

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КЕРУВАННЯ ВІДНОСНИМ РУХОМ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ У ПРОЦЕСІ ПРИЧАЛЮВАННЯ

Волосов Віктор Вікторович

Інститут космічних досліджень НАН України та ДКА України, м. Київ,
orcid: 0000-0002-9003-150X

wolosov@mail.ru

Шевченко Володимир Миколайович

Інститут космічних досліджень НАН України та ДКА України, м. Київ,
orcid: 0000-0002-1304-9124

vovan_16@ukr.net

Розглядається задача синтезу керування м'яким зближенням активного та пасивного космічних апаратів із заданою їх фінальною відносною орієнтацією, тобто відносною орієнтацією пов'язаними з ними відповідними системами координат. Під м'яким зближенням розуміється установлення фізичного контакту активного та пасивного апаратів з малими (в ідеалі нульовими) відносними кутовими та просторовими швидкостями. При цьому передбачається, що пасивний космічний апарат рухається в центральному гравітаційному полі Землі по відомій круговій орбіті і обертається щодо інерційного простору з відомою кутовою швидкістю. Розв'язання поставленої задачі базується на використанні прямого методу Ляпунова з відомою спеціальною адаптацією для розв'язування класу задач керування орієнтацією космічних апаратів. А саме, для розв'язування загальної задачі керування орієнтацією космічних апаратів використовується її розбиття на кінематичну та динамічну задачі орієнтації, з подальшим застосуванням відповідних «кінематичних» та «динамічних» функцій Ляпунова. В результаті розв'язування кінематичної задачі визначається потрібне значення поточної кутової швидкості активного апарата. Розв'язуванням динамічної задачі керування визначається потрібний фізичний момент керування активним апаратом для відстеження згаданої його поточної кутової швидкості. В роботі даний метод вперше застосований також і для синтезу одночасного керування відносними кутовим та просторовим положеннями космічних апаратів. Комп'ютерним моделюванням проілюстровано ефективність синтезованого керування активним апаратом та його властивість топологічної грубості (у сенсі Андронова–Понтрягіна) до структурно-параметричних збурень або робастності, що використовується в сучасній термінології.

Ключові слова: зближення космічних апаратів, активний та пасивний апарати, синтез керування зближенням, кінематичні та динамічні задачі керування зближенням, адаптація прямого методу Ляпунова, топологічна грубість у сенсі Андронова–Понтрягіна синтезованого керування.

Вступ

Понад 50 років тому було вирішено найскладнішу науково-технічну проблему автоматичного стикування космічних апаратів на орбіті. 30 жовтня 1967 року відбулося перше у світі повністю автоматичне стикування двох безпілотних радянських космічних апаратів (КА): «Космос-186» та «Космос-188», що відкрило широкі перспективи створення на орбіті великих космічних комплексів, які складаються з окремих складових блоків, здатних проводити фундаментальні і прикладні дослідження космічного простору. Завдяки цьому з'явилась можливість реалізації сервісного обслуговування існуючих КА (ремонт, за-

правка паливом, інспекційний (розвідувальний) обліт та ін.). Сервісне обслуговування КА, що дозволить продовжити строк їх експлуатації, вважається одним із перспективних напрямків космічної діяльності, і дослідження зі створення систем сервісного обслуговування їх компонентів активно ведеться в різних країнах світу [1]. Зближення КА є найважливішою складовою багатьох космічних місій, зокрема сервісного обслуговування. КА при цьому функціонально поділяються на активний керований КА та пасивний КА, що здійснює некерований орбітальний політ. При цьому за існуючою термінологією пасивний КА може бути кооперованим і некооперованим. Кооперований КА може передавати на активний КА поточну інформацію про своє просторове та кутове положення щодо відповідної системи координат (СК). Іншими словами, він бере участь у системі взаємних вимірів. Некооперований пасивний інформаційно в процесі зближення не бере участі. Під некооперованим пасивним тут розуміється КА з непрацюючою системою вимірювання просторового положення та орієнтації, який може здійснювати неконтрольовані обертальні рухи. Визначення поточних просторового та кутового положень активного КА відносно пасивного КА виконується його оптоелектронними приладами (системою технічного зору, лазерними далекомірами або радіолокаторами). При цьому передбачається, що на борту активного КА є графічна модель пасивного КА, що задана в його будівельній СК. Зауважимо, що згаданий вище процес визначення поточних відносних просторових та кутових положень системи «активний КА + пасивний КА» здійснюється на ближній ділянці зближення, а саме, за різними літературними джерелами на відстані між КА від 50 до 1 м. Розв'язанню задач визначення поточних відносних положень КА, тобто поточних фазових станів динамічної системи «активний КА + пасивний КА» присвячено чимало робіт. Оскільки ці задачі тут не розглядаються, то зазначимо лише дві з них [1, 2].

Природно, що процеси керування і визначення зазначеного фазового стану відбуваються одночасно. Вирішення задач керування зближенням здійснюється на основі відомих методів перехоплення (паралельного, пропорційного зближення, чистого переслідування тощо) [3]. Дане дослідження також присвячене синтезу керування за припущенням, що є відомою інформація про поточний фазовий стан системи «активний КА + пасивний КА». Але при цьому використовується поширення або узагальнення відомого методу [4] декомпозиції рішення задач керування орієнтацією (обертанням) КА на кінематичну та динамічну підзадачі на керування як його обертальним, так і поступальним рухами.

1. Рівняння відносного руху центрів мас космічних апаратів

Диференціальні рівняння відносного руху двох КА у векторній формі в базовій інерціальній системі координат (ІСК) наведені в багатьох джерелах (див., наприклад, [5–8]). Але з метою наочності та зручності подальшого викладу постановок задач та їх вирішення наведемо їх скорочене виведення.

