

УДК 517.9

*Г.О. Канцедал*

## ІДЕНТИФІКАЦІЯ МАТРИЦІ СУМІЖНОСТІ У МОДЕЛІ ІМПУЛЬСНИХ ПРОЦЕСІВ З РІЗНОТЕМПОВОЮ ДИСКРЕТИЗАЦІЄЮ В КОГНІТИВНІЙ КАРТІ ЗАСТОСУВАННЯ КРИПТОВАЛЮТ

**Канцедал Георгій Олегович**

Навчально-науковий інститут прикладного системного аналізу Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», ORCID: 0000-0003-2740-2176,

*g.kantsedal@protonmail.com*

Застосування криптовалюти на фінансових ринках характеризується складною динамікою, яка відрізняється нестационарністю процесів і невизначеністю ситуації. На процеси застосування криптовалюти діють різні збурення, направлені на зменшення рівня довіри до використання криптовалюти. Тому при операціях з криптовалютою виникають ризики втрати користувачів, що призводить до зниження ціни біткоїна, що пов'язано з хибними загальними одночасними сподіваннями багатьох користувачів, які створюються маніпулюваннями трейдерів на фінансових біржах; різкого обвалу курсу криптовалюти в результаті звичайних махінацій на біржах, до яких можна віднести так званій високочастотний трейдинг, який полягає в перевазі певної групи користувачів у швидкості купівлі грошових активів раніше за більшість інвесторів і продажу їх повільним користувачам, поки інформація про купівлю дійде до повільного інвестора. Ці дії в поєднанні з алгоритмічним трейдингом, механізмом деривативів і квартальних ф'ючерсів, реалізованих на біржах, створюють реальну небезпеку значної зміни курсу від доволі незначних збурень, пов'язаних з відсутністю гарантії на збереження капіталу, вкладеного в купівлю криптовалюти, який призводить до певної істерії користувачів у процесі торгів на біржах. Для опису впливу даних ризиків розглянуто когнітивну карту (КК) застосування криптовалюти на фінансовому ринку, на основі якої описано динамічну модель імпульсних процесів КК у вигляді систем різницевої рівнянь (рівняння Робертса) з різношвидкісною дискретизацією. При цьому виконана декомпозиція вихідної теоретичної моделі імпульсних процесів КК з одноступінчастою дискретизацією на підсистеми з швидковимірюваними і повільновимірюваними координатами вершин КК. Для цього моделі підсистем представлені з різношвидкісною дискретизацією координат і взаємопов'язані між собою. Розроблені алгоритми ідентифікації коефіцієнтів матриці суміжності імпульсних процесів КК для підсистем на основі рекурентного методу найменших квадратів відповідно у швидкозмінному і повільнозмінному масштабах часу. На основі цифрового моделювання виконані експеримен-

тальні дослідження швидкодії і точності оцінювання вагових коефіцієнтів матриць суміжності в моделях імпульсних процесів підсистем КК.

**Ключові слова:** когнітивна карта, імпульсний процес, криптовалюта, різнометрова дискретизація, ідентифікація.

### Вступ

У даній роботі для дослідження динамічних процесів при використанні криптовалют застосовується когнітивне моделювання, найбільш актуальний напрям наукових і практичних досліджень складних систем різної природи. В основі когнітивного моделювання знаходиться концепція когнітивної карти (КК), яка представляє собою зважений орієнтовний граф, вершини (вузли) якого відображаються координатами (факторами, концептами, характеристиками) складної системи, а ребра (дуги) графа з ваговими коефіцієнтами описуються причино-наслідковими взаємозв'язками між вершинами КК.

При дії збурень на вершини КК виникає імпульсний перехідний процес, динаміка якого описується різницевою рівнянням:

$$\Delta y_i(k+1) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta y_j(k), \quad (1)$$

де  $\Delta y_i(k) = y_i(k) - y_i(k-1)$ ,  $i = 1, \dots, n$ ;  $a_{ij}$  — вага ребра КК, яке з'єднує  $j$ -у вершину з  $i$ -ю. Рівняння (1), яке описує вільний рух координати  $i$ -ї вершини КК, можна записати у вигляді векторно-матричної форми:

$$\Delta \bar{Y}(k+1) = A \Delta \bar{Y}(k), \quad (2)$$

де  $A$  — матриця суміжності КК, складена з вагових коефіцієнтів  $a_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, n$ ;  $j = 1, \dots, n$ .

У роботі [3] розроблено модель імпульсного процесу КК застосування криптовалюти з однометровою дискретизацією при одному періоді квантування  $T_0$ . При цьому період вибирається для моделі (3) на основі теореми Котельникова для всіх координат  $y_i(i=1, \dots, n)$  КК. В той же час у складі КК є вершини з повільновимірюваними координатами, які неможливо вимірювати в дискретні моменти часу з малим періодом дискретизації  $T_0$ . Тому для цієї частини вершин КК при вимірюванні їх координат необхідно застосовувати збільшений період:  $h = mT_0$ , де  $m$  — ціле число, більше за одиницю. Припустимо, що  $n$  координат вершин в моделі (2) можна розділити на  $p$  координат, які вимірюються в дискретні моменти з періодом  $T_0$ , а інші  $(n-p)$  координат необхідно вимірювати з періодом дискретизації  $h$ . Подібна проблема розглядалась в [3], де вихідна модель КК (2) розкладається на дві динамічні підсистеми. Перша підсистема складається для  $p$  швидкозмінних координат  $y_{f_i}$ , а друга описує динаміку  $(n-p)$  повільнозмінних координат  $y_{s_j}$ . Тоді випадну модель (1) для кожної швидкозмінної координати запишемо

$$\Delta y_{f_i}(k+1) = \sum_{j=1}^p a_{ij} \Delta y_{f_j}(k) + \sum_{\mu=p+1}^n a_{i\mu} \Delta y_{s_\mu}(k), \quad i = 1, \dots, p. \quad (3)$$

Динаміка повільнозмінних координат  $y_{s_j}$  представлена у вигляді різницевого рівняння

$$\Delta y_{s_l}(k+1) = \sum_{j=1}^p a_{lj} \Delta y_{f_j}(k) + \sum_{\mu=p+1}^n a_{l\mu} \Delta y_{s_\mu}(k), \quad l = p+1, \dots, n. \quad (4)$$

Рівняння (3), (4) для всіх координат КК можна записати у векторно-математичній формі:

$$\Delta \bar{Y}_f(k+1) = A_{11} \Delta \bar{Y}_f(k) + A_{12} \Delta \bar{Y}_s(k), \quad (5)$$

$$\Delta \bar{Y}_s(k+1) = A_{21} \Delta \bar{Y}_f(k) + A_{22} \Delta \bar{Y}_s(k), \quad (6)$$

де матриці  $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$  мають вимірності відповідно  $p \times p; p \times (n-p); (n-p) \times p; (n-p) \times (n-p)$ . Підсистеми (5), (6) взаємопов'язані між собою.

