УДК 517.977

К.А. Чикрій, О.А. Чикрій

ПРО ПОВНУ КОНФЛІКТНУ КЕРОВАНІСТЬ В ІГРОВИХ ЗАДАЧАХ ДИНАМІКИ

Чикрій Кирило Аркадійович

Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, м. Київ,
orcid: 0000-0001-9378-1122

c.kirill@gmail.com

Чикрій Олексій Аркадійович

Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, м. Київ,

orcid: 0000-0002-8234-6499

alarcad@gmail.com

Розглянуто задачу зближення конфліктно-керованої системи із заданою циліндричною термінальною множиною з будь-яких початкових положень на основі позиційної інформації. Вона є узагальненням задачі Калмана та відповідного критерію керованості за відсутності обмежень на керування. Як базове використано правило екстремального прицілювання М.М. Красовського в інтерпретації Б.М. Пшеничного. Із застосуванням техніки багатозначних відображень та опуклого аналізу отримано достатні умови зближення у регуляризованому (за Красовським) випадку і на їхній основі — загальні умови повної конфліктної керованості. У регуляризованому випадку замість конфліктно-керованої системи диференціальних рівнянь розглядаються диференціальні включення, розв'язком яких є абсолютно неперервні функції. Цей факт є наслідком відсутності неперервності керування за фазовою змінною. За певних умов розв'язок існує, але не обов'язково єдиний. Отримані результати застосовано при проведенні аналізу узагальненого контрольного прикладу Л.С. Понтрягіна. Водночас використано техніку теорії лишків. Розглянуто два частинні приклади: контрольний приклад Л.С. Понтрягіна та задачу «Хлопчик і крокодил». У кожному випадку отримано достатні умови повної конфліктної керованості при поточній позиційній інформації про фазовий стан рухомих об'єктів.

Ключові слова: конфліктно-керований процес, багатозначне відображення, опорна функція, контрольний приклад Понтрягіна.

Вступ

У статті розглянуто класичну проблему керованості [1] для динамічних процесів, що відбуваються в умовах конфлікту та невизначеності. Водночас використано інформацію про фазовий стан об'єкта. Слід зауважити, що на основі ідей та схеми першого прямого методу Л.С. Понтрягіна [2] достатні умови повної конфліктної керованості в класі контркерувань, що призначаються певними стробоскопічними стратегіями О. Хайека, отримано в роботі [3]. У дослідженнях [4, 5] метод розв'язуючих функцій [6] застосовано для вивчення проблеми повної конфліктної керованості в класі позиційних стратегій на основі правила екстремального прицілювання М.М. Красовського [7] у формі Б.М. Пшеничного, що пов'язано з часом першого поглинання. Результати проілюстровано на узагальненому контрольному прикладі Л.С. Понтрягіна [8] та його частинних прикладах.

Розглянемо конфліктно-керований процес

$$\dot{z} = Az - \varphi(u, v), \quad z \in R^n, \quad u \in U, \quad v \in V, \tag{1}$$

де A — квадратна матриця порядку n; R^n — евклідовий простір; z — вектор стану процесу; u, v — параметри керування переслідувача і втікача, які вибираються з компактів U та V; $\varphi(u, v)$ — вектор-функція, неперервна за сукупністю змінних.

Термінальна множина циліндрична:

$$M^* = M_0 + M, \tag{2}$$

де M_0 — лінійний підпростір із R^n, M — опуклий компакт з підпростору $L = M_0^{\perp}$. Задача полягає у визначенні умов для параметрів процесу (1), (2), за яких з будь-яких початкових станів z_0 траєкторії системи (1) можуть бути виведені на множину (2) за скінченний час за допомогою позиційних керувань переслідувача $U(t, z, v)$ при будь-яких вимірних керуваннях утікача $v(t)$, $v(t) \in V$, $t \geq 0$. Це аналог класичної проблеми про повну керованість динамічної системи [1], ускладнений наявністю конфлікту.

Позначимо π ортопроєктор, що діє з R^n у L,

$$\Omega_V = \{v(\cdot) : v(t) \in V, \ t \geq 0, \ v(t) \ \textit{вимірна}\},$$

де e^{At} — фундаментальна матриця однорідної системи (1).

Розглянемо багатозначне відображення $W(t)$, $W : [0, \infty) \to 2^L$:

$$W(t) = \bigcap_{v(\cdot) \in \Omega_V} [M + \int_0^t \pi e^{A(t-\tau)} \varphi(U, v(\tau)) d\tau].$$

Інтеграл від багатозначного відображення, інтеграл Аумана, визначається аналогічно [2].

Умова 1. Відображення $W(t) \neq \varnothing$ для $t \geq 0$.

