

МЕТОДИ КЕРУВАННЯ ТА ОЦІНЮВАННЯ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

УДК 681.5

Л.С. Житецький

ПРО ДЕЯКІ ЗАДАЧІ ПОБУДОВИ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ

(до 100-річчя з дня народження академіка В.М. Глушкова)

Житецький Леонід Сергійович

Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем
НАН України та МОН України, м. Київ,
orcid: 0000-0002-4560-5113

leonid_zhiteckii@i.ua

Розглянуто кілька задач побудови інтелектуальних систем керування, які включають задачу побудови адаптивної системи керування, що містить лінійний скалярний динамічний об'єкт за наявності довільних обмежених невимірюваних збурень з невідомими межами (задача 1); задачу навчання керуванню лінійним багатозв'язним статичним об'єктом в режимі off-line (задача 2); задачу побудови системи керування нелінійним багатозв'язним статичним об'єктом на базі його нейромережевої моделі (задача 3); задачу побудови системи керування тим же об'єктом на базі асоціативної моделі (задача 4) та задачу навчання розпізнаванню ситуацій керування, яка виникає за наявності скінченної множини допустимих керувальних дій (задача 5). Відмінна особливість задачі 1 — відсутність будь-якого припущення про наявну апіорну інформацію щодо меж множини належності вектора невідомих параметрів об'єкта. Для розв'язання даної задачі розроблено і детально обґрунтовано метод множинного оцінювання, що має бути реалізовано на додаток до традиційного методу точкового оцінювання цього вектора. Новизна даного методу полягає у тому, що замість невідомої апіорної множини належності вектора параметрів об'єкта слід будувати та оновлювати його своєрідну апостеріорну множину належності, використовуючи сигнали, доступні до вимірювання. Аби розв'язати задачу 2, запропоновано залучення досвідченої людини-оператора як зовнішнього «вчителя» для навчання моделі об'єкта в режимі off-line і одночасно — для керування об'єктом доти, доки цей режим не завершиться. У рамках розв'язання задачі 3 запропоновано застосування оберненої нейромережевої моделі, що має безпосередньо навчатися у ланцюгу керування та формувати керувальні дії. Наведено деякий алгоритм, орієнтований на розв'язання задачі 4. Аби розв'язати задачу 5, висунуто новий метод навчання розпізнаванню ситуацій керування, названий методом «найближчого сусіда».

Ключові слова: інтелектуальна система автоматичного керування, дискретний час, адаптація, навчання, обернена нейромережева модель, асоціативна пам'ять, розпізнавання ситуацій керування.

© Л.С. ЖИТЕЦЬКИЙ, 2023

*Міжнародний науково-технічний журнал
Проблеми керування та інформатики, 2023, № 5*

Вступ

Сучасний науково-технічний прогрес характеризується появою нових складних технічних систем і технологічних процесів, передусім, безпілотних літальних апаратів (БПЛА), автономних мобільних роботів, енергетичних блоків, апаратів хімічної технології тощо. Вимоги до забезпечення високих показників якості функціонування систем керування такими об'єктами невідмінно зростають. У цьому зв'язку виникає нагальна потреба у розробленні нових напрямків теорії автоматичного керування [1]. Одним з таких напрямків виступає, зокрема, створення теорії автоматичного керування, основу якої складають методи штучного інтелекту.

Дослідження у галузі штучного інтелекту, що розгорнулися з початком промислового використання комп'ютерних засобів обробки сигналів і даних, у теоретичному плані сягають фундаментальних робіт академіка В.М. Глушкова, які проводилися в 70-х роках минулого сторіччя [2, 3]. У подальшому теорія штучного інтелекту отримала розвиток у зарубіжних монографіях [4–6] та ін. На думку деяких авторитетних учених в галузі інтелектуальних інформаційних технологій, штучному інтелекту притаманні такі ж властивості, як і природньому інтелекту [7, с. 103], зокрема:

- здатність прогнозування;
- здатність до адаптації;
- здатність до навчання;
- здатність розпізнавання та ін.

Штучний інтелект становить основний інструмент для обробки сигналів і прийняття рішень в інтелектуальних автоматичних системах. (Сам же термін «інтелектуальне керування» («intelligent control») уперше, мабуть, ввів у 1971 р. K.S. Fu [8], який зайнявся проблематикою заповнення наявної на той час прірви між теорією штучного інтелекту і теорією автоматичного керування). Пізніше для уточнення базових понять та означень в теорії інтелектуального керування був опублікований довідник [9].

Останні результати, досягнуті в галузі побудови інтелектуальних систем автоматичного керування, узагальнені у монографіях [10–12] і систематизовані у навчальному посібнику [13]. Ці результати орієнтовані на інтелектуальне керування об'єктами за наявності доволі грубої математичної моделі таких об'єктів в умовах апріорної невизначеності відносно їхніх параметрів та характеристик зовнішнього середовища, в якому вони мають функціонувати.

Інтелектуалізація систем автоматичного керування природним чином вимагає розроблення нових інтелектуальних інформаційних технологій (ІТ) [12]. Загальна концепція побудови таких ІТ, як відомо, була висунута членом-кореспондентом НАН України В.І. Гриценком в [14], опублікованій ще на початку 90-х років минулого сторіччя. Ця технологія, безумовно, має бути покладена в основу створення новітніх інтелектуальних систем автоматичного керування [15]. Згідно з [12, п. 12] найбільш перспективними у даному плані виступають такі чотири інформаційні технології:

- технологія нейронних мереж [16–18];
- технологія експертних систем [11, гл. 2];
- технологія асоціативної пам'яті [19];
- технологія нечіткої логіки [20–25].

Мета даної роботи — окреслити в загальних рисах основні результати розробок в галузі інтелектуалізації сучасних систем автоматичного керування, досягнуті у відділі інтелектуальних автоматичних систем Міжнародного науково-навчального центру інформаційних технологій та систем НАН України та МОН

України при виконанні низки фундаментальних досліджень протягом останніх чотирьох років [15], зокрема, одного з результатів світового рівня [26]. У рамках цих досліджень розглядаються такі окремі задачі:

- 1) адаптація параметрів автомата до невідомих параметрів об'єкта та характеристик неконтрольованого збурення;
- 2) навчання автомата цілеспрямованим діям;
- 3) побудова інтелектуальної системи керування на базі нейромережевої оберненої моделі, здатної навчатися у замкненому контурі цієї системи;
- 4) використання оберненої моделі у формі таблиць асоціацій для керування об'єктами з апріорними параметричними невизначеностями;
- 5) навчання розпізнаванню ситуацій керування.

