УДК 551.511.31; 534.015.1

Ю.О. Клименко, О.К. Черемних, А.К. Федоренко, А.Д. Войцеховська

ВІДТВОРЕННЯ СПЕКТРАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ АКУСТИКО-ГРАВІТАЦІЙНИХ ХВИЛЬ В СУПУТНИКОВИХ ВИМІРАХ^{*}

Клименко Юрій Олександрович

Інститут космічних досліджень НАНУ та ДКАУ, м. Київ, yurklym@gmail.com

Черемних Олег Костянтинович

Інститут космічних досліджень НАНУ та ДКАУ, м. Київ, oleg.cheremnykh@gmail.com

Федоренко Алла Костянтинівна

Інститут космічних досліджень НАНУ та ДКАУ, м. Київ, fedorenkoak@gmail.com

Войцеховська Анна Дмитрівна

Інститут космічних досліджень НАНУ та ДКАУ, м. Київ, voitsekhovska. anna@gmail.com

Акустико-гравітаційні хвилі (АГХ) є важливим механізмом перенесення енергії в атмосфері від джерел збурень приземного та космічного походження. Наслідком поширення АГХ є флуктуації атмосферних параметрів, які можуть реєструватися наземними та супутниковими методами вимірювань. Проте кожен з цих методів має певні обмеження щодо отримання інформації про властивості хвиль. В зв'язку з цим важливе значення має розробка методик, які дозволяють відтворювати спектральні характеристики АГХ на онові обмежених експериментальних даних. Запропоновано аналітичний спосіб визначення спектральних характеристик акустико-гравітаційних хвиль за даними прямих супутникових вимірювань. Спосіб базується на використанні поляризаційних співвідношень, які пов'язують між собою хвильові флуктуації різних параметрів атмосфери (температури, густини та швидкості частинок). В основу покладено визначення зсувів фаз між коливаннями різних фізичних параметрів атмосфери, які доступні в супутникових вимірах. Отримано прості аналітичні співвідношення, що дозволяють ви-

^{*}Робота виконана за підтримки Національного фонду досліджень України, проєкт 2020.02/0015 «Теоретичні та експериментальні дослідження глобальних збурень природного і техногенного походження в системі Земля-атмосфера-іоносфера» та часткової підтримки Цільової комплексної програми НАН України з наукових космічних досліджень на 2018–2022 pp. О.К. Черемних також дякує за підтримку Wolfgang Pauli Institute Thematic Program «Models in Plasmas, Earth and Space Science (2021/2022)».

[©] Ю.О. КЛИМЕНКО, О.К. ЧЕРЕМНИХ, А.К. ФЕДОРЕНКО, А.Д. ВОЙЦЕХОВСЬКА, 2022

значити спектральні характеристики АГХ, характер поширення хвиль (горизонтальна або вільно поширювана під кутом до горизонтальної площини), а також їх напрямок відносно супутника. Показано, що ознакою еванесцентних хвиль є синфазність або протифазність коливань густини і температури. У вільно поширюваних АГХ ці коливання мають певний зсув фаз, величина якого залежить від спектральних властивостей. Отримані результати дозволяють за експериментальними вимірами одразу визначити, до якого типу хвиль відноситься спостережуване атмосферне збурення. За експериментальними даними здійснено перевірку запропонованого способу визначення спектральних характеристик АГХ. Використано вимірювання параметрів атмосферних АГХ в полярних областях на супутнику Dynamics Explorer 2.

Ключові слова: акустико-гравітаційна хвиля, поляризаційні співвідношення, спектральні характеристики, супутникові вимірювання.

Вступ

Атмосфера Землі чутливо реагує на впливи різноманітних енергетичних джерел, локалізованих «згори» (геомагнітні бурі, сонячні спалахи, висипання заряджених частинок та ін.) та «знизу» (погодні фронти, сейсмічні процеси, виверження вулканів, землетруси, циклони і антициклони, вибухи, цунамі тощо) [1–6]. Одним із ключових механізмів переносу енергії крізь атмосферу від таких джерел є акустико-гравітаційні хвилі (АГХ) [7–9]. Наслідком поширення АГХ в атмосфері є флуктуації різних параметрів середовища, які можуть бути зареєстровані як наземними дистанційними методами, так і у прямих вимірах з низькоорбітальних супутників.

Хвильові збурення атмосфери можна описати за допомогою лінеаризованих гідродинамічних рівнянь, записаних відносно швидкості руху елементарного об'єму та термодинамічних флуктуацій середовища (густини, тиску, температури) [10, 11]. На відміну від магнітосферних хвиль, поширення яких суттєво залежить від параметрів навколоземної плазми [12] і геометрії магнітного поля Землі [13], АГХ реалізуються в слабоіонізованому середовищі, тому впливом заряджених частинок і магнітного поля при їх розгляді можна знехтувати. В припущенні монохроматичної хвилі зв'язки між флуктуаціями різних хвильових параметрів математично описуються поляризаційними співвідношеннями. Ці співвідношення отримуються після підстановки у вихідні рівняння монохроматичного рішення, яке містить частоту хвилі та компоненти хвильового вектора, тобто спектральні характеристики.

