

КЕРУВАННЯ СИСТЕМАМИ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ, МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

УДК 629.3.017.5

Є.Є. Александров, Т.Є. Александрова, Я.Ю. Моргун

ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВОГО СТАБІЛІЗАТОРА СИСТЕМИ КУРСОВОЇ СТІЙКОСТІ АВТОМОБІЛЯ-ПАЛИВОЗАПРАВНИКА

Александров Євген Євгенович

Харківський національний автомобільно-дорожній університет,
aleksandrov.ye.ye@gmail.com

Александрова Тетяна Євгенівна

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,
Tetiana.Aleksandrova@khpі.edu.ua

Моргун Ярослав Юрійович

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,
Yaroslav.Morhun@khpі.edu.ua

Незадовільний стан дорожнього покриття вітчизняних автомобільних магістралей у сукупності з невисокою технічною якістю вітчизняних автотранспортних засобів призводить до високої аварійності на дорогах. Особливо тяжкі наслідки маємо після аварій з участю великогабаритних автомобілів, оснащених цистернами об'ємом 20–22 м³, в яких транспортується паливо та агресивні рідкі хімічні речовини. Розглядається проблема створення на автомобілях-паливозаправниках систем курсової стійкості з цифровим стабілізатором, що забезпечує високу точність стабілізації корпусу автомобіля в режимі екстреного гальмування завдяки використанню стабілізатором алгоритмів безплатформених інерціальних систем, а також вибору визначених значень варійованих параметрів стабілізатора. Математична модель збуреного руху об'єкта стабілізації враховує коливання вільної поверхні рідини, що транспортується. Це дозволило дослідити вплив коливань на область стійкості замкненої системи стабілізації і відповідним чином обрати область допустимих значень варійованих параметрів, які забезпечують мінімум адитивного інтегрального квадратичного функціонала. Ця обчислювальна процедура представляє собою комбінацію двох методів оптимізації — скануючої сітки Соболя для пошуку зони глобального мінімуму і Нелдера–Міда, що реалізується програмним продуктом «Optimization Toolbox» пакета MathLAB. Процедура паралельно з чисельним рішенням задачі оптимізації здійснює вибір значень вагових коефіцієнтів адитивного функціонала. В результаті рішення задачі параметричного синтезу отримані значення варійованих параметрів цифрового стабілізатора, які забезпечують високу точність стабілізації корпусу автомобіля-паливозаправника відносно заданої траєкторії руху в режимі термінового гальмування.

Ключові слова: система курсової стійкості автомобіля, цифровий стабілізатор, варійовані параметри, багатомірна оптимізація динамічних систем.

Вступ

Бойові дії на території України, що ведуться в умовах високої щільності мирного населення, а також в умовах критичного стану доріг та під'їзних шляхів, © Є.Є. АЛЕКСАНДРОВ, Т.Є. АЛЕКСАНДРОВА, Я.Ю. МОРГУН, 2022

*Міжнародний науково-технічний журнал
«Проблеми керування та інформатики», 2022, № 2*

спрямованих до складів бойового забезпечення та бойових позицій військ протиборчих сторін, характеризуються аваріями великогабаритних автомобілів, обладнаних цистернами з паливом для бойових гусеничних та колісних машин, а також для міні-електростанцій, що забезпечують електроенергією бойові позиції військовослужбовців армії України, зрідженим газом та питною водою мирне населення, життєдіяльність якого часто безпосередньо близька до місця проведення бойових дій. Причиною аварійності таких автомобілів, яка разом з обстрілами може бути причиною втрат військовослужбовців та цивільного населення, є втрата курсової стійкості під час руху зруйнованими дорогами та бездоріжжям, особливо при екстремому гальмуванні за появи на шляху непередбачених перешкод.

На сучасних автомобілях широко використовуються системи автоматичного управління гальмами, зокрема антиблокувальна система (Anti-Lock Braking System — ABS), яка запобігає блокуванню коліс при різкому натисканні на педаль гальма. ABS постійно підтримує стійкість напрямку руху автомобіля в процесі гальмування, проте точність підтримки курсової стійкості може виявитися недостатньою. У цьому випадку на сучасних легкових автомобілях представницького класу, вироблених провідними автомобільними корпораціями світу, використовуються системи курсової стійкості VSC (Vehicle Stability Control) [1–4], що містять електронні системи розподілу гальмівних зусиль EBD (Electronic Brake Distribution) [5–7]. Система VSC функціонує в комплексі з системою ABS і дозволяє більш ефективно розподілити гальмівні зусилля на колесах з метою підвищення керованості і стійкості руху автомобіля в процесі екстремого гальмування.

В останні роки з'явилися великогабаритні автомобілі-паливозаправники, оснащені цистернами об'ємом 20–22 м³, зокрема український паливозаправник КрАЗ-63221 з цистерною в 20 м³. Досвід експлуатації паливозаправника свідчить про те, що вимушені коливання вільної поверхні палива в цистерні помітно впливають на динаміку руху автомобіля при екстремому гальмуванні, зокрема і на його курсову стійкість. Установка в цистерні поперечних перегородок з метою ослаблення дії коливань палива на динаміку автомобіля призводить лише до підвищення стабільності значення уповільнення в процесі екстремого гальмування і до зменшення гальмівного шляху автомобіля [8, 10], але не впливає на його курсову стійкість. Отже, автомобілі-паливозаправники повинні містити систему курсової стійкості (VSC) з електронним розподільником гальмівних зусиль (EBD).

EBD, які застосовуються на легкових автомобілях представницького класу, що експлуатуються в умовах розгалужених мереж автобанів та автомобільних доріг покриття, використовують блоки чутливих елементів, що містять датчики кутових швидкостей коліс автомобіля та доплерівські датчики швидкості руху центру мас [11–15]. У складних дорожніх умовах, коли система ABS не може забезпечити якісне розблокування коліс у процесі екстремого гальмування, така структура EBD не може задовольнити високим вимогам точності стабілізації корпусу автомобіля щодо заданого напрямку. В цьому випадку в EBD необхідно використовувати інерційні системи орієнтації корпусу автомобіля, що пропонується в роботах [16, 17], де викладено алгоритми обчислення бортовою цифровою обчислювальною машиною (БЦОМ) параметрів збуреного руху автомобіля в процесі екстремого гальмування, а саме, кута відхилення $\psi(t)$ власної поздовжньої осі автомобіля O_x відносно заданого напрямку руху OX , кутової швидкості повороту корпусу автомобіля $\omega_z(t) = \dot{\psi}(t)$ відносно власної вертикальної осі OZ , а також бічного зміщення центру мас автомобіля $y(t)$ відносно осі OY інерційної системи координат $OXYZ$ (рис. 1).

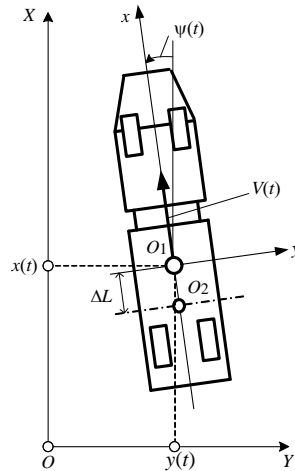


Рис. 1

В основу алгоритмів, викладених у роботах [16, 17], закладено основи теорії безплатформових інерційних систем (БІНС) [18, 19], відповідно до якої блок чутливих елементів (БЧЕ) системи VSC містить три вимірювачі кутових швидкостей і три акселерометри, осі чутливості яких збігаються за напрямком з трьома головними центральними осями інерції автомобіля, а також доплерівський датчик швидкості руху центру мас автомобіля. Вихідні сигнали БЧЕ подаються на входи цифрового блоку EBD, що є послідовним з'єднанням БЦОМ і електрогідравлічного підсилювача (ЕГП). БЦОМ перетворює аналогові сигнали з виходу БЧЕ $\omega_X(t)$, $\omega_Y(t)$, $\omega_Z(t)$, $w_X(t)$, $w_Y(t)$, $w_Z(t)$, та $v(t)$ у решітчасті функції $\omega_X[nT]$, $\omega_Y[nT]$, $\omega_Z[nT]$, $w_X[nT]$, $w_Y[nT]$, $w_Z[nT]$ та $v[nT]$, що подаються на входи цифрових низькочастотних фільтрів Баттерворта з метою фільтрації високочастотних перешкод, обумовлених власною динамікою чутливих елементів та вібраціями корпусу автомобіля. Відфільтровані сигнали $\tilde{\omega}_X[nT]$, $\tilde{\omega}_Y[nT]$, $\tilde{\omega}_Z[nT]$, $\tilde{w}_X[nT]$, $\tilde{w}_Y[nT]$, $\tilde{w}_Z[nT]$ та $\tilde{v}[nT]$ подаються на входи блоку алгоритмів БІНС, з виходу якого сигнали $\psi[nT]$, $\omega_Z[nT]$ і $y[nT]$ подаються до входів блоку формування алгоритму управління, вихідний сигнал якого у вигляді решітчастої функції

$$u[nT] = k_\psi \psi[nT] + k_\omega \omega_Z[nT] + k_y y[nT] \quad (1)$$

подається на вхід перетворювача «код-аналог» БЦОМ, де перетворюється на кусково-постійну функцію

$$u(t) = \begin{cases} u[nT], & nT \leq t < (n+1)T; \\ u[(n+1)T], & (n+1)T \leq t < (n+2)T. \end{cases} \quad (2)$$

Кусково-постійна функція (2) подається на обмотку управління ЕГП, гідравлічно пов'язаного з гальмівними магістралями правого та лівого бортів автомобіля.