1. Задача адаптації параметрів автомата до невідомих параметрів об'єкта та характеристик неконтрольованого збурення

Нехай деякий одновимірний динамічний об'єкт має функціонувати у дискретному часі $n = 1, 2, \dots$ за наявності так званих параметричних і непараметричних невизначеностей [27]. Припустимо, що його математична модель може бути описана лінійним різницеvim скалярним рівнянням m -го порядку:

$$y_n + a_1 y_{n-1} + \dots + a_m y_{n-m} = b_1 u_{n-1} + \dots + b_m u_{n-m} + v_n \quad (b_1 \neq 0). \quad (1)$$

У цьому рівнянні $y_n \in \mathbf{R}^1$, $u_n \in \mathbf{R}^1$ та $v_n \in \mathbf{R}^1$ — відповідно скалярні вихід, керувальна дія та неконтрольоване збурення в n -й дискретний момент часу, а $a_1, \dots, a_m, b_1, \dots, b_m$ — апріорі невідомі коефіцієнти, що утворюють $2m$ -вимірний вектор параметрів об'єкта

$$\theta = [a_1, \dots, a_m, b_1, \dots, b_m]^T,$$

де T — транспонування. При цьому на відміну від [28–31] вважається, що не тільки сам вектор $\theta \in \mathbf{R}^{2m}$, а й деяка неодноточкова обмежена множина, яка містить цей вектор, апріорі невідомі (це суттєвий момент).

Як і в роботі [32], вводиться припущення, що $v := \{v_n\} \equiv v_1, v_2, \dots$ — послідовність так званих обмежених нестохастичних збурень (завад) [27, 28], тобто $v \in \ell_\infty$, де ℓ_∞ — стандартне позначення множини всіх обмежених послідовностей $v: \sup_{0 \leq n < \infty} |v_n| < \infty$. Ба більше, припускається, що змінна v_n задовольняє обмеження

$$-\infty < \varepsilon_{\min} \leq v_n \leq \varepsilon_{\max} < \infty \quad \forall n \quad (2)$$

з можливою асиметричними межами $\varepsilon_{\min} \neq -\varepsilon_{\max}$, апріорна інформація відносно яких відсутня.

Подібно до того, як це робиться в [27], розглянемо задачу адаптивної стабілізації об'єкта (1) на заданому рівні y^0 ($y^0 \equiv \text{const}$) (у виданнях далекого зарубіжжя її називають задачею адаптивного регулювання). З цією метою якість функціонування системи автоматичного керування цим об'єктом за зворотним зв'язком за сигналом y_n формально оцінюватимемо асимптотичним показником

$$J(u, v) := \limsup_{n \rightarrow \infty} |y^0 - y_n|, \quad (3)$$

що залежить, очевидно, від нескінченних послідовностей $u := \{u_n\} \equiv u_1, u_2, \dots$ та $\{v_n\}$.

У рамках припущень стосовно відсутності апіорної інформації про множину належності невідомого вектора θ та межі $\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}$ неконтрольованого збурення v_n , доповнених припущенням, що всі нулі $z_1, \dots, z_{m-1}$ полінома $B(z) = b_1 z^{m-1} + \dots + b_m$ задовольняють вимогу його мінімальної фазовості, тобто вимогу $|z_i| < 1 \quad \forall i = 1, \dots, m-1$, необхідно забезпечити субоптимальність системи керування об'єктом (1) у формі

$$J(u, v) \leq \inf_{u \in \ell_\infty} J(u, v) + \delta \quad (4)$$

з довільним наперед вибраним конструктором показником субоптимальності $\delta > 0$ не для всіх можливих обмежених послідовностей $v: v_n \in [\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}]$, а тільки для діючої наразі послідовності $\{v_n\}$, для якої $\inf_{0 \leq n < \infty} v_n \geq \varepsilon_{\min}$, а $\sup_{0 \leq n < \infty} v_n \leq \varepsilon_{\max}$ [27]. (За доступними зарубіжними публікаціями, що включають останні статті [29–31] та монографії [33–36], у такій постановці задача адаптивного керування раніше не розглядалася).

Неважко показати, що якби вектор θ параметрів об'єкта та межі $\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}$ неконтрольованих збурень v_n були апіорі відомі конструктору системи, то досить просто можна було б побудувати оптимальний регулятор (автомат), здатний гарантувати досягнення мети (4) при $\delta = 0$. Дійсно, використовуючи співвідношення (2) і покладаючи $v_n = \bar{v} + v'_n$, перепишемо рівняння (1) об'єкта таким чином:

$$y_n + a_1 y_{n-1} + \dots + a_m y_{n-m} - \bar{v} = b_1 u_{n-1} + \dots + b_m u_{n-m} + v'_n. \quad (5)$$

Тут

$$\bar{v} = \frac{\varepsilon_{\min} + \varepsilon_{\max}}{2} \quad (6)$$

має сенс своєрідного «середнього» значення змінної v_n , а $v'_n \in [-\varepsilon, \varepsilon]$ — еквівалентне збурення з деякими симетричними межами, тобто

$$\sup_{0 \leq n < \infty} |v'_n| \leq \varepsilon, \quad (7)$$

де $\varepsilon = (\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}) / 2$. Тоді сам закон оптимального керування об'єктом (1) в силу (5) з урахуванням обмеження (7) набуває вигляду [32]

$$u_n = b_1^{-1} [y^0 + a_1 y_n + \dots + a_m y_{n-m+1} - b_2 u_{n-1} - \dots - b_m u_{n-m+1} - \bar{v}], \quad (8)$$

а функціонал якості (3) стає рівним

$$\inf_{u \in \ell_\infty} J(u, v) = \sup_{0 \leq n < \infty} |v'_n|.$$

Недавно в роботі [26] запропоновано і обґрунтовано метод розв'язання сформульованої вище задачі адаптивного керування об'єктом з параметричною та непараметричною невизначеностями, коли не вимагається апіорна інформація ні про інтервал $-\varepsilon \leq v'_n \leq \varepsilon$ можливих значень змінної v'_n в рівнянні (5), ні про деяку обмежену множину $\tilde{\Omega}$ належності розширеного вектора $\tilde{\theta} = [\theta^T, \bar{v}]^T \in \mathbf{R}^{2m+1}$, складова $\bar{v}$ якого визначається виразом (6) з невідомими $\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}$ (це суттєвий момент). Згідно з цим методом вибирається такий же закон керування об'єктом у формі (5), як і в [32], а саме закон

$$u_n = b_1^{-1}(n)[y^0 + a_1(n)y_n + \dots + a_m(n)y_{n-m+1} - b_2(n)u_{n-1} - \dots - b_m(n)u_{n-m+1} - \bar{v}(n)] \quad (9)$$

заміною невідомих $a_1, \dots, a_m, b_1, \dots, b_m$ та $\bar{v}$ відповідними поточними оцінками $a_1(n), \dots, a_m(n), b_1(n), \dots, b_m(n)$ та $\bar{v}(n)$, що утворюють розширений вектор $\tilde{\theta}_n = [a_1(n), \dots, a_m(n), b_1(n), \dots, b_m(n), \bar{v}(n)]^T \in \mathbf{R}^{2m+1}$.

