скалярної згортки і призначає її параметри відповідно до своїх переваг. Найчастіше застосовується адитивна (лінійна) скалярна згортка

$$Y[y(x)] = \sum_{k=1}^{s} a_k y_k(x),$$

де a_k — вагові коефіцієнти, що визначаються ОПР, виходячи зі своєї функції корисності у заданій ситуації. Принцип Лапласа в теорії прийняття рішень полягає в екстремізації лінійної скалярної згортки. Принцип оптимальності — це правило, що дозволяє за значеннями критеріїв обчислити певну єдину числову міру ефективності розв'язання (акт композиції критеріїв). Нестача (специфіка) застосування лінійної скалярної згортки — це можливість «компенсації» одного критерія за рахунок інших.

У ряді випадків ОПР вважає адекватною заданій ситуації мультиплікативну скалярну згортку

 ISSN 1028-0979

$$Y[y(x)] = \prod_{k=1}^{s} y_k(x),$$

екстремізація якої виражає принцип Паскаля. Цей принцип адекватний у задачах з кумулятивним ефектом, коли дія одних факторів ефективності посилює чи зменшує вплив інших. При максимізації часткових критеріїв нульове значення кожного з них повністю нівелює внесок всіх інших у загальну ефективність рішення. В авіаційно-космічній галузі подібний підхід частково виправданий, якщо кожен критерій (наприклад, надійність і безпека) є критичним і ніяке поліпшення інших критеріїв не може компенсувати його низьке значення. Якщо хоча б один із часткових критеріїв дорівнює нулю, то і глобальний критерій також дорівнює нулю.

Недолік застосування мультиплікативної скалярної згортки: дуже дорога і дуже ефективна система може мати як дешеву, так і низько ефективну оцінку. Порівняємо такі «системи озброєння», як атомна бомба і рогатка, які за низької вартості мають деякий вражаючий фактор. Керуючись мультиплікативною згорткою, для озброєння армії можна вибрати рогатку.

Аналогічно принципу Лапласа узагальнимо принцип Паскаля запровадженням вагових коефіцієнтів:

$$Y[y(x)] = \prod_{i=1}^{s} [y_i(x)]^{a_i}.$$

Концепція Чарнза–Купера заснована на принципі «ближче до ідеальної (утопічної) точки». У просторі критеріїв при заданих умовах і обмеженнях визначається апріорі невідомий ідеальний вектор y^{id}, для цього задача оптимізації вирішується s раз (за кількістю часткових критеріїв), причому щоразу з одним (черговим) критерієм, якщо інших немає. Послідовність «однокритеріальних» рішень вихідної багатокритеріальної задачі дає координати недосяжного ідеального вектора $y^{id} = \{y_k^{id}\}_{k=1}^{s}$.

Після цього цільова функція $Y(y)$ вводиться як міра наближення до ідеального вектора в просторі оптимізованих критеріїв у вигляді деякої невід'ємної функції вектора $y^{id} - y$, наприклад у вигляді евклідової норми:

$$Y(y) = \left\| \frac{y^{id} - y}{y^{id}} \right\| = \sum_{k=1}^{s} \left[\frac{y_k^{id} - y_k}{y_k^{id}} \right]^2.$$

Недолік даного способу полягає у громіздкості процедури визначення координат ідеального вектора. Важливо, що не виключається можливість порушення обмежень.

Крім зазначених, у практичних дослідженнях застосовуються інші види скалярних згорток [1]. Одне з найважливіших положень теорії прийняття рішень за багатьох критеріїв полягає у тому, що немає найкращого у якомусь абсолютному сенсі рішення. Ухвалене рішення може вважатися найкращим лише для даної ОПР відповідно до поставленої ним мети та з урахуванням конкретної ситуації. Нормативні моделі вирішення багатокритеріальних проблем засновані на гіпотезі існування у свідомості ОПР певної функції корисності [4], що вимірюється як у номінальних, так і в порядкових шкалах. Відображенням цієї функції корисності є схема компромісів та її модель у заданій ситуації — скалярна згортка часткових критеріїв $Y[y(x)]$, що дозволяє конструктивно вирішити задачу багатокритеріальної оптимізації.