Розглянемо рух активного та некооперованого (пасивного) КА в процесі їх зближення, зневажаючи збуреннями від несферичності гравітаційного поля Землі (ГПЗ), а також факторами більш високого порядку малості. Параметри руху активного та пасивного КА позначимо символами з індексами a й p відповідно. При цьому отримаємо

$$\frac{d^2 r_p}{dt^2} + \mu \frac{r_p}{\|r_p\|^3} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d^2 r_a}{dt^2} + \mu \frac{r_a}{\|r_a\|^3} = a_a. \quad (2)$$

Тут r_p і r_a — поточні радіус-вектори пасивного і активного КА в ІСК, $\|r_p\|$ і $\|r_a\|$ — довжини (евклідові норми) відповідних векторів (відстані від центру Землі до центрів мас КА), a_a — керуюче прискорення руху активного КА, $\mu = 398\,600,4 \text{ км}^3/\text{с}^2$ — гравітаційна постійна Землі (рис. 1).

Введемо вектор відносного положення $\rho = r_a - r_p$, як показано на рис. 1 (ρ — лінія візування).

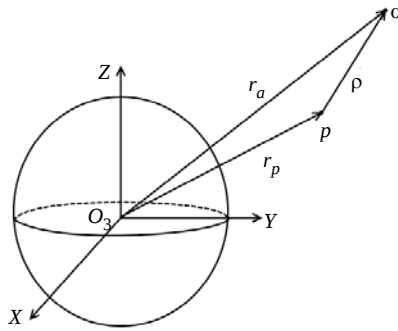


Рис. 1

Під O_3 на рис. 1 розуміється центр притягання — центр Землі.

Тоді рівняння відносного руху цих двох апаратів згідно з (1), (2) матиме вигляд

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} + \mu \left(\frac{r_a}{\|r_a\|^3} - \frac{r_p}{\|r_p\|^3} \right) = u, \quad \rho = r_a - r_p, \quad u = a_a. \quad (3)$$

Підставивши в (3) вираз $r_a = r_p + \rho$, отримаємо

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} + \mu \frac{r_p + \rho}{\|r_p + \rho\|^3} - \mu \frac{r_p}{\|r_p\|^3} = u. \quad (4)$$

Рівнянням (4) описується рух активного КА відносно пасивного в ІСК.

Для зручності подальших викладок представимо рівняння відносного руху активного КА в правій обертовій орбітальній системі координат (ОСК) $O_p x_0 y_0 z_0$ з початком координат у центрі мас (точці O_p) пасивного КА. Вважатимемо, що пасивний КА рухається круговою орбітою радіуса $R = \|r_p\|$. За аналогією з [9] вісь $O_p y_0$ направимо по поточній геоцентричній вертикалі, вісь $O_p x_0$ виберемо в площині орбіти з додатним напрямком убік руху КА. ОСК $O_p x_0 y_0 z_0$ обертається відносно ІСК з орбітальною кутовою швидкістю. При цьому вектор кутової швидкості $\Omega = (0, 0, -\omega_0)^T$, $\omega_0 = \sqrt{\mu / R^3}$ [9, 10] спрямований убік, протилежний додатному напрямку осі $O_p z_0$ (рис. 2).

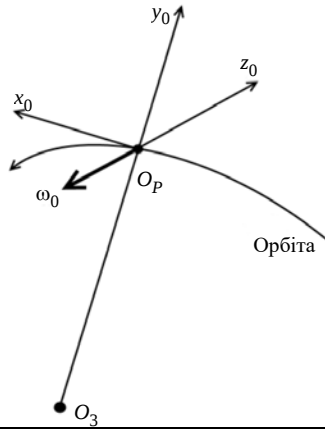


Рис. 2

З урахуванням відомих правил диференціювання векторів в обертовій СК [11, 12] і рівняння (4) отримуємо рівняння відносного руху активного КА в ОСК:

$$\ddot{\rho} + 2\ddot{\Omega}\dot{\rho} + \ddot{\Omega}\ddot{\Omega}\rho + \mu \frac{r_p + \rho}{\|r_p + \rho\|^3} - \mu \frac{r_p}{\|r_p\|^3} = u, \quad (5)$$

де $\rho = (x, y, z)^T$, $\dot{\rho} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$, $\ddot{\rho} = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})^T$,

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_0 \end{pmatrix}, \quad \ddot{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_0 & 0 \\ -\omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \ddot{\Omega}\ddot{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega^2 & 0 \\ -\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$r_p = \begin{pmatrix} 0 \\ R \\ 0 \end{pmatrix}, \quad r_p + \rho = \begin{pmatrix} x \\ R + y \\ z \end{pmatrix}, \quad \|r_p + \rho\| = \sqrt{x^2 + (y + R)^2 + z^2}.$$

Векторно-матричне рівняння (5) має таке скалярне представлення:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} + 2\omega_0\dot{y} - \omega_0^2x + \frac{\omega_0^2R^3x}{(\sqrt{x^2 + (y + R)^2 + z^2})^3} &= u_x, \\ \ddot{y} - 2\omega_0\dot{x} - \omega_0^2(y + R) + \frac{\omega_0^2R^3}{(\sqrt{x^2 + (y + R)^2 + z^2})^3}(y + R) &= u_y, \\ \ddot{z} + \frac{\omega_0^2R^3}{(\sqrt{x^2 + (y + R)^2 + z^2})^3}z &= u_z. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Оскільки на ділянці причалювання $\|\rho\| \ll R$, то використовується їхнє лінійне представлення, яке отримаємо розкладанням нелінійних функцій у лівих частинах рівнянь (6) у точці $x = y = z = 0$. Виконавши відповідні перетворення, отримаємо систему лінійних рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} + 2\omega_0\dot{y} &= u_x, \\ \ddot{y} - 2\omega_0\dot{x} - 3\omega_0^2y &= u_y, \\ \ddot{z} + \omega_0^2z &= u_z. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

виду Хілла або Клохессі–Уїлтшира [6].