Адаптація параметрів регулятора за наявності невизначеностей відносно складових $(2m+1)$ -вимірному вектора $\tilde{\theta} = [\theta^T, \bar{v}]^T$ має здійснюватися на основі певної модифікації традиційної рекурентної процедури точкового оцінювання з зоною нечутливості [27, п. 3.1], яка буде описана нижче. Поки зазначимо лише, що у математичному плані сама процедура адаптації становить собою, як відомо, деякий рекурентний алгоритм розв'язування нескінченної за n системи нерівностей

$$|y_n - \hat{\theta}^T \tilde{\phi}_{n-1}| \leq \varepsilon_n^0, n = 1, 2, \dots, \quad (10)$$

відносно невідомого вектора $\hat{\theta} = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_m, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_m, \hat{\bar{v}}]^T$. У цих нерівностях

$$\tilde{\phi}_{n-1} = [-y_{n-1}, \dots, -y_{n-m}, u_{n-1}, \dots, u_{n-m}, 1]^T \in \mathbf{R}^{2m+1} \quad (11)$$

— розширений вектора стану, а

$$\varepsilon_n^0 = \varepsilon_n + \delta / 2, \quad (12)$$

де ε_n позначає поточну оцінку невідомого ε у (7). (У силу (5) з урахуванням обмеження (7) ця система неодмінно має розв'язок $\hat{\theta} = \tilde{\theta}$, коли, принаймні, $\varepsilon_n^0 > \varepsilon_n \geq \sup_{0 \leq n < \infty} |v'_n|$.)

Центральна ідея, висунута в роботі [26] для отримання неконсервативної оцінки $\varepsilon_n \leq \varepsilon + \delta / 2$, полягає у переході від невідомої апіорної множини Ω належності вектора $\tilde{\theta}$ до деякої апостеріорної множини $\Omega[k]$, що одночасно з оновленням ε_n має оновлюватися (реконструюватися) у певні моменти $n = n_k$ ($k = 1, 2, \dots$) та «потенційно» містити цей вектор $\tilde{\theta}$. Аби реалізувати таку ідею, зафіксуємо якийсь початковий момент $n = n_0$ та відповідно до (10) визначимо $2m+1$ множин:

$$S_{n_0+j} = \{\tilde{\theta} : |y_{n_k} - \hat{\theta}^T \tilde{\phi}_{n_0+j}| \leq \varepsilon_{n_k}\} \quad (j = 0, 1, \dots, 2m), \quad (13)$$

кожна з яких — не що інше, як смуга у просторі $\mathbf{R}^{2m+1}$ векторів $\tilde{\theta}$, обмежена паралельними гіперплощинами

$$y_{n_0+j} - \hat{\theta}^T \tilde{\phi}_{n_0+j} = \pm \varepsilon_{n_k}$$

для будь-якого $k = 0, 1, 2, \dots$. Сформуємо набір $2m+1$ лінійно незалежних векторів $\tilde{\phi}_{n_0}, \tilde{\phi}_{n_0+1}, \dots, \tilde{\phi}_{n_0+2m}$. Виявляється, що це можна зробити, вибираючи належним чином певні «початкові» керувальні дії $u_{n_0+1}, \dots, u_{n_0+2m}$ (величина u_{n_0} вибирається довільно). Дійсно, необхідною і достатньою умовою лінійної незалежності векторів $\tilde{\phi}_{n_0}, \tilde{\phi}_{n_0+1}, \dots, \tilde{\phi}_{n_0+2m}$ є вимога

$$\Gamma_{n_0+j} \neq 0 \quad \forall j = 1, \dots, 2m, \quad (14)$$

де

$$\Gamma_{n_0+j} = \det \begin{pmatrix} \tilde{\Phi}_{n_0}^T \tilde{\Phi}_{n_0} & \dots & \tilde{\Phi}_{n_0}^T \tilde{\Phi}_{n_0+j} \\ \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\Phi}_{n_0}^T \tilde{\Phi}_{n_0+j} & \dots & \tilde{\Phi}_{n_0+j}^T \tilde{\Phi}_{n_0+j} \end{pmatrix} \quad (15)$$

— так званий визначник Грама [37, гл. 9, п. 3]. А цю вимогу можна виконати завжди, оскільки для кожного моменту часу $n = n_0 + j$ визначник Γ_{n_0+j} , що фігурує у виразі (15), в силу (11) залежить тільки від вибору величини u_{n_0+j} (при фіксованій «пересторії», яка визначається величинами $y_{n_0+j-1}, y_{n_0+j-2}, \dots, u_{n_0+j-1}, \dots$, і становить собою, очевидно, поліном від u_{n_0+j}). Тому $\Gamma_{n_0+j} = 0$ лише для ізольованих значень u_{n_0+j} , що негайно дозволяє забезпечити виконання вимоги (14).

Визначимо тепер гіпотетичну апостеріорну множину $\Omega[k]$ належності вектора $\tilde{\theta}$ як перетин $2m+1$ смуг (13):

$$\Omega[k] = S_{n_k} \cap S_{n_k+1} \cap \dots \cap S_{n_k+2m} \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (16)$$

Очевидно, що за наявності лінійної незалежності векторів $\tilde{\Phi}_{n_0}, \tilde{\Phi}_{n_0+1}, \dots, \tilde{\Phi}_{n_0+2m}$ множина $\Omega[k]$ — замкнутий обмежений опуклий багатогранник з чебишевським центром [27, с. 87]

$$\theta^c[k] = \arg \min_{\theta' \in \Omega[k]} \max_{\theta'' \in \Omega[k]} \|\theta' - \theta''\|_2 \quad (17)$$

і радіусом

$$\text{rad } \Omega[k] = \max_{i=1, \dots, M} \|\theta^c[k] - H^{(i)}[k]\|_2, \quad (18)$$

де $\|\cdot\|_2$ — евклідова норма вектора, $H^{(i)}[k]$ — вершини багатогранника $\Omega[k]$, а M — число цих вершин.

Процедура адаптації автомата до невідомих $\tilde{\theta}$ та ε описується співвідношеннями

$$\tilde{\theta}_n = \begin{cases} \tilde{\theta}_{n-1} - \gamma_n \frac{f(e_n, \varepsilon_n, \varepsilon_n^0)}{\|\tilde{\Phi}_{n-1}\|^2} \tilde{\Phi}_{n-1}, & \text{якщо } \chi_{n-1} \leq (\text{rad } \Omega[k])^2, \\ \theta^c[k+1], & \text{якщо } \chi_{n-1} > (\text{rad } \Omega[k])^2, \end{cases} \quad (19)$$

при $n > n_0 + 2m + 1$, де

$$\tilde{\theta}_{n_0+2m} = \theta^c[0] \quad (20)$$

— початкова точкова оцінка вектора $\{\tilde{\theta}_n\} = \tilde{\theta}_{n_0+2m}, \tilde{\theta}_{n_0+2m+1}, \tilde{\theta}_{n_0+2m+2}, \dots$. У цих співвідношеннях γ_n — коефіцієнт, який вибирається з інтервалу

$$0 < \gamma' \leq \gamma_n \leq \gamma'' < 2 \quad (21)$$

таким чином, аби забезпечити виконання вимоги $\tilde{b}_1(n) \neq 0$ для складової вектора $\tilde{\theta}_n$ з номером $m+1$; $f(\cdot, \cdot, \cdot)$ — так звана функція нечутливості, що визначається як

$$f(e_n, \varepsilon_n, \varepsilon_n^0) = \begin{cases} e_n - \varepsilon_n & \text{при } e_n > \varepsilon_n^0, \\ 0 & \text{при } |e_n| \leq \varepsilon_n^0, \\ e_n + \varepsilon_n & \text{при } e_n < -\varepsilon_n^0; \end{cases} \quad (22)$$

e_n — поточна похибка керування, рівна

$$e_n = y^0 - y_n; \quad (23)$$

χ_n — допоміжна змінна, що визначається наступним чином:

$$\chi_n = 0, \quad (24)$$

якщо

$$\chi_{n-1} > (\text{rad } \Omega[k])^2, \quad (25)$$

$$\chi_n = \begin{cases} \chi_{n-1} & \text{при } |e_n| \leq \varepsilon_n^0, \\ \chi_{n-1} + (|e_n| - \varepsilon_n) \|\tilde{\Phi}_{n-1}\|_2^{-2} & \text{в іншому випадку,} \end{cases} \quad (26)$$