Порівняння супутникових даних з теоретичними поляризаційними співвідношеннями дає можливість не тільки ідентифікувати спостережувані хвильові форми, а й визначати спектральні властивості цих хвиль [14]. Зазначимо, що фазова горизонтальна швидкість АГХ становить сотні м/с і є малою відносно швидкості самого супутника (~8 км/с). Тому прилади на супутнику дозволяють вимірювати лише миттєві періодичні флуктуації фізичних характеристик атмосфери — компонент швидкості частинок, температури, концентрацій атмосферних газів тощо. За просторовою періодичністю цих флуктуацій визначають проекцію хвильового вектора на напрямок руху супутника, а за співвідношеннями між амплітудами окремих параметрів та відносними зсувами фаз між ними встановлюють інші важливі характеристики АГХ, наприклад напрям їх поширення відносно орбіти супутника [15–17]. Супутникові дані дають обмежену безпосередню інформацію щодо спектральних властивостей АГХ (фактично вимірюється проекція горизонтальної довжини хвилі на орбіту супутника).

Спектральні властивості спостережуваних з супутника АГХ оцінювались раніше різними способами [14, 16, 17]. На відміну від цих робіт, пропонований нами

Проблеми керування та інформатики, 2022, № 3

спосіб базується на використанні тільки двох зсувів фаз між трьома коливаннями фізичних параметрів атмосфери, які доступні в супутникових вимірах. Отримано прості аналітичні співвідношення, що дозволяють визначити не тільки тип хвилі (горизонтальна або вільно поширювана), а також знайти її спектральні характеристики. Здійснено валідацію цього методу з використанням даних вимірювань на супутнику Dynamics Explorer 2 (DE 2).

Крім практичної значущості отриманих результатів, вбачається важливим також інший аспект їх застосування. Фактично спектральні характеристики хвилі можуть визначатися за вимірюваннями флуктуацій параметрів на окремій ділянці супутникової орбіти. Знаючи спектральні властивості, разом з поляризаційними співвідношеннями, можна визначити амплітудно-фазові зв'язки між флуктуаціями різних фізичних параметрів атмосфери внаслідок поширення АГХ. Потім за ними можна відтворити тривимірну картину розподілу фізичних параметрів хвиль. По суті, це сприяє відновленню просторових полів фізичних параметрів АГХ за значеннями лише тих із них, які виміряні на окремій ділянці орбіти.

Основні рівняння

За умови однорідності хімічного складу атмосфери, а також без врахування затухання та вітру, рух елементарного об'єму ізотермічної атмосфери, яка стратифікована в полі земного тяжіння, описується відомою системою лінеаризованих гідродинамічних рівнянь [10]:

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + gH \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho'}{\rho} + \frac{T'}{T} \right) - g \frac{T'}{T} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + gH \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho'}{\rho} + \frac{T'}{T} \right) = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho'}{\rho} \right) + div \vec{V} - \frac{V_z}{H} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{T'}{T} \right) + (\gamma - 1) di v \vec{V} = 0.$$
(4)

Тут V_x і V_z — горизонтальна і вертикальна компоненти швидкості елементарного об'єму (вісь *z* направлена вертикально вгору, а вісь *x* — вздовж горизонтальної швидкості частинок), *g* — прискорення сили тяжіння, $H = RT/\mu g$ — висота однорідної атмосфери (*R* — універсальна газова стала, *T* — температура, μ — середня молярна маса), ρ' і *T'* — збурені густина і тиск, γ — показник адіабати.

Зазначимо, що в літературі замість рівняння (4) для T'/T частіше розглядається рівняння для збурень тиску P'/P [10]. Ці збурення пов'язані між собою рівнянням стану ідеального газу $P = (\rho/\mu)RT$, звідки слідує $P'/P = \rho'/\rho + T'/T$. Тому рівняння для P'/P легко отримати шляхом додавання (3), (4).