У понятті оптимальності, крім критеріїв, не менш важливу роль відіграють обмеження як за аргументами оптимізації $x \in X$, так і за критеріями ефективності рішення $y \in M$. Навіть невеликі їх зміни можуть суттєво позначитися на рішенні [5]. Крім того, саме поняття ситуації прийняття рішення оцінюється мірою небезпечного наближення окремих часткових критеріїв до своїх гранично допустимих значень. Це є основою можливого підходу до формалізації розв'язання багатокритеріальних задач.

У даному випадку предметом дослідження є така тонка субстанція, як уявна функція корисності, що виникає у свідомості ОПР при вирішенні конкретної багатокритеріальної задачі. Якщо вона існує, то в кожного ОПР функція корисності своя. Проте можна отримати передумови для завдання єдиного виду змістовної моделі цільової функції, якщо виявити та проаналізувати деякі загальні закономірності, що спостерігаються в процесі прийняття багатокритеріальних рішень різними ОПР у різних ситуаціях.

Формалізація

За певних зовнішніх впливів може скластися ситуація, коли один або кілька часткових критеріїв наближаються до своїх обмежень. Логічно вважати різницю між поточним значенням критерію та його гранично допустимим значенням мірою напруженості ситуації:

$$\rho_k(x) = A_k - y_k(x), \rho_k \in [0, A_k], k \in [1, s],$$

де $A = \{A_k\}_{k=1}^{s}$ — вектор максимально допустимих критеріїв, що мінімізуються.

Якщо багатокритеріальне рішення приймається в напруженій ситуації, то це означає, що в заданих зовнішніх умовах $r^o \in R$ один або кілька часткових критеріїв $y_k(x),\ k \in [1, s],$ в результаті рішення x можуть опинитися в небезпечній близькості до своїх граничних значень $A_k, k \in [1, s],$ тобто $\rho_k(x) \to 0.$ І якщо один із них досягне межі (або вийде за неї), то ця подія не компенсується можливим малим рівнем інших критеріїв — зазвичай не допускається порушення будь-якого обмеження.

У цій ситуації необхідно всіляко перешкоджати небезпечному зростанню найбільш неблагополучного (тобто найближчого до своєї межі) часткового критерію, незважаючи на поведінку в цей час інших. За дуже напруженої ситуації (перший полярний випадок: $\rho_k(x) \approx 0$) ОПР взагалі залишає у полі зору тільки цей один, найбільше ненадійний частковий критерій, не звертаючи уваги на інші.

Отже, адекватним виразом схеми компромісів у разі напруженої ситуації є мінімаксна (чебишевська) модель

$$x^* = \arg \min_{x \in X} \max_{k \in [1, s]} \frac{y_k(x)}{A_k}. \qquad (1)$$

У менш напружених ситуаціях необхідно повертатися до одночасної відповідності та інших критеріїв з огляду на суперечливу єдність усіх інтересів та цілей системи. При цьому ОПР варіює свою оцінку виграшу за одними критеріями та програшу за іншими залежно від ситуації. У проміжних випадках вибираються схеми компромісів, що дають різні ступені часткового вирівнювання відносних часткових критеріїв. Зі зменшенням напруженості ситуації переваги за окремими критеріями вирівнюються.

І, нарешті, у другому полярному випадку $(\rho_k(x) \approx 1)$ ситуація настільки спокійна, що часткові критерії малі і не виникає жодної загрози порушення обмежень. ОПР вважає, що одиниця погіршення будь-якого із відносних часткових критеріїв цілком компенсується рівнозначною одиницею покращення будь-якого іншого. Цьому випадку відповідає економічна схема компромісів, що забезпечує мінімальні для заданих умов сумарні втрати за відносними частковими критеріями. Така схема виражається моделлю інтегральної оптимальності

$$x^* = \arg \min_{x \in X} \sum_{k=1}^{s} \frac{y_k(x)}{A_k}. \qquad (2)$$

Аналіз показує, що схеми компромісів групуються на двох полюсах, що відбивають різні принципи оптимальності: 1) егалітарний — принцип рівномірності та 2) утилітарний — принцип економічності.

