УДК 62.50

В.Д. Романенко, Ю.Л. Мілявський

КООРДИНУЮЧЕ КЕРУВАННЯ ІМПУЛЬСНИМ ПРОЦЕСОМ КОГНІТИВНОЇ КАРТИ У СТОХАСТИЧНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Романенко Віктор Демидович

Навчально-науковий інститут прикладного системного аналізу Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,

ipsa@kpi.ua, romanenko.viktorroman@gmail.com

Мілявський Юрій Леонідович

Навчально-науковий інститут прикладного системного аналізу Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,

yuriy.milyavsky@gmail.com

Розглянуто керування співвідношеннями (координуюче керування) в імпульсних процесах когнітивних карт (КК). КК — це модель складної системи у формі орієнтованого графу, вершини якого представляють основні фактори (концепти), що діють у цій системі, а ребра — взаємозв'язки між ними. Актуальність цієї задачі пов'язана з тим, що у складних соціальних, економічних, політичних, екологічних та інших системах, що можуть бути описані КК, дуже часто виникає необхідність у встановленні певних співвідношень між ключовими факторами систем, виражених вершинами КК. Співвідношення представлено у формі системи лінійних рівнянь, де змінними є координати вершин КК. При постановці задачі припускається, що вершинами КК можна безпосередньо керувати, а також, що система функціонує у стохастичному середовищі. Запропоновано критерій оптимальності у формі узагальненої дисперсії нев'язок співвідношень та приростів керувань, що забезпечує одночасно дотримання бажаних співвідношень та обмежену амплітуду керувань. Одночасно ставиться стандартна задача стабілізації координат вершин КК на заданих рівнях, але задача координації вважається більш пріоритетною. У процесі розв'язання двокритеріальну задачу зведено до однокритеріальної оптимізаційної задачі з лінійними обмеженнями. Розв'язок отримано на основі використання методу множників Лагранжа. Здійснено чисельне моделювання імпульсного процесу КК комерційного банку при дії випадкових збурень у припущенні, що банку необхідно дотримуватись співвідношення між обсягами кредитного і депозитного портфелів. Показано, що метод є ефективним, оскільки дисперсія нев'язки співвідношення значно зменшилась при застосуванні запропонованого методу порівняно з керуванням, що враховує тільки стабілізацію вершин на заданих рівнях. При цьому якість керування та амплітуда керуючих впливів практично не змінилась.

Ключові слова: когнітивна карта, імпульсний процес, координуюче керування, багатокритеріальна оптимізація, комерційний банк.

Вступ

Когнітивна карта (КК) — це модель складної системи у формі орієнтованого графу, вершини якого представляють основні фактори (концепти), що діють у цій системі, а ребра — взаємозв'язки між ними. Такі моделі широко застосовуються до опису соціально-економічних та інших систем, які важко піддаються кількісному аналізу. Кожній вершині КК приписується певне числове значення (координата), реальне або умовне. Процес зміни значень координат вершин КК називається імпульсним процесом. Для його опису застосовують різні моделі, зокрема модель у формі різницевого рівняння першого порядку у приростах змінних.

Розглянемо задачу керування співвідношеннями (координуючого керування) координат вершин КК у стохастичному середовищі. Актуальність цієї задачі пов'язана з тим, що у складних соціальних, економічних, політичних, екологічних та інших системах, що можуть бути описані КК, дуже часто виникає необхідність у встановленні певних співвідношень між ключовими факторами систем, представленими вершинами КК. На даний час практично невідомі теоретичні розробки, спеціально присвячені координуючому керуванню в КК. Є ряд робіт, присвячених координуючому керуванню загалом, без прив'язки до КК [1, 2], але вони працюють у детермінованому середовищі. У той же час більшість систем, що описуються КК, функціонують у середовищі, що краще описується як стохастичне, тому що вихідні координати соціально-економічних та інших систем зазвичай не піддаються точному вимірюванню. Слід зазначити, що методи, розроблені для координуючого керування детермінованими об'єктами, складно пристосувати на стохастичний випадок. Це пов'язано в першу чергу з тим, що у цьому випадку неможливо вимагати чіткого виконання заданих співвідношень між координатами, оскільки усі сигнали є випадковими. Тому логічно запропонувати критерій мінімуму дисперсії заданого співвідношення аналогічно критерію мінімуму дисперсії власне вихідної координати.