Оскільки далі орієнтуватимемося на дані вимірювань на супутнику DE 2 на висотах близько 300 км, де атмосферу можна вважати ізотермічною, то для щільності та тиску справедливі співвідношення

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial z} = -\frac{1}{H}, \ \frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{1}{H}.$$

ISSN 2786-6491

Для монохроматичної хвилі рішення цієї системи будемо шукати в вигляді

$$\begin{pmatrix} V_z \\ V_x \\ \rho'/\rho \\ T'/T \end{pmatrix} = e^{az} e^{i(\omega t - k_x x)} \begin{pmatrix} V_z^0 \\ V_x^0 \\ (\rho'/\rho)_0 \\ (T'/T)_0 \end{pmatrix}.$$
(5)

Тут ω — кутова частота хвилі, k_x — горизонтальна складова хвильового вектора, а параметр *a* буде підлягати подальшому уточненню. З підстановки (5) в (1)–(4) випливає система поляризаційних співвідношень, які містять параметри правої частини (5) і спектральні характеристики хвилі. Умови їх сумісності призводять до дисперсійного співвідношення. Останнє зручно переписати у вигляді квадратичного рівняння щодо параметра *a*:

$$a^{2} - \frac{a}{H} + k_{x}^{2} \left(\frac{N^{2}}{\omega^{2}} - 1 \right) + \frac{\omega^{2}}{c_{s}^{2}} = 0.$$
 (6)

Тут $N^2 = (\gamma - 1)g / (\gamma H)$ — квадрат частоти Брента–Вяйсяля (БВ), а $c_s = \sqrt{\gamma g H}$ — швидкість звуку в атмосфері. Якщо не враховувати затухання, то дисперсійне рівняння (6) має бути дійсним, і це накладає певні обмеження на параметр *a*. Він може бути або дійсним, що відповідає горизонтальним (еванесцентним) хвилям [18, 19], або мати вид $a = (1/2H) \pm ik_z$, де k_z — вертикальна складова хвильового вектора [10]. Це відповідає вільно поширюваним АГХ, які розповсюджуються під кутом до горизонтальної площини, і найчастіше спостерігаються в земній атмосфері [8, 9].

Відновлення спектру для горизонтально поширюваних АГХ

У виразі (5) параметр *а* для горизонтально поширюваних хвиль має бути дійсною величиною [18]. Підстановка (5) в (1)–(4) дає наступні поляризаційні співвідношення:

$$V_x^0 = iV_z^0 \frac{k_x g(a\gamma H - 1)}{\omega^2 - k_x^2 C_s^2},$$
(7)

$$\left(\frac{\rho'}{\rho}\right)_{0} = iV_{z}^{0} \frac{(a-1/H)\omega^{2} + k_{x}^{2}g(\gamma-1)}{\omega(\omega^{2} - k_{x}^{2}C_{s}^{2})},$$
(8)

$$\left(\frac{T'}{T}\right)_0 = i(\gamma - 1)V_z^0 \frac{a\omega^2 - k_x^2 g}{\omega(\omega^2 - k_x^2 C_s^2)}.$$
(9)

Також маємо дисперсійне рівняння

$$\omega^{4} + \omega^{2} C_{s}^{2} \left(a^{2} - \frac{a}{H} - k_{x}^{2} \right) + k_{x}^{2} C_{s}^{2} N^{2} = 0, \qquad (10)$$

отримане з умови розв'язання лінійної системи гідродинамічних рівнянь.

З виразів (5), (7)–(9) бачимо синфазність або протифазність флуктуацій ρ'/ρ , T'/T, зсунутих відносно коливань V_z на фазу $\pm \pi/2$. Аналогічна фаза спостерігається також між компонентами зміщення елементарного об'єму.

Як ми переконаємося нижче, синфазність чи протифазність у коливаннях відносних флуктуацій термодинамічних величин ρ'/ρ і T'/T є характерною ознакою еванесцентних мод. У зв'язку з цим виникає питання: чи можливе аналітичне відновлення спектра еванесцентних АГХ за амплітудами коливань V_x , V_z , ρ'/ρ і

T'/T, а також, чи є ця процедура однозначною?

Міжнародний науково-технічний журнал

Проблеми керування та інформатики, 2022, № 3

Для прояснення ситуації додамо рівняння (8), (9) та врахуємо (7). В результаті це дає просте співвідношення

$$\left(\frac{\rho'}{\rho}\right)_0 + \left(\frac{T'}{T}\right)_0 = \frac{V_x^0}{gH} \left(\frac{\omega}{k_x}\right),\tag{11}$$

за яким можна знайти спектральну функцію $\Phi = \omega/k_x$, якщо відомі амплітудні співвідношення $A^0_{\delta\rho,V_x} = (\rho'/\rho)_0 (V^0_x)^{-1}$ і $A^0_{\delta T,V_x} = (T'/T)_0 (V^0_x)^{-1}$. Далі розділимо (9) на (7), і з урахуванням (11) для величини *а* отримаємо

$$aH = \frac{c_s^2(\gamma - 1 - A_{\delta T, V_x}^0 \Phi)}{\gamma \Phi(c_s^2 A_{\delta 0, V_x}^0 - \Phi)} .$$
(12)

Це рівняння дозволяє відновити *а* за відомими значеннями параметрів з правої частини (12). На наступному етапі підставимо (12) в дисперсійне співвідношення (10). В результаті отримаємо

$$(k_{x}H)^{2} = \frac{c_{s}^{4}(\gamma-1)(\gamma-1-c_{s}^{2}A_{\delta\Gamma,V_{x}}^{0}A_{\delta\rho,V_{x}}^{0})}{\gamma^{2}\Phi^{2}(c_{s}^{2}A_{\delta\rho,V_{x}}^{0}-\Phi)^{2}}.$$
(13)

Звідси з точністю до знака знаходиться значення горизонтальної компоненти k_x хвильового вектора. Далі, з урахуванням визначення Φ , однозначно знаходиться частота хвилі.