На рис. 1 представлено удосконалену КК для застосування криптовалюти у порівнянні з КК, приведеною в роботі [2]. Сірим позначено вершини що можуть бути керованими. До складу підсистеми з швидковимірюваними координатами відносяться такі вершини:

- курс криптовалюти (вартість біткоіна);
- обсяг торгів криптовалютою;
- пропозиція криптовалюти;
- попит на криптовалюту;
- обсяг спекуляцій криптовалютою;
- ризик обвалу курсу криптовалюти.

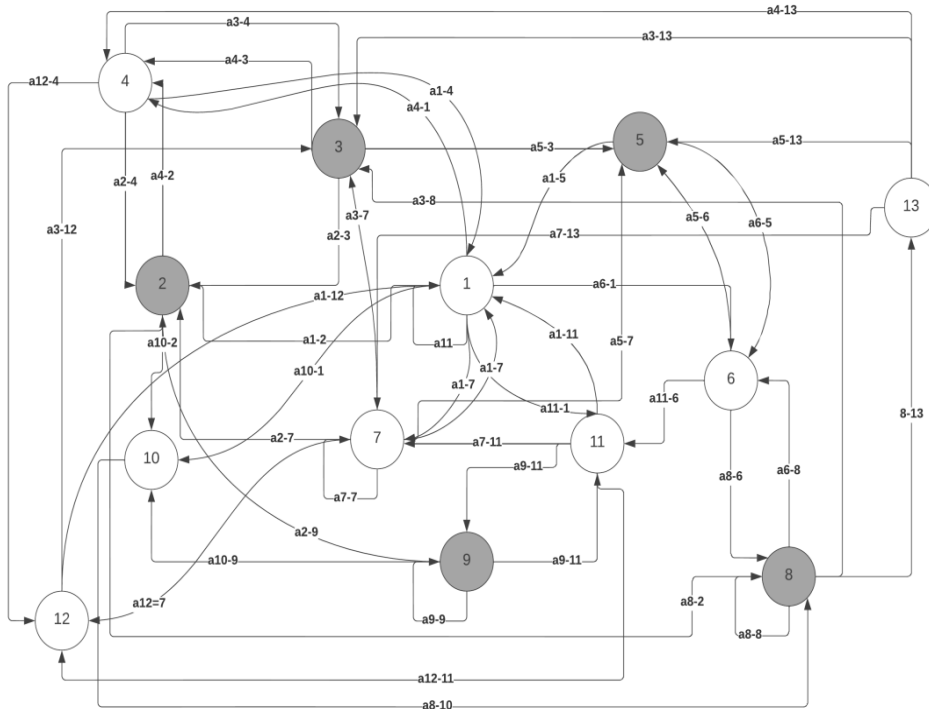


Рис. 1

До складу підсистеми КК з повільновимірюваними координатами входять вершини:

- кількість користувачів криптовалюти;
- обсяг інвестицій (інтерес до біткоіна зі сторони інституційних інвесторів);
- обсяг капіталізації;
- опосередкований прибуток;

- рівень довіри до криптовалюти;
- ризики втрати користувачів.

Окремо в вершину 13 винесено різні інформаційні збурення, до складу яких входять в основному швидкозмінні процеси, а саме:

- коливання світової економіки, яке викликає невпевненість інституційних інвесторів, наприклад великих банків;
- коливання ціни енергоносіїв;
- законодавчі коливання в різних країнах, які впливають на інтерес до використання криптовалюти;
- невідповідність рівня довіри (вершина 11) обсягу інвестицій (вершина 8), викликаной протидією дрібних і великих інвесторів.

**Постановка задачі.** Задача полягає в представленні моделей (5), (6) з різномірою дискретизацією з наступною розробкою динамічних алгоритмів ідентифікації вагових коефіцієнтів матриць суміжності відповідно в швидкозмінному і повільнозмінному масштабах часу.

### Ідентифікація вагових коефіцієнтів матриці суміжності моделі КК для підсистеми з швидковимірюваними координатами

Якщо припустити, що швидкозмінні координати  $\bar{Y}_f$  вимірюються в дискретні моменти часу з періодом  $T_0$ , а повільнозмінні координати  $\Delta\bar{Y}_s$  — з періодом дискретизації  $h = mT_0$ , то модель (5) можна представити з різномірою дискретизацією

$$\Delta\bar{Y}_f((k+1)T_0) = A_{11}\Delta\bar{Y}_f(kT_0) + A_{12}\Delta\bar{Y}_s(rT_0), \quad (7)$$

де  $r = \left\lfloor \frac{k}{m} \right\rfloor$  — ціле число від ділення  $k$  на  $m$ .

При дії інформаційних збурень  $\bar{\xi}_f$  (вершина 13) модель (7) запишемо

$$\Delta\bar{Y}_f((k+1)T_0) = A_{11}\Delta\bar{Y}_f(kT_0) + A_{12}\Delta\bar{Y}_s(rT_0) + \bar{\Psi}_f\Delta\bar{\xi}_f(kT_0), \quad (8)$$