Зрозуміло, що розв'язок задачі мінімізації дисперсії співвідношення, як і в детермінованому випадку, неєдиний. Тому, крім мінімізації цього базового критерію, для однозначності розв'язку необхідно застосовувати також інший критерій. Природним критерієм є загальноприйнятий критерій мінімуму дисперсії різниці вихідних координат та задавальних дій. Але ці два критерії (за дисперсією співвідношення та дисперсією вихідної координати) мають різні точки мінімуму, тобто виникає задача багатокритеріальної оптимізації в стохастичному середовищі. Її поставлено і розв'язано у [3] для довільної системи у стохастичному середовищі, представленої у формі різнотемпової моделі ARMAX (авторегресії та ковзного середнього із додатковим вхідним сигналом). У випадку імпульсного процесу в КК, що описується рівнянням Робертса [4], цей метод досі не застосовувався. Натомість у детермінованому випадку для цього рівняння розроблено метод координуючого керування [5], перевага його в тому, що він працює також у випадку нестійкого імпульсного процесу. У [6] запропоновано алгоритм керування співвідношеннями координат двох КК, пов'язаних між собою, що функціонують у детермінованому середовищі, але при цьому взаємодія між ним представляється у формі вимірюваних збурень, що дозволило використати деякі ідеї з [3].

У даній роботі розглянуто загальний випадок імпульсного процесу однієї КК у стохастичному середовищі, при якому необхідно встановити співвідношення між координатами вершин в динаміці, на основі застосування методики [3] до КК.

Розробка алгоритму координуючого керування

Нехай керований імпульсний процес КК у повних координатах вершин описується по аналогії з [5] :

$$[I-(I+A)q^{-1}+Aq^{-2}]\bar{y}(k)=Bq^{-1}\Delta\bar{u}(k)+\bar{\xi}(k)\,, \tag{1}$$

де q^{-1} — оператор зворотного зсуву на один період дискретизації, усі матриці квадратні $(n\times n)$, матриця A — транспонована матриця суміжності КК, всі власні числа якої менші за одиницю (стійка система), матриця керування найчастіше $B=I$ (є можливість варіювання ресурсами усіх вершин), $\Delta\bar{u}(k)$ — вектор приростів керувань, $\bar{\xi}(k)$ — вектор стохастичних збурень (або похибок вимірювань координат вершин) у вигляді білого шуму, некорельованого з вихідними координатами і керуваннями.

Для зручності подальших викладок розглянемо наступну координату:

$$\tilde{\bar{y}}(k+1)=(I+A)\bar{y}(k)-A\bar{y}(k-1)\,.$$

Таким чином, $\tilde{\bar{y}}(k+1)$ є відомою на момент k частиною $\bar{y}(k+1)$.

Введемо спочатку стандартний критерій узагальненої дисперсії нев’язки між вихідними координатами $\bar{y}(k+1)$ і вектором задавальних дій $\bar{G}$, що буде мінімізуватись по $\Delta\bar{u}(k)$:

$$J_G(k+1)=E\{(\bar{y}(k+1)-\bar{G}(k))^{\mathrm{T}}(\bar{y}(k+1)-\bar{G}(k))+\Delta\bar{u}^{\mathrm{T}}(k)R\Delta\bar{u}(k)\}\to\min. \tag{2}$$

На кожному кроці алгоритму під оператором E будемо розуміти умовне математичне сподівання відносно усієї інформації, доступної на момент часу k включно. Матриця R у (2) припускається симетричною, невід’ємно визначеною і такою, що $B^{\mathrm{T}}B+R$ невироджена.

Для мінімізації (2) розділимо $\bar{y}(k+1)$ на відому і невідому частини, тобто

$$\bar{y}(k+1)=\tilde{\bar{y}}(k+1)+B\Delta\bar{u}(k)+\bar{\xi}(k+1)\,.$$

Тоді критерій (2) можна записати так:

$$\begin{aligned}J_G(k+1)&=(\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{G}(k)+B\Delta\bar{u}(k))^{\mathrm{T}}(\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{G}(k)+B\Delta\bar{u}(k))+\\&+\Delta\bar{u}^{\mathrm{T}}(k)R\Delta\bar{u}(k)+2E\{(\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{G}(k)+B\Delta\bar{u}(k))^{\mathrm{T}}\bar{\xi}(k+1)\}+E\{\bar{\xi}^{\mathrm{T}}(k+1)\bar{\xi}(k+1)\}.\end{aligned}$$