Мета даної роботи — відшукати чисельні значення варійованих параметрів цифрового стабілізатора (1) системи VSC автомобіля-паливозаправника k_ψ , k_ω , k_y , що забезпечують високоточну стабілізацію корпусу автомобіля щодо заданого напрямку в режимі екстреного гальмування.

Математична модель збуреного руху автомобіля-паливозаправника в режимі екстреного гальмування

Особливістю автомобілів-паливозаправників є відносно велика маса палива, що транспортується, в порівнянні з власною вагою автомобіля. Так, власна маса паливозаправника КраЗ-63231 складає близько 11000 кг, а маса перевезеного в цистерні палива досягає 18000 кг. Природно, що коливання вільної поверхні, викликані екстреним гальмуванням, значно впливають на курсову стійкість автомобіля [10]. Задача оцінки впливу коливань рідини на рух об'єкта з порожнинами, що містять рідину, поставлена М.М. Моїсеєвим у 1952 році і згодом вирішена ним спільно з В.В. Румянцевим [21]. Внесок у вирішення даної задачі зробили Г.С. Нариманов [22, 23], Д.С. Охочимський [24] і С.В. Черемних [25].

Ці роботи носять, швидше, академічний, ніж прикладний характер, і спроба використувати їх результати в процесі проектування, наприклад ракети-носія Р-16, не увінчалася успіхом. Тільки розробка фахівцями НДІ-88 Б.І. Рабиновичем і Г.Н. Мікішевим методу парціальних осциляторів [26] дозволила впровадити в інженерну практику методику параметричного синтезу стабілізаторів динамічних об'єктів з порожнинами, що містять рідину. З використанням методу парціальних осциляторів розроблено математичну модель низькочастотних коливань вільної поверхні рідини в горизонтальній цистерні [27]. Адекватність моделі підтверджена експериментальними дослідженнями, результати яких наведені в [28]. І, нарешті, в роботі [29] приведено розроблену авторами математичну модель збуреного руху автомобіля-паливозаправника в режимі екстреного гальмування:

$$M_a(h)\dot{v}(t) = -2k_{\Gamma}p_0(t) - \sum_{k=1}^n m_k \ddot{x}_k(t) - F_c(t); \quad (3)$$

$$I_a(h)\ddot{\psi}(t) = -\frac{B}{2}k_{\Gamma}\Delta p(t) + f_c \sum_{l=1}^m m_l \{[\Delta L - (H_n + h_l)]\ddot{y}_l(t) - f_c g y_l(t)\} + M_c(t); \quad (4)$$

$$\dot{y}(t) = -v(t)\psi(t); \quad (5)$$

$$\ddot{x}_k(t) + \varepsilon_k \dot{x}_k(t) + \omega_k^2 x_k(t) = -\dot{v}(t); \quad (k = \overline{1, n}); \quad (6)$$

$$\ddot{y}_l(t) + \varepsilon_l \dot{y}_l(t) + \omega_l^2 y_l(t) = -v(t)\dot{\psi}(t) - \Delta L \ddot{\psi}(t); \quad (l = \overline{1, m}); \quad (7)$$

$$I_k \Delta \ddot{p}(t) + f_k \Delta \dot{p}(t) + c_k \Delta p(t) = k_u u(t). \quad (8)$$

Тут $v(t)$ — поточна швидкість центру мас автомобіля; $\psi(t)$ — кутове відхилення власної поздовжньої осі автомобіля щодо заданого напрямку руху в процесі екстреного гальмування; $y(t)$ — бічний зсув центру мас автомобіля щодо заданої траєкторії руху; $p_0(t)$ — тиск робочого тіла гальмівної системи автомобіля (гальмівної рідини або повітря) на виході головного гальмівного циліндра; $\Delta p(t)$ — різниця тисків робочого тіла в гальмівних магістралях правого і лівого бортів автомобіля; $u(t)$ — керуючий вплив (2), що формується блоком EBD у вигляді алгоритму (1); $x_k(t)$, $(k = \overline{1, n})$ — поздовжні зміщення центрів мас парціальних осциляторів відносно вертикальної осі цистерни, що описують перші k форм поздовжніх коливань рідини в цистерні; $y_l(t)$, $(l = \overline{1, m})$ — поперечні зміщення центрів мас парціальних осциляторів відносно вертикальної осі цистерни, що описують перші l форм поперечних коливань рідини в цистерні; m_k , $(k = \overline{1, n})$; m_l $(l = \overline{1, m})$ — маси парціальних осциляторів, які визначаються співвідношеннями:

$$m_k = m \frac{2th(\lambda_k^x h)}{\pi^2 \lambda_k^x h (k - 0,5)^2} \quad (k = \overline{1, n});$$

$$m_l = m \frac{2th(\lambda_l^x h)}{\pi^2 \lambda_l^x h (l - 0,5)^2} \quad (l = \overline{1, m});$$

m — маса рідини в цистерні; h — рівень рідини в цистерні при відсутності коливань; λ_k^x , ($k = \overline{1, n}$); λ_l^x , ($l = \overline{1, m}$) — хвильові числа для поздовжніх і поперечних коливань рідини:

$$\lambda_k^x = (1 + n_x) \frac{\pi(2k - 1)}{a}, \quad (k = \overline{1, n});$$

$$\lambda_l^x = (1 + n_y) \frac{\pi(2l - 1)}{b}, \quad (l = \overline{1, m});$$

n_x — кількість поперечних перегородок в цистерні; n_y — кількість поздовжніх перегородок; a, b — довжина і ширина цистерни відповідно; ε_k , ($k = \overline{1, n}$); ε_l , ($l = \overline{1, m}$) — коефіцієнти дисипації парціальних осциляторів:

$$\varepsilon_k = \omega_k \frac{\Delta f}{\pi}, \quad (k = \overline{1, n}); \quad \varepsilon_l = \omega_l \frac{\Delta f}{\pi}, \quad (l = \overline{1, m});$$

Δf — логарифмічний декремент загасання коливань рідини; ω_k , ($k = \overline{1, n}$); ω_l , ($l = \overline{1, m}$) — власні частоти парціальних осциляторів:

$$\omega_k = \sqrt{g \lambda_k^x th(\lambda_k^x h)}, \quad (k = \overline{1, n});$$

$$\omega_l = \sqrt{g \lambda_l^x th(\lambda_l^x h)}, \quad (l = \overline{1, m});$$

ΔL — відстань між центром мас автомобіля і вертикальною віссю цистерни; $M_a(h)$ — маса автомобіля з паливом, що транспортуються; $I_a(h)$ — момент інерції автомобіля з паливом, що транспортуються, відносно його власної вертикальної осі; H_n — відстань від поверхні дорожнього покриття до днища цистерни; h_l — відстань від днища цистерни до центру мас l -го парціального осцилятора:

$$h_l = h - \frac{th\left(\frac{\lambda_l^y h}{2}\right)}{\lambda_l^y}; \quad (l = \overline{1, m});$$

$F_c(t)$ — сила опору руху автомобіля:

$$F_c(t) f_c M_a g;$$

f_c — приведені значення коефіцієнта опору коченню всіх коліс автомобіля; g — прискорення сили тяжіння; $M_c(t)$ — момент опору повороту:

$$M_c(t) = 2H_n M_a f_c v(t) \dot{\psi}(t) + \Delta M_c(t);$$

$\Delta M_c(t)$ — момент, що розвертає, обумовлений різними властивостями поверхні руху по правому і лівому бортах автомобіля; H_m — відстань від поверхні дорожнього покриття до центру мас автомобіля; I_k — момент інерції коромисла електромагніту ЕГП; f_k — коефіцієнт рідинного тертя в осі коромисла; c_k — коефіцієнт жорсткості, фіксуючої пружини електромагніту; k_u — коефіцієнт посилення ЕГП.

Диференціальні рівняння (3)–(8) у сукупності зі співвідношеннями (1), (2) утворюють математичну модель збуреного руху замкнутої цифрової системи курсової стійкості автомобіля.

У роботах [10], [29] на основі аналізу математичної моделі (1)–(8) зроблено такі висновки:

- поздовжні коливання палива в цистерні автомобіля-паливозаправника практично не впливають на його курсову стійкість;
- істотний вплив на курсову стійкість паливозаправника надає лише перша форма поперечних коливань палива в цистерні;
- поперечні перегородки, зазвичай встановлені в цистерні паливозаправника, практично не впливають на його курсову стійкість;
- підвищення курсової стійкості автомобіля-паливозаправника може бути досягнуто, по-перше, установкою поздовжніх перегородок в цистерні і, по-друге, використанням високоефективних систем курсової стійкості, що забезпечують високоточну стабілізацію корпусу автомобіля щодо заданого напрямку руху в процесі екстреного гальмування.

Вирішення задачі параметричного синтезу цифрового стабілізатора

Сформульовані вище висновки дозволяють значно спростити математичну модель збуреного руху об'єкта стабілізації (2)–(8), обмежуючись в ній лише першим тоном поперечних коливань вільної поверхні рідини, що транспортується, і нехтуючи впливом поздовжніх коливань, з огляду на їх незначний вплив на курсову стійкість автомобіля. Крім того, припустимо, що екстрене гальмування здійснюється на поверхні з незмінними характеристиками, тобто $f_c = \text{const}$, а тиск робочого тіла в головному гальмівному циліндрі постійний і дорівнює максимальному значенню $p_0(t) = p_{0\text{max}}$. У цьому випадку екстрене гальмування для даної поверхні здійснюється з максимальним негативним прискоренням $\ddot{x}(t) = -a$, а поточна швидкість автомобіля змінюється відповідно до формули

$$v(t) = v_0 - at, \quad (9)$$

де v_0 — швидкість на початку процесу гальмування.