де  $\Delta\bar{\xi}_f$  — перша різниця координат вершини 13, яка діє на вектор  $\Delta\bar{Y}_f$ . Ця модель для  $i$ -го каналу КК має такий вигляд:

$$\Delta y_{f_i}((k+1)T_0) = \sum_{j=1}^p a_{ij}\Delta y_{f_j}(kT_0) + \sum_{\mu=p+1}^n a_{i\mu}\Delta y_{s_\mu}(rT_0) + \psi_{f_i}\Delta\xi_{f_i}(kT_0), \quad (9)$$

$$i = 1, \dots, p, \quad h = mT_0.$$

Для оцінювання вагових коефіцієнтів матриці суміжності  $A_{11}$ , тобто  $a_{ij}$  ( $i = 1, \dots, p, \quad j = 1, \dots, p$ ), застосовується рекурентний метод найменших квадратів (РМНК). При цьому дія повільнодіючих координат  $\Delta y_{s_\mu}$  ( $j = p+1, \dots, n$ ) і інформаційні збурення  $\Delta\bar{\xi}_f$  розглядаються як сумарний вектор збурень, тобто

$$\Delta v_{f_i}(kT_0) = \sum_{\mu=p+1}^n a_{i\mu}\Delta y_{s_\mu}(rT_0) + \psi_{f_i}\Delta\xi_{f_i}(kT_0), \quad i = 1, \dots, p, \quad h = mT_0. \quad (10)$$

Для застосування РМНК запишемо вираз (9) зі зсувом на один період дискретизації назад  $T_0$ :

$$\Delta y_{f_i}(kT_0) = \sum_{j=1}^p a_{ij}\Delta y_{f_j}((k-1)T_0) + \Delta v_{f_i}((k-1)T_0), \quad i = 1, \dots, p. \quad (11)$$

Запишемо праву частину виразу (11) у векторній формі та додамо фіктивну координату, що характеризує зсув, утворений повільнодіючими координатами та збуреннями:

$$\Delta y_{f_i}(kT_0) = \Delta \bar{X}_f^T((k-1)T_0) \bar{\theta}_{f_i} + \Delta v_{f_i}((k-1)T_0), \quad (12)$$

а вектор вимірюваних координат запишемо

$$\Delta \bar{X}_f^T((k-1)T_0) = \{\Delta y_{f_1}((k-1)T_0), \Delta y_{f_2}((k-1)T_0), \dots, \Delta y_{f_p}((k-1)T_0), 1\}, \quad (13)$$

вектор оцінювання вагових коефіцієнтів для  $i$ -го каналу КК дорівнює

$$\bar{\theta}_{f_i} = [a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ip}, \omega]^T, \quad (14)$$

де  $\omega$  — зсув, що характеризує проміжок, на якому відбувається оцінювання.

Задля подолання високочастотної складової шуму та пришвидшення збіжності для застосування РМНК розглянемо відразу декілька вимірів  $c$  (на практиці достатньо взяти  $c = 10$ ). Тоді задача оцінювання матиме такий вигляд:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_{f_i}(kT_0) \\ \vdots \\ \Delta y_{f_i}((k+c)T_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{X}_f^T((k-1)T_0) \\ \vdots \\ \bar{X}_f^T((k+c-1)T_0) \end{bmatrix} \bar{\theta}_{f_i} + \begin{bmatrix} \Delta v_{f_i}((k-1)T_0) \\ \vdots \\ \Delta v_{f_i}((k+c-1)T_0) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Матричне рівняння (15) можна записати таким чином:

$$\bar{Y}_{f_i} = \bar{X}_f \bar{\theta}_{f_i} + \Delta \bar{V}_{f_i}, \quad (16)$$

де  $\bar{Y}_{f_i} = \begin{bmatrix} \Delta y_{f_i}(kT_0) \\ \vdots \\ \Delta y_{f_i}((k+c)T_0) \end{bmatrix}$  — вектор трьох координат розмірності  $c \times 1$ ;

$$\bar{X}_f = \begin{bmatrix} \bar{X}_f^T((k-1)T_0) \\ \vdots \\ \bar{X}_f^T((k+c-1)T_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta y_{f_1}((k-1)T_0) & \dots & \Delta y_{f_p}((k-1)T_0) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta y_{f_1}((k+c-1)T_0) & \dots & \Delta y_{f_p}((k+c-1)T_0) & 1 \end{bmatrix}$$

— матриця з відповідних координат вимірювання розмірності  $c \times (p+1)$ ;

$$\Delta \bar{V}_{f_i} = \begin{bmatrix} \Delta v_{f_i}((k-1)T_0) \\ \vdots \\ \Delta v_{f_i}((k+c-1)T_0) \end{bmatrix} \text{ — вектор збурень розмірності } c \times 1.$$

До отриманої задачі застосуємо РМНК [4] (17)–(23) на основі формули Шермана–Моррісона–Вудбері [5].

**Початкові значення:**

$$P_0 = I * 1000, \text{ де } I \text{ — одинична матриця розмірності } (p+1) \times (p+1); \quad (17)$$

$$\hat{\theta}_{f_{i0}} = P_0 \bar{X}_f^T \bar{Y}_{f_i}; \quad (18)$$

крок РМНК для  $k$ -го кроку:

$$\bar{P} = \bar{X}_f P_{k-1} \bar{X}_f^T + I, \quad (19)$$

$$\bar{P} = P_{k-1} \bar{X}_f^T [\bar{P}]^{-1} \bar{X}_f P_{k-1}, \quad (20)$$

$$P_k = P_{k-1} - \bar{P}, \quad (21)$$

$$K = P_k \bar{X}_f^T, \quad (22)$$

$$\hat{\theta}_{f_k} = \hat{\theta}_{f_{k-1}} + K(\bar{Y}_{fi} - \bar{X}_f \bar{Y}_{fi}). \quad (23)$$

Даний алгоритм оцінки може бути модифікований для поточного оцінювання вектора  $\bar{\theta}_{fi}$  зміною на кожному кроці матриць  $\bar{X}_f$  та  $\bar{Y}_{fi}$  (рівняння (19)–(23) на кшталь рухомого вікна розміром  $c$ . Однак мінімальною умовою роботи алгоритму оцінювання є наступне співвідношення швидковимірюваних координат до повільнодіючих:  $\frac{\Delta y_{fi}}{\Delta y_{si}} \geq 4$ . Дане співвідношення знайдене емпірично.