Останній доданок не залежить від $\Delta\bar{u}(k)$, і тому похідна від нього по $\Delta\bar{u}(k)$ дорівнює нулю. Передостанній доданок дорівнює нулю, бо, за припущенням, вхідний шум має нульове середнє, некорельований і не залежить від решти змінних, отже, перший співмножник можна винести за оператор математичного сподівання, а другий рівнятиметься нулю. Для того щоб взяти похідну від перших двох доданків, скористаємось тим фактом, що, як легко перевірити (див., наприклад, [7]), похідна по вектору u від виразу типу $(Au+c)^{\mathrm{T}}Q(Au+c)$, де Q — симетрична матриця, c — вектор, дорівнює $2A^{\mathrm{T}}Q(Au+c)$. Отже,

$$\frac{\partial J_G(k+1)}{\partial\Delta\bar{u}(k)}=2B^{\mathrm{T}}(B\Delta\bar{u}(k)+\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{G}(k))+2R\Delta\bar{u}(k).$$

Прирівнюємо до нуля і переносимо $\Delta\bar{u}(k)$ в праву частину, після чого отримуємо $(B^{\mathrm{T}}B\ +R)\Delta\bar{u}(k)=-B^{\mathrm{T}}(\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{G}(k))$. Покажемо, що розв'язок цього рівняння є точкою мінімуму. Дійсно, $\dfrac{\partial^2 J_G(k+1)}{\partial\Delta\bar{u}^2(k)}=2(B^{\mathrm{T}}B+R)$, а $B^{\mathrm{T}}B\geq 0, R\geq 0$, тому $B^{\mathrm{T}}B+R\geq 0$, і за умовою $B^{\mathrm{T}}B+R$ невироджена, тому $\dfrac{\partial^2 J_G(k+1)}{\partial\Delta\bar{u}^2(k)}$ додатно визначена, отже, маємо точку мінімуму [8].

Тоді відповідне керування обчислюється за формулою

$$\Delta\bar{u}_G(k)=-(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1}\{B^{\mathrm{T}}(\tilde{\bar{y}}(k+1)-G(k))\}. \tag{3}$$

Перейдемо безпосередньо до задачі координуючого керування. Нехай задано набір *M* співвідношень у вигляді

$$S\bar{y}(k)=\bar{b}\ , \tag{4}$$

де $\bar{b}$ — заданий вектор розмірності *M*, *S* — задана матриця розмірності $M\times n$, $M<n$, причому $\operatorname{rank}(SB)=M$. Вимога координуючого керування полягає в тому, що співвідношення (4) має виконуватись якомога точніше на кожному періоді дискретизації.

Введемо критерій мінімізації дисперсії нев'язки співвідношень:

$$J_b(k+1)=E\{(S\bar{y}(k+1)-\bar{b})^{\mathrm{T}}(S\bar{y}(k+1)-\bar{b})\}\to\min. \tag{5}$$

Виникає проблема вибору задавальної дії $\bar{G}$ у такій постановці. У [3] розглянуто три схеми подачі задавальної дії з урахуванням співвідношень. Для цілей керування імпульсним процесом КК застосуємо першу схему, за якої задавальна дія подається на вхід незалежно, без зворотного зв'язку, тобто визначене наперед, але при цьому має задовольняти співвідношенню (4), $S\bar{G}(k)=\bar{b}$.

Розв'яжемо задачу мінімізації (5) по $\Delta\bar{u}(k)$. Для цього запишемо (5) аналогічно з попереднім випадком:

$$\begin{aligned}J_b(k+1)&=(S\tilde{\bar{y}}(k+1)+SB\Delta\bar{u}(k)-\bar{b})^{\mathrm{T}}(S\tilde{\bar{y}}(k+1)+SB\Delta\bar{u}(k)-\bar{b})+\\&+2E\{(S\tilde{\bar{y}}(k+1)+SB\Delta\bar{u}(k)-\bar{b})^{\mathrm{T}}S\bar{\xi}(k+1)\}+E\{\bar{\xi}^{\mathrm{T}}(k+1)S^{\mathrm{T}}S\bar{\xi}(k+1)\}.\end{aligned}$$