якщо

$$\chi_{n-1} \leq (\text{rad } \Omega[k])^2, \quad (27)$$

для всіх $n > n_0 + 2m + 1$, де

$$\chi_{n_0+2m} = 0 \quad (28)$$

— початкове значення змінної χ_n ; ε_n і ε_n^0 — величини, пов'язані співвідношенням (12), у якому

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_n &= \varepsilon_{n-1} (= \varepsilon_{n_k}), & \text{якщо виконана умова (27),} \\ \varepsilon_n &= \varepsilon_{n-1} + \delta / 2 (= \varepsilon_{n_{k+1}}), & \text{якщо виконана умова (25),} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

де

$$\varepsilon_{n_0} = \delta / 2. \quad (30)$$

Отже, кожного $(k+1)$ -го разу при виконанні (25) покладається $n = n_{k+1}$ і реконструюються смуги $S_{n_{k+1}}, S_{n_{k+1}+1}, \dots, S_{n_{k+1}+2m}$ (за схемою (13)), а також багатогранник $\Omega[k+1]$ (за схемою (16)) та визначаються його чебишевський центр $\theta^c[k+1]$ і радіус (згідно з виразами (17), (18) відповідно).

Конфігурація системи керування, що реалізує запропоновану ідею побудови адаптивного автомата з використанням процедур точкового і множинного оцінювання невідомого вектора $\tilde{\theta} = [\theta^T, \bar{v}]^T$, зображена на рис. 1.

Асимптотичні властивості системи автоматичного керування, що містить об'єкт (1), а також адаптивний автомат, який реалізує закон керування (9) та процедури рекурентного оцінювання (19)–(30) з урахуванням (13)–(18), а саме, збіжність процедури адаптації та граничну обмеженість послідовностей $\{u_n\}, \{y_n\}$, встановлені в [26]. У цій роботі доведено, що автомат, зображений на рис. 1, здатний адаптуватися не тільки до невідомого вектора $\hat{\theta}$, а й до рівня $\sup_{0 \leq n < \infty} |v'_n|$ діючого неконтрольованого збурення $\{v_n\}$, оскільки тепер гарантується досягнення цілі керування

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup |y^0 - y_n| \leq \sup_{0 \leq n < \infty} |v'_n| + \delta,$$

а не більш слабої згідно з (7) цілі $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup |y^0 - y_n| \leq \varepsilon + \delta$.

Цей факт дає суттєві переваги запропонованого вище підходу до розв'язання поставленої задачі.

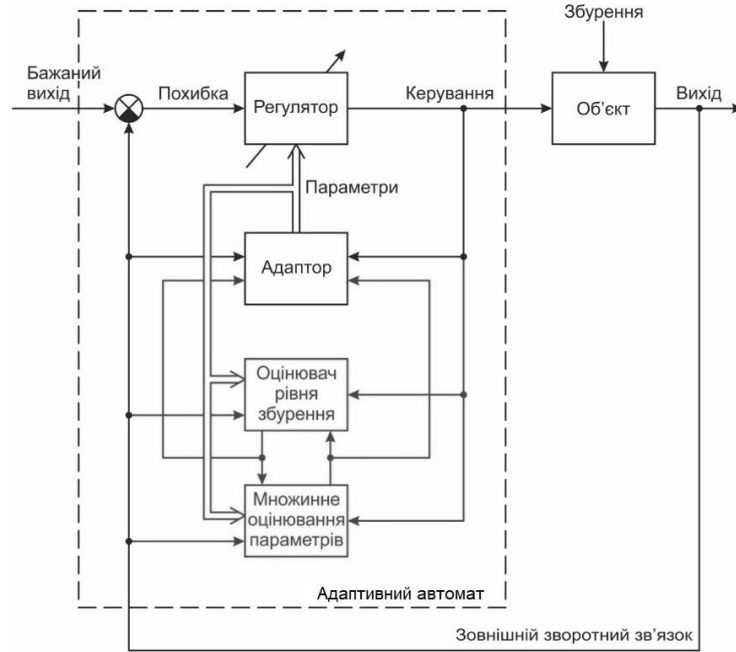


Рис. 1

2. Задача навчання автомата цілеспрямованим діям

Розглянемо тепер таку задачу. Треба стабілізувати на заданих рівнях $y^{0(1)}, \dots, y^{0(N)}$ вихідні змінні багатозв'язного статичного об'єкта (об'єкта без пам'яті) [28, гл. 3], який описується у дискретному часі $n = 0, 1, 2, \dots$ лінійним векторно-матричним рівнянням

$$y_n = Bu_{n-1} + v_n, \quad (31)$$

Тут $y_n = [y_n^{(1)}, \dots, y_n^{(N)}]^T \in \mathbf{R}^N$, $u_n = [u_n^{(1)}, \dots, u_n^{(N)}]^T \in \mathbf{R}^N$ і $v_n = [v_n^{(1)}, \dots, v_n^{(N)}]^T \in \mathbf{R}^N$ — вектори вихідних змінних, керувальних дій та неконтрольованих адитивних збурень відповідно, а

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1N} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{N1} & \dots & b_{NN} \end{pmatrix} \quad (\det B \neq 0)$$

— невироджена $N \times N$ -матриця невідомих коефіцієнтів b_{ij} ($i, j = 1, \dots, N$) підсилення.

Припустимо далі (для спрощення викладок), що збурення $v_n^{(1)}, \dots, v_n^{(N)}$ задовольняють обмеження

$$|v_n^{(i)} - v_{n-1}^{(i)}| \leq \varepsilon^{(i)} \quad (i = 1, \dots, N) \quad \forall n,$$

причому величини $\varepsilon^{(1)}, \dots, \varepsilon^{(N)}$ у цих обмеженнях — апіорі відомі конструкторів системи керування. Тоді в рамках зроблених припущень відносно B і $\{v_n\} = v_1, v_2, \dots$ можна побудувати адаптивний автомат, здатний забезпечити субоптимальність такої системи у стандартній формі

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup |y^{0(i)} - y_n^{(i)}| \leq \varepsilon^{(i)} + \delta \quad (32)$$

для довільної $\delta > 0$, використовуючи результат, наведено в [38, п. 4.2.3^о]. При цьому закон адаптивного керування об'єктом (31) набуває вигляду

$$u_n = u_{n-1} + B_n^{-1} e_n, \quad (33)$$

де $e_n = y^0 - y_n$ — поточний вектор похибок $e_n^{(i)} = y^{0(i)} - y_n^{(i)}$, а

$$B_n = \begin{pmatrix} b_{11}(n) & \dots & b_{1N}(n) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{N1}(n) & \dots & b_{NN}(n) \end{pmatrix} \quad (\det B_n \neq 0)$$

— матриця, рядки $b_n^{(i)} = [b_{1i}(n), \dots, b_{Ni}(n)]$ якої оновлюються на основі стандартної рекурентної процедури точкового оцінювання.