### Ідентифікація вагових коефіцієнтів матриці суміжності моделі КК для підсистеми з повільновимірюваними координатами

Розглянемо перехід від однотемпової дискретизації до різнотемпової. Вихідна модель (6) для підсистеми КК з повільновимірюваними координатами з однотемповою дискретизацією запишемо у проміжній формі:

$$\Delta \bar{Y}_s(rh + (i+1)T_0) = A_{21} \Delta \bar{Y}_f(rh + iT_0) + A_{22} \Delta \bar{Y}_s(rh + iT_0) + \Psi_s \Delta \bar{\xi}_f(rh + iT_0). \quad (24)$$

Розглянемо ітераційну процедуру переведення цієї моделі для представлення вектора  $\Delta \bar{Y}_s$  в дискретній формі з великим періодом квантування  $h = mT_0$  при умові, що

$$\Delta \bar{Y}_s(rh + iT_0) = \Delta \bar{Y}_s(rh), \quad i = 0, 1, \dots, (m-1). \quad (25)$$

Наступна умова впливає з означення повільновимірної системи та її періоду дискретизації. Тоді:

- при  $i = 0$  маємо

$$\Delta \bar{Y}_s(rh + T_0) = A_{21} \Delta \bar{Y}_f(rh) + A_{22} \Delta \bar{Y}_s(rh) + \bar{\Psi}_s \Delta \bar{\xi}_f(rh);$$

- при  $i = 1$  маємо

$$\Delta \bar{Y}_s(rh + 2T_0) = A_{21} \Delta \bar{Y}_f(rh + T_0) + A_{22} \Delta \bar{Y}_s(rh) + \bar{\Psi}_s \Delta \bar{\xi}_f(rh + T_0) =$$

$$= \sum_{i=0}^1 A_{22}^i A_{21} \Delta \bar{Y}_f[rh + (1-i)T_0] + A_{22}^2 \Delta \bar{Y}_s(rh) + \sum_{i=0}^1 A_{22}^i \bar{\Psi}_s \Delta \bar{\xi}_f(rh)[rh + (1-i)T_0];$$

- при  $i = 2$  з урахуванням попередніх кроків маємо

$$\begin{aligned} \Delta \bar{Y}_s(rh + 2T_0) &= \sum_{i=0}^2 A_{22}^i A_{21} \Delta \bar{Y}_f[rh + (2-i)T_0] + A_{22}^2 \Delta \bar{Y}_s(rh) + \\ &+ \sum_{i=0}^1 A_{22}^i \bar{\Psi}_s \Delta \bar{\xi}_f(rh)[rh + (2-i)T_0]. \end{aligned}$$

Продовжуючи ітераційну процедуру, при  $i = (m-1)$  отримаємо модель підсистеми КК для повільновимірюваних координат вершин:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{Y}_s((r+1)h) = & \sum_{i=0}^{m-1} A_{22}^i A_{21} \Delta \bar{Y}_f [rh + (m-1-i)T_0] + A_{22}^2 \Delta \bar{Y}_s(rh) + \\ & + \sum_{i=0}^{m-1} A_{22}^i \bar{\Psi}_s \Delta \bar{\xi}_f(rh) [rh + (m-1-i)T_0]. \end{aligned} \quad (26)$$

Таким чином, в наступній моделі наявні два типи збурень: зовнішнє  $\Delta \bar{\xi}_f$  (спричинене вершиною 13) та внутрішнє, породжене швидкозмінними координатами вершин КК:  $\sum_{i=0}^{m-1} A_{22}^i A_{21} \bar{\Psi}_s \Delta \bar{Y}_f [rh + (m-1-i)T_0]$ .

Модель для  $l$ -го каналу, де  $l = (p+1), \dots, n$ , можна записати наступним чином:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{Y}_{s_l}((r+1)h) = & \sum_{j=p+1}^n \alpha_{lj} \Delta \bar{Y}_{s_j} [rh] + \sum_{\mu=1}^p \sum_{\lambda=0}^m \beta_{l_{\mu\lambda}} \Delta \bar{Y}_{f_{\mu}} [rh + \lambda T_0] + \\ & + \sum_{\lambda=0}^{m-1} \rho_{l_{\lambda}} \Delta \bar{\xi}_f(rh) [rh + \lambda T_0], \end{aligned} \quad (27)$$

де  $(n-p) = \dim \Delta \bar{Y}_s$ ,  $p = \Delta \bar{Y}_f$  (27).

Запишемо цю модель для  $l$ -ї координати підсистеми з повільновимірюваними координатами на один період дискретизації  $h$  назад:

$$\Delta \bar{y}_{s_l}(rh) = \sum_{j=p+1}^n \alpha_{lj} \Delta \bar{y}_{s_j}[(r-1)h] + \Delta \bar{v}_{s_l}[(r-1)h], \quad (28)$$

де  $\Delta \bar{V}_{s_l}$  — сумарне збурення для координати  $\Delta \bar{Y}_{s_l}$  по  $i$ -му:

$$\Delta \bar{v}_{s_l}[(r-1)h + \lambda T_0] = \sum_{\mu=1}^p \sum_{\lambda=0}^m \beta_{l_{\mu\lambda}} \Delta \bar{Y}_{f_{\mu}} [rh + \lambda T_0] + \sum_{\lambda=0}^{m-1} \rho_{l_{\lambda}} \Delta \bar{\xi}_f(rh) [rh + \lambda T_0]. \quad (29)$$

Тоді модель (29) можна записати у векторній формі у правій частині:

$$\Delta \bar{y}_{s_l}(rh) = \bar{X}_s^T((r-1)h) \bar{\theta}_{s_l} + \Delta v_{s_l}((r-1)h), \quad (30)$$

де вектор повільновимірюваних координат вершин КК має вигляд

$$\bar{X}_s^T((r-1)h) = \{\Delta y_{f_{p+1}}((r-1)h), \dots, \Delta y_{f_n}((r-1)h)\},$$

а вектор вагових коефіцієнтів КК матриці суміжності  $A_{22}^m$  для  $i$ -го каналу рівняється

$$\bar{\theta}_{s_l} = [\alpha_{l_{p+1}}, \dots, \alpha_{l_n}]^T, \quad l = (p+1), \dots, n.$$

Реалізація алгоритму РМНК для оцінювання вектора  $\bar{\theta}_{s_l}$  виконується відразу для декількох періодів  $c$  квантування  $h$  для кожного каналу  $l = (p+1), \dots, n$  при загальному векторі вимірювання координат вершин КК  $\bar{X}_s^T((r-1)h)$  на основі рівняння

$$\bar{Y}_{s_l}(rh) = \bar{X}_{s_l}(rh) \bar{\theta}_{s_l} + \Delta \bar{V}_{s_l}(rh), \quad (31)$$

де  $\bar{Y}_{s_l}(rh) = \begin{bmatrix} \Delta y_{s_l}(rh) \\ \vdots \\ \Delta y_{s_l}((r+c)h) \end{bmatrix}$  — вектор трьох координат розмірності  $c \times 1$ ;

$$\bar{\bar{X}}_{s_l}(rh) = \begin{bmatrix} \Delta y_{f_{p+1}}((r-1)h) & \dots & \Delta y_{f_n}((r-1)h) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta y_{f_{p+1}}((r+c-1)h) & \dots & \Delta y_{f_n}((r+c-1)h) \end{bmatrix} \text{ — матриця відповідних ко-}$$

ординат вимірювання розмірності  $c \times (n-p)$ .