Для формулювання постановки задачі керування введемо позначення $d = d(t)$ для поточної відстані між КА в процесі стикування. З урахуванням введених вище позначень очевидно, що

$$d(t) = \|\rho(t)\| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}. \quad (8)$$

1.1. Рівняння відносного кутового руху космічних апаратів. Отримаємо рівняння відносного кутового руху з використанням деяких припущень, прийнятих в [13] у постановці задачі стикування на її заключному етапі, а саме, етапі причалювання. Сумістимо з активним і пасивним КА праві ортогональні СК $O_a x_a y_a z_a$ (базис E_a) і $O_p x_p y_p z_p$ (базис E_p) з початками в їхніх центрах мас O_a і O_p .

Нехай взаємна орієнтація активного і пасивного КА (базисів E_a і E_p) визначається матрицею напрямних косинусів S , $S^{-1} = S^T$ так, що

$$X_a = S X_p, \quad (9)$$

де $X_a = (x_a, y_a, z_a)^T$ й $X_p = (x_p, y_p, z_p)^T$ — вектор-стовпці, складені з проєкцій довільного вектора $X = (x, y, z)^T$ на осі базисів E_a і E_p відповідно.

Елементи s_{ij} матриці орієнтації S в (9) можуть бути параметризовані вектором параметрів Ейлера–Родрига–Гамільтона (компонентів кватерніона) $\Lambda^T = (\lambda_0, \lambda^T)$, $\lambda^T = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$, $\|\Lambda\| = 1$ [4, 14, 15]. При цьому [16, 17]

$$S(\Lambda) = I_3 - 2\lambda_0 \tilde{\lambda} + 2\tilde{\lambda} \tilde{\lambda}, \quad (10)$$

$$\text{де } \tilde{\lambda} = -\tilde{\lambda}^T = \begin{pmatrix} 0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 \\ -\lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{pmatrix}, \det \tilde{\lambda} = 0, \text{ rank } \tilde{\lambda} = 2 \forall \|\lambda\| \neq 0.$$

Збігу осей СК $O_a x_a y_a z_a$ і $O_p x_p y_p z_p$ відповідає значення матриці напрямних косинусів $S = I_3$, чому відповідають два значення $\Lambda = (\pm 1, 0, 0, 0)$.

Кутовий рух активного КА описується динамічним рівнянням Ейлера:

$$J \dot{\omega} + \tilde{\omega} J \omega = M, \quad (11)$$

де $J = J^T \succ 0$ — додатно-визначена симетрична матриця представлення тензора інерції активного КА в пов'язаній з ним СК, що задовольняє умови реальних фізичних обмежень [18]; $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ — вектор абсолютної кутової швидкості активного КА, заданий проєкціями на координатні осі, пов'язаній з ним СК $O_a x_a y_a z_a$, $M = (M_1, M_2, M_3)^T$ — вектор керуючих моментів. Як безпосередньо впливає з рівняння (11), моменти керування M змінюють кутову швидкість КА і тим самим — матрицю відносної орієнтації S у рівнянні (10). Кінематичні рівняння відносного кутового руху мають вигляд [19]

$$\dot{\Lambda} = 0,5B(\Lambda)\omega_r, \quad \omega_r = \omega - S(\Lambda)\Omega, \quad (12)$$

з чотиримірним вектором стану $\Lambda \in R^4$, $\|\Lambda(t)\| = 1$, де 4×3 -матриця повного рангу

$$B(\Lambda) = \begin{pmatrix} -\lambda^T \\ \lambda_0 I_3 + \tilde{\lambda} \end{pmatrix}, \quad \text{rank } B(\Lambda) = 3 \forall \|\Lambda\| \neq 0.$$

Зокрема, з формули (10) безпосередньо видно, що одній і тій самій взаємній орієнтації СК $O_a x_a y_a z_a$ і $O_p x_p y_p z_p$ відповідають два значення вектора Λ , тому що $S(\Lambda) = S(-\Lambda)$.

1.2. Постановка задачі керування. За аналогією з [13] постановку задачі стикування на ділянці причалювання сформулюємо як загальну задачу синтезу керуючих прискорень $U = (u_x, u_y, u_z)$ у рівняннях (7) і керуючих моментів $M = M_c$ у динамічному рівнянні Ейлера (11) руху активного КА за умови виконання таких співвідношень:

$$d(t_E) = \|\rho(t_E)\| = 0, \quad \|\dot{\rho}(t_E)\| = 0, \quad S(t_E) = I_3, \quad \|\omega_r(t_E)\| = 0 \quad (13)$$

з вільним або заданим моментом часу $t = t_E$ (термінальне керування).

З урахуванням [13] також нехтуємо неоднорідністю ГПЗ через відносну малість зміни просторових координат на інтервалі часу заключного етапу стикування — етапу причалювання.

Зауважимо, що умови (13) взагалі ідеалізовані. Внаслідок неминучих похибок вимірювань вони можуть бути реалізовані лише приблизно. Тому актуальною є також задача отримання гарантованих оцінок точності реалізації умов (13). Для розв'язання даної задачі можуть застосовуватися розроблені методи побудови множин досяжності динамічних систем, як це зроблено, наприклад, в [20]. При цьому необхідно також врахувати, що на практиці початкові умови за просторовими і кутовими координатами (див. рівняння (6), (7) і (11), (12)) можуть бути відомі лише у вигляді їх приналежності до замкнених обмежених множин. Однак множини досяжності навіть структурно-параметрично збурених лінійних систем можуть мати складну структуру. Тому в перспективі актуальною, мотивованою потребами практики керування стикуванням КА, проблемою є розробки методів еліпсоїдальної апроксимації трубок траєкторій динамічних систем або їх інтегральних ліній [21–24].