Останній доданок не залежить від $\Delta\bar{u}(k)$, і тому його при мінімізації можна не враховувати. Передостанній доданок дорівнює нулю, тому що за припущенням вхідний шум має нульове середнє, некорельований і не залежить від решти змінних, отже, перший співмножник можна винести за оператор математичного сподівання, а другий після цього буде рівним нулю. Перший доданок дорівнює квадрату евклідової норми вектора $S\tilde{\bar{y}}(k+1)+SB\Delta\bar{u}(k)-\bar{b}$. Відомо, що квадрат норми вектора невід'ємний і дорівнює нулю тоді і тільки тоді, коли вектор нульовий. Тому якщо рівняння $SB\Delta\bar{u}(k)=-(S\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{b})$ має розв'язок, то цей розв'язок є точкою глобального мінімуму критерію. За умовою вектор $\Delta\bar{u}(k)$ має розмірність *n*, $-(S\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{b})$ — розмірність *M*<*n*, і $\operatorname{rank}(SB)=M$. Тому за теоремою Кронекера–Капеллі [7] це рівняння має множину розв'язків, на яких і досягається мінімум критерію (5), а саме

$$SB\Delta\bar{u}(k)=-(S\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{b}). \tag{6}$$

ISSN 2786-6491

Взагалі кажучи, керування (3) не задовольняє рівності (6). Таким чином, маємо багатокритеріальну задачу оптимізації $\Delta\bar{u}(k)$ за критеріями (2), (5), причому критерій (5) є за умовою більш пріоритетним, але має неоднозначний розв’язок.

Метод умовної мінімізації дисперсії нев’язки співвідношень та узагальненої дисперсії вихідних координат

Пропонується такий метод розв’язання поставленої задачі. Розглянемо рівність (6) як обмеження, що обов’язково має виконуватись при мінімізації критерію (2), тобто зведемо задачу безумовної багатокритеріальної оптимізації до задачі умовної однокритеріальної оптимізації.

Задачу умовної оптимізації будемо розв’язувати методом множників Лагранжа [8], а потім застосуємо теорему Фробеніуса для обернення блочної матриці [7]. В результаті, по аналогії з [3], отримуємо таку теорему.

Теорема. *Нехай імпульсний процес КК задано у вигляді (1) і необхідно на кожному кроці формувати таке керування, яке буде мінімізувати критерії оптимальності (5) і (2), причому критерію (5) надається більший пріоритет. Тоді оптимальне таке значення* $\Delta\bar{u}(k)$ *:*

$$\begin{aligned}\Delta\bar{u}(k) = -(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1}\{[I-B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}L^{-1}SB(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1}][B^{\mathrm{T}}(\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{G}(k))]+\\ +B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}L^{-1}[S\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{b}]\},\end{aligned} \quad (7)$$

якщо $B^{\mathrm{T}}B+R$ та $L=SB(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1}B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}$ невироджені, $\tilde{\bar{y}}(k+1)=(I+A)\bar{y}(k)-$ $-A\bar{y}(k-1)$.

Доведення. Згідно з методом множників Лагранжа [8] для розв’язання задачі (2), (6) вводимо функцію Лагранжа:

$$l(\Delta\bar{u}(k),\lambda)=J_G(r+1)+\lambda^{\mathrm{T}}(SB\Delta\bar{u}(k)-\bar{b}+S\tilde{\bar{y}}(k+1)),$$

де λ — невідомий вектор-стовпчик розмірності *M*. Візьмемо похідну, скориставшись правилами матричного диференціювання [7], і прирівняємо її до нуля:

$$\frac{\partial l}{\partial\Delta\bar{u}(k)}=2(B^{\mathrm{T}}B+R)\Delta\bar{u}(k)+2B^{\mathrm{T}}(\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{G}(k))+B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}\lambda=0,$$

$$\frac{\partial l}{\partial\lambda}=SB\Delta\bar{u}(k)-\bar{b}+S\tilde{\bar{y}}(k+1)=0.$$

Для того щоб розв’язати цю систему, представимо її у блочно-матричній формі:

$$\begin{pmatrix}2(B^{\mathrm{T}}B+R) & B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}\\ SB & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Delta\bar{u}(k)\\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2B^{\mathrm{T}}(\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{G}(k))\\ -S\tilde{\bar{y}}(k+1)+\bar{b}\end{pmatrix},$$

тоді

$$\begin{pmatrix}\Delta\bar{u}(k)\\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2(B^{\mathrm{T}}B+R) & B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}\\ SB & 0\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}-2B^{\mathrm{T}}(\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{G}(k))\\ -S\tilde{\bar{y}}(k+1)+\bar{b}\end{pmatrix}.$$