У результаті припущень математична модель збуреного руху об'єкта стабілізації зводиться до виду

$$\begin{aligned} \ddot{\psi}(t) + a_{\psi p}(h)\Delta p(t) - a''_{\psi y}(h)\ddot{y}_1(t) - a_{\psi y}(h)y_1(t) + a'_{\psi v}(h)(v_0 - at)\dot{\psi}(t) &= 0; \\ \ddot{y}_1(t) + \varepsilon_1\dot{y}_1(t) + \omega_1^2 y_1(t) + (v_0 - at)\dot{\psi}(t) + \Delta L\ddot{\psi}(t) &= 0; \\ \Delta \ddot{p}(t) + a'_{pp}\Delta \dot{p}(t) + a_{pp}\Delta p(t) &= \bar{k}_u u(t); \\ \dot{y}(t) &= -(v_0 - at)\psi(t), \end{aligned} \quad (10)$$

де

$$a_{\Psi P}(h) = \frac{Bk_{\Gamma}}{2I_a(h)};$$

$$a''_{\Psi y}(h) = \frac{f_c m_1}{I_a(h)} [\Delta L - (H_n + h_1)];$$

$$a_{\Psi y}(h) = \frac{f_c m_1}{I_a(h)} g;$$

$$a'_{\Psi \Psi}(h) = \frac{2f_c H_m M_a(h)}{I_a(h)};$$

$$a'_{PP} = \frac{f_k}{I_k};$$

$$a_{PP} = \frac{c_k}{I_k};$$

$$\bar{k}_u = \frac{k_u}{I_k}.$$

Математичну модель (10) представимо в нормальній формі Коші, для цього перші два рівняння запишемо так:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Psi(t)}{dt^2} - a''_{\Psi y}(h) \frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} &= -a_{\Psi P}(h) \Delta p(t) + a_{\Psi P}(h) y_1(t) - a'_{\Psi \Psi}(h) (\nu_0 - at) \frac{d\Psi(t)}{dt} + \\ &+ \frac{\Delta M_a(t)}{I_a(t)}; \quad \Delta L \frac{d^2 \Psi(t)}{dt^2} + \frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} = -\varepsilon_1 \frac{dy_1(t)}{dt} - \omega_1^2 y_1(t) - (\nu_0 - at) \frac{d\Psi(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (11)$$

Вирішимо систему (11) відносно старших похідних:

$$\begin{aligned} \ddot{\Psi}(t) &= -\frac{a'_{\Psi \Psi}(h) + a''_{\Psi y}(h)}{1 + \Delta L a''_{\Psi y}(h)} (\nu_0 - at) \dot{\Psi}(t) - \frac{\omega_1^2 a''_{\Psi y}(h) - a_{\Psi y}(h)}{1 + \Delta L a''_{\Psi y}(h)} y_1(t) - \\ &- \frac{\varepsilon_1 a''_{\Psi y}(h)}{1 + \Delta L a''_{\Psi y}(h)} \dot{y}_1(t) - \frac{a_{\Psi y}(h)}{1 + \Delta L a''_{\Psi y}(h)} \Delta p(t) + \Delta m_c(h); \\ \ddot{y}(t) &= -\frac{1 - \Delta L a'_{\Psi \Psi}(h)}{1 + \Delta L a''_{\Psi y}(h)} (\nu_0 - at) \dot{\Psi}(t) - \frac{\omega_1^2 + \Delta L a_{\Psi y}(h)}{1 + \Delta L a''_{\Psi y}(h)} y_1(t) - \\ &- \frac{\varepsilon_1}{1 + \Delta L a''_{\Psi y}(h)} \dot{y}_1(t) + \frac{\Delta L a_{\Psi P}(h)}{1 + \Delta L a''_{\Psi y}(h)} \Delta p(t), \end{aligned} \quad (12)$$

де $\Delta m_c(h)$ визначається залежністю

$$\Delta m_c(t, h) = \frac{\Delta M_c(t)}{I_a(h)[1 + \Delta L a''_{\Psi y}(t)]}.$$

Диференціальні рівняння (12) разом з двома останніми рівняннями (10) утворюють математичну модель збуреного руху об'єкта стабілізації.

Введемо поняття вектора стану об'єкта стабілізації:

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \\ x_7(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi(t) \\ \dot{\psi}(t) \\ y_1(t) \\ \dot{y}_1(t) \\ \Delta p(t) \\ \Delta \dot{p}(t) \\ y(t) \end{bmatrix}.$$

Математичну модель збуреного руху об'єкта стабілізації запишемо в нормальній формі Коші:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t); \\ \dot{x}_2(t) &= -b'_{\psi\psi}(h)(v_0 - at)x_2(t) - b_{\psi y}(h)x_3(t) - b'_{\psi y}(h)x_4(t) - b_{\psi p}(h)x_5(t) + \Delta m_c(h); \\ \dot{x}_3(t) &= x_4(t); \\ \dot{x}_4(t) &= -b'_{y\psi}(h)(v_0 - at)x_2(t) - b_{yy}(h)x_3(t) - b'_{yy}(h)x_4(t) + b_{yp}(h)x_5(t); \\ \dot{x}_5(t) &= x_6(t); \\ \dot{x}_6(t) &= -a_{pp}x_5(t) - a'_{pp}x_6(t) + \bar{k}_u u(t); \\ \dot{x}_7(t) &= -(v_0 - at)x_1(t). \end{aligned} \quad (13)$$

У рівняннях (13) прийнято такі позначення:

$$\begin{aligned} b'_{\psi\psi}(h) &= \frac{a'_{\psi\psi}(h) + a''_{\psi y}(h)}{1 + \Delta L a''_{\psi y}(h)}; \quad b_{\psi y}(h) = \frac{\omega_1^2 a''_{\psi y}(h) - a_{\psi y}(h)}{1 + \Delta L a''_{\psi y}(h)}; \\ b'_{yy}(h) &= \frac{\varepsilon_1 a''_{\psi y}(h)}{1 + \Delta L a''_{\psi y}(h)}; \quad b_{\psi p}(h) = \frac{a_{\psi p}(h)}{1 + \Delta L a''_{\psi y}(h)}; \\ b'_{y\psi}(h) &= \frac{1 - \Delta L a'_{\psi\psi}(h)}{1 + \Delta L a''_{\psi y}(h)}; \quad b_{yy}(h) = \frac{\omega_1^2 + \Delta L a_{\psi y}(h)}{1 + \Delta L a''_{\psi y}(h)}; \\ b'_{yy}(h) &= \frac{\varepsilon_1}{1 + \Delta L a''_{\psi y}(h)}; \quad b_{yp}(h) = \frac{\Delta L a_{\psi p}(h)}{1 + \Delta L a''_{\psi y}(h)}. \end{aligned}$$

У нових позначеннях алгоритм стабілізації (1) записується

$$u[nT] = k_{\psi} x_1[nT] + k_{\omega} x_2[nT] + k_y x_7[nT]. \quad (14)$$

Алгоритмічний метод параметричного синтезу цифрового стабілізатора для нестационарного об'єкта в узагальненій формі викладено в роботі [30]. У статті [31] метод використаний для вирішення завдання параметричного синтезу високоточного цифрового стабілізатора танкової гармати, а в [32] — для вирішення завдання синтезу стабілізатора космічної ступені ракети-носія з рідинним реактивним двигуном на активній ділянці траєкторії польоту.

Точність стабілізації корпусу автомобіля-паливозаправника в режимі екстреного гальмування кількісно оцінюватимемо значенням інтегрального квадратичного функціонала, що обчислюється на рішеннях замкнутої системи (13), (14) і містить «головні узагальнені координати» вектора стану $X(t)$, під якими будемо розуміти ті компоненти вектора $X(t)$, які найбільшою мірою характеризують динамічні властивості об'єкта [33]. У даній системі курсової стійкості автомобіля «головними» координатами є $\psi(t) = x_1(t)$; $\dot{\psi}(t) = x_2(t)$; $y(t) = x_7(t)$, а інтегральний адитивний функціонал записується у вигляді

$$I = \int_0^{\tau} [\beta_1^2 x_1^2(t) + \beta_2^2 x_2^2(t) + \beta_3^2 x_7^2(t)] dt, \quad (15)$$

де β_1^2, β_2^2 та β_3^2 — вагові коефіцієнти функціонала (15), що підлягають вибору.

Вирішення завдання параметричного синтезу цифрового стабілізатора системи VSC полягає в знаходженні значень варійованих параметрів K_ψ, K_ω та K_y , що доставляють на рішеннях замкнутої системи (13), (14) мінімум інтегральному квадратичному функціоналу (15).