Застосування принципу рівномірності виражає прагнення рівномірно, тобто однаково знижувати рівень всіх відносних критеріїв при функціонуванні досліджуваної системи. Важливою реалізацією принципу рівномірності є чебишевська модель (1) — полярна схема цієї групи. Ця схема змушує мінімізувати гірший (максимальний при мінімізованих критеріях), зводячи його до рівня інших, тобто. вирівнюючи всі відносні часткові критерії. До недоліків егалітарних схем рівномірності слід віднести їхню «неекономічність». Забезпечення найближчого один одному рівня відносних критеріїв часто досягається за рахунок значного підвищення їх сумарного рівня. Крім того, іноді навіть невеликий відступ від принципу рівномірності дозволяє суттєво зменшити один чи кілька важливих критеріїв.

Принцип економічності, в його основу покладено можливість компенсації деякого погіршення якості за одним критеріям певним поліпшенням іншого, позбавлений цих недоліків. Полярна схема цієї групи реалізується моделлю інтегральної оптимальності (2). Утилітарна схема забезпечує мінімальний сумарний рівень відносних критеріїв. Загальним недоліком схем принципу економічності є можливість різкої диференціації рівня окремих критеріїв.

Проведений аналіз виявляє закономірність, через яку ОПР варіює свій вибір від моделі інтегральної оптимальності (2) у спокійних ситуаціях до мінімаксної моделі (1) у напружених. У проміжних випадках ОПР вибирає схеми компромісів, що дають різні ступені задоволення окремих критеріїв, відповідно до заданої ситуації. Якщо прийняти висновки з наведеного аналізу як логічну основу для формалізації вибору схеми компромісів, можна запропонувати різні конструктивні концепції, наприклад, концепцію нелінійної схеми компромісів.

Концепція нелінійної схеми компромісів

На відміну від концепції Чарнза–Купера, заснованої на принципі «ближче до утопічної точки», розглянемо такий підхід до формалізації рішень багатокритеріальних задач, при якому виконується принцип «подалі від обмежень».

З позицій системного підходу доцільно задачу вибору схеми компромісів замінити еквівалентною задачею синтезу деякої єдиної скалярної згортки часткових критеріїв, яка у різних ситуаціях автоматично виражала б адекватні принципи оптимальності. Окремі моделі схем компромісів поєднуються в єдину цілісну модель, структура якої адаптується до ситуації прийняття багатокритеріального рішення. Вимоги до функції $Y[y(x)]$, що синтезується:

- бути гладкою та диференційованою;
- у напружених ситуаціях виражати принцип мінімаксу;
- у спокійних умовах — принцип інтегральної оптимальності;
- у проміжних випадках призводити до парето-оптимальних рішень, що дають різні заходи часткової відповідності критеріїв.

Іншими словами, така універсальна згортка має виражати схему компромісів, що адаптується до ситуації. Можна вважати, що адаптація та здатність до адаптації — головна змістовна сутність дослідження багатокритеріальних систем. Для того щоб виконувався принцип «подалі від обмежень» при будь-якому $r \in R,$ необхідно, щоб у вираз для скалярної згортки в явному вигляді входили характеристики напруженості ситуації. Розглянемо кілька функцій, які відповідають наведеним вище вимогам. Найпростішою з них у разі мінімізованих критеріїв є скалярна згортка

$$Y(y) = \sum_{k=1}^{s} A_k [A_k - y_k(x)]^{-1}.$$

Таким чином, пропонується нелінійна схема компромісів, якій відповідає модель векторної оптимізації, яка у явному вигляді залежить від характеристик напруженості ситуації:

$$x^* = \arg\min_{x\in X} \sum_{k=1}^{s} A_k [A_k - y_k(x)]^{-1}. \qquad (3)$$

З цього виразу видно, що коли хоч якийсь із часткових критеріїв, наприклад $y_i(x)$, почне близько підходити до своєї межі A_i, тобто ситуація стане напруженою, то відповідний член $Y_i = \dfrac{A_i}{A_i - y_i(x)}$ в мінімізованій сумі зросте настільки, що проблема мінімізації всієї суми зведеться до мінімізації тільки цього найгіршого члена, тобто, критерія $y_i(x)$. Це еквівалентно дії мінімаксної моделі (1). Якщо ж часткові критерії далекі від своїх меж A_i, тобто ситуація спокійна, то модель (3) діє еквівалентно до моделі інтегральної оптимальності (2). У проміжних ситуаціях виходять різні ступені часткового вирівнювання критеріїв.