Скористаємось теоремою Фробеніуса про обернення блочної матриці [7], згідно з якою $\begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}A^{-1}(I+BK^{-1}CA^{-1}) & -A^{-1}BK^{-1}\\ -K^{-1}CA^{-1} & K^{-1}\end{pmatrix}$, де вимагається невиродженість *A* та її доповнення Шура $K=D-CA^{-1}B$. Отже,

$$\begin{pmatrix}2(B^{\mathrm{T}}B+R) & B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}\\ SB & 0\end{pmatrix}^{-1}=$$

$$= \begin{pmatrix} 0,5(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1}[I+0,5B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}K^{-1}SB(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1}] & -0,5(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1}B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}K^{-1} \\ -0,5K^{-1}SB(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1} & K^{-1} \end{pmatrix},$$

$$K = -0,5SB(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1}B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}.$$

Зауважимо, що до виконаної вимоги невиродженості $B^{\mathrm{T}}B+R$ додалась вимога невиродженості K.

Значення множників Лагранжа λ нас не цікавлять, тому випишемо тільки формулу для $\Delta\bar{u}(k)$:

$$\Delta\bar{u}(k) = -0,5(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1}\{[I+0,5B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}K^{-1}SB(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1}]\times$$
$$\times 2[B^{\mathrm{T}}(\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{G}(k))] - B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}K^{-1}[S\tilde{\bar{y}}(k+1)-\bar{b}]\}.$$

Для того щоб позбавитись множників 2 і 0,5, визначимо $L = SB(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1}B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}}$ і після елементарних перетворень отримаємо шукану формулу (7).

Теорему доведено.

Розглянемо частковий випадок, коли R нульова і $L = SB(B^{\mathrm{T}}B)^{-1}B^{\mathrm{T}}S^{\mathrm{T}} = SS^{\mathrm{T}}$ невироджена. Тоді за формулою (7) у даному частковому випадку, враховуючи, що $(B^{\mathrm{T}}B+R)^{-1}B^{\mathrm{T}} = B^{-1}$, після ряду перетворень отримуємо

$$\Delta\bar{u}(k) = \Delta\bar{u}_G(k) - B^{-1}S^{\mathrm{T}}(SS^{\mathrm{T}})^{-1}(S\bar{G}(k)-\bar{b}). \quad (8)$$

Якщо задавальна дія задовольняє співвідношенням (4), то з (8) випливає, що у розглянутому частковому випадку $\Delta\bar{u}(k) = \Delta\bar{u}_G(k)$, тобто розв'язок задачі мінімізації (2) лежить на лінійному многовиді розв'язків задачі мінімізації (5). Це легко зрозуміти: за відсутності обмежень на керування (R = 0) критерій (2) зводиться до того, щоб якнайкраще наблизити вихідні координати до задавальних дій, і якщо воно задовольняє співвідношенню (4), то при оптимальному керуванні за критерієм (2) ці співвідношення теж будуть задовольнятись якнайкраще, тобто критерій (5) мінімізуватиметься автоматично. Втім, на практиці звичайно обмеження на керування доводиться накладати, матриця R відмінна від нульової, і тоді при керуванні за формулою (3) координуючий критерій (5) може не досягати свого мінімуму. А оскільки за умовою задача координації більш пріоритетна, і в першу чергу треба досягати саме мінімуму (5), а вже потім по можливості мінімізувати (2), то в загальному випадку отриманий розв'язок (7) оптимальний для даної задачі в цілому.

Приклад і аналіз результатів

Розглянемо стійку когнітивну модель діяльності комерційного банку [6] (рис. 1).

Вершини КК мають такий сенс: 1 — регіональна мережа, 2 — капітал, 3 — кредити, 4 — депозити, 5 — ліквідні активи, 6 — міра ризику стабільності, 7 — міра ризику ліквідності. Припустимо, що всі координати вимірюються і всіма можна безпосередньо керувати.

Матриця суміжності (до транспонування) має вигляд

$$W = \begin{pmatrix} 0 & -0,2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,15 & 0 & 0 & 0 & 0,85 & -0,5 & 0 \\ 0 & 0,13 & 0,75 & 0 & -0,95 & 0,3 & 0,1 \\ 0 & -0,2 & 0 & 0,8 & 0,9 & 0 & -0,2 \\ 0,1 & 0,03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,8 \\ 0 & 0 & 0 & -0,5 & 0 & 0,7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,7 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