Адитивний функціонал (15) представимо у вигляді

$$I = \beta_1^2 \int_0^{\tau} x_1^2(t) dt + \beta_2^2 \int_0^{\tau} x_2^2(t) dt + \beta_3^2 \int_0^{\tau} x_7^2(t) dt. \quad (16)$$

Функціонали

$$I_1 = \int_0^{\tau} x_1^2(t) dt; I_2 = \int_0^{\tau} x_2^2(t) dt; I_3 = \int_0^{\tau} x_7^2(t) dt \quad (17)$$

назвемо частинними функціоналами. Тоді вагові коефіцієнти адитивного функціонала (16) визначаються співвідношеннями [34]:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{x_{1\max}}{I_1^* \left(\frac{x_{1\max}^2}{I_1^*} + \frac{x_{2\max}^2}{I_2^*} + \frac{x_{7\max}^2}{I_3^*} \right)}; \\ \beta_2 &= \frac{x_{2\max}}{I_2^* \left(\frac{x_{1\max}^2}{I_1^*} + \frac{x_{2\max}^2}{I_2^*} + \frac{x_{7\max}^2}{I_3^*} \right)}; \\ \beta_3 &= \frac{x_{7\max}}{I_3^* \left(\frac{x_{1\max}^2}{I_1^*} + \frac{x_{2\max}^2}{I_2^*} + \frac{x_{7\max}^2}{I_3^*} \right)}, \end{aligned} \quad (18)$$

де $x_{1\max}, x_{2\max}, x_{7\max}$ — максимальні значення головних координат у процесі, що стабілізується; I_1^*, I_2^*, I_3^* — мінімальні значення частинних функціоналів (17), отримані при мінімізації кожного з них.

Для використання відомих чисельних методів оптимізації приватних функціоналів (17), а потім і адитивного функціонала (16) у просторі параметрів стабілізатора, що варіюються, k_ψ, k_ω та k_y , необхідно вибрати область допустимих значень G_K , яка є областю стійкості замкнутої системи (13), (14). Зрозуміло, що область G_K залежить від рівня заповнення цистерни паливом h і початкової швидкості процесу екстреного гальмування v_0 .

Замкнена система (13), (14) двоконтурна. Внутрішній контур реалізує алгоритм стабілізації за кутом відхилення $\psi(t)$ та кутової швидкості $\omega_Z(t) = \dot{\psi}(t)$:

$$u_\psi[nT] = k_\psi x_1[nT] + k_\omega x_2[nT], \quad (19)$$

а зовнішній контур — алгоритм стабілізації з бокового зміщення центру мас $y(t)$

$$u_y[nT] = k_y x_7[nT]. \quad (20)$$

Розглянемо роботу розімкнутої за зовнішнім контуром системи VSC, для цього із системи (13) видалимо останнє рівняння, а в співвідношенні (14) покладемо $k_y = 0$.

Оскільки система диференціальних рівнянь (13) нестационарна, то для побудови області G_K скористаємося методом «заморожених коефіцієнтів», поклавши значення поточної швидкості гальмування у кожний момент часу постійним та рівним

$$v_r = v_0 - at,$$

де $t_r \in [0, \tau]$, $(r = \overline{0, q})$, — фіксовані моменти часу в інтервалі екстреного гальмування. В результаті математична модель збуреного руху системи, розімкнутої за зовнішнім контуром у кожен з моментів t_r , $(r = \overline{0, q})$, набуває вигляду

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t); \\ \dot{x}_2(t) &= -b'_{\psi\psi}(h)v_r x_2(t) - b_{\psi y}(h)x_3(t) - b'_{\psi y}(h)x_4(t) - b_{\psi p}(h)x_5(t) + \Delta m_c(h); \\ \dot{x}_3(t) &= x_4(t); \\ \dot{x}_4(t) &= -b'_{y\psi}(h)v_r x_2(t) - b_{yy}(h)x_3(t) - b'_{yy}(h)x_4(t) + b_{yp}(h)x_5(t); \\ \dot{x}_5(t) &= x_6(t); \\ \dot{x}_6(t) &= -a_{pp}x_5(t) - a'_{pp}x_6(t) + \bar{k}_u u(t). \end{aligned} \quad (21)$$

Запишемо систему (21) у векторно-матричній формі

$$\dot{X}(t) = A(h)X(t) + BU_\psi(t), \quad (22)$$

де матриці A та B рівні:

$$A(h) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b'_{\psi\psi}(h)v_r & -b_{\psi y}(h) & -b'_{\psi y}(h) & -b_{\psi p}(h) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -b'_{y\psi}(h)v_r & -b_{yy}(h) & -b'_{yy}(h)v_r & b_{yp}(h) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a_{pp} & -a'_{pp} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{k}_u \end{bmatrix}.$$

Різницеве векторно-матричне рівняння, що пов'язує початковий стан системи (22) $X[nT]$ з її кінцевим станом $X[(n+1)T]$ на кожному періоді дискретності, має такий вигляд [35]:

$$X[(n+1)T] = \Phi(h)X[nT] + H(h)U_{\psi}[nT], \quad (23)$$

де матриці s та $H(h)$ визначаються нескінченним матричними рядами:

$$\Phi(h) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} A^i(h)T^i; \quad (24)$$

$$H(h) = \sum_{i=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(i+1)!} A^i(h)T^{i+1} \right] B. \quad (25)$$

Алгоритм (19) запишемо

$$U_{\psi}[nT] = KX[nT], \quad (26)$$

де матриця K становить собою матрицю-рядок

$$K = [k_{\psi} \quad k_{\omega} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0].$$

Підставимо (26) у праву частину рівняння (23):

$$X[(n+1)T] = [\Phi(h) + H(h)K]X[nT]. \quad (27)$$

Кількість членів матричних рядів (24) і (25), що враховуються, визначаються величиною періоду квантування T цифрового стабілізатора. У сучасних БЦОМ, що використовуються на транспортних засобах, ця величина зазвичай складає $T = (0,001 \div 0,002)$ с, тому з достатнім ступенем точності можна покласти

$$\Phi(h) = E + A(h)T; \quad H = BT. \quad (28)$$

Підставимо співвідношення (28) у праву частину рівняння (27):

$$X[(n+1)T] = [E + A(h)T + BKT]X[nT]. \quad (29)$$

Запишемо характеристичне рівняння дискретної системи VSC із розімкненим зовнішнім контуром:

$$\det[E(1-z) + A(h)T + BKT] = 0 \quad (30)$$

або

$$\begin{vmatrix} 1-z & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1-z) - b'_{\psi\psi}T\upsilon_r & -b_{\psi p}T & -b'_{\psi y}T & -b_{\psi p}T & 0 \\ 0 & 0 & 1-z & T & 0 & 0 \\ 0 & -b'_{y\psi}T\upsilon_r & -b_{yy}T & (1-z) - b'_{yy}T & b_{yp}T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-z & T \\ \bar{k}_u k_{\psi}T & \bar{k}_u k_{\omega}T & 0 & 0 & -a_{pp}T & (1-z) - a'_{pp}T \end{vmatrix} = 0. \quad (31)$$

Розкриваючи визначник (31), отримуємо характеристичне рівняння розімкненої за зовнішнім контуром системи VSC:

$$(1-z)^6 - (1-z)^5 A_1(h) + (1-z)^4 A_2(h) - (1-z)^3 A_3(h) - (1-z)^3 A_{31}(h)k_{\omega} +$$

$$\begin{aligned}
&+(1-z)^2 A_4(h) + (1-z)^2 A_{41}(h) k_{\omega} + (1-z)^2 A_{42}(h) k_{\psi} - (1-z) A_5(h) - \\
&- (1-z) A_{51}(h) k_{\omega} - (1-z) A_{52}(h) k_{\psi} + A_6(h) k_{\psi} = 0.
\end{aligned} \tag{32}$$

Запишемо коефіцієнти рівняння (32):

$$A_1(h) = [a'_{pp} + b'_{yy}(h) + b'_{\psi\psi}(h) \upsilon_r] T;$$

$$A_2(h) =$$

$$= [(b'_{\psi\psi}(h) b'_{yy}(h) \upsilon_r - b'_{yy}(h) b_{\psi\psi}(h) \upsilon_r) + a'_{pp} b'_{yy}(h) + a'_{pp} b'_{\psi\psi}(h) \upsilon_r + a_{pp} + b_{yy}(h)]^2;$$

$$\begin{aligned}
A_3(h) = &\{a'_{pp} [b'_{\psi\psi}(h) b'_{yy}(h) - b'_{yy}(h) b'_{\psi\psi}(h)] \upsilon_r + a_{pp} [b'_{\psi\psi}(h) \upsilon_r + b'_{yy}(h)] + \\
&+ b_{yy}(h) [a'_{pp} + b'_{\psi\psi}(h) \upsilon_r] - b_{\psi\psi}(h) b_{yy}(h)\} T^3;
\end{aligned}$$

$$A_{31}(h) = b_{\psi\psi}(h) \bar{k}_u T^3;$$

$$\begin{aligned}
A_4(h) = &\{a_{pp} [b'_{\psi\psi}(h) b'_{yy}(h) - b'_{yy}(h) b'_{\psi\psi}(h)] \upsilon_r + \\
&+ b_{yy}(h) + a'_{pp} [b_{yy}(h) b'_{\psi\psi}(h) - b'_{yy}(h) b_{\psi\psi}(h)] \upsilon_r\} T^4;
\end{aligned}$$

$$A_{41}(h) = [b'_{\psi\psi}(h) b_{yy}(h) + b'_{yy}(h) b_{\psi\psi}(h)] \bar{k}_u T^4;$$

$$A_{42}(h) = b_{\psi\psi}(h) \bar{k}_u T^4;$$

$$A_5(h) = [b_{yy}(h) b'_{\psi\psi}(h) - b'_{yy}(h) b_{\psi\psi}(h)] \upsilon_r T^5;$$

$$A_{51}(h) = [b_{\psi\psi}(h) b_{yy}(h) + b_{yy}(h) b_{\psi\psi}(h)] \bar{k}_u T^5;$$

$$A_{52}(h) = [b'_{\psi\psi}(h) b_{yy}(h) + b'_{yy}(h) b_{\psi\psi}(h)] \bar{k}_u T^5;$$

$$A_6(h) = [b_{\psi\psi}(h) b_{yy}(h) + b_{yy}(h) b_{\psi\psi}(h)] \bar{k}_u T^6.$$