2. Синтез керування рухом центру мас активного апарата

Розглянемо задачу синтезу керування (див. умови (13) з довільним часом, тобто $\|\rho(t)\| \rightarrow 0$ і $\|\dot{\rho}(t)\| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$). Для розв'язання задачі синтезу керування рухом центру мас скористаємося аналогом методу декомпозиції задачі керування кутовим рухом (орієнтацією) КА на кінематичну і динамічну задачі. Вперше метод опубліковано у відкритому доступі в [4] та інших роботах авторів.

Запишемо рівняння керованого руху центру мас (7) у нормальній формі Коші, для цього введемо позначення

$$Z = (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6)^T = (X^T, V^T), \quad (14)$$

де

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = C_1^T Z, \quad V = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{pmatrix} = C_2^T Z,$$

$$C_1^T = (I_3, O_3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_2^T = (O_3, I_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

З використанням введених позначень (14) рівняння (7) можна представити у вигляді

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= V, \\ \dot{V} &= A_{12}X + A_{22}V + U \end{aligned} \right\}, \quad (15)$$

де

$$A_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3\omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0^2 \end{pmatrix}, \quad A_{22} = \begin{pmatrix} 0 & -2\omega_0 & 0 \\ 2\omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = -A_{22}^T, \quad U = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix},$$

або у вигляді

$$\dot{Z} = AZ + BU, \quad Z = \begin{pmatrix} X \\ V \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} O_3 & I_3 \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} O_3 \\ I_3 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Неважко перевірити, що $\det(A\dot{B}:B) = 1$, тобто пара AB в (16) є керівною [25].

З урахуванням представлень (15) і (16) рівнянь (7) задачу синтезу керування рухом центру мас активного КА можна інтерпретувати як задачу синтезу керування $U = U(Z)$, що забезпечує виконання умови $\|Z(t)\| \rightarrow 0$, тобто асимптотичну стійкість розв'язку $Z(t) \equiv 0$ рівняння (16). За аналогією з [4] розглянемо два етапи розв'язання останньої задачі.

1. Виберемо «кінематичну» функцію Ляпунова

$$W_C = \frac{1}{2} X^T X. \quad (17)$$

Похідною функцією Ляпунова (17), згідно з (15), є

$$\dot{W}_C = X^T \dot{X} = X^T V. \quad (18)$$

Покладаючи в (18) «керування» V

$$V = V_C = -QX, \quad Q = \text{diag}\{q_{11}, q_{22}, q_{33}\}, \quad Q \succ 0, \quad (19)$$

згідно з (19) отримаємо

$$\dot{W}_C = -X^T Q X < 0 \quad \text{при } X \neq 0.$$

2. Виберемо «динамічну» функцію Ляпунова

$$W_d = \frac{1}{2} (V - V_C)^T (V - V_C). \quad (20)$$

Похідною функцією Ляпунова (20), згідно з (15), є

$$\dot{W}_d = (V - V_C)^T (A_{12}X + A_{22}V + U - \dot{V}_C). \quad (21)$$

Покладаючи в (21)

$$U = -A_{12}X - A_{22}V + \dot{V}_C - \frac{1}{2\tau} (V - V_C), \quad \dot{V}_C = -Q\dot{X} = -QV, \quad (22)$$

отримаємо

$$\dot{W}_d = -\frac{1}{2\tau}(V - V_C)^T(V - V_C) = -\frac{1}{\tau}W_d, \quad \dot{W}_d < 0 \text{ при } V \neq V_C. \quad (23)$$

Звідси впливає асимптотична стійкість системи (16). Зазначимо, що співвідношення (23) є рівнянням стійкої аперіодичної ланки $\tau\dot{W}_d + W_d = 0$, розв'язок якої $W_d(t) \rightarrow 0$ ($\|V(t) - V_C(t)\| \rightarrow 0$) при $t \rightarrow \infty$.

У підсумку для шуканого алгоритму керування U і відповідного рівняння замкненої системи отримаємо

$$U = -C^T Z, \quad \dot{Z} = A_C Z, \quad A_C = (A - BC^T), \quad (24)$$

де

$$C^T = (A_{12} + 0,5\tau^{-1}Q)C_1^T + (A_{22} + Q + 0,5\tau^{-1}I_3)C_2^T.$$

Вибираючи в рівнянні (15) керування U у вигляді (22) і нехтуючи доданком $\dot{V}_C$, одержимо рівняння стійкої аперіодичної ланки

$$T\dot{V} + V = V_C, \quad T = 2\tau. \quad (25)$$

В алгоритмі керування кутовим рухом (орієнтацією) радянсько-російського пілотованого орбітального комплексу «Мір» використовувалося рівняння виду (22), в якому замість вектора лінійних швидкостей V з урахуванням (25) був вектор кутової швидкості [26].

Розв'язок (24) задачі синтезу керування U , компонентами якого є проєкції вектора прискорення, створюваного двигунами активного КА на осі СК $O_P x_0 y_0 z_0$. За аналогією з [27] представимо керування U у вигляді $U = S(\Lambda)R$, де $S(\Lambda)$ — матриця напрямних косинусів (10) і R — вектор керуючого прискорення активного КА, заданий проєкціями в пов'язаній з ним СК, при цьому згідно з формулою (24) повинна виконуватися рівність $U = -C^T Z$. Тому при довільних початкових умовах $\Lambda(t_0)$, $S(t_E) = I_3$ постановка задачі керування (13) може бути реалізована лише в результаті керування кутовим рухом активного КА. Принагідно зауважимо, що одному значенню матриці напрямних косинусів $S(\Lambda)$ (див. формулу (10)) відповідають кватерніони Λ і $-\Lambda$. Матриці $S(t_E) = I_3$ відповідають кватерніони $\Lambda_E = (\pm 1, 0, 0, 0)$.