ISSN 2786-6491

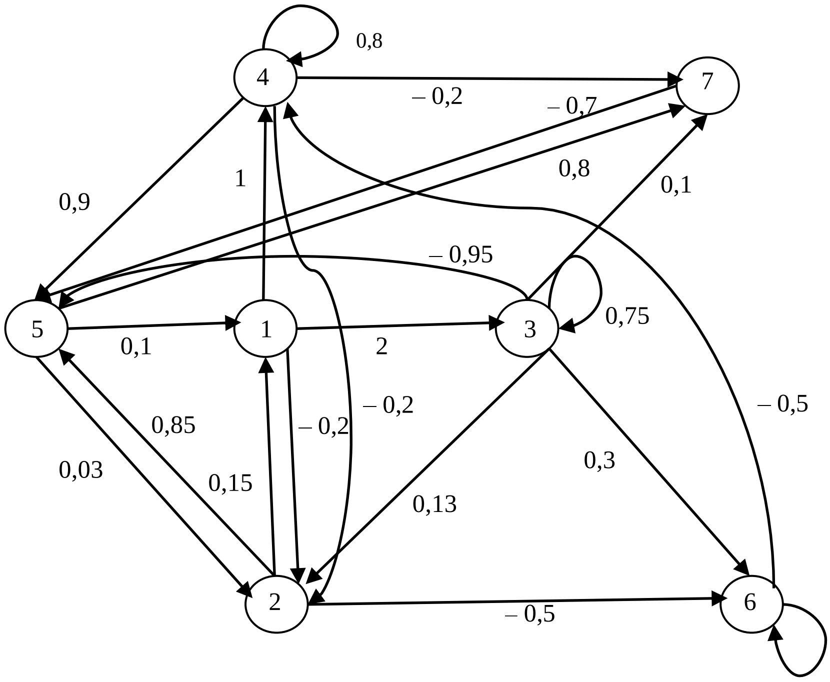

Рис. 1

Нехай початкові значення координат вершин дорівнюють $\bar{y}(0) = (1;5;18;12;2;1{,}5;2{,}5)$, а бажані значення $\overline{G} = (1;5;15;10{,}3;2;1{,}5;2{,}5)$. Співвідношення, яке потрібно дотримати, має вигляд $y_3 = 1{,}5y_4$ (обсяг депозитів має на 50 % перевищувати обсяг кредитів), тобто $S = (0;0;1;1{,}5;0;0;0)$, $\bar{b} = 0$. Нехай шум вимірювань є нормальним з нульовим середнім і одиничною дисперсією. У критерії оптимальності (2) покладемо $R = I$.

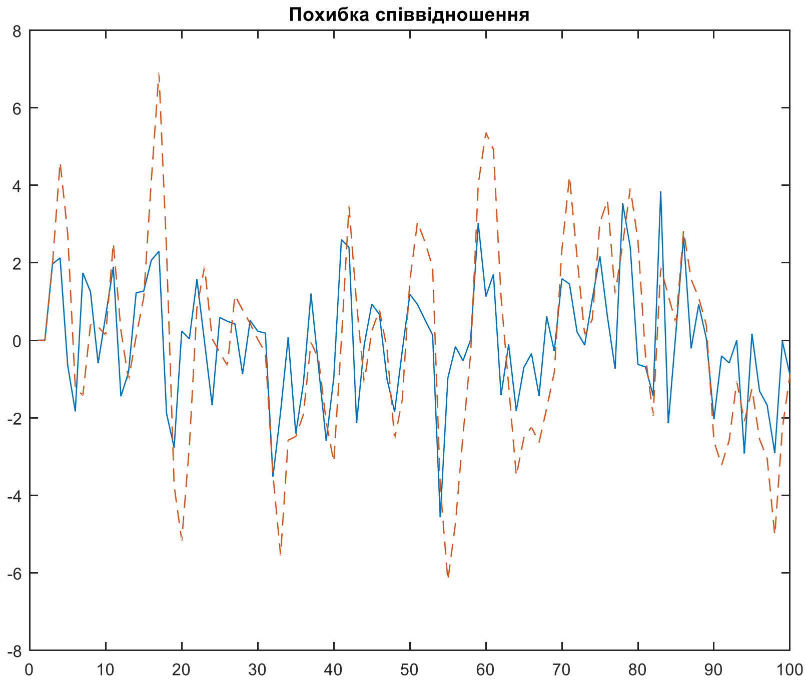

Рис. 2

На рис. 2–4 можна бачити нев'язку співвідношення, координати вершин та прирости керувань для алгоритмів на основі законів керування з координацією (7) (суцільна лінія) та без координації (3) (пунктирна лінія). Горизонтальні лінії на рис. 3 відповідають задавальним діям $\overline{G}$. Очевидно, що майже при однаковій точності стабілізації та амплітуді коливань вихідних координат і приростів керувань закон керування (7) значно зменшує дисперсію нев'язки співвідношення. а саме, з координацією дисперсія нев'язки становить 1,57, без координації — 2,57 (покращення в 1,6 разів).