У характеристичному рівнянні (32) від комплексної величини z за допомогою лінійного перетворення

$$z = \frac{1+w}{1-w} \tag{33}$$

перейдемо до комплексної величини w . Нове характеристичне рівняння щодо w запишемо так:

$$\begin{aligned}
&[-32A_1(h) + 16A_2(h) - 8A_3(h) + 6A_4(h) - 2A_5(h)] w^6 + \\
&+ [32A_1(h) - 32A_2(h) + 24A_3(h) - 16A_4(h) + 10A_5(h)] w^5 + \\
&+ [16A_2(h) - 24A_3(h) + 24A_4(h) - 20A_5(h)] w^4 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + [8A_3(h) - 16A_4(h) + 20A_5(h)]w^3 + [4A_4(h) - 10A_5(h)]w^2 + 2A_5(h)w + 64 + \\
& + k\omega \{ [-8A_{31}(h) + 4A_{41}(h) - 2A_{51}(h)]w^6 + [24A_{31}(h) - 16A_{41}(h) + 10A_{51}(h)]w^5 + \\
& + [-24A_{31}(h) + 24A_{41}(h) - 20A_{51}(h)]w^4 + [8A_{31}(h) - 16A_{41}(h) + 20A_{51}(h)]w^3 + \\
& \quad + [4A_{41}(h) - 10A_{51}(h)]w^2 + 2A_{51}(h)w \} + \\
& + k_\psi \{ [4A_{42}(h) - 2A_{52}(h) + A_6(h)]w^6 + [-16A_{42}(h) + 10A_{52}(h) - 6A_6(h)]w^5 + \\
& + [24A_{42}(h) - 20A_{52}(h) + 15A_6(h)]w^4 + [-16A_{42}(h) + 20A_{52}(h) - 20A_6(h)]w^3 + \\
& \quad + [4A_{42}(h) - 10A_{52}(h) + 15A_6(h)]w^2 + [24A_{52}(h) - 6A_6(h)]w + A_6(h) \} = 0. \quad (34)
\end{aligned}$$

У характеристичному рівнянні (34) зробимо заміну $w = j\omega$, виділимо в отриманому співвідношенні дійсну та уявну частини та прирівняємо їх до нуля:

$$X(\omega, h, k_\psi, k_\omega) = 0; Y(\omega, h, k_\psi, k_\omega) = 0. \quad (35)$$

З системи рівнянь (35) виділимо варійовані параметри внутрішнього контуру стабілізатора.

$$k_\psi = k_\psi(\omega, h); k_\omega = k_\omega(\omega, h). \quad (36)$$

У всіх подальших розрахунках прийняті значення технічних параметрів вітчизняного паливозаправника КрАЗ-63221 наведені в таблиці.

Таблиця

Параметр	Розмірність	Величина
Суха маса	кг	10700
Максимальна маса	кг	18000
Довжина цистерни a	м	6
Ширина b	м	2,4
Висота H	м	1,4
Максимальна швидкість	м·с ⁻¹	2,5
Момент інерції I_a при завантаженні на 50 %	кг·м ²	14,8·10 ⁴
Ширина колії B	м	2
Коефіцієнт опору коченню коліс f_c		0,09
Логарифмічний декремент загасання коливань палива Δf		0,05
Висота днища цистерни H_n	м	1,31
Висота центру мас автомобіля H_m при завантаженні на 50 %	м	1,52
Відстань між центром мас автомобіля та центром цистерни ΔL	м	1,02
Момент інерції коромисла електромагніту I_k	кг·м ²	0,98·10 ⁻²
Коефіцієнт рідинного тертя в осі коромисла f_k		0,55
Коефіцієнт жорсткості фіксуєної пружини c_k	H	2
Приведений коефіцієнт посилення ЕГУ \bar{k}_u	$B^{-1} \cdot \text{Па}$	0,5·10 ⁵

Використовуючи співвідношення (36) в площині варійованих параметрів (k_ψ, k_ω) , побудуємо області стійкості розімкнутої за зовнішнім контуром системи VSC при зміні ω від нуля до нескінченності і при різних значеннях рівня палива в цистерні h (рис. 2).

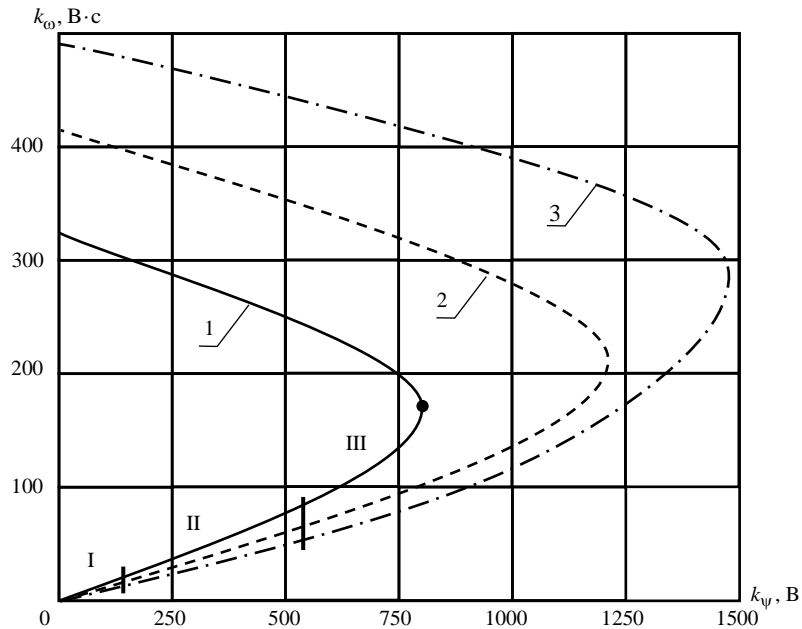


Рис. 2

Крива 1 на рис. 2 відповідає рівню палива $h=0,05$ м, крива 2 — рівню $h=0,5$ м, а крива 3 — рівню $h=0,75$ м. Кожна з кривих має три характерні ділянки: перша (I) в діапазоні $\omega = (0 \div 4) c^{-1}$, друга (II) в діапазоні $\omega = (4 \div 30) c^{-1}$ і третя (III) в діапазоні від $\omega = 30 c^{-1}$ до перетину кордону області стійкості з віссю k_ω . На ділянці I, наведеній у збільшеному масштабі на рис. 3, проявляються резонансні властивості парціального осцилятора, власна частота якого зростає з підвищенням рівня рідини. На ділянці II (нижня межа області стійкості) криві 1–3 практично збігаються. Верхні межі областей стійкості, що відповідають ділянці III, значно залежать від рівня заповнення цистерни. З їх аналізу випливає, що стійкість замкнутої за внутрішнім контуром системи VSC зростає з підвищенням рівня заповнення цистерни і, як наслідок, підвищенням маси автомобіля-паливозаправника. З рис. 3 зрозуміло, що парціальний осцилятор, що описує першу форму поперечних коливань вільної поверхні палива в цистерні, впливає на стійкість розімкнутого зовнішнього контура системи VSC, скорочуючи область стійкості в діапазоні низьких частот. Якщо межею області стійкості в зоні низьких частот при затверділому паливі є лінія 4, то при кожному значенні петлі 1, 2, 3 і т.д. «вирівнюють» частину області стійкості. У зв'язку з тим, що екстремне гальмування паливозаправника може здійснюватися при будь-якому значенні рівня палива в цистерні, межею області в діапазоні низьких частот I є петля, що огинає 1, 2, 3 і т.д., яка представлена лінією 5 на рис. 3.

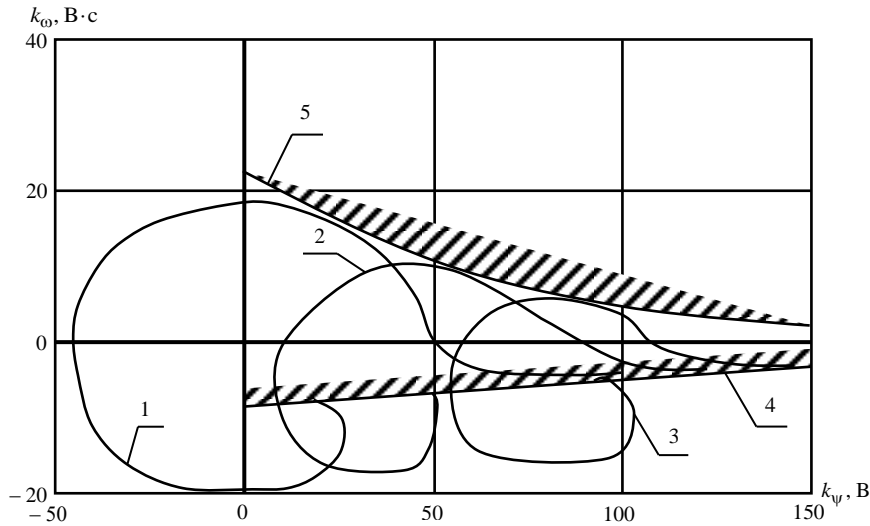


Рис. 3

Межі областей стійкості (рис. 2, 3) побудовані при максимальній швидкості руху паливозаправника $v_0 = 25 \text{ м} \times \text{с}^{-1}$ ($90 \text{ км} \times \text{час}^{-1}$). Зменшення значень $v(t_r) = v_0 - at_r$, $t_r \in (0, \tau)$, ($r = \overline{0, q}$) призводить до розширення областей стійкості у зоні високих частот. Таким чином, якщо значення параметрів k_ψ та k_ω обрані в середині області стійкості G_K^Ψ , (рис. 2, крива 1), (рис. 3, крива 5), то вони забезпечують стійкість розімкнутій за зовнішнім контуром системі VSC при будь-яких рівнях палива в цистерні і будь-яких швидкостях $v(t_r)$, ($r = \overline{0, q}$). Область G_K^Ψ є перетином областей стійкості, представлених на рис. 2, 3:

$$G_K^\Psi = G_K^\Psi(h_{\min}) \cap \dots \cap G_K^\Psi(h_{\max}) = G_K^\Psi(h_{\min}).$$