Використаємо наступну модифіковану рекурентну процедуру з забуванням, аналогічну процедурі (17)–(23).

**Крок РМНК з забуванням для  $k$ -го кроку:**

$$\bar{P} = \bar{X}_{s_l}((r+k)h)P_{k-1}\bar{X}_{s_l}^T((r+k)h) + I, \quad (32)$$

$$\bar{\bar{P}} = P_{k-1}\bar{\bar{X}}_{s_l}^T((r+k)h)[\bar{P}]^{-1}\bar{X}_{s_l}((r+k)h)P_{k-1}, \quad (33)$$

$$P_k = P_{k-1} - \bar{\bar{P}}, \quad (34)$$

$$K = P_k\bar{\bar{X}}_{s_l}((r+k)h), \quad (35)$$

$$\hat{\theta}_{f_{ik}} = \hat{\theta}_{f_{ik-1}} + K(\bar{Y}_{s_l}((r+k)h) - \bar{X}_{s_l}((r+k)h)\bar{Y}_{s_l}((r+k)h)) / \beta, \quad (36)$$

де фактор експоненційного забування [6] вибирається в межах  $0,9 < \beta < 1$ , матриці  $\bar{\bar{X}}_{s_l}((r+k)h)$  та  $\bar{Y}_{s_l}((r+k)h)$  сформовані таким чином:

$$\bar{\bar{X}}_{s_l}((r+k)h) = \begin{bmatrix} \Delta y_{f_{p+1}}((r+k-1)h), & \dots, & \Delta y_{f_n}((r+k-1)h) \\ \vdots & & \vdots \\ \Delta y_{f_{p+1}}((r+k+c-1)h), & \dots, & \Delta y_{f_n}((r+k+c-1)h) \end{bmatrix}, \quad (37)$$

$$\bar{Y}_{s_l}((r+k)h) = \begin{bmatrix} \Delta y_{s_l}((r+k)h) \\ \vdots \\ \Delta y_{s_l}((r+k+c)h) \end{bmatrix}. \quad (38)$$

### Дослідження алгоритмів ідентифікації вагових коефіцієнтів матриці суміжності підсистеми імпульсних процесів КК

Згідно з когнітивною картою (див. рис. 1) розрізняємо систему з швидковимірними координатами:  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$ . Матрицю суміжності цієї підсистеми, а також матрицю сумісності та впливу шуму запишемо

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,3 & 0 & 0,1 & 0,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0,1 & 0 & -0,6 \\ 0 & 0 & 0 & 0,7 & 0 & 0 \\ -0,2 & 0,7 & -0,5 & 0 & 0,7 & 0 \\ 0 & 0,6 & 0,6 & 0 & 0 & -0,5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -0,15 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0,2 & -0,1 & 0,05 & 0 & 0,2 & -0,1 \\ 0,1 & 0,01 & 0,05 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0,3 & 0,1 & 0 & 0,1 & 0 & -0,2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\Psi}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,05 \\ -0,1 \\ -0,1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$



Підсистема (24) з повільновимірюваними координатами включає вершини КК  $y_7, y_8, y_9, y_{10}, y_{11}, y_{12}$ . Відповідні задаючі матриці мають такий вигляд:

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,9 & 0 & 0,2 & 0 & -0,2 \\ 0 & 0,2 & 0,9 & 0 & 0,15 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -0,2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,2 \\ 0 & 0,3 & 0 & 0 & 0 & -0,3 \\ 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,15 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,25 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,3 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{\Psi}_s = \begin{bmatrix} -0,1 \\ -0,05 \\ 0 \\ 0 \\ -0,1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Для моделювання роботи системи на вершину 13 інформаційних збурень подається збурення одиничного ступінчатого виду.

У результаті ідентифікації точно відтворено швидкодіючу систему за всіма каналами (рис. 2, ідентифікація швидкодіючої системи (матриця  $A_{11}$ ), де 1 — точне значення коефіцієнтів; 2 — апроксимація на відповідному кроці алгоритму).