Даний спосіб дозволяє знайти спектральні характеристики еванесцентної хвилі за вищевказаними співвідношеннями між амплітудами, що спостерігаються в супутникових вимірах. Для того щоб знайти кут φ між напрямком руху супутника і напрямком розповсюдження горизонтальної хвилі, достатньо визначити просторову періодичність супутникових вимірів, яка є проєкцією довжини хвилі λ на орбіту супутника, $\lambda' = \lambda \cos \phi$. Оскільки $\lambda = 2\pi/k_x$, то в результаті маємо $\cos \phi = \lambda' k_x / 2\pi$. Таким чином ми відновлюємо значення шуканого кута.

Запропонований підхід дає ще один цікавий результат. Згідно виду формули (13) її права частина повинна бути невід'ємною. Це означає, що спостережувані характеристики будь-якої еванесцентної хвилі повинні задовольняти нерівності

$$\left(\frac{\rho'}{\rho}\right)_0 \times \left(\frac{T'}{T}\right)_0 \le (\gamma - 1) \left(\frac{V_x^0}{c_s}\right)^2.$$
(14)

Для протифазних коливань щільності та температури нерівність (14) не накладає жодних обмежень на їхні амплітуди. Ця нерівність обмежує амплітуди коливань термодинамічних величин тільки у разі їх синфазності.

Відновлення спектра для вільно поширюваних АГХ

Якщо акустико-гравітаційна хвиля є вільно поширюваною, то в формулі (5) слід покласти $a = (1/2H) - ik_z$, де k_z — вертикальна компонента хвильового вектора [10]. Підстановка виразів

$$\begin{pmatrix} V_{z} \\ V_{x} \\ \rho'/\rho \\ T'/T \end{pmatrix} = e^{z/2H} e^{i(\omega t - k_{x}x - k_{z}z)} \begin{pmatrix} V_{z}^{0} \\ V_{x}^{0} \\ (\rho'/\rho)_{0} \\ (T'/T)_{0} \end{pmatrix}$$
(15)

ISSN 2786-6491

в лінійні диференціальні рівняння (1)–(4) дає систему поляризаційніх співвідношень для такого типу АГХ. З них, зокрема, випливають співвідношення між відносними флуктуаціями термодинамічних параметрів атмосфери та вертикальною компонентою швидкості:

$$\left(\frac{\rho'}{\rho}\right)_{0} = \frac{V_{z}^{0}}{2H\omega(\omega^{2} - c_{s}^{2}k_{x}^{2})} \{2\omega^{2}(k_{z}H) - i[\omega^{2} - 2(1 - \gamma^{-1})c_{s}^{2}k_{x}^{2}]\},$$
(16)

$$\left(\frac{T'}{T}\right)_{0} = \frac{(\gamma - 1)V_{z}^{0}}{2H\omega(\omega^{2} - c_{s}^{2}k_{x}^{2})} \left[2\omega^{2}(k_{z}H) + i(\omega^{2} - 2\gamma^{-1}c_{s}^{2}k_{x}^{2}) \right].$$
(17)

Запишемо дисперсійне рівняння для такого типу хвиль:

$$\left(\frac{\omega}{N}\right)^4 - \frac{\gamma^2}{\gamma - 1} \left[\frac{1}{4} + \left(k_x H\right)^2 + \left(k_z H\right)^2\right] \left(\frac{\omega}{N}\right)^2 + \frac{\gamma^2}{\gamma - 1} \left(k_x H\right)^2 = 0.$$
(18)

В рішеннях (18)

$$\left(\frac{\omega}{N}\right)_{\pm}^{2} = \frac{\gamma^{2}}{2(\gamma-1)} \left[\frac{1}{4} + (k_{x}H)^{2} + (k_{z}H)^{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4} + (k_{x}H)^{2} + (k_{z}H)^{2}\right)^{2} - \frac{4(\gamma-1)}{\gamma^{2}}(k_{x}H)^{2}}\right],$$

знаку + (–) відповідає акустична (гравітаційна) гілка АГХ. З відомої в теорії АГХ спектральної діаграми $\omega(k_x)$ [10] видно, що горизонтальна фазова швидкість хвиль акустичного типу більша за швидкість звуку ($\omega/k_x > c_s$), а для хвиль гравітаційного типу — менша за цю швидкість ($\omega/k_x < c_s$). Отже, за знаком величини $(c_sk_x/\omega)-1$ можна прослідкувати, чи належить хвиля до акустичного чи гравітаційного типу.