Замкнемо розглянуту систему VSC за зовнішнім контуром бічного зміщення центру мас, поклавши в математичній моделі замкнутої системи (13), (14)

$$k_\psi = \dot{k}_\psi \in G_K^\Psi; k_\omega = \dot{k}_\omega \in G_K^\Psi.$$

Тоді матриці $A(h)$, B та K матимуть такий вигляд:

$$A(h) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b'_{\psi\psi}(h)v_0 & -b_{\psi y}(h) & -b'_{\psi y}(h) & -b_{\psi p}(h) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b'_{y\psi}(h)v_0 & -b_{yy}(h) & -b'_{yy}(h) & b_{yp}(h) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a_{pp} & -a'_{pp} & 0 \\ -v_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{k}_u \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$K = [k_\psi \quad k_\omega \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad k_y].$$

У результаті характеристичне рівняння (30) замкнутої з обох контурів системи VSC набуває такого вигляду:

$$\begin{aligned} & (1-z)^7 - (1-z)^6 A_1(h) + (1-z)^5 A_2(h) - (1-z)^4 A_3(h) - (1-z)^4 A_{31}(h) k_\omega^0 + \\ & + (1-z)^3 A_4(h) + (1-z)^3 A_{41}(h) k_\omega^0 + (1-z)^3 A_{42}(h) k_\psi^0 - (1-z)^2 A_5(h) - \\ & - (1-z)^2 A_{51}(h) k_\omega^0 - (1-z)^2 A_{52}(h) k_\psi^0 + (1-z) A_6(h) k_\psi^0 = \\ & = -k_y \upsilon_0 T [(1-z)^2 A_{21}(h) - (1-z) A_{52}(h) + A_6(h)]. \end{aligned} \quad (37)$$

У характеристичному рівнянні (37) виділимо варіюваний параметр k_y :

$$\begin{aligned} k_y = & - \frac{1}{\upsilon_0 T [(1-z)^2 A_{21}(h) - (1-z) A_{52}(h) + A_6(h)]} \times \\ & \times [(1-z)^7 - (1-z)^6 A_1(h) + (1-z)^5 A_2(h) - (1-z)^4 A_3(h) - (1-z)^4 A_{31}(h) k_\omega^0 + \\ & + (1-z)^3 A_4(h) + (1-z)^3 A_{41}(h) k_\omega^0 + (1-z)^3 A_{42}(h) k_\psi^0 - \\ & - (1-z)^2 A_5(h) - (1-z)^2 A_{51}(h) k_\omega^0 - (1-z)^2 A_{52}(h) k_\psi^0 + (1-z) A_6(h) k_\psi^0]. \end{aligned} \quad (38)$$

У співвідношенні (38) зробимо заміну (33), а в отриманій формулі прийемо $w = j\omega$ і виділимо дійсну та уявну частини:

$$k_y = \operatorname{Re} k_y(\omega, h, k_\psi^0, k_\omega^0) + j I_m k_y(\omega, h, k_\psi^0, k_y^0). \quad (39)$$

У комплексній площині k_y при зміні ω від нуля до нескінченності збудуємо межу області стійкості замкнутої двоконтурної системи VSC, представлені на рис. 4.

Відрізок дійсної осі, що перетинається межею області стійкості і укладений між точками a , b , становить собою область стійкості $G_K^y(h)$. Крива 1 відповідає рівню палива в цистерні $h=0,05$ м, крива 2 — рівню $h=0,5$ м, крива 3 — рівню $h=0,75$ м. Множина допустимих значень параметра, що варіюється, k_y — перетин множин $G_K^y(h_i)$, представлених на рис. 4:

$$G_K^y = G_K^y(h_{\min}) \cap \dots \cap G_K^y(h_{\max}) = G_K^y(h_{\min}).$$

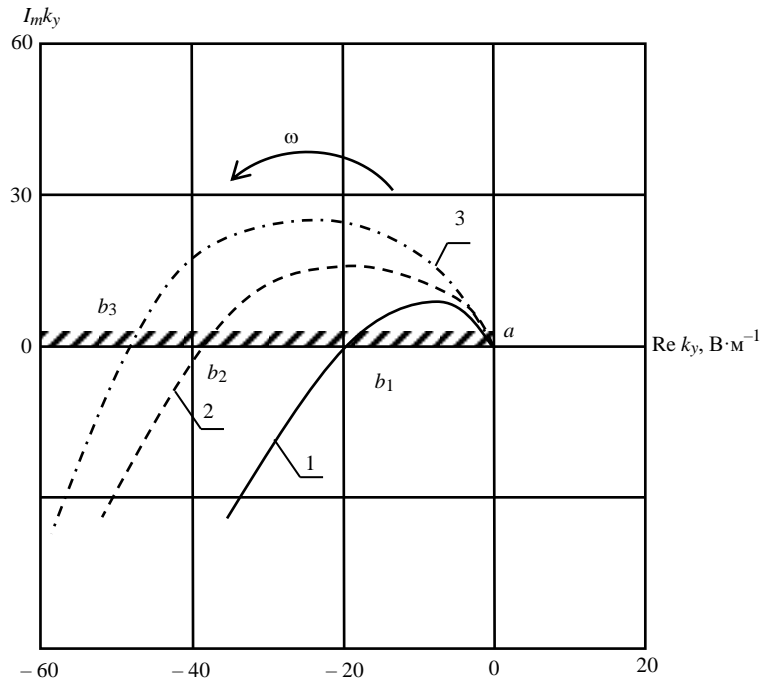


Рис. 4

Множина допустимих векторів K є перетином множин G_K^Ψ и G_K^y :

$$K = G_K = G_K^\Psi \cup G_K^y. \quad (40)$$

Структурно-логічна схема процесу пошуку вектора $K^* \in G_K$, що доставляє мінімум адитивному функціоналу (15), представлена на рис. 5. Алгоритм є послідовною комбінацією методу сітки Соболя [36, 37], за допомогою якого точка K з вільного стартового стану $K[0] \in G_K$ переводиться до околу глобального мінімуму функціоналу (15), та метода Нелдера–Міда [38], що реалізується у програмних продуктах «Optimization Toolbox» пакета MathLAB та «Minimize» пакета MATCAD.

Схема на рис. 5 містить три блоки алгоритмів: А1, А2 та А3. Блок А1 реалізує рішення системи диференціальних рівнянь (13), до якої додано одне з диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{81}(t) &= x_1^2(t); \\ \dot{x}_{82}(t) &= x_2^2(t); \\ \dot{x}_{83}(t) &= x_7^2(t); \end{aligned} \quad (41)$$

при мінімізації частинних функціоналів (17) або рівняння

$$\dot{x}_8(t) = \beta_1^2 x_1^2(t) + \beta_2^2 x_2^2(t) + \beta_3^2 x_7^2(t) \quad (42)$$

при мінімізації адитивного функціоналу (15).

На вхід блока А1 подаються: вектор $X(0)$ початкових умов математичної моделі замкнутої системи VSC, координати стартової точки вектора варійова-

них параметрів $K[0]$ і вектор зовнішніх збурень, що діють на об'єкт стабілізації $F(t)$. На виході блока А1 мають місце значення частинних функціоналів

$$I_s(K[i]) = x_{8s}(\tau, K[i]); s = 1, 2, 3; \quad (43)$$

або адитивного функціонала

$$I(K[j]) = x_8(\tau, K[j]), \quad (44)$$

на i - і j -му кроках обчислювального процесу, а також максимальні значення компонент вектора стану об'єкта стабілізації X_{\max} у процесі, що стабілізується.

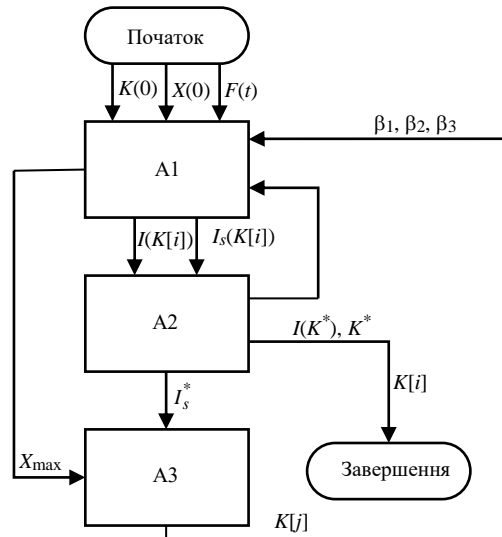


Рис. 5

Блок алгоритмів А2 реалізує обчислювальний процес мінімізації частинних функціоналів (43) та адитивного функціонала (44). У тривимірному просторі варіюваних параметрів k_ψ, k_ω, k_y будується прямокутний паралелепіпед, що містить у собі множину G_K (рис. 6). Розміри верхньої грані паралелепіпеда обмежені розмірами області G_K^ψ , що приведена на рис. 2, тобто $k_{\psi \max} = 830 \text{ В}$; $k_{\omega \min} = 20 \text{ В} \cdot \text{с}$; $k_{\omega \max} = 320 \text{ В} \cdot \text{с}$, а висота паралелепіпеда обмежена точкою b_1 області G_K^y , що приведена на рис. 4, отже, $|k_{y \max}| = 20 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$.