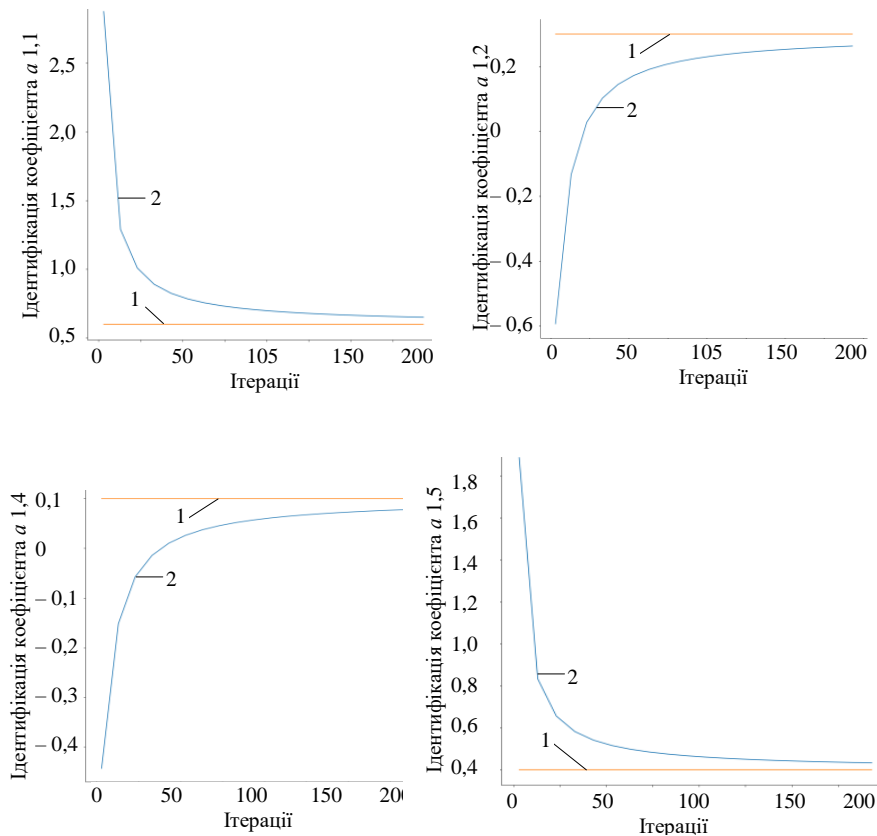
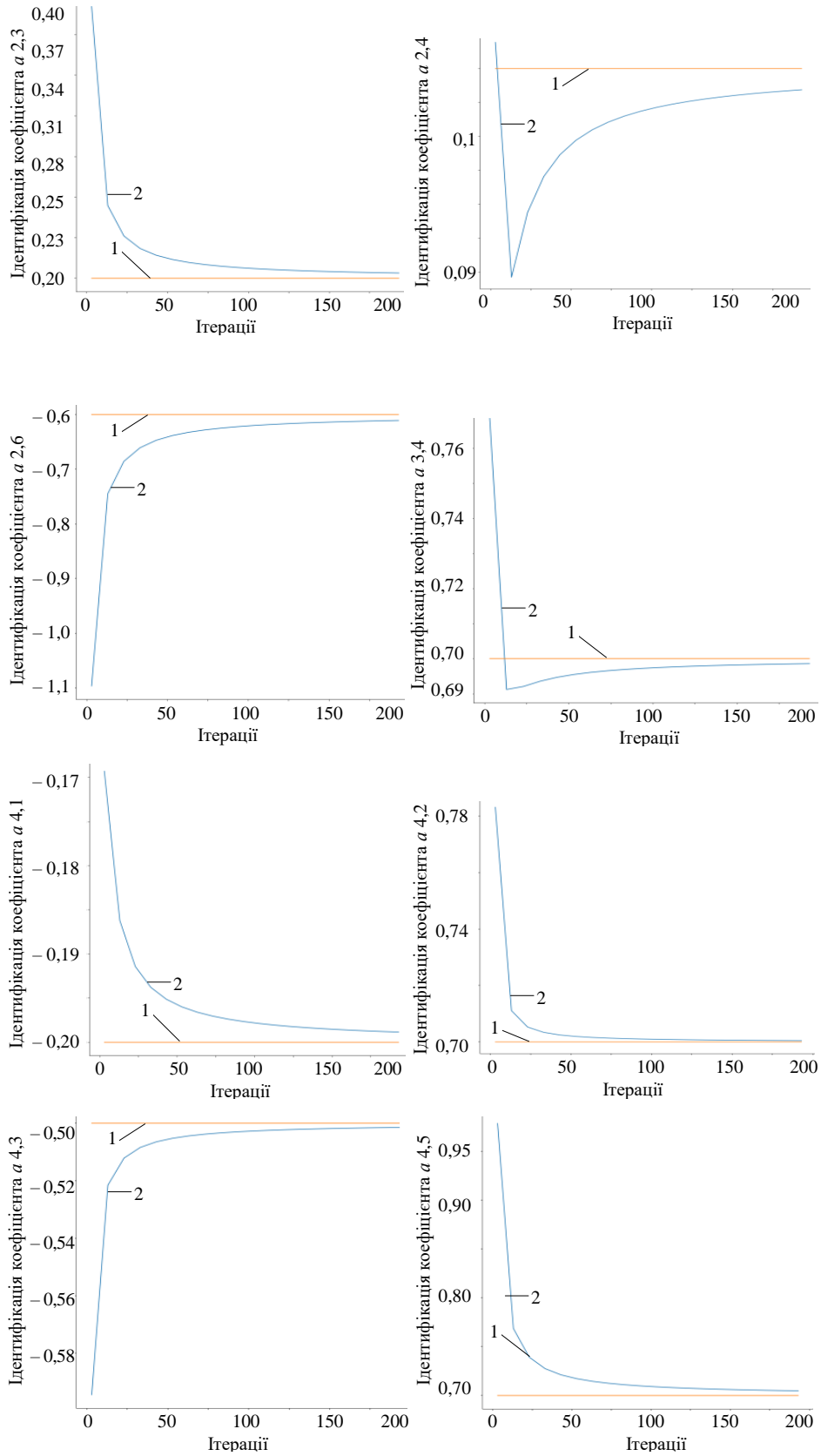
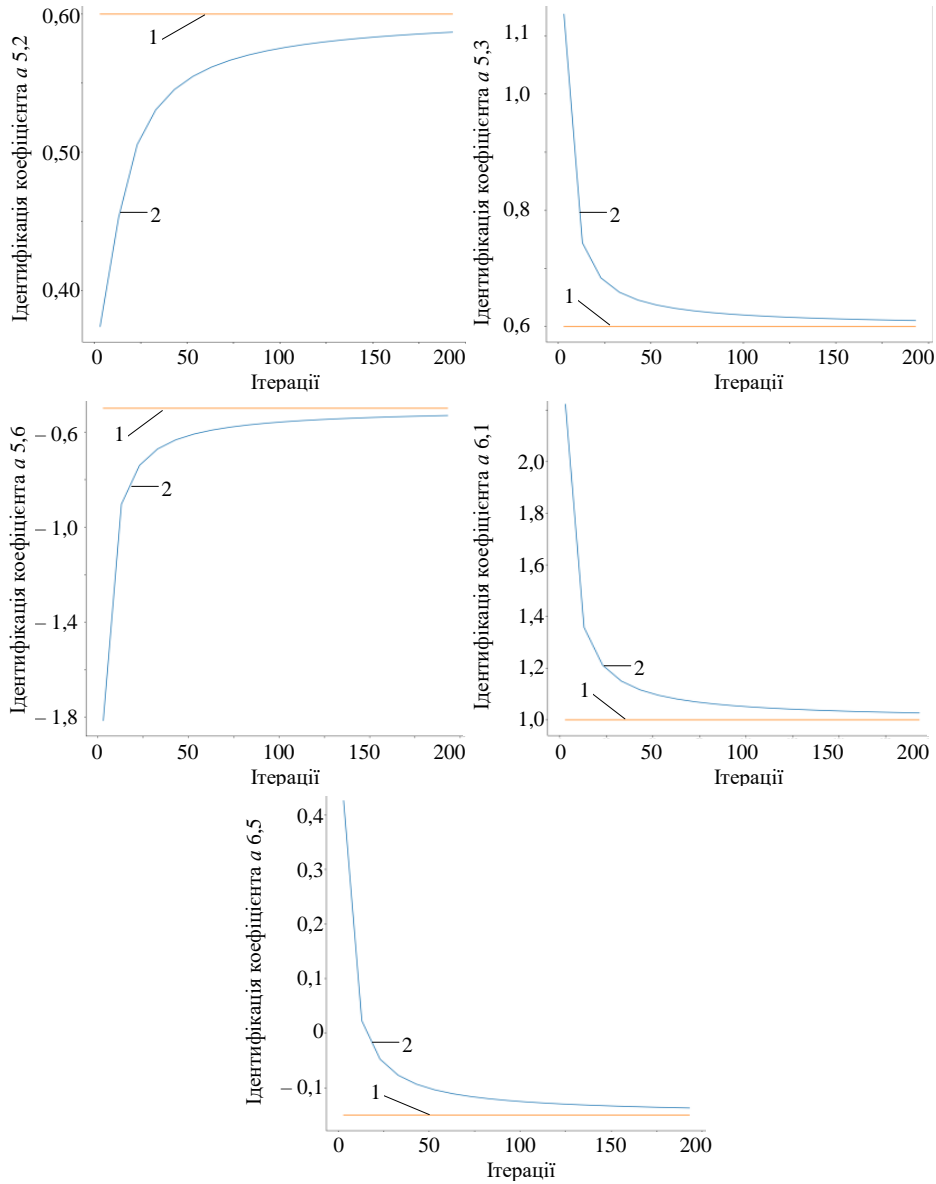