3 формул (15)–(17) випливає, що зсув фаз $\Delta_{\delta\rho,V_z}$ між коливаннями ρ'/ρ і V_z дорівнює

$$tg\Delta_{\delta\rho,V_z} = -\frac{1 - 2(1 - \gamma^{-1})(c_s k_x / \omega)^2}{2(k_z H)},$$
(19)

а між коливаннями T'/T і V_7 зсув фаз визначається з умови

$$tg\Delta_{\delta T,V_{z}} = \frac{1 - 2\gamma^{-1}(c_{s}k_{x}/\omega)^{2}}{2(k_{z}H)}.$$
 (20)

Формули (19) і (20) показують існування зсувів фаз між термодинамічними флуктуаціями в атмосфері. Наявність залежних від спектральних властивостей зсувів фаз відрізняє вільно поширювані АГХ від еванесцентних хвиль, де ці коливання завжди синфазні або противофазні. Виникає питання, чи можна, визначивши зсуви $\Delta_{\delta T, V_z}$ та $\Delta_{\delta \rho, V_z}$ з супутникових спостережень, знайти спектральні властивості спостережуваної монохроматичної хвилі?

Для роз'яснення цього питання на першому етапі за формулами (19) та (20) визначимо компоненту хвильового вектора k_z та безрозмірний параметр $(c_s k_x / \omega)^2$:

$$k_{z} = -\frac{1}{2H} \frac{2-\gamma}{(\gamma-1)tg\Delta_{\delta T, V_{z}} + tg\Delta_{\delta \rho, V_{z}}},$$
(21)

Міжнародний науково-технічний журнал

Проблеми керування та інформатики, 2022, № 3

$$\left(\frac{c_s k_x}{\omega}\right)^2 = \frac{\gamma}{2} \frac{tg \Delta_{\delta T, V_z} + tg \Delta_{\delta \rho, V_z}}{(\gamma - 1) tg \Delta_{\delta T, V_z} + tg \Delta_{\delta \rho, V_z}}.$$
(22)

За знайденим з формули (22) значенням параметра $c_s k_x / \omega$ можна визначити, чи є спостережувана хвиля акустичною, чи гравітаційною. Відмітимо, що формула (21) визначає напрямок руху АГХ по вертикалі.

На наступному етапі формули (21) і (22) підставимо в дисперсійне рівняння (18). В результаті отримаємо наступний вираз для квадрата горизонтальної компоненти хвильового вектора:

$$k_x^2 = \frac{1}{H^2} \frac{tg\Delta_{\delta T, V_z} + tg\Delta_{\delta \rho, V_z}}{tg\Delta_{\delta T, V_z} - tg\Delta_{\delta \rho, V_z}} \frac{(\gamma - 1)^2 tg^2 \Delta_{\delta T, V_z} - tg^2 \Delta_{\delta \rho, V_z} + \gamma(\gamma - 2)}{4\left[(\gamma - 1)tg\Delta_{\delta T, V_z} + tg\Delta_{\delta \rho, V_z}\right]^2}.$$
 (23)

За формулами (21) та (23) знаходимо вираз для квадрата тангенса кута θ між хвильовим вектором \vec{k} і вертикальною віссю z:

$$tg^{2}\theta = \left(\frac{k_{z}}{k_{x}}\right)^{2} = \frac{tg\Delta_{\delta T, V_{z}} - tg\Delta_{\delta \rho, V_{z}}}{tg\Delta_{\delta T, V_{z}} + tg\Delta_{\delta \rho, V_{z}}} \frac{(\gamma - 2)^{2}}{(\gamma - 1)^{2}tg^{2}\Delta_{\delta T, V_{z}} - tg^{2}\Delta_{\delta \rho, V_{z}} + \gamma(\gamma - 2)}, \quad (24)$$

а також для квадрата модуля хвильового вектора

$$\left|\vec{k}\right|^{2} = \frac{1}{H^{2}} \frac{tg\Delta_{\delta T, v_{z}} + tg\Delta_{\delta \rho, v_{z}}}{4(tg\Delta_{\delta T, v_{z}} - tg\Delta_{\delta \rho, v_{z}})} \times \frac{\left[(\gamma - 1)^{2}tg^{2}\Delta_{\delta T, v_{z}} - tg^{2}\Delta_{\delta \rho, v_{z}} + \gamma(\gamma - 2)\right] + (\gamma - 2)^{2}(tg\Delta_{\delta T, v_{z}} - tg\Delta_{\delta \rho, v_{z}})}{\left[(\gamma - 1)tg\Delta_{\delta T, v_{z}} + tg\Delta_{\delta \rho, v_{z}}\right]^{2}}.$$