На жаль, формування послідовності $\{u_n\}$ за законом (33), хоча і дозволяє виконати вимогу (32), проте не гарантує, що на початковому етапі адаптації елементів матриці B_n до невідомих елементів матриці B , коли похибки ідентифікації $\|b_n^{(i)} - b^{(i)}\|$ доволі значні, абсолютні значення похибок $e_n^{(i)} = y^{0(i)} - y_n^{(i)}$ можуть помітно перевищувати відповідні величини $\varepsilon^{(i)}$. Отже, цілком можливо, що

$$|e_n^{(i)}| \gg \varepsilon^{(i)} \quad (i = 1, \dots, N) \quad (34)$$

доти, доки число n не стане достатньо великим.

Аби уникнути небажаного становища (34), пропонується ввести в ланцюг керування людину-оператора, здатну на основі досвіду, інтуїції забезпечити виконання вимоги

$$|e_n^{(i)}| \leq \varepsilon^{(i)} \quad (i = 1, \dots, N) \quad \forall n \quad (35)$$

при керуванні об'єктом (31) за таким законом: $u_n = u_{n-1} + \nabla u_n^*$. Тут $\nabla u_n^* = \nabla U^*(e_n)$ — цілеспрямована дія людини-оператора в даний n -й момент часу, де $\nabla U^*(\cdot)$ має сенс випадкового, взагалі кажучи, нелінійного відображення $\nabla U^*: e_n \rightarrow \nabla u_n^*$ [27, п. 6.1].

Для реалізації цієї плідної пропозиції система керування має будуватися так, як показано на рис. 2, і функціонувати наступним чином. На початковій стадії функцію керування об'єктом бере на себе людина-оператор, переводячи ключ К у положення 1. При цьому автомат переходить в режим автоматичного навчання, а сама людина-оператор стає своєрідним «вчителем»: сигнал e_n і відповідно реакція ∇u_n^* на цей сигнал надходять до блоку навчання прямої моделі об'єкта, що описується матрицею B_n , на основі якої формується його обернена матриця B_n^{-1} . Фактично здійснюється не навчання власне адаптивного авто-

мата, що має формувати керувальні дії за законом (33), у якому фігурує обернена матриця B_n^{-1} , а поточна адаптивна ідентифікація прямої моделі об'єкта.

Якщо протягом певного інтервалу часу складові вектора похибки ідентифікації

$$\tilde{e}_n = e_n - e_{n-1} + B \nabla u_{n-1}^* \quad (36)$$

починають задовольняти обмеження $|\tilde{e}_n^{(i)}| \leq \varepsilon^{(i)}$, то після переведу ключа К у положення 2 починається здійснюватися автоматичне керування об'єктом (31) за законом (33). При цьому одночасно відбувається адаптивна ідентифікація моделі об'єкта у замкненому ланцюгу, причому на відміну від (36) у виразі

$$\tilde{e}_n = e_n - e_{n-1} + B_n \nabla u_{n-1} \quad (37)$$

фігурує тепер не змінна ∇u_n^* , а змінна $\nabla u_n = u_n - u_{n-1}$, що формується самим автоматом (див. рис. 2).

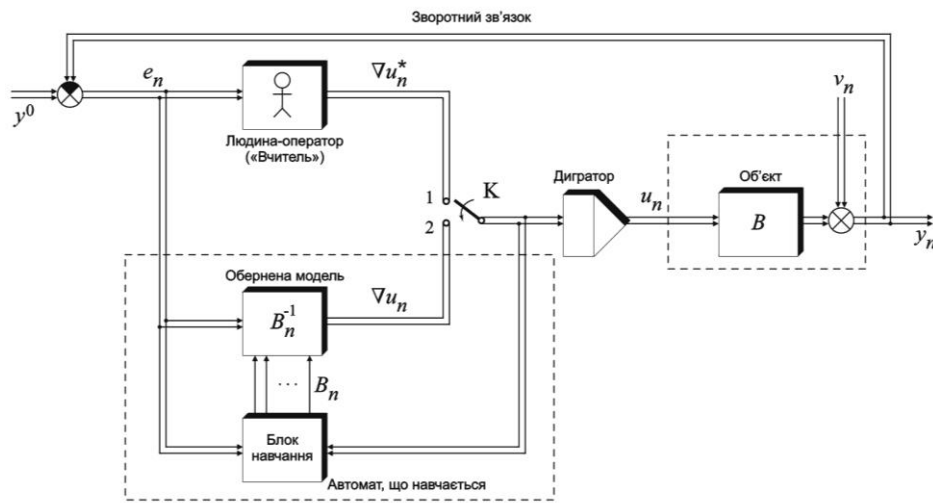


Рис. 2

Якщо ж тепер абсолютні значення складових вектора похибки e_n , яка в силу (33), (37) повторює похибку ідентифікації $\tilde{e}_n$, перевищують відповідні значення $\varepsilon^{(i)}$, то знову ключ К переводиться у положення 1 і поновлюється процес навчання автомата в автономному режимі, а функція керування об'єктом (31) покладається на людину-оператора.

Виявляється [27, п. 6.1], що переведення ключа К у положення 1 неодмінно припиниться у деякий скінченний момент $n = n^0$. У результаті при $n \geq n^0$ вдається забезпечити виконання вимоги (35) та гарантувати досягнення асимптотичної властивості (32) системи керування [27, п. 6.1].

3. Задача інтелектуального керування на базі обернених нейромережевих моделей

Вище розглядалися задачі інтелектуального керування лінійними об'єктами. Проте на практиці нерідко доводиться мати справу з нелінійними об'єктами. Зокрема, у випадку багатозв'язного статичного об'єкта він описується нелінійним рівнянням

$$y_n = \Phi(u_{n-1}) + v_n, \quad (38)$$

а не лінійним рівнянням (31). Тут $u_n \in \mathbf{R}^N$, $y_n \in \mathbf{R}^N$ — вектори керування і вихідних змінних відповідно; $v_n \in \mathbf{R}^N$ — вектор неконтрольованих збурень, що задовольняють обмеження (A7); Φ — нелінійний оператор. Припускається, що складові вектор-функції $\Phi(u)$ — гладкі функції від складових $u_n^{(1)}, \dots, u_n^{(N)}$ вектора u .

Якби $\Phi(u)$ була апіорі відома конструктору системи, то в рамках зробленого припущення відносно оператора Φ в рівнянні (38) можна було б використати закон керування

$$u_n = u_{n-1} + \Phi^{-1}(y^0) - \Phi^{-1}(y_n), \quad (39)$$

спираючись на методологію оберненого оператора [39, гл. 3, п. 2]. Оскільки реальна вектор-функція $\tilde{y} = \Phi(\tilde{u})$ в рівнянні (38) апіорі практично невідома, то пропонується передусім апроксимувати обернену їй вектор-функцію $\tilde{u} = \Phi^{-1}(\tilde{y})$, яка фігурує в (39), деякою нелінійною параметризованою вектор-функцією, а саме «універсальною» вектор-функцією $\tilde{u} = \text{NN}[w, \tilde{y}]$, що реалізується штучною нейронною мережею з вектором ваг w . (Нагадаємо, що довільну гладку нелінійність з будь-якою точністю можна апроксимувати функцією, яка описує нейронну мережу, належним чином вибираючи число нейронів та число шарів у ній [40].) При такому підході закон керування (39) набуває вигляду

$$u_n = u_{n-1} + \text{NN}[w_n, y^0] - \text{NN}[w_n, y_n], \quad (40)$$

де w_n — вектор, що має оновлюватися в кожний n -й момент часу на основі того чи іншого алгоритму навчання, зокрема алгоритму, запропонованому в роботі [41] для адаптивної ідентифікації нелінійно параметризованого динамічного об'єкта.