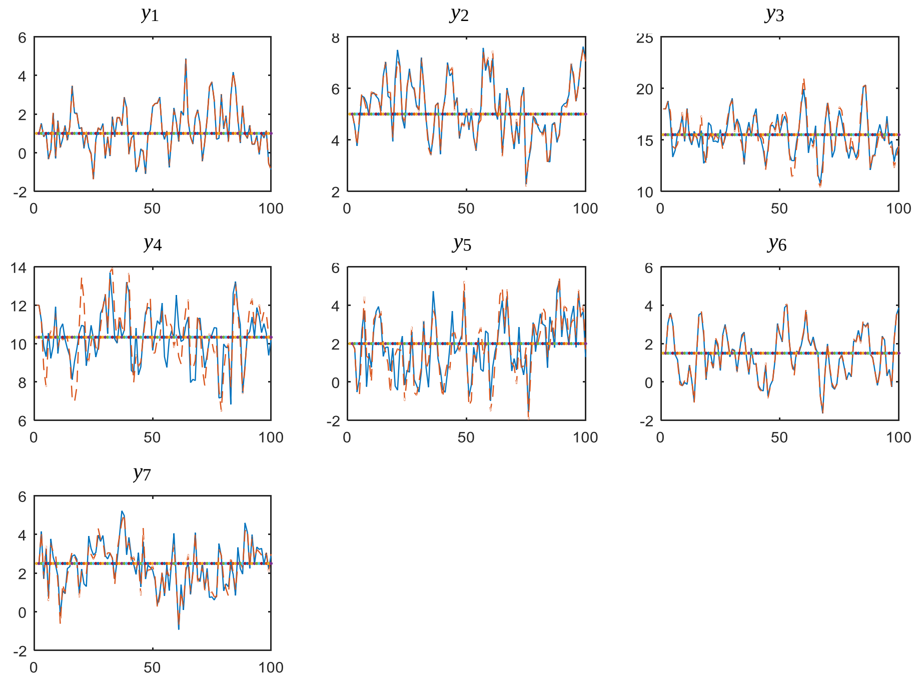

Рис. 3

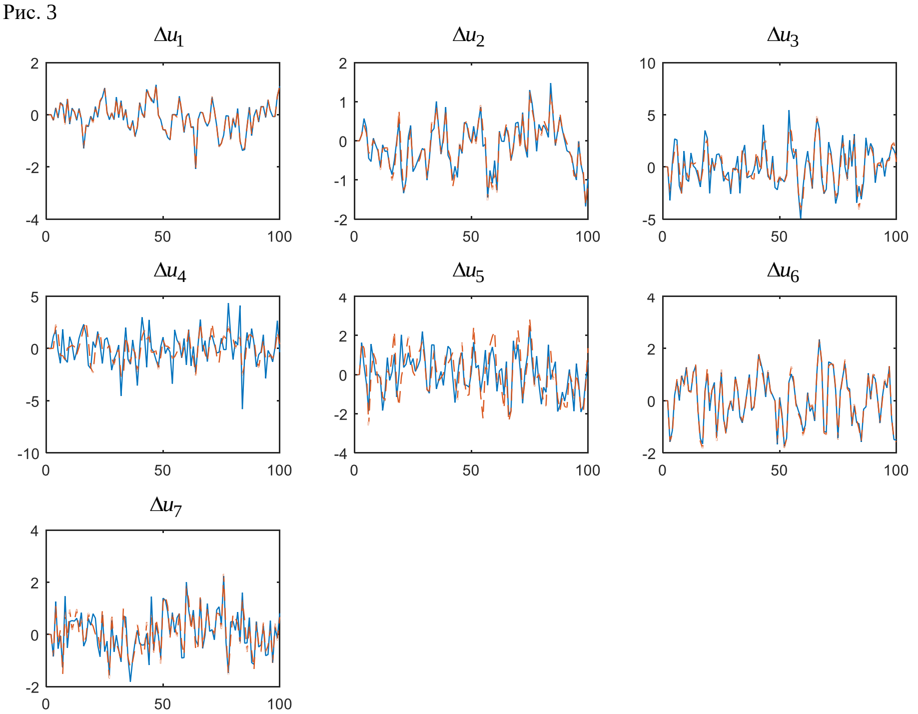

Рис. 4

Висновок

Отримано нові результати для координуючого керування складними системами, представленими імпульсними процесами в КК у стохастичному середовищі. Задача, яку було розв'язано, полягає в тому, що необхідно забезпечити мінімізацію нев'язки деякого набору лінійних співвідношень між координатами вершин КК в динамічному імпульсному процесі за умови, що на всі вершини КК можна діяти обмеженими керуваннями. Одночасно для однозначності розв'язку вирішується задача стабілізації координат вершин КК на заданих рівнях, але задача координації (встановлення заданих співвідношень) вважається більш пріоритетною. Вважається також, що система функціонує у стохастичному середовищі, в ролі критерію оптимальності виступає узагальнена дисперсія нев'язок співвідношень та приростів керувань. Двокритеріальну задачу зведено до однокритеріальної оптимізаційної задачі з лінійними обмеженнями. Закон керування представлено у явному вигляді. Чисельне моделювання на прикладі КК комерційного банку з вимогою дотримання співвідношення між обсягами кредитного і депозитного портфелю показало, що дисперсія нев'язки співвідношення зменшилась в 1,6 разів при застосуванні запропонованого методу порівняно з керуванням, що враховує тільки стабілізацію вершин на заданих рівнях.

V. Romanenko, Y. Miliavskyi

COORDINATING CONTROL OF A COGNITIVE MAP IMPULSE PROCESS IN STOCHASTIC ENVIRONMENT

Victor Romanenko

Educational-scientific Institute for Applied System Analysis of National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»,

ipsa@kpi.ua, romanenko.viktorroman@gmail.com

YuriiM iliavskyi

Educational-scientific Institute for Applied System Analysis of National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»,

yuriy.milyavsky@gmail.com

This paper considers ratio control (coordinating control) in cognitive maps (CM) impulse processes. CM is a model of a complex system in the form of a directed graph, where the nodes represent main factors (concepts) in this system and edges represent relationships between them. The importance of this problem is explained by the fact that in complex social, economic, political, ecological and other systems that can be described through the CM, it is very often required to establish certain relationships between the key factors of the systems represented by the CM nodes. The relationship is presented in the form of a system of linear equations, where the variables are the CM nodes coordinates. When formulating the problem it is assumed that the CM nodes can be directly controlled, and also that the