$$(25)$$

За допомогою формул (22), (23) визначаєм також значення кутової частоти хвилі:

$$\omega^{2} = \frac{\gamma N^{2}}{2(\gamma - 1)} \frac{(\gamma - 1)^{2} t g^{2} \Delta_{\delta \rho, V_{z}} - t g^{2} \Delta_{V \rho, V_{z}} + \gamma(\gamma - 2)}{\left(t g \Delta_{\delta T, V_{z}} - t g \Delta_{\delta \rho, V_{z}}\right) \left[(\gamma - 1) t g \Delta_{\delta T, V_{z}} + t g \Delta_{\delta \rho, V_{z}}\right]}.$$
(26)

Залишилося визначити кут ф між напрямками руху супутника та хвилі. Це виконується способом, описаним у попередньому розділі. Остаточно маємо

1.1

$$\cos\varphi = \frac{\lambda' |k|}{2\pi},\tag{27}$$

де λ' — просторова періодичність супутникових вимірів, а значення модуля хвильового вектора знаходиться з формули (25).

Таким чином, всю інформацію щодо спектральних характеристик вільно поширюваних АГХ (окрім знака горизонтальної компоненти хвильового вектора) можна отримати на основі двох фазових зсувів ($\Delta_{\delta T, V_z}$, $\Delta_{\delta \rho, V_z}$) і просторового періоду за супутниковими даними. На відміну від горизонтально поширюваних АГХ, тут ніякі залежності між амплітудними значеннями коливань фізичних величин не потрібні.

Порівняння теоретичних результатів із супутниковим вимірюванням

Встановлені вище результати дозволяють одразу віднести спостережуване атмосферне збурення до конкретного типу АГХ. Як показано вище, ознакою го-

ризонтально поширюваних еванесцентних хвиль є синфазність або протифазність флуктуацій ρ'/ρ і T'/T. У вільно поширюваних АГХ такі коливання рознесені одне щодо одного на фазу, значення якої залежить від спектральних властивостей.

Наведемо приклад діагностування властивостей АГХ за даними вимірювань на низькоорбітальному супутнику Dynamics Explorer 2. Висота орбіти DE 2 складала 250–1010 км, нахил 89,9° (полярна орбіта), період обертання ~98 хв. Для прикладу розглянемо дані вимірювань на ділянці витка 4818, який відповідає прольоту супутника DE 2 над північною полярною шапкою на висоті ~320 км. Зазвичай над полярними шапками систематично спостерігаються АГХ з великими амплітудами порівняно з середніми і низькими широтами [5]. На розглянутій ділянці витка умови в атмосфері такі, що висота однорідної атмосфери становить $H \approx 50$ км і швидкість звуку $c_s \approx 800$ м/с.

Спостереження АГХ ускладнюються наявністю великомасштабних змін (трендів), пов'язаних із добовим і географічним ходом атмосферних параметрів, зміною висоти орбіти тощо. Характер цих трендів у різних параметрах атмосфери відрізняється, в той час як хвильові флуктуації мають бути узгодженими. Для виключення трендів використовувався стандартний метод ковзного середнього. Профілі хвильових флуктуацій вертикальної компоненти швидкості V_z і термодинамічних параметрів ρ'/ρ і T'/T після виключення трендів показані на рисунку.



Видно, що на представленій ділянці хвильові дуги є немонохроматичними, і фактично спостерігається хвильовий пакет із близьких за спектральними параметрами хвиль. Тому точно розрахувати довжину хвилі вздовж витка, і, відповідно, точно визначити зсуви фаз між ρ'/ρ та T'/T відносно V_z проблематично. Але їх можна оцінити наближено за допомогою крос-кореляційного аналізу.

На рисунку хвильові флуктуації густини ρ'/ρ і температури T'/T відносно V_z для ділянки витка 4818 супутника Dynamics Explorer 2 над північною полярною шапкою.

Міжнародний науково-технічний журнал Проблеми керування та інформатики, 2022, № 3 На висотах супутникових вимірювань переважає атомарний кисень, тому покладемо $\gamma = 1,67$. Розраховані зсуви фаз між коливаннями ρ'/ρ і V_z ($\Delta_{\delta\rho,V_z} \approx -0,11$ рад), а також T'/T і V_z ($\Delta_{\delta T,V_z} = 1,62$ рад) вказують, що спостережуване збурення атмосфери викликано не еванесцентною, а вільно поширюваною АГХ. Для останньої, згідно формул (21), (22), одержимо $k_z H \approx 0,01$ та $c_s k_x / \omega \approx 1,24$. Отже, спостережувана хвиля належить до гравітаційного типу і поширюється під малим кутом до горизонтальної площини.