2.1. Синтез керування кутовим рухом активного апарата. Для розв'язання задачі синтезу моменту керування $M = M_C$ кутовим рухом скористаємося наведеними вище рівняннями (11) і (12), тобто $J\dot{\omega} + \ddot{J}\omega = M$ і $\dot{\Lambda} = 0,5B(\Lambda)\omega_r$, $\omega_r = \omega - S(\Lambda)\Omega$, — еволюції в часі орієнтації (кутового положення) СК, пов'язаної з активним КА, відносно СК, пов'язаної з пасивним КА. Нагадаємо, що під Ω тут розуміється вектор проєкцій абсолютної кутової швидкості пасивного КА на осі пов'язаної з ним СК $O_P x_P y_P z_P$ [19]. При цьому дійсні значення цього вектора загалом не є відомими, і в алгоритмах керування передбачається використовувати його поточні еліпсоїдальні оцінки. Для простоти припустимо, що пасивний КА ідеально орієнтований в ОСК, тобто осі зв'язаної та орбітальної СК збігаються. При цьому кутова швидкість пасивного КА $\Omega = (0, 0, -\omega_0)^T$, $\omega_0 = \sqrt{\mu / R^3}$ [10].

За таких припущень для задачі синтезу керуючого моменту $M_C = M_C(\Lambda, \omega, \Omega)$ в рівнянні (11) скористаємося результатами [28], де використовувався розглянутий вище метод декомпозиції на кінематичну і динамічну задачі та відповідні функції Ляпунова.

Формули для моменту керування $M = M_C$ в рівняннях (11), (12), отримані адаптацією відповідних формул [28] для $\Lambda_S = (\pm 1, 0, 0, 0)$, мають вигляд

$$M_C = \ddot{\omega} J \omega + J \dot{\omega}_C - \tau^{-1} J (\omega - \omega_C), \quad (26)$$

де $\omega_C = S(\Lambda) \Omega - \lambda_0 \lambda$, $\dot{\omega}_C = -0,5(\lambda_0^2 I_3 + \lambda_0 \ddot{\lambda} - \lambda \lambda^T) \omega_r$.

2.2. Комп'ютерне моделювання алгоритмів керування. Для оцінювання принципової працездатності і ефективності отриманих алгоритмів виконані такі обчислювальні експерименти.

Моделювання алгоритму керування рухом центру мас активного КА. Моделювання алгоритму керування (24) активного КА відносно пасивного виконувалося при значеннях його параметрів $Q = \text{diag}\{q_{11}, q_{22}, q_{33}\}$, $q_{jj} = 0,01$, $j = 1, 2, 3$; $\tau = 0,5$ с. Передбачалося, що пасивний КА рухається круговою орбітою радіуса $R = 7070$ км (висота орбіти 700 км, радіус Землі $R_E = 6370$ км), орбітальна кутова швидкість $\omega_0 = \sqrt{\mu / R^3}$, $\mu = 398\,600,4$ км³/с². У початковий момент часу відстань між супутниками та швидкість зближення (див. рівняння (7) і формули (14)) поклалися такими: $x = 100$ м, $y = 0$ м, $z = 100$ м, $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$. На рис. 3 і 4 наведені графіки змін відстані між супутниками $d(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}$ (8) і відносної швидкості зближення $|\dot{d}(t)| = \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t) + \dot{z}^2(t)}$.

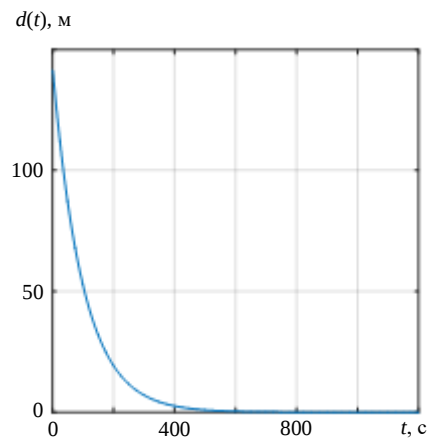


Рис. 3

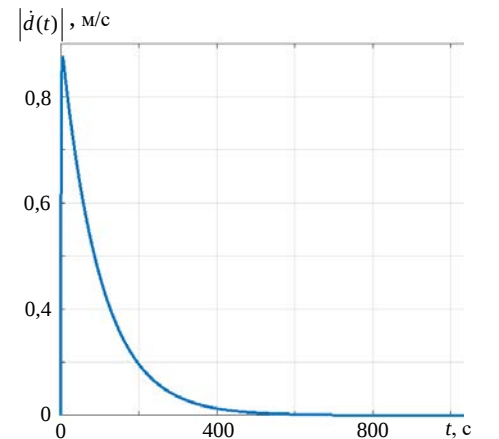


Рис. 4

Наведені графіки ілюструють працездатність синтезованого алгоритму керування та здійснення м'якого стикування. Зміною параметрів Q і τ алгоритму можна суттєво міняти тривалість процесу стикування і необхідні для цього величини прискорень, створюваних двигунами причалювання.

Моделювання алгоритму керування відносною орієнтацією. Моделювання алгоритму створення керуючого моменту M_C (26) виконувалося при параметрі $\tau = 40$ і матриці моментів інерції активного КА $J = \text{diag}\{40, 20, 40\}$.

Початкові значення параметрів відносної орієнтації (див. рівняння (11), (12)) поклалися такими:

$$\omega^T(t_0) = (0, 0, 0), \quad \vartheta(t_0) = 90^\circ, \quad \gamma(t_0) = -90^\circ, \quad \psi(t_0) = 120^\circ,$$

де ϑ, γ, ψ — кути Крилова–Ейлера (кути тангажу, крену і курсу [11, 19]). Перерахування початкових значень у кутах Крилова–Ейлера у відповідні значення компонентів нормованого кватерніона $\lambda_j(t_0)$, $j = 0, 3$, виконувалося за формулами

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0 &= \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\psi}{2} - \sin \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ \lambda_1 &= \cos \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\psi}{2} - \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ \lambda_2 &= \sin \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ \lambda_3 &= \sin \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \cos \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\psi}{2} \end{aligned} \right\},$$

отриманими аналогічно [4] для послідовності поворотів при переході від ОСК до ССК $3 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ ($\vartheta \rightarrow \gamma \rightarrow \psi$).