Рис. 2



Продовження рисунка 2



Аналогічні результати отримані і для повільнодіючої підсистеми (рис. 3, ідентифікація повільнодіючої складової (матриця  $A_{22}$ ), де 1 — точне значення коефіцієнтів; 2 — апроксимація на відповідному кроці алгоритму).

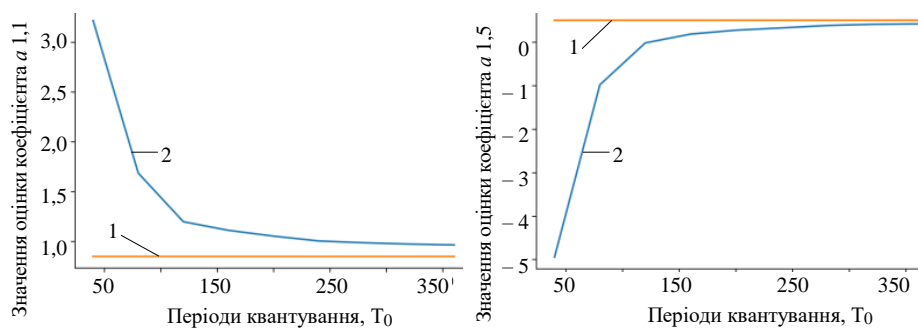
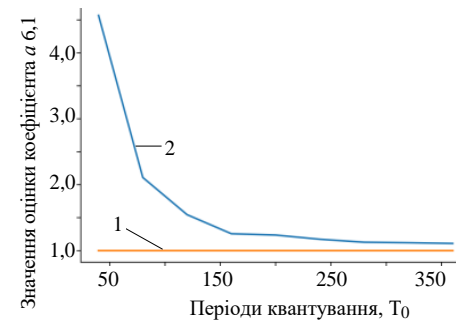
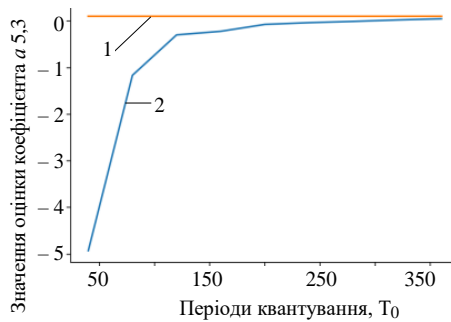
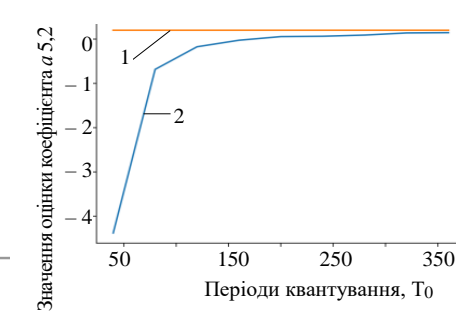
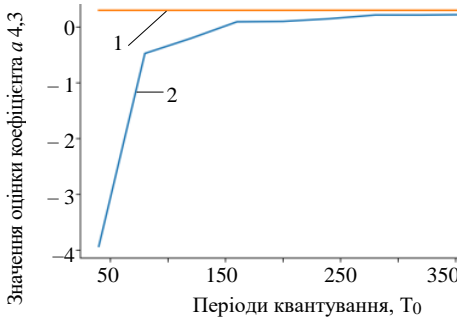
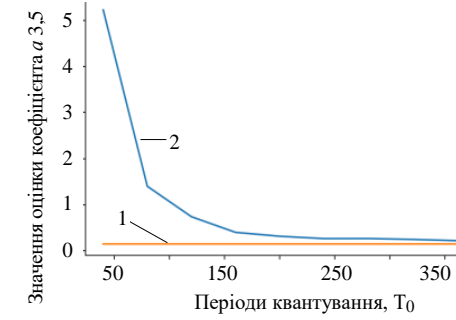
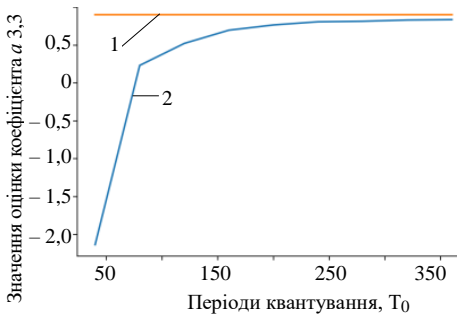
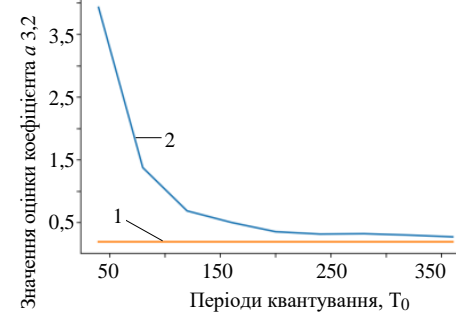
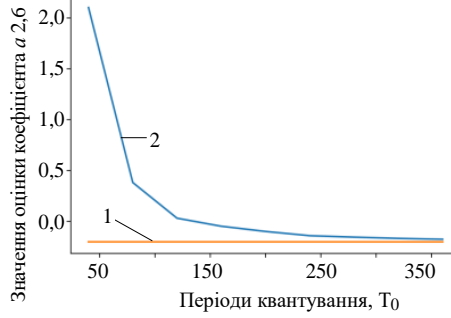
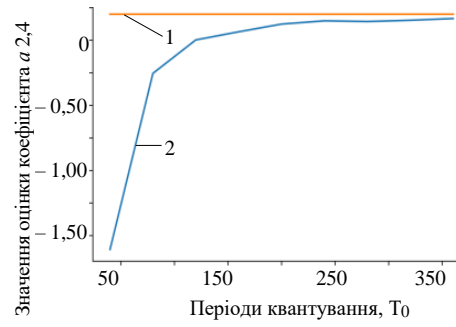
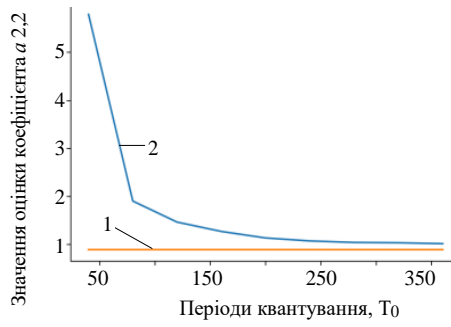