Далі, з використанням формул (21)–(26) маємо: $k_x H \approx \pm 0,49$, $\theta \approx 0,025$ рад, $\left|\vec{k}\right| H \approx 0,50$ і $\omega/N \approx 0,91$. Оскільки довжина хвилі λ' вздовж витка приблизно складає 580 км, то за формулою (27) визначимо $\phi \approx 1,48$ рад. Таким чином, ми знайшли всі спектральні характеристики розглянутої на витку 4818 хвилі, а також визначили напрямок її розповсюдження відносно руху супутника.

Висновок

Запропоновано новий спосіб для визначення спектральних характеристик АГХ з використанням прямих супутникових вимірювань параметрів атмосфери. Він базується на використанні поляризаційних співвідношень, які пов'язують між собою хвильові флуктуації різних атмосферних параметрів (температури, густини та швидкості частинок). В основу покладено визначення зсувів фаз між просторовими профілями коливань трьох синхронно вимірюваних атмосферних параметрів. Показано, що за профілями коливань вертикальної швидкості частинок, густини і температури можна визначити всі основні спектральні параметри спостережуваних АГХ. Отримано аналітичні співвідношення, що дозволяють визначити тип хвилі (горизонтальна або вільно поширювана), знайти її спектральні характеристики, а також кут між хвильовим вектором і напрямком руху супутника. Проведено верифікацію запропонованого способу на прикладі спостережуваних хвильових збурень на одному з витків низькоорбітального супутника Dynamics Explorer 2.

Yu. Klymenko, O. Cheremnykh, A. Fedorenko, A. Voitsekhovska

RECOVERY OF SPECTRAL PROPERTIES OF ACOUSTIC-GRAVITY WAVES IN SATELLITE MEASUREMENTS

Yurij Klymenko

Candidate of physical and mathematical sciences, senior researcher of Institute of Space Research of National Academy of Sciences of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, Kyiv,

yurklym@gmail.com

Oleg Cheremnykh

Doctor of physical and mathematical sciences, head of department of Institute of Space Research of National Academy of Sciences of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, Kyiv,

oleg.cheremnykh@gmail.com

Alla Fedorenko

Candidate of physical and mathematical sciences, senior researcher of Institute of Space Research of National Academy of Sciences of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, Kyiv,

fedorenkoak@gmail.com

Anna Voitsekhovska

Candidate of physical and mathematical sciences, senior researcher of Institute of Space Research of National Academy of Sciences of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, Kyiv,

voitsekhovska.anna@gmail.com

Acoustic-gravity waves (AGWs) are the important mechanism for transferring energy in the atmosphere from the Earth and space disturbances. The result of the expansion of AGWs is the fluctuations of atmospheric parameters, which can be registered by ground-based and satellite measurements. However, each of the methods has certain limitations on obtaining information about the properties of the waves. In this regard, it is important the development of methods which allow us to recover the spectral properties of AGWs on the basis of limited experimental data. In this article, an analytical method for determining the spectral properties of acoustic-gravity waves from direct satellite measurements is proposed. The method is based on polarization relations, which connect the wave fluctuations of different atmospheric parameters (temperature, density and velocity of particles). It is based on the determination of the phase shifts between oscillations of some physical parameters of the atmosphere, which are available in satellite measurements. Simple analytical relations are obtained, which allow us to determine the spectral characteristics of AGW, the nature of wave propagation (horizontal or freely propagated at an angle to the horizontal plane) and their direction relative to the satellite. It is shown that the feature of evanescent waves is in-phase or anti-phase oscillations of density and temperature. In freely propagating AGH, these oscillations have a certain phase shift, the magnitude of which depends on the spectral properties. The results obtained in this work allow us to determine immediately the type of the waves to which the observed atmospheric perturbation belongs. According to the experimental data, the proposed method for determining the AGW spectral characteristics of AGWs has been tested. For this purpose, the measurements of atmospheric AGW parameters in the polar regions on the Dynamics Explorer 2 satellite were used.

Keywords: acoustic-gravity wave, polarization relations, spectral properties, satellite measurements.

- 1. Чорногор Л.Ф., Милованов Ю.Б. Динаміка падіння Челябінського метеороїда: розміри, випромінювання та руйнування. *Кінематика і фізика небесних тіл.* 2021. **37**, № 5. С. 58–81. DOI: 10.15407/kfnt2021.05.037.
- Bespalova A.V., Fedorenko A.K., Cheremnykh O.K., Zhuk I.T. Satellite observations of wave disturbances caused by moving solar terminator. J. Atmos. and Solar-Terr. Phys. 2016. 140. P. 79–85. DOI: 10.1016/j.jastp.2016.02.012.
- Chernogor L.F., Garmash K.P., Guo Q. et al. Supertyphoon Hagibis action in the ionosphere on 6–13 October 2019: Results from multi-frequency multiplepath sounding at oblique incidence. *Advances in Space Research*. 2021. 67, N 8. P. 2439–2469. DOI: doi.org/10.1016/ j.asr.2021.01.038.
- Fitzgerald T.J. Observations of total electron content perturbations on GPS signals caused by a ground level explosion. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 1997. 59, 7. P. 829–834. DOI: 10.1016/S1364-6826(96)00105-8.