Відповідні графіки компонентів кватерніону та відносної кутової швидкості зображені на рис. 5 і 6.

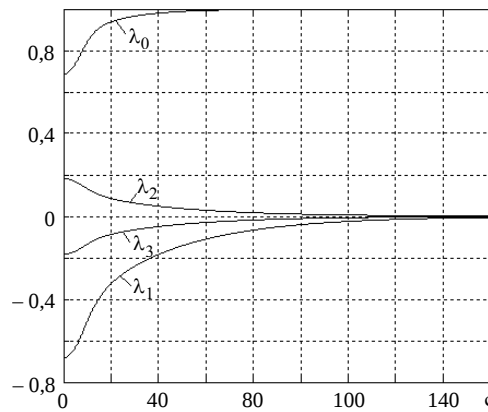


Рис. 5

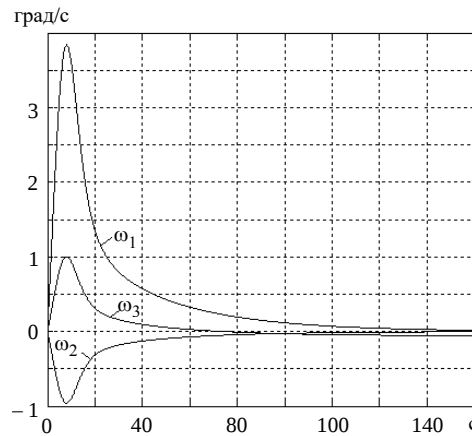


Рис. 6

Рис. 5 і 6 ілюструють процес стійкого встановлення взаємної орієнтації зв'язаних із КА СК $\lambda_0(t) \rightarrow 1$, $\lambda_j(t) \rightarrow 0$, $j = \overline{1, 3}$; $\omega_1(t) \rightarrow 0$, $\omega_2(t) \rightarrow 0$, $\omega_3(t) \rightarrow -\omega_0 = -\sqrt{\mu / R^3} \approx -0,06^\circ / \text{с}$.

Результати виконаних обчислювальних експериментів проілюстрували працездатність алгоритму керування і принципову можливість реалізації м'якого стикування з некооперованим обертовим КА.

Дослідження властивості грубості алгоритмів. З метою наочності розглянемо синтез керування кутовим КА в кутах Ейлера–Крилова [19]:

$$\dot{\Phi} = B(\Phi)[\omega - S(\Phi)\Omega], \quad (27)$$

$$J\dot{\omega} = M - \tilde{\omega}J\omega, \quad (28)$$

$$\text{де } B(\Phi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ \sin \psi \operatorname{tg} \gamma & 1 & -\cos \psi \operatorname{tg} \gamma \\ -\frac{\sin \psi}{\cos \gamma} & 0 & \frac{\cos \psi}{\cos \gamma} \end{pmatrix}, \quad \det B(\Phi) = \frac{1}{\cos \gamma}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} \gamma \\ \psi \\ \theta \end{pmatrix}.$$

Для простоти вважатимемо в (27) $\Omega = (0, 0, 0)^T$, тобто будемо розглядати орієнтацію щодо ІСК. За аналогією з попереднім випадком виберемо кінематичну функцію Ляпунова

$$V_C = 0,5(\Phi - \Phi_S)^T(\Phi - \Phi_S),$$

де Φ_S — задані значення кутів орієнтації. Похідна ФЛ має вигляд

$$\dot{V}_C = (\Phi - \Phi_S)^T [B(\Phi)\omega - \dot{\Phi}_S]. \quad (29)$$

Покладаючи в (29) $\omega = \omega_C$, де

$$\omega_C = B^{-1}(\Phi)[\dot{\Phi}_S - 0,5\tau^{-1}(\Phi - \Phi_S)],$$

$$\text{де } B^{-1}(\Phi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi \cos \gamma \\ 0 & 1 & \sin \gamma \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \cos \gamma \end{pmatrix}, \quad \text{отримуємо } \dot{V}_C = -\tau^{-1}V_C \leq 0. \quad \text{Далі виберемо}$$

динамічну функцію Ляпунова як

$$V_d = 0,5(\omega - \omega_C)^T J(\omega - \omega_C). \quad (30)$$

Похідна функції Ляпунова (30) з урахуванням (28) має вигляд

$$\dot{V}_d = (\omega - \omega_C)^T (M_C - \tilde{\omega}J\omega - J\dot{\omega}_C). \quad (31)$$

Покладаючи в (31)

$$M_C = \tilde{\omega}J\omega + J\dot{\omega}_C - \tau^{-1}J(\omega - \omega_C), \quad \dot{V}_d = -\tau^{-1}V_d \leq 0, \quad (32)$$

знаходимо шукану структуру управління M_C стабілізації (відстеження) необхідних значень параметрів орієнтації Φ_S .

Для дослідження властивості структури (32) управління за заданими значеннями Φ_S виконано комп'ютерне моделювання. При цьому були задані

$$\Phi_S = \begin{pmatrix} \gamma_S \\ \psi_S \\ \theta_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_\gamma \\ A_\psi \cos \Omega_\psi t \\ A_\theta \sin \Omega_\theta t \end{pmatrix},$$

де $A_\gamma = 5^\circ$, $A_\psi = 25^\circ$, $A_\theta = 15^\circ$; $\Omega_\psi = \frac{2\pi}{T_\psi}$, $\Omega_\theta = \frac{2\pi}{T_\theta}$, $T_\psi = 200$ с, $T_\theta = 100$ с, $\tau = 0,5$ с,

$J = \text{diag}\{40, 20, 40\}$. З урахуванням [26] структура знайденого управління свідомо порушена. А саме, у формулі (32) при моделюванні також вважалося, що $J\dot{\omega}_C = (0, 0, 0)^T$. Результати моделювання див. на рис. 7. Для наочності на рис. 8 процес встановлення заданої орієнтації показаний більш детально.