Нелінійній схемі компромісів властива безперервна адаптація до ситуації прийняття багатокритеріального рішення. Вище неодноразово наголошувалося, що вибір схеми компромісів є прерогативою людини, відображенням її суб'єктивної функції корисності при вирішенні конкретної багатокритеріальної задачі. І все ж ми змогли виявити деякі загальні закономірності і на цій об'єктивній основі побудувати універсальну скалярну згортку критеріїв, вигляд якої випливає зі змістовних уявлень про сутність явища, що вивчається.

Вирішення багатокритеріальної задачі за нелінійною схемою компромісів здійснюється формалізовано, без безпосередньої участі ОПР. Це рішення є базовим та призначене для загального застосування. Якщо ж така задача вирішується на користь конкретної людини, то базове рішення може бути лише скориговано відповідно до неформальних уподобань ОПР.

Наведений вище аналіз відноситься до випадку мінімізованих критеріїв, коли «краще» означає «менше». Для максимізованих критеріїв уніфікована скалярна згортка має вигляд

$$Y(y) = \sum_{k=1}^{s} B_k [y_k(x) - B_k]^{-1},$$

де B_k — мінімально допустимі значення критеріїв, які підлягають максимізації.

Ілюстративний приклад

Розглянемо задачу розподілу обмеженого глобального ресурсу палива між літаками при авіарейсах у різні міста [6]. Для кожного рейсу існує нижня межа, якщо вона менша, виділяти паливо недоцільно, літак просто не долетить до пункту призначення. У цьому полягає суть обмеження знизу кожного парціального ресурсу. Якщо цей рейс отримує паливо, кількість якого перевищує відому нижню межу, то у нього з'являється можливість вільного маневрування по ешелонах, обходу грозового фронту, скористатися запасним аеродромом тощо. З іншого боку, збільшувати парціальний ресурс необмежено теж не можна, існує обмеження зверху. Це зрозуміло хоча б тому, що кожен літак має певну ємність баків, більше за яку він прийняти не може.

Враховуючи заданий комплекс обмежень, потрібно так розподілити глобальний ресурс системи між об'єктами, щоб забезпечити найбільш ефективну роботу всієї системи в цілому.

Вирішуватимемо цю задачу в рамках концепції нелінійної схеми компромісів. Цільову функцію представимо у вигляді

$$f(p) = \sum_{i=1}^{n} p_{i\min} (p_i - p_{i\min})^{-1},$$

 ISSN 1028-0979

де $p = \{p_i\}_{i=1}^n$ — вектор парціальних ресурсів, $p \in X_p = [0, P]$; $p_{\min} = \{p_{i\min}\}_{i=1}^n$ — вектор обмежень знизу парціальних ресурсів. Зрозуміло, що $\sum_{i=1}^n p_i = P$, де P — глобальний ресурс, що підлягає розподілу.

Представлена цільова функція — не що інше, як вираз скалярної згортки вектора максимізованих часткових критеріїв $p = \{p_i\}_{i=1}^n$ за нелінійною схемою компромісів (НСК) у задачі багатокритеріальної оптимізації [2].

Дійсно, у розглянутій задачі ресурси $p_i, i \in [1, n]$, мають двояку природу. З одного боку, їх можна розглядати як незалежні змінні аргументи оптимізації цільової функції $f(p)$. З іншого, для кожного з об'єктів логічним є прагнення максимізувати свій парціальний ресурс, відійти від небезпечного обмеження $p_{i\min}$ для підвищення ефективності свого функціонування.

З цієї точки зору, ресурси $p_i \geq p_{i\min}$, $i \in [1, n]$, можуть розглядатися як часткові критерії якості функціонування відповідних об'єктів. Ці критерії підлягають максимізації, вони обмежені знизу, невід'ємні та суперечливі (збільшення одного ресурсу можливе лише за рахунок зменшення інших).

На підставі викладеного задача векторної оптимізації розподілу обмежених ресурсів з урахуванням ізопериметричного обмеження для аргументів $\sum_{i=1}^n p_i = P$ набуває вигляду

$$p^* = \arg\min_{p \in X_p} f(p) = \arg\min_{p \in X_p} \sum_{i=1}^n p_{i\min}(p_i - p_{i\min})^{-1}, \sum_{i=1}^n p_i = P.$$

Цю задачу можна вирішувати як аналітично, використовуючи метод невизначених множників Лагранжа, так і чисельними методами, якщо аналітичне рішення виявляється скрутним.