Міжнародний науково-технічний журнал Проблеми керування та інформатики, 2022, № 3

- 5. Федоренко А.К., Беспалова А.В., Жук И.Т., Крючков Е.И. Широтные особенности акустико-гравитационных волн в верхней атмосфере по данным спутниковых измерений. *Геомагнетизм и аэрономия.* 2017. **57**, № 4. С. 510–521. DOI: 10.1134/S0016793217030057.
- Plougonven R., Zhang F. Internal gravity waves from atmospheric jets and fronts. *Reviews of G-Geophysics*. 2014. 52. P. 33-76. DOI: 10.1002/2012RG000419.
- Gossard E.E., Hooke Y.X. Waves in the Atmosphere: Atmospheric Infrasound and Gravity Waves, Their Generation and Propagation. Developments in Atmospheric Science. Elsevier Scientific Pub. Co., 1975. 456 p.
- Kaladze T.D., Pokhotelov O.A., Shan H.A., Shan M.I., Stenflo L. Acoustic-gravity waves in the Earth ionosphere. J. Atmos. and Solar-Terr. Phys. 2008. 70. P. 1607–1616. DOI: 10.1016/j.jastp.2008.06.009.
- 9. Roy A., Roy S., Misra A.P. Dynamical properties of acoustic-gravity waves in the atmosphere. *J. Atmos. and Solar-Terr. Phys.* 2019. **186**. P. 78–81. DOI: 10.48550/arXiv.1902.10979.
- Hines C.O. Internal atmospheric gravity waves at ionospheric heights. *Can. J. Phys.* 1960. 38. P. 1441–1481. DOI: 10.1139/p60-150
- Федоренко А.К., Крючков Е.И. Наблюдаемые особенности акустико-гравитационных волн в гетеросфере. *Геомагнетизм и аэрономия*. 2014. 54, № 1. С. 116–123. DOI: 10.1134/S0016793214010022.
- Cheremnykh O.K., Parnowski A.S. Influence of ionospheric conductivity on the ballooning modes in the inner magnetosphere of the Earth. *Adv. Space Res.* 2006. **37**. P. 599–603. DOI: 10.1016/j.asr.2005.01.073.
- Cheremnykh O.K., Danilova V.V. Transversal small-scale MHD perturbations in space plasma with magnetic surfaces. *Kinematics and Physics of Celestial Bodies*. 2011. 2, N 27. P. 98-108. DOI: 10.3103/S0884591311020036.
- Клименко Ю.О., Федоренко А.К., Крючков Є.І., Черемних О.К., Войцеховська А.Д., Селіванов Ю.О., Жук І.Т. Ідентифікація акустико-гравітаційних хвиль за даними супутникових вимірювань. Кінематика і фізика небесних тіл. 2021. 37, № 6. DOI: https://doi.org/ 10.15407/kfnt2021.06.003.
- Johnson F.S., Hanson W.B., Hodges R.R., Coley W.R., Carignan G.R., Spencer N.W. Gravity waves near 300 km over the polar caps. J. Geophys. Res. 1995. 100. P. 23993–24002. DOI: 10.1029/95JA02858.
- Innis J.L., Conde M. Characterization of acoustic-gravity waves in the upper thermosphere using Dynamics Explorer 2 Wind and Temperature Spectrometer (WATS) and Neutral Atmosphere Composition Spectrometer (NACS) data. J. Geophys. Res. 2002. 107, A12. DOI: 10.1029/ 2002JA009370.
- Федоренко А.К., Крючков Е.И. Ветровой контроль распространения акустико-гравитационных волн в полярной термосфере. *Геомагнетизм и аэрономия*. 2013. 53, № 3. С. 394-405. DOI: 10.1134/S0016793213030055.
- Cheremnykh O.K., Fedorenko A.K., Kryuchkov E.I., Selivanov Y.A. Evanescent acoustic-gravity modes in the isothermal atmosphere: systematization, applications to the Earth's and Solar atmospheres. *Ann. Geophys.* 2019. **37**, N 3. P. 405–415. DOI: 10.5194/angeo-37-405-2019.
- Cheremnykh O.K., Fedorenko A.K., Selivanov Y.A., Cheremnykh S.O. Continuous spectrum of evanescent acoustic-gravity waves in an isothermal atmosphere. Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2021. 503, N 4. P. 5545–5553. DOI: 10.1093/mnras/st.ab845.

Отримано 07.06.2022