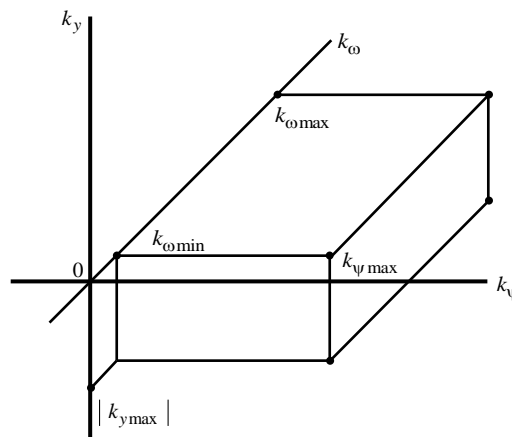


Рис. 6

Лицьова грань паралелепіеда, паралельна площині $Ok_{\psi}k_y$, зсунута від цієї площини на величину $k_{\omega \min}$ з метою виключення з розгляду ділянки паралелепіеда, відповідного діапазону частот $\omega = (0 \div 4) \text{ c}^{-1}$, де позначається дестабілюючий вплив поперечних коливань палива в цистерні (ділянка, що розташована нижче 5 на рис. 3). Як генератор псевдовипадкових чисел виберемо генератор Соболя [36], який формує послідовність чисел у тривимірному одиничному кубі

$$X^3 : \{0 \leq x_k \leq 1; k = \overline{1, 3}\}. \quad (45)$$

Потім цей набір координат генерованих точок трансформується до розмірів побудованого паралелепіеда.

Будь-який набір точок, рівномірно розподілених у кубі, називається скануючою сіткою Соболя і дозволяє здійснити сканування за трансформованою сіткою паралелепіеда:

$$K^3 : \begin{cases} k_{\psi \min} \leq k_{\psi} \leq k_{\psi \max}; \\ 0 \leq k_{\omega} \leq k_{\omega \max}; \\ -k_{y \max} \leq k_y \leq 0. \end{cases}$$

Область допустимих значень варійованих параметрів стабілізатора $G_K = G_K^{\psi} \cup G_K^y$ знаходиться всередині паралелепіеда K^3 , так що деякі ділянки паралелепіеда знаходяться поза областю G_K . Зазначена обставина не впливає на обчислювальний процес пошуку точки мінімуму окремих функціоналів (43) та адитивного функціонала (44), так як значення функціоналів обчислених ділянок, де замкнута система нестійка, набагато перевершують значення, обчислені в області G_K , і відкидаються в процесі пошуку мінімуму.

Вихідними сигналами блока А2 є мінімальні значення частинних функціоналів (43) і адитивного функціонала (44), а також відповідні значення варійованих параметрів стабілізатора.

Блок алгоритмів А3 реалізує формули оцінки вагових коефіцієнтів (18) адитивного функціонала (15), що подаються до входу блока А1.

Стартову точку $K[0]$ вибирали у центрі паралелепіеда: $k_{\psi}[0] = 415 \text{ В}$, $k_{\omega}[0] = 160 \text{ В} \cdot \text{с}$; $k_y[0] = 10 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$. Організований відповідно до рис. 5 обчислювальний процес привів у вузол скануючої сітки Соболя з координатами $k_{\psi} = 810 \text{ В}$, $k_{\omega} = 190 \text{ В} \cdot \text{с}$, $k_y = -11 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$.

Отримані значення координат вузла сітки Соболя знаходяться поблизу точки глобального мінімуму з точністю, що дорівнює кроку скануючої сітки Соболя, трансформованої до розмірів паралелепіеда, і який на осях паралелепіеда K^3 складає 10 В по осі ok_{ψ} , $10 \text{ В} \cdot \text{с}$ — на осі ok_{ω} та $1 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$ — на осі ok_y . Ці координати приймемо як стартову точку на другому етапі оптимізації за допомогою метода Нелдера–Міда, реалізованого програмним продуктом «Optimization Toolbox» пакета MathLAB. Другий етап оптимізації призводить до таких значень координат глобального мінімуму адитивного функціонала (15): $k_{\psi}^* = 811,5 \text{ В}$; $k_{\omega}^* = 186,2 \text{ В} \cdot \text{с}$; $k_y^* = -10,4 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$.

Для побудови процесів стабілізації замкнутої системи VSC збурюючий момент по правому борту паливозаправника задаємо графіком, наведеним на рис. 7. При цьому процеси стабілізації замкнутої системи VSC наведені на рис. 8. Трива-

лість згасання процесів стабілізації, викликаних досить інтенсивним та тривалим зовнішнім збуренням (4 с), не перевищує 8 с. Вплив коливань палива цистерни ($h = 1$ м), заповненій більш, ніж наполовину, та при вибраних значеннях варійованих параметрів цифрового стабілізатора практично не відчувається.

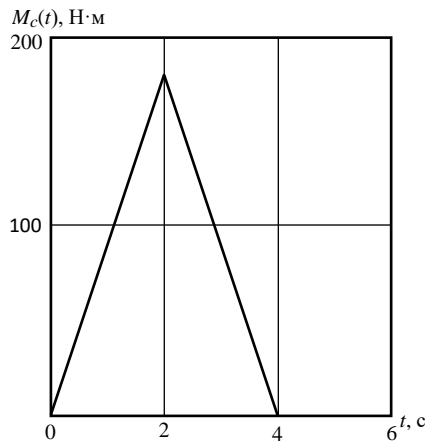


Рис. 7

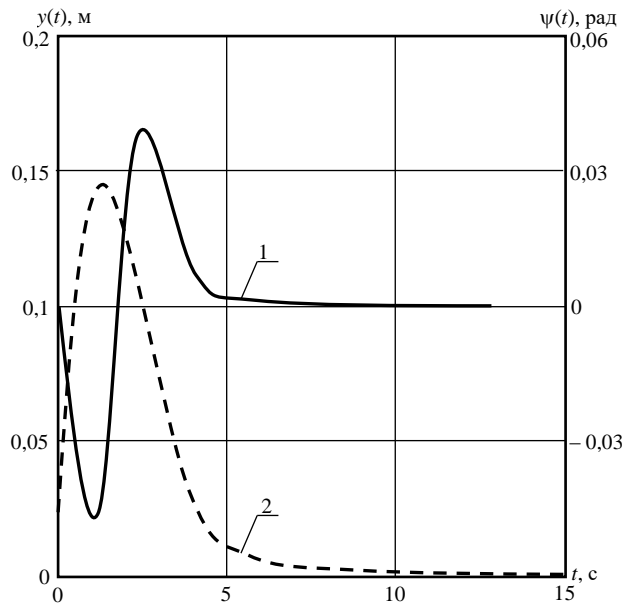


Рис. 8

Висновок

У статті розглянуто завдання вибору значень варійованих параметрів цифрового стабілізатора системи курсової стійкості великогабаритного автомобіля-паливозаправника. З урахуванням особливостей конструкції та умов експлуатації таких машин зроблено висновок про слабку ефективність використання традиційних аналогових та цифрових стабілізаторів курсу, що використовуються на легкових автомобілях представницького класу, тому в основу алгоритмів, що реалізуються цифровим стабілізатором курсу великогабаритного автомобіля-паливозаправника, покладено алгоритми безплатформових інерційних систем, за допомогою яких здійснюється обчислення решітчастих функцій, що характеризують збурений рух автомобіля. Математична модель збуреного руху об'єкта стабілізації враховує коливання вільної поверхні палива, що транспортується. Для вирішення задачі параметричного синтезу використано, запропонований авторами

раніше, алгоритмічний метод, заснований на безпосередньому обчисленні на рішеннях математичної моделі замкнутої системи стабілізації адитивного квадратичного інтегрального функціонала, що відображає систему вимог до точності стабілізації, з одночасною оцінкою значень вагових коефіцієнтів функціонала. Для відшукування мінімуму адитивного функціонала на побудованій множині допустимих значень варійованих параметрів стабілізатора, запропонована обчислювальна процедура, що є послідовною комбінацією методу сіток Соболя, що дозволяє ввійти до околу глобального мінімуму, і методу Нелдера–Міда, що реалізується за допомогою програмного продукту «Optimization Toolbox» пакета MathLAB та дозволяє з високим ступенем точності знайти координати точки глобального мінімуму адитивного функціонала в тривимірному просторі варійованих параметрів стабілізатора. Вибрані значення варійованих параметрів забезпечують високу якість процесів стабілізації та їх слабку чутливість до низькочастотних коливань вільної поверхні палива, що транспортується.