Рис. 3



Ідентифікація повільнодіючої системи відбувалась з прив'язкою ітерацій до періоду дискретизації системи, а в швидкодіючій системі достатньо одного набору значень, і вона була проітерована за кроком РМНК без зміщення значень за часом. Для повільнодіючої системи спостерігається значно більший вплив шумів і повільніша збіжність.

*H. Kantsedal*

IDENTIFICATION OF THE ADJACENCY MATRIX  
IN THE MODEL OF IMPULSE PROCESSES  
WITH MULTI-RATE DISCRETIZATION  
IN THE COGNITIVE MAPS APPLIED  
TO THE CRYPTOCURRENCY MARKET

**Heorhii Kantsedal**

Educational-scientific Institute for Applied System Analysis of National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»,

*g.kantsedal@protonmail.com*

The stagnation of cryptocurrencies in the financial markets is characterized by a collapsible dynamic, as it reflects the non-stationarity of processes and the inconsistency of the situation. In the process of cryptocurrency usage, various developments are aimed at changing the level of up to the replacement of cryptocurrencies. That is why, during operations with cryptocurrencies, the onset of risks is blamed [1]: The risk of losing users leads to a decrease in the price of Bitcoin; Risks associated with incorrect general simultaneous expectations of many users, created by manipulations of traders on financial exchanges; The risk of a sharp collapse of the cryptocurrency exchange rate as a result of common manipulations on the exchanges, which can include the so-called high-frequency trading, which consists in the presence of a specific group of users in the presence of a speed advantage in buying monetary assets before the majority of investors and selling them to slower users until the information about the purchase reaches to the slow investor. These actions, in combination with algorithmic trading, the mechanism of derivatives, and quarterly futures implemented on the stock exchanges, create a real threat of a significant change in the exchange rate from relatively minor disturbances; Risks associated with the lack of a guarantee for the preservation of capital invested in the purchase of cryptocurrency, which leads to a certain hysteria among users in the process of trading on stock exchanges. To describe the impact of these risks, the article examines the cognitive map (CM) of the use of cryptocurrency in the financial market, based on which a dynamic model of impulse processes of CM is described in the form of systems of difference equations (Roberts equation [1]) with different rate discretization. At the same time, the decomposition of the initial theoretical model of impulse processes of CM with one-rate discretization into subsystems with rapidly measured and slowly measured coordinates of CM vertices was performed. For this, subsystem models are presented with different discretization coordinates and are interconnected. Algorithms for identifying the coefficients of the adjacency matrix of impulse processes of CM for subsystems are developed based on the recurrent least squares method, respectively, in fast-changing and slowly-changing time

scales. Based on digital modeling, experimental studies of the speed and accuracy of estimating the weighting coefficients of adjacency matrices in models of impulse processes of CM subsystems were performed.

**Keywords:** Cognitive map, impulse process, cryptocurrency, multi-rate discretization, identification.

#### REFERENCES

1. Roberts F. Discrete mathematical models with applications to social, biological, and environmental problems. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1976. 559 p.
2. Романенко В., Мілявський Ю., Канцедал Г. Адаптивна система для стабілізації нестабільного курсу криптовалюти на основі моделі імпульсного процесу когнітивної карти. *Міжнародний науково-технічний журнал «Проблеми управління і інформатики»*. 2021. С. 11–23.
3. Romanenko V., Miliavskiy Y., Kantsedal H. Application of impulse process models with multi-rate sampling in cognitive maps of cryptocurrency for dynamic decision making. *Studies in Computational Intelligence*. 2022. Vol 1022. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-94910-5\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-030-94910-5_7).
4. Hao Yue, Simoncini Valeria. The Sherman–Morrison–Woodbury formula for generalized linear matrix equations and applications. *Numerical linear algebra with applications*, 2021. Vol 28. <https://doi.org/10.1002/nla.2384>.
5. Michele Benzi and Chiara Faccio. Solving linear systems of the form  $(A + \gamma U U^T) x = b$  BY PRECONDITIONED iterative methods. Scuola Normale Superiore. Piazza dei Cavalieri, Italy, 2022. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2206.10444>.
6. Ta-Hsin Li. On Exponentially Weighted Recursive Least Squares for Estimating Time-Varying Parameters, Department of Mathematical Sciences IBM T. J. Watson Research Center Yorktown Heights, NY, 2003. <https://doi.org/10.1080/15598608.2008.10411879>.

Отримано 10.10.2022