Аналітичне рішення передбачає побудову функції Лагранжа як

$$L(p, \lambda) = f(p) + \lambda\left(\sum_{i=1}^n p_i - P\right),$$

де λ — невизначений множник Лагранжа, та вирішення системи рівнянь

$$\frac{\partial L(p, \lambda)}{\partial p_i} = 0, \; i \in [1, n],$$

$$\frac{\partial L(p, \lambda)}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^n p_i - P = 0.$$

Чисельний приклад

Для виконання двох рейсів $(n = 2)$ аеропорт має у своєму розпорядженні паливо загальним обсягом $P = 12$ т (цифри умовні). Мінімальна потреба першого рейсу складає $p_1 \geq p_{1\min} = 2$ т, другого — $p_2 \geq p_{2\min} = 5$ т. Це обмеження знизу для парціальних ресурсів.

Ставиться задача: отримати рішення компромісно-оптимального розподілу палива між рейсами.

Вирішуємо задачу векторної оптимізації розподілу обмежених ресурсів аналітично, використовуючи метод невизначених множників Лагранжа.

Будуємо функцію Лагранжа

$$L(p,\lambda) = p_{1\min}(p_1 - p_{1\min})^{-1} + p_{2\min}(p_2 - p_{2\min})^{-1} + \lambda(p_1 + p_2 - P).$$

Отримуємо систему рівнянь

$$\frac{\partial L(p,\lambda)}{\partial p_1} = -p_{1\min}(p_1 - p_{1\min})^{-2} + \lambda = 0,$$

$$\frac{\partial L(p,\lambda)}{\partial p_2} = -p_{2\min}(p_2 - p_{2\min})^{-2} + \lambda = 0,$$

$$p_1 + p_2 - P = 0.$$

Підставляючи числові дані

$$-2(p_1 - 2)^{-2} + \lambda = 0,$$

$$-5(p_2 - 5)^{-2} + \lambda = 0,$$

$$p_1 + p_2 - 12 = 0$$

і вирішуючи цю систему методом Гаусса (послідовного виключення змінних), отримуємо

$$p_1^* = 3{,}94 \text{ т}, \ \ p_2^* = 8{,}06 \text{ т}.$$

У складніших випадках застосовуються чисельні методи чи комп'ютерна програма багатокритеріальної оптимізації [1].

A. Voronin, A. Savchenko

FORMALIZED METHOD FOR SOLVING MULTICRITERIA PROBLEMS

Albert Voronin

National Aviation University, Kyiv
alnv@ukr.net

Alina Savchenko

National Aviation University, Kyiv
a.s.savchenko@ukr.net

A model of multicriteria optimization is obtained, which allows the object to realize all the goals set in the entire range of possible situations. A systematic approach to the problem of vector optimization made it possible to combine models of individual trade-off schemes into a single integral structure that adapts to the situation of making a multicriteria decision. The advantage of the concept of a non-linear trade-off scheme is the possibility of making a multicriteria decision formally, without the direct participation of a person. At the same time, on a single ideological basis, both tasks that are important for general use, and those whose main content essence is the satisfaction of individual preferences of decision makers, are solved. The apparatus of the nonlinear trade-off scheme, developed as a formalized tool for studying systems with conflicting criteria, makes it possible to solve practically multicriteria problems of a wide class.

Keywords: optimization, multi-criteria, utility function, scalar convolution, formalization, situation, non-linear trade-off scheme.

1. Воронин А.Н., Зиатдинов Ю.К., Куклинский М.В. Многокритериальные решения: Модели и методы. К. : НАУ, 2010. 348 с.
2. Voronin A. Multicriteria decision making for the management of complex systems. USA : IGI Global, 2017. 201 p.
3. Ларичев О.И. Наука и искусство принятия решений. М. : Наука, 1979. 200 с.
4. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М. : Наука, 1978. 352 с.
5. Лебедева Т.Т., Семенова Н.В., Сергиенко Т.Н. Многокритериальная задача оптимизации: Устойчивость к возмущениям входных данных векторного критерия. *Кибернетика и системный анализ*. 2020. № 6. С. 107–114.
6. Воронін А.М., Савченко А.С. Задача розподілу ресурсів. *Міжнародний науково-технічний журнал «Проблеми керування та інформатики»*. 2022. № 1. С. 5–10.

Отримано 08.05.2022