Ye. Aleksandrov, T. Aleksandrova, Ya. Morhun

PARAMETRIC SYNTHESIS OF DIGITAL STABILIZER FOR DIRECTION STABILITY SYSTEM IN TANK CAR

Yevgen Alexandrov

Kharkiv National Automobile and Highway University,
aleksandrov.ye.ye@gmail.com

Tetyana Alexandrova

National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,
Tetiana.Aleksandrova@khp.edu.ua

Yaroslav Morhun

National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,
Yaroslav.Morhun@khp.edu.ua

Unsatisfying state of domestic highways' road surface and low technical quality of domestic cars lead to high accident rate on roads. Accidents involving large vehicles equipped with 20–22 m³ tanks transporting fuel and aggressive liquid chemicals are particularly serious. The article considers the problem of creating on-tank vehicles direction stability systems with digital stabilizer, which provides high accuracy of stabilization of the car body in emergency braking due to the use of stabilizer algorithms of platformless inertial systems, as well as the choice of certain values of variable stabilizer parameters. The mathematical model of perturbed motion of the stabilization object considers the oscillations of the free surface of the transported liquid, which allowed to study the effect of these oscillations on the stability of a closed stabilization system and accordingly choose the range of allowable values of variable parameters. This computational procedure is a combination of two optimization methods — the scan grid method of Sobol for finding the global minimum zone and the Nelder-Mead method, which is implemented by the software product «Optimization Toolbox» of MathLAB package. The procedure also, in parallel with the numerical solution of the optimization problem, selects the values of the weights of the additive functional. As a result of solving the problem of parametric synthesis, the values of the varied parameters of the digital stabilizer are obtained, which provide high accuracy of stabilization of the tanker car body relative to a given trajectory in the mode of emergency braking.

Keywords: car stability system; digital stabilizer; varied parameters; multidimensional optimization of dynamic system.

1. Александров Е.Е., Волонцевич Д.О. Подригало М.А. Повышение устойчивости и управляемости колесных машин в тормозных режимах. Харьков : НТУ «ХПИ», 2007. 320 с.
2. Александров Є.Є., Александрова Т.Є., Овчаренко Ю.Є. Підвищення технічних та ергономічних характеристик рухомих об'єктів військового призначення. Харків : ХНАДУ, 2019. 176 с. ([https://doi.org/1034169/2414-0651.2021.1\(29\).36-43](https://doi.org/1034169/2414-0651.2021.1(29).36-43)).
3. Aleksandrov Y., Aleksandrova T., Morhun Y. Parametric synthesis of the electronic control unit of the course stability system of the car. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. N 6/9 (102). P. 39–45 (<https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.188185>).
4. Aleksandrov Y., Aleksandrova T., Kostianyk I., Morhun Y. Parametric synthesis a non-stationary automatic control system of the course stability of the car. *Advanced Information Systems*. 2020. 4, N 2. P. 51–59 (<https://doi.org/10.20998/2522-9052.2020.2.10>).
5. Tavernini D., Velenis E., Longo S. Feedback brake distribution control for minimum pitch. *Vehicle System Dynamics*. 2017. 55, N 6. P. 902–923.
6. Fujimoto H., Harada S. Model-based range extension control system for electric vehicles with front and rear driving-braking force distribution. *Transactions on Industrial Electronics*. 2015. 62, N 5. P. 3245–3254. (<https://doi.org/10.1109/TIE.2015.2402634>).
7. Gong X., Qian L., Ge W., Yan J. Research on electronic brake force distribution and anti-lock brake of vehicle based on direct drive electro-hydraulic actuator. *International Journal of Automotive Engineering*. 2020. 11, N 2. P. 22–29. (https://doi.org/10.20485/jsaeijae.11.2_22).
8. Шимановский А.О. Конструктивные решения, обеспечивающие безопасность движения цистерн (обзор). *Проблемы машиностроения и автоматизации*. 2009. № 1. С. 44–59.
9. Высоцкий М.С., Плесакачевский Ю.М., Шимановский А.О., Кузнецова М.Г. Обеспечение безопасности движения автоцистерн на основе оптимизации конструкции кузова. *Механика машин, механизмов и материалов*. 2012. № 3, 4. С. 142–148.
10. Александров Є.Є., Александрова Т.Є., Григор'єв О.П., Моргун Я.Ю. Про вплив коливаний вільної поверхні рідини в цистерні на курсову стійкості автомобіля-паливозаправника. *Озброєння та військова техніка*. 2021. № 1. С. 36–43. ([https://doi.org/10.34169/2414-0651.-2021.1\(29\)](https://doi.org/10.34169/2414-0651.-2021.1(29))).
11. Tavernini D., Velenis E., Longo S. Model-based active brake force distribution for pitch angle minimization. *IEEE 54th Conference on Decision and Control*. (December 15–18, 2015, Osaka). Osaka : IEEE, 2015. P. 197–202. (doi: 10.1109/CDC.2015.7402108).
12. Nakamura E., Soga M., Sacai A., Otomo A., Kobayashi T. Development of electronically controlled brake system for hybrid vehicle. *SAE 2002 World Congress*. (March 4–7, 2002, Detroit). Detroit : SAE, 2002. 6 p. (doi: 10.4271/2002-01-0300).
13. Park G., Coi S. B. Optimal brake distribution for electronic stability control using weighted least square allocation method. *16th International Conference on Control «Automation and Systems»*. (October 16–19, 2016, Gyeongju). Gyeongju : IEEE, 2016. P. 1420–1425. (doi: 10.1109/ICCAS.2016.7832492).
14. Xinyu Wu. Control strategy and algorithm study on light vehicle electronic mechanical braking system. *5th International Conference on Education, Management, Information and Medicine*. (April 24–26, 2015, Shenyang). Shenyang, 2015. P. 1453–1458. (doi: 10.2991/emim-15.-2015.282).
15. Her H., Cho W., Yi K. Vehicle stability control using individual break force based on tire force information. *14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*. (October 5–7, 2011, Washington). Washington : IEEE, 2011. P. 22–29.
16. Кононенко В.А. Разработка алгоритмов интегрированной навигационной системы вездеходной колесной машины. *Механіка та машинобудування*. 2007. № 1. С. 107–112.
17. Кононенко В.А. Оценка точности определения ориентации транспортного средства с помощью параметров Родрига–Гамильтона, вычисляемых рекурсивным методом. *Вісник НТУ «ХПИ». Серія: Транспортне машинобудування*. 2007. № 33. С. 73–82.
18. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных систем. М. : Наука, 1992. 280 с.
19. Панов А.П. Математические основы теории инерциальной ориентации. К. : Наук. думка, 1995. 279 с.
20. Моисеев Н.Н. Движение твердого тела, имеющего полость, частично заполненную идеальной капельной жидкостью. *Доклады АН СССР*. 1952. № 4. С. 719–722.
21. Моисеев Н.Н., Румянцев В.В. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость. М. : Наука, 1965. 440 с.
22. Нариманов Г.С. О движении твердого тела, полость которого частично заполнена жидкостью. *Прикладная математика и механика*. 1956. № 1. С. 21–38.

23. Нариманов Г.С. О колебаниях жидкости в подвижных полостях. *Известия АН СССР*. ОНТ. 1957. № 10. С. 71–74.
24. Охоцимский Д.Е. К теории движения тела с полостями, частично заполненными жидкостью. *Прикладная математика и механика*. 1956. **20**, №1. С. 3–20.
25. Черемных С.В. О некоторых задачах устойчивости твердого тела с жидким заполнением. *Механика твердого тела*. 1966. № 3. С. 51–54.
26. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика твердого тела с полостями, частично заполненными жидкостью. М. : Машиностроение, 1968. 540 с.
27. Кожушко А.П., Григор'єв О.Л. Математичне моделювання низькочастотних коливань в'язкої рідини в горизонтальній ємності з вільною поверхнею. *Вісник НТУ «ХП»*. Серія: «Математичне моделювання в техніці та технологіях». 2018. № 3. С. 41–51.
28. Кожушко А.П. Експериментальне та розрахункове дослідження згасання коливань рідини в ємності з вільною поверхнею. *Вісник НТУ «ХП»*. Серія: «Математичне моделювання в техніці та технологіях». 2020. № 1. С. 24–43. (<https://doi.org/10.20998/2222-0631.2020-01.03>).
29. Александров Е.С., Александрова Т.С., Григор'єв О. Л., Моргун Я.Ю. Стійкість та автоколивання електронної замкненої системи стабілізації курсу автомобіля з цистерною. *Вісник НТУ «ХП»*. Серія: «Математичне моделювання в техніці та технологіях». 2020. № 1. С. 44–63. (<https://doi.org/10.20998/2222-0631.2020.01.04>).
30. Александров Е.Е., Александрова Т.Е., Северин В.П. Основы современной теории управления. Харьков : ХНАДУ, 2019. 324 с.
31. Александров Е.Е., Александрова Т.Е. Параметрический синтез цифровой системы стабилизации танковой пушки. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2015. № 6. С. 5–20.
32. Александров Е.Е., Александрова Т.Е. Параметрический синтез цифрового стабилизатора космической ступени ракеты носителя с жидкостным реактивным двигателем на активном участке траектории полета. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2020. № 3. С. 80–92.
33. Александров Е.Е., Александрова Т.Е. Метод главной координаты в теории стабилизируемых систем. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2017. № 2. С. 65–75.
34. Александров Е.Е., Александрова Т.Е. Выбор оптимизируемого функционала в задачах параметрического синтеза стабилизаторов. *Артиллерийское и стрелковое вооружение*. 2001. № 2. С. 23–26.
35. Васильев С.К., Захаров В.Н., Прохоров Ю.Ф. Кибернетика в системах военного назначения. М. : Воениздат. 1979. 263 с.
36. Соболев И.М. Численные методы Монте–Карло. М. : Наука, 1973.
37. Соболев И.М., Статников Р.Б. Наилучшие решения — где их искать. М. : Знание, Серия: математика и кибернетика. 1982. 64 с.
38. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М. : Мир, 1980. 280 с.

Отримано 21.01.2022