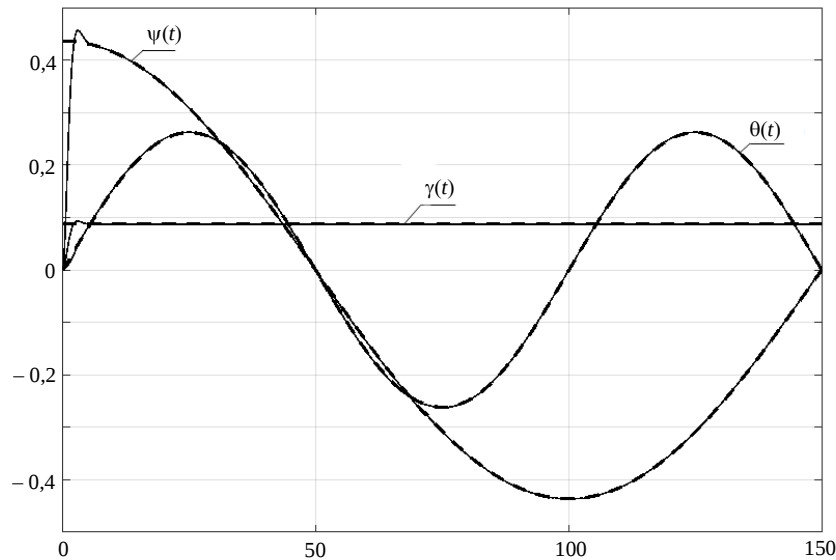


Рис. 7

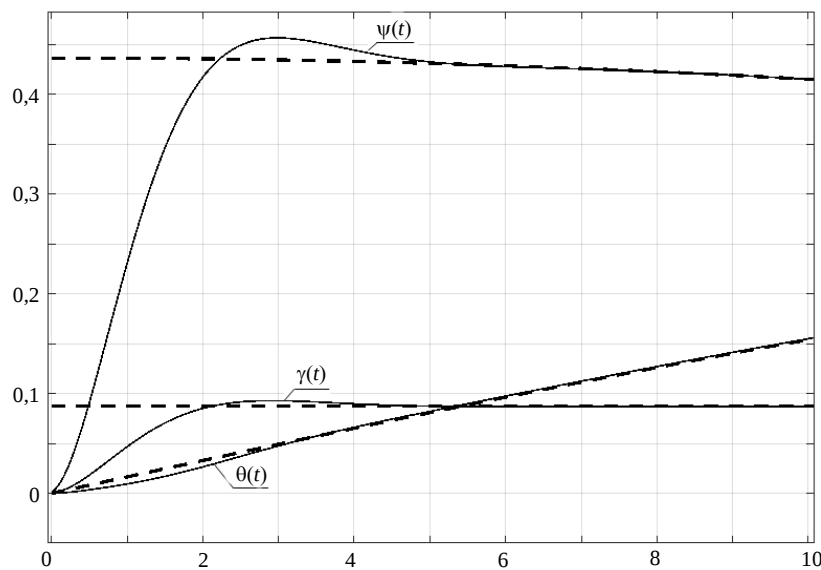


Рис. 8

Дані рисунки ілюструють високу точність відтворення заданої орієнтації, незважаючи на свідоме порушення (свідоме збурення) структури керування (32).

Комп'ютерне моделювання функціонування отриманих алгоритмів керування M_C (32) проілюструвало їхню принципову працездатність і наявність у них властивості структурної грубості в сенсі Андронова–Понтрягіна [29] або топологічної грубості динамічних систем [30, 31].

Висновок

Відомий метод вирішення задачі синтезу керування кутовим рухом КА шляхом її розбиття на кінематичну та динамічну підзадачі, що узагальнений для вирішення задач синтезу керування одночасними кутовим та просторовим рухами КА. На основі прямого методу Ляпунова запропоновано алгоритм м'якого зближення активного КА з пасивним, що обертається з відомою кутовою швидкістю. При цьому активний КА відстежує поточну орієнтацію пасивного КА.

Проведеним комп'ютерним моделюванням проілюстровано нечутливість, тобто грубість у сенсі Андронова–Понтрягіна до структурно-параметричних збурень запропонованих алгоритмів. Зроблено намітки подальшого вдосконалення запропонованих алгоритмів.

V. Volosov, V. Shevchenko

MATHEMATICAL MODELING OF CONTROLLING THE RELATIVE MOTION OF SPACECRAFT IN THE LANDING PROCESS

Victor Volosov

Space Research Institute of the NAS of Ukraine and SSA of Ukraine, Kyiv,
volosov@mail.ru

Volodymyr Shevchenko

Space Research Institute of the NAS of Ukraine and SSA of Ukraine, Kyiv,
vovan_16@ukr.net

The problem of synthesizing control for soft docking of active and passive space vehicles with specified final relative orientation of the associated coordinate systems is considered. Here, soft docking means established physical contact of active and passive devices with small (ideally zero) relative angular and spatial velocities. It is assumed that the passive spacecraft moves in the central gravitational field of the Earth along a known circular orbit and rotates with respect to the inertial space with a known angular velocity. The solution of the problem is based on the use of the direct Lyapunov method with its well-known special adaptation for solving a class of spacecraft attitude control problems. Namely, the general problem of attitude control is solved using its division into kinematic and dynamic subproblems followed by the application of the corresponding «kinematic» and «dynamic» Lyapunov functions. The solution of the kinematic problem provides the required value of the current angular velocity of the active vehicle. By solving the dynamic control problem, the necessary physical control moment of the active device is determined to track the mentioned current angular velocity. In this work, this method is also used for the first time for the synthesis of simultaneous control of the relative angular and spatial position of a spacecrafts. With the help of computer modeling the effectiveness of the synthesized control system and its property of topological roughness (according to O. Andronov and L. Pontryagin) to structural and parametric disturbances (robustness) are illustrated.