Сама по собі ідея керування об'єктом в умовах апіорної невизначеності з використанням оберненої нейромережевої моделі уперше, мабуть, була в загальних рисах висунута в [13, с. 189]. Розвиток цієї ідеї приводить до побудови системи автоматичного керування, структурна схема якої зображена на рис. 3. Як і в [13, с. 188], в схемі рис. 3 входом оберненої нейромережевої моделі служить вихід об'єкта, а виходом — вхід дигратора. Ця система має функціонувати так.

Спочатку переведенням ключа K_1 в положення 1 керування об'єктом має відбуватися за його лінійною оберненою моделлю, при цьому за певних припущень можна розраховувати на забезпечення грубого керування [42]. На даному початковому етапі відбувається автономне навчання оберненої нейромережевої моделі. З цією метою переведенням ключа K_2 в положення 2 здійснюється спостереження за виходом $\tilde{u}_n = \text{NN}[w_{n-1}, y_n]$ нейромережі при поданні на її вхід сигналу y_n (вихід об'єкта), який одночасно надходить до блоку, призначеного для реалізації алгоритму навчання. До цього ж блоку надходить інформація про відхилення сигналу $\tilde{u}_n$ від сигналу u_{n-1} , поданим на об'єкт у попередній $(n-1)$ -й момент (див. рис. 3). При цьому сигнал про розузгодження

$$\tilde{\varepsilon}_n = \text{NN}[w_{n-1}, y_n] - u_{n-1}$$

має безпосередньо використовуватися в алгоритмі навчання, який забезпечує оновлення вектора ваг $w_{n-1} \rightarrow w_n$ оберненої нейромережевої моделі об'єкта.

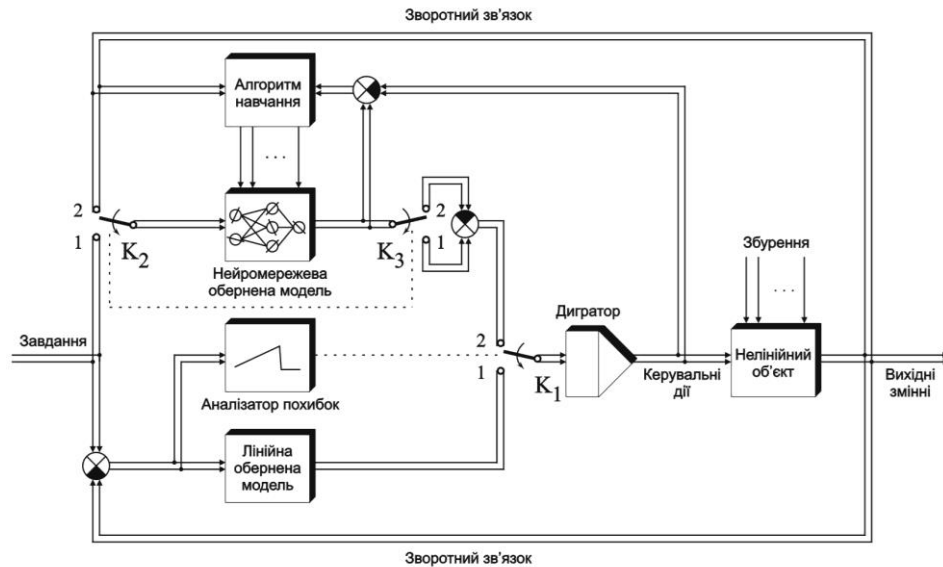


Рис. 3

Якщо при автономному навчанні виявиться, що величина $\|\bar{e}_n\|$ стає достатньо малою (це неодмінно має настати за умови, що алгоритм навчання збігається), ключ K_1 в схемі рис. 3 переводиться у положення 2. При цьому процес навчання продовжується, але вже не в автономному режимі, а в режимі керування об'єктом за законом (40) на базі нейромережевої, а не лінійної оберненої моделі. Для реалізації такого закону керування спарені ключі K_2 і K_3 у схемі рис. 3 повинні на кожному n -му кроці поперемінно переводитися в положення 1 і 2. Але як тільки виявиться, що норма поточної похибки $\|e_n\| = \|y^0 - y_n\|$ починає перевищувати допустиме значення, то за сигналом, що надходить від аналізатора похибок, ключ K_1 негайно повинен переводитися у положення 1. Це дозволяє відновити керування об'єктом за його лінійною оберненою моделлю, а процес навчання оберненої нейромережевої моделі продовжувати в автономному режимі до тих пір, поки $\|\bar{e}_n\|$ знову стане малим.

Аналіз динаміки системи автоматичного керування за оберненою нейромережевою моделлю, що має навчатися, наразі не проводився. Тому поставлена задача залишається поки що до кінця нерозв'язаною.

4. Задача інтелектуального керування з використанням асоціативної пам'яті

Метод прийняття рішень за наявності пам'яті про асоціації між вхідним сигналом u_n і реакцією y_{n+1} об'єкта на цей сигнал, притаманний людині-оператору, може бути реалізований при автоматичному керуванні статичним об'єктом, що описується рівнянням (38) [39, гл. 2]. Таке керування передбачає використання асоціативної моделі об'єкта у формі взаємно однозначних відображень

$$u[i] \rightleftharpoons y[i], i = 1, \dots, P, \quad (41)$$

які мають зберігатися у пам'яті автомата, а сама система автоматичного керування мати конфігурацію, схематично зображену на рис. 4 для випадку $N = 2$.

Керування об'єктом за його асоціативною моделлю (41) здійснюється у такий спосіб (див. [39, гл. 1, п. 8]):

- 1) вимірювання складових вектора y_n ;

апріорі відоме число. Вважається, що множина U допустимих керувальних дій — скінченна множина, що складає набір $U = \{u^{(1)}, \dots, u^{(G)}\}$ $G (G > 2)$ фіксованих значень, упорядкованих наступним чином: $u^{(1)} < u^{(2)} < \dots < u^{(G)}$.