system operates in stochastic environment. An optimality criterion is proposed in the form of a generalized variance of ratios discrepancies and control increments, which simultaneously ensures compliance with the desired ratios and limited amplitude of controls. At the same time, the standard problem of stabilizing the CM nodes coordinates at predefined levels is formulated, but the coordination problem is considered to have a higher priority. In the process of solving, the two-criteria problem is reduced to a one-criteria optimization problem with linear constraints. The solution was obtained based on the use of the Lagrange multipliers method. Numerical modeling of the CM impulse process of a commercial bank under the influence of random disturbances has been carried out with the assumption that the bank has to maintain a ratio between the volumes of loan and deposit portfolios. It is shown that the method is effective, since the ratio variance significantly decreased when using the proposed method compared to the control that takes into account only the nodes stabilization at the given levels. The quality of control and the amplitude of control inputs remained almost not changed.

Keywords: cognitive map, impulse process, coordinating control, multicriteria optimization, commercial bank.

REFERENCES

1. Бойчук Л.М. Синтез координирующих систем автоматического управления. М.: Энергоатомиздат, 1991. 160 с.
2. Мирошник И.В. Согласованное управление многоканальными системами. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 129 с.
3. Романенко В.Д., Мілявський Ю.Л. Координуюче керування багатовимірним об'єктом з різнотемповою дискретизацією у стохастичному середовищі. *Системні дослідження та інформаційні технології.* 2011. № 2. С. 7–20.
4. Roberts F. Discrete mathematical models with applications to social, biological, and environmental problems. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1976. 559 p.
5. Романенко В.Д., Мілявський Ю.Л. Управление соотношениями координат когнитивной модели сложной системы при неустойчивом импульсном процессе. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2015. № 1. С. 121–129.
6. Романенко В.Д., Милявский Ю.Л. Адаптивное координирующее управление соотношениями координат вершин взаимодействующих когнитивных карт в режиме импульсных процессов. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2015. № 3. С. 109–120.
7. Магнус Я.Р., Нейдекер Х. Матричное дифференциальное исчисление с приложениями к статистике и эконометрике. М.: Физматлит, 2002. 495 с.
8. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. М.: Наука, 1986. 248 с.

Отримано 08.11.2022