Keywords: convergence of space vehicles, active and passive vehicles, synthesis of convergence control, kinematic and dynamic problems of convergence control, adaptation of Lyapunov's direct method, topological roughness of synthesized control (according to Andronov–Pontryagin).

ПОСИЛАННЯ

1. Wei-Jie Li, Da-Yi Cheng, Xi-Gang Liu, Yao-Bing Wang, Wen-Hua Shi, Zi-Xin Tang, Feng Gao, Fu-Ming Zeng, Hong-You Chai, Wen-Bo Luo, Qiang Cong, Zhen-Liang Gao. On-orbit service (OOS) of spacecraft: A review of engineering developments. *Progress in Aerospace Sciences*. 2019. V. 108. P. 32–120. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2019.01.004>.
2. Савчук А.П., Фоков А.А. Проблема керування кутовим рухом некооперованого об'єкта орбітального сервісу. *Технічна механіка*. 2021. Том 1. С. 37–50. <https://doi.org/10.15407/itm2021.01.037>.

3. Балахонцев В.Г., Иванов В.А., Шабанов В.И. Сближение в космосе. М. : Воениздат, 1973. 240 с.
4. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М. : Наука, 1973. 320 с.
5. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов. М. : Дрофа, 2004. 544 с.
6. Овчинников Ю.М. Введение в динамику космического полета. М. : МФТИ, 2016. 208 с.
7. Ермилов Ю.А., Иванова Е.Е., Пантюшин С.В. Управление сближением космических аппаратов. М. : Наука, 1977. 448 с.
8. Шориков А.Ф., Булаев В.В., Горанов А.Ю., Калев В.И. Аппроксимация областей достижимости нелинейных дифференциальных управляемых динамических систем. *Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника»*. 2018. Том 18, № 3. С. 39–50. <http://dx.doi.org/10.14529/ctcr180305>
9. Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. Управление ориентацией космических аппаратов. М. : Наука, 1974. 599 с.
10. Абалакин В.К., Аксенов Е.П. и др. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М. : Наука, 1976. 862 с.
11. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Ч. 2. М. : Наука, 1969. 332 с.
12. Остославский И.В., Стражева И.В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. М. : Машиностроение, 1969. 499 с.
13. Зубов Н.Е. Алгоритм автоматического управления вращательным и поступательным движением космического аппарата в процессе сближения. *Техническая кибернетика*. 1990. № 3. С. 166–178.
14. Голубев Ю.Ф. Алгебра кватернионов в кинематике твердого тела. *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2013. № 39. 23 с.
15. Челноков Ю.Н. Кватернионные модели и методы динамики, навигации и управления движением. М. : Физматлит, 2011. 560 с.
16. Волосов В.В., Тютюнник Л.И. Синтез законов управления ориентацией космического аппарата с использованием кватернионов. *Космічна наука та технологія*. 1999. Том 5, № 4. С. 61–69. <https://doi.org/10.15407/knit1999.04.061>
17. Виттенбург Й. Динамика систем твердых тел. М. : Мир, 1990. 292 с.
18. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. Том 2. М. : Наука, 1979. 544 с.
19. Волосов В.В., Шевченко В.Н. Математические модели углового движения космических аппаратов и их использование в задачах управления ориентацией. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2021. № 5. С. 124–139. <http://doi.org/10.34229/1028-0979-2021-5-10>
20. Курская К.Н., Остапенко Е.Н., Репях Н.А. Области достижимости точек мягкой встречи с радиальным управлением. *Проблемы механики и управления*. 2010. Вып. 42. С. 31–35.
21. Kurzhanski A.B., Valyi I. Ellipsoidal calculus for estimation and control. Boston : Birkhauser, 1997. 321 p
22. Ушаков В.Н., Матвийчук А.Р., Ушаков А.В. Аппроксимация множеств достижимости и интегральных воронок дифференциальных включений. *Вестн. Удмуртского ун-та*. 2011. Вып. 4. С. 23–39.
23. Бабий Н.А., Волосов В.В., Шевченко В.Н. Внешние эллипсоидальные аппроксимации множеств достижимости динамических систем. *Кибернетика и вычислительная техника*. 2014. Вып. 177. С. 16–27.
24. Волосов В.В., Шевченко В.М. Синтез управління стабілізацією геостационарного супутника у точці стояння. *Міжнародний науково-технічний журнал «Проблеми керування та інформатики»*. 2022. № 4. С. 5–17.
25. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление. М. : Наука, 1971. 396 с.
26. Сарычев В.А., Беляев М.Ю., Зайков С.Г., Сазонов В.В., Тесленко Б.П. Математическое моделирование эйлеровых разворотов орбитального комплекса «Мир» гиродинами. *Космические исследования*. 1991. Том 29. Вып. 4. С. 532–543.
27. Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Негодяев С.С., Лаврентьев И.Н. Синтез управления сближением космического аппарата с полярной схемой двигательной установки по методу свободных траекторий на основе алгоритма оптимального управления с прогнозирующей моделью. *Труды МФТИ*. 2010. Том 2, № 3. С. 168–173.
28. Волосов В.В., Шевченко В.Н. Синтез управления угловым движением космического аппарата на основе обобщений прямого метода Ляпунова. *Космічна наука і технологія*. 2018. № 4. С. 3–13. <https://doi.org/10.15407/knit2018.04.003>
29. Андронов А.А., Понтрягин Л.С. Грубые системы. *Докл. АН СССР*. 1937. Т. 34, № 5. С. 247–250.
30. Оморев Р.О. Топологическая грубость динамических систем. *XIII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2019)*. 17-20 июня 2019. С. 243–246.
31. Неймарк Ю.И. Динамическая система как основная модель современной науки. *Автоматика и телемеханика*. 1999. № 3. С. 196–201.

Отримано 15.06.2023