Введемо локальний показник якості функціонування системи керування, який для поточного n визначається так:

$$J_n(u_n, x_n, \xi_n) = \sup_{\xi_n: |\xi_n| \leq \varepsilon} |y^0 - y_n|. \quad (43)$$

Виявляється, що за наявності повної апріорної інформації про число b і вектор h мінімізація показника (43) на множині U дає

$$u_n = \arg \min_{u_n \in U} \max_{\xi_n: |\xi_n| \leq \varepsilon} J_n(u_n, x_n, \xi_n), \quad (44)$$

звідки $u_n = u^{(s)}$, якщо $x_n \in X^{(s)}$, де $X^{(s)}$ — так звана s -а ситуація керування, яка визначається таким чином:

$$\left. \begin{aligned} X^{(1)} &= \left\{ x: y^0 - h^T x \leq \frac{1}{2} b(u^{(1)} + u^{(2)}), x \in X \right\}, \\ X^{(s)} &= \left\{ x: \frac{1}{2} b(u^{(s)} + u^{(s-1)}) \leq y^0 - h^T x \leq \frac{1}{2} b(u^{(s)} + u^{(s+1)}), x \in X \right\}, s = 2, \dots, G-1, \\ X^{(G)} &= \left\{ x: y^0 - h^T x \geq \frac{1}{2} b(u^{(G-1)} + u^{(G)}), x \in X \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Неважко зрозуміти, що вибір вектора $u_n = u^{(s)}$ керувальних дій з множини U за відсутності апріорної параметричної невизначеності, по суті, зводиться до розпізнавання ситуації $X^{(s)}$, в яку «падає» вектор x_n . Але в умовах невизначеності такий вибір неможливий, оскільки в силу (45) він потребує знання меж множин $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(G)}$, якого за цих умов немає.

Для навчання розпізнаванню ситуації керування пропонується новий метод, який на відміну від відомих наразі інших методів не вимагає поточного оцінювання меж областей $X^{(s)}$. Суть цього методу полягає у наступному. На основі стандартної процедури функціональної ідентифікації об'єкта (42) [38, гл. 4] шляхом рекурентного розв'язання систем нерівностей

$$|y_{n-1} - \hat{b}u_{n-1} - \hat{h}^T x_{n-1}| \leq \varepsilon + \delta, \quad \delta > 0 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

відносно невідомого вектора $\hat{\theta} = [\hat{b}, \hat{h}^T]^T$, які негайно впливають з (42), здійснюється поточне оцінювання $\theta_n = [b_n, h_n^T]^T$, тобто адаптивна ідентифікація моделі об'єкта. Далі знаходиться величина $u'_n = b_n^{-1}(y^0 - h_n^T x_n)$, яка є не що інше, як керувальна дія в n -й момент часу за умови неперервності множини допустимих керувальних дій; фактична ж керувальна дія визначається як

$$u_n = u^{(k)}, \quad (46)$$

де

$$k = \min_{s=1, \dots, G} \arg \min_{u^{(s)} \in U} |u'_n - u^{(s)}|. \quad (47)$$

З (46), (47) випливає, що запропонований метод вправі назвати методом «найближчого сусіда». Структурна схема системи керування, що реалізує цей метод, наведена на рис. 5.

Можна показати, що запропонована процедура навчання збігається за деяке скінченне число кроків n^* при будь-якому $\delta > 0$.

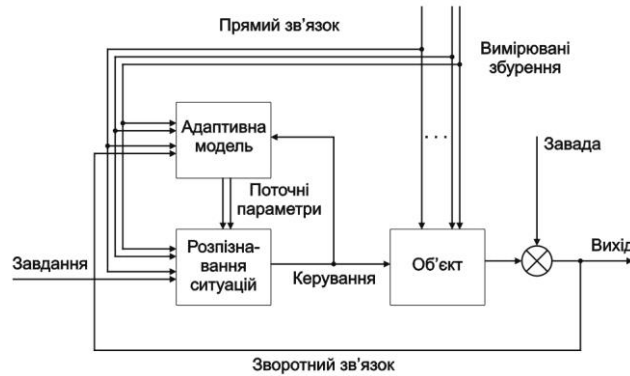


Рис. 5

Висновок

У роботі наведено змістовні і формальні постановки таких задач інтелектуально-го керування об'єктами в умовах невизначеностей: 1) задачі адаптації автомата до не-відомих параметрів лінійного скалярного динамічного об'єкта за відсутності апіорної інформації про параметри його математичної моделі та характеристики зовнішнього середовища, в якому має функціонувати цей об'єкт; 2) задачі навчання керуванню багатозв'язним лінійним статичним об'єктом з використанням досвідченої людини-опера-тора як зовнішнього «вчителя»; 3) задачі навчання оберненої нейромережевої моделі керуванню нелінійними скалярними багатозв'язними статичними об'єктами; 4) задачі керування багатозв'язними нелінійними статичними об'єктами з використанням асо-ціативної пам'яті; 5) задачі навчання розпізнаванню ситуацій керування за наявності скінченної множини допустимих керувальних дій.

Запропоновано методи розв'язування поставлених задач. Встановлено асим-птотичні властивості інтелектуальних систем керування лінійними об'єктами за наявності апіорних невизначеностей щодо їх параметрів (в задачах 1 і 2) та меж неконтрольованих збурень (в задачі 1).

Відкритими залишаються поки що питання забезпечення бажаної поведінки інтелектуальних систем керування на базі нейромережевих моделей та моделей, побудованих на базі асоціативної пам'яті.

У найближчому майбутньому треба зосередити увагу на дослідженні динамі-чних властивостей інших класів інтелектуальних систем автоматичного керуван-ня, а саме, систем керування на базі нечітких автоматів та автоматів, що реалізу-ють генетичні алгоритми.

L. Zhiteckii

ON SOME PROBLEMS OF DESIGNING INTELLIGENT AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS UNDER UNCERTAINTIES

(to the 100th anniversary of academician V.M. Glushkov birthday)

Leonid Zhiteckii

International Research and Training Center for Information Technologies and Sys-tems of the National Academy of Sciences of Ukraine and the Ministry of Educa-tion and Science of Ukraine, Kyiv,

leonid_zhiteckii@i.ua

*Міжнародний науково-технічний журнал
Проблеми керування та інформатики, 2023, № 5*

Several problems of designing the intelligent control systems which include the problem of designing the adaptive control system containing the linear scalar plant in the presence of arbitrary bounded unmeasurable disturbances with unknown bounds (the problem 1), the problem of learning to control the linear interconnected static plant in off-line mode (the problem 2), the problem of designing the control system containing a nonlinear interconnected static plant on the basis of its neural network model (the problem 3), the problem of designing the control system in the presence of the same plant on the basis of an associative model (the problem 4), and the problem of learning to recognize control situations, that arises in the presence of a finite number of the admissible control actions (the problem 5) are considered. The distinguishing feature of the problem 1 is that any assumption about a priori information with respect to the bounds on the membership set of unknown parameter vectors is absent. To solve this problem, the membership set estimation method to be implemented in addition to the traditional point estimation method is devised and substantiated in details. Novelty of this method is that instead of the unknown a priori membership set of these parameters, the peculiar a posteriori membership set is designed and updated, utilizing the signals available for measurement. To solve the problem 2, we propose to exploit the experienced human-operator as an external «teacher» for training the plant model in the off-line mode and simultaneously for the control of plant until this mode is completed. Within the framework of solving the problem 3, the use of an inverse neural network model to be trained directly in the control circuit and to form the control actions. An algorithm oriented to the solution of the problem 4 is given. To solve the problem 5, a new method for learning to recognize control situations called as «a nearest neighbor» method is advanced.

Keywords: intelligent automatic control system, discrete time, adaptation, learning, inverse neural network model, associative memory, control situation recognition.

ПОСИЛАННЯ

1. Gubarev V. New trends in control theory. *Міжнародний науково-технічний журнал «Проблеми керування та інформатики»*. 2022. № 3. С. 3–21. DOI: <http://doi.org/10.34229/2786-6505-2022-3-1>
2. Глушков В.М. Некоторые проблемы теории автоматов и искусственного интеллекта. *Кибернетика*. 1970. № 2. С. 3–13.
3. Глушков В.М. Кибернетика и искусственный интеллект. *Кибернетика и диалектика*. М. : Наука, 1978. С. 162–182.
4. Уинстон П. Искусственный интеллект / пер. с англ. М. : Мир, 1980. 520 с.
5. Russell S.J., Norvig P. Artificial intelligence: a modern approach. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall Inc., 1995. 946 p.
6. Люгер Дж. Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем / пер. с англ. М. : Изд. дом «Вильямс», 2003. 864 с.
7. Файнзильберг Л.С. Интеллектуальная информационная технология обработки сигналов с локализованной информацией. *Штучний інтелект*. 2008. № 2. С. 100–110.
8. Fu K.S. Learning control systems and intelligent control systems: an intersection of artificial intelligence and automatic control. *IEEE Trans. Automatic Control*. 1971. AC-16. N 1. P. 70–72.
9. White D.A., Sofge D.A. (eds.). Handbook of intelligent control: neural, fuzzy, and adaptive approaches. New York : Van Nostrand Reinhold, 1992. 525 p.
10. Васильев С.Н., Жерлов А.К., Федосов Е.А., Федунев Б.Е. Интеллектуальное управление динамическими системами. М. : Физматлит, 2000. 352 с.
11. Интеллектуальные системы автоматического управления. Под ред. И.М. Макарова и В.М. Лохина. М. : Физматлит, 2001. 576 с.
12. Макаров И.М., Лохин В.М., Манько С.В., Романов М.П. Искусственный интеллект и интеллектуальные системы управления. М. : Наука, 2006. 333 с.
13. Васильев В.И., Ильясов Б.Г. Интеллектуальные системы управления. Теория и практика: учебное пособие. М. : Радиотехника, 2009. 392 с.
14. Гриценко В.І. Інтелектуалізація інформаційних технологій. *Наука і технології*. Київ : Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, 1992. С. 4–9.
15. Житецький Л.С. Проблеми та перспективи інтелектуалізації систем автоматичного керування. *Кибернетика та обчислювальна техніка*. 2022. Вип. 207, № 1. С. 46–58.

16. Narendra K.S. Neural networks for control. Theory and practice. *Proc. IEEE*. 1996. Vol. 84, N 10. P. 1385–1405.
17. Narendra K.S., Parthasarathy R. Identification and control of dynamics systems using neural networks. *IEEE Trans. Neural Networks*. 1990. Vol. 1, N 1. P. 4–27.
18. Bodyanskii E.V., Zaporozhets O.V. Adaptive neurocontroller for a nonlinear dynamic object. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2002. N 41(2). P. 252–256.
19. Кохонен Т. Ассоциативная память. М. : Мир. 1980. 239 с.
20. Chang, W.-J., Sun C.-C. Constrained fuzzy controller design of discrete Takagi–Sugeno fuzzy model. *Fuzzy Sets Syst.* 2003. N 133. P. 37–55.
21. Sun Q., Li R., Zhang P. Stable and optimal adaptive fuzzy control of complex systems using fuzzy dynamic model. *Fuzzy Sets Syst.* 2003. N 133. P. 1–17.
22. Yoneyama J., Nishikawa M., Katayama H. Output stabilization of Takagi–Sugeno fuzzy systems. *Fuzzy Sets Syst.* 2000. N 111. P. 253–266.
23. Ma X.-J., Sun Z.-O. Output tracking and regulation of nonlinear system based on Takagi–Sugeno fuzzy model. *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Part B: Cybern.* 2000. Vol. 30, N 1. P. 47–59.
24. Zang J.-M., Li R.-H., Zhang P.-A. Stability analysis and systematic design of fuzzy control systems. *Fuzzy Sets Syst.* 2001. N 120. P. 65–72.
25. Tanaka K., Ikeda T., Wang H.O. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* 1998. Vol. 6, N 12. P. 1–16.
26. Azarskov V.N., Solovchuk K.Yu., Volkov O.Ye., Zhiteckii L.S. A new adaptive suboptimal controller for a class of linear discrete-time systems with unknown bounded disturbances. *Proc. 22nd IFAC World Congress. Japan : Yokohama, 2023*. P. 9924–9929.
27. Житецкий Л.С., Скурихин В.И. Адаптивные системы управления с параметрическими и непараметрическими неопределенностями. Киев : Наук. думка, 2010. 301 с.
28. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации. К. : Наук. думка, 2006. 264 с.
29. Sokolov V.F. Adaptive suboptimal tracking for the first-order plant with Lipschitz uncertainty. *IEEE Trans. on Automatic Control*. 2003. N 48. P. 607–612.
30. Sokolov V.F. Adaptive suboptimal robust control of the first-order plant. *Automation and Remote Control*. 2008. N 69. P. 1357–1372.
31. Sokolov V.F. Adaptive stabilization of minimum-phase plant under Lipschitz uncertainty via Yakubovich's method of recurrent objective inequalities. *IFAC-PapersOnLine*. 2015. N 48. P. 563–567.
32. Zhiteckij L.S. Adaptive control of systems subjected to bounded disturbances. *Bounding Approaches to System Identification / M. Milanese etc., eds. New York; London : Plenum Press, 1996*. Chapt. 24. P. 383–407.
33. Åström K.J., Wittenmark B. Adaptive control. 2nd ed. New York : Dover Publications, 2014. 573 p.
34. Ioannou P., Sun J. Robust adaptive control. New York : Dover Publications, 2013. 821 p.
35. Narendra K.S., Annaswamy A.M. Stable adaptive systems. New York : Dover Publications, 2012. 512 p.
36. Tao G. Adaptive control design and analysis. New York : John Wiley and Sons, 2013. 640 p.
37. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. Третье издание. М. : Наука, 1967. 575 с.
38. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. М. : Наука, 1981. 448 с.
39. Скурихин В.И., Житецкий Л.С., Проценко Н.М. Итеративно-табличные автоматы. К. : Наук. думка, 1977. 165 с.
40. Cybenko G. Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Math. Control, Signals, Syst.* 1989. P. 303–314.
41. Zhiteckii L.S., Azarskov V.N., Nikolaienko S.A., Solovchuk K.Yu. Some features of neural networks as nonlinearly parameterized models of unknown systems using an online learning algorithm. *Journal of Applied Mathematics and Physics*. 2018. N 6. P. 247–263.
42. Житецкий Л.С. Робастное управление некоторыми классами нелинейных дискретных объектов с использованием линейных регуляторов. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2016. № 1. С. 72–88.
43. Наварски Э. Самообучающаяся модель управляемых объектов со многими параметрами. *Труды 3-го Международного конгресса ИФАК. Дискретные, самонастраивающиеся и самообучающиеся системы*. М. : Наука, 1971. С. 378–390.

Отримано 05.09.2023