Зауваження 1. Якщо $\varphi(u, v) = u - v$, то

$$W(t) = \left(M + \int_0^t \pi e^{A\tau} U d\tau \right) \overset{*}{-} \int_0^t \pi e^{A\tau} V d\tau,$$

де $\overset{*}{-}$ — операція геометричного віднімання множин [2].

Відображення $W(t)$ з огляду на припущення є опуклозначним і напівнеперервним зверху [9].

Введемо час першого поглинання [7]: $T(z)=\min\{t\ge 0:\pi e^{A\tau}z\in W(t)\}$, враховуючи, що бар'єрний конус множини M^* дорівнює L [9].

Опорна функція відображення $W(t)$ має вигляд

$$C(W(t);\, p)=\operatorname{co}\left[C(M;\, p)+\int_0^t \min_{v\in V}\max_{u\in U}(p,\, e^{A\tau}\varphi(u,v))d\tau\right],\quad p\in L,$$

де co — опуклення функції [9].

Покладемо

$$\alpha(t,z)=\min_{\substack{\|p\|=1\\ p\in L}}[C(W(t);\, p)-(p,\, e^{At}z)].$$

Очевидно, $\alpha(0,z)<0$ тоді й тільки тоді, коли $\pi z\notin M$. У даному разі

$$\alpha(t,z)=\min_{\substack{\|p\|=1\\ p\in L}}\left[C(M;\, p)+\int_0^t \min_{v\in V}\max_{u\in U}(p,\, e^{A\tau}\varphi(u,v))d\tau-(p,\, e^{At}z)\right],\tag{3}$$

оскільки мінімуми функції та її опуклення завжди співпадають. Водночас

$$T(z)=\min\{t\ge 0:\alpha(t,z)=0\}.\tag{4}$$

Функції $\alpha(t,z)$, $T(z)$ неперервні при $t\ge 0$, $z\in R^n$. Покладемо

$$C_M=\min_{\substack{\|p\|=1\\ p\in L}}C(M;\, p),\quad \gamma(t)=\min_{\substack{\|p\|=1\\ p\in L}}\min_{v\in V}\max_{u\in U}(p,\, e^{At}\varphi(u,v)),\tag{5}$$

$$\beta(t)=\min_{\substack{\|p\|=1\\ p\in L}}\int_0^t \min_{v\in V}\max_{u\in U}(p,\, e^{A\tau}\varphi(u,v))d\tau.$$

Функції $\gamma(t)$, $\beta(t)$ неперервні по t, $t\ge 0$ [9].

Лема 1. *Нехай для конфліктно-керованого процесу (1), (2) виконана умова 1. Тоді справедлива нерівність*

$$\alpha(t,z)\ge C_M+\beta(t)-\left\|\pi e^{At}z\right\|\ge C_M+\int_0^t\gamma(\tau)d\tau-\|\pi\|\cdot\left\|e^{At}z\right\|,\tag{6}$$

$$t\ge 0,\quad z\in R^n.$$

Доведення випливає з формул (3), (5) і властивостей операції взяття мінімуму.

Наслідок 1. Нехай для конфліктно-керованого процесу (1), (2) виконана умова 1, норма матриці πe^{At} рівномірно обмежена постійною K та $\lim\limits_{t\to\infty}\gamma(t)>0.$ Тоді $T(z)<+\infty$ для будь-якого $z\in R^n$.

Наслідок 2. Нехай для конфліктно-керованого процесу (1), (2) виконана умова 1, $\gamma(t)\ge 0$ для $t\ge 0$, $C_M>0$ та $\lim\limits_{t\to\infty}\left\|\pi e^{At}z\right\|=0$. Тоді $T(z)<+\infty$ для будь-якого $z\in R^n$.

Наслідок 3. Нехай для конфліктно-керованого процесу (1), (2) виконана умова 1 та $\lim\limits_{t\to\infty} \beta(t) / \left\| \pi e^{At} \right\| = +\infty$. Тоді $T(z) < +\infty$ для будь-якого $z \in R^n$.

Доведення наслідків 1–3 випливає з нерівностей (6), співвідношення (4) і припущень, що накладені на параметри процесу (1), (2).

Розглянемо маргінальні багатозначні відображення

$$P(t, z) = \{ p \in L, \ \|p\| = 1 : C(W(t);\ p) - (p, e^{At} z) = \alpha(t, z) \},$$

$$U(t,\ p, v) = \{ u \in U : \max_{u \in U} (p, e^{At} \varphi(u, v)) = (p, e^{At} \varphi(u, v)) \}.$$

Вони напівнеперервні зверху на множинах $[0, \infty) \times R^n$ та $[0, \infty) \times R^n \times V$ відповідно [9].

Зауваження 2. Якщо $\varphi(u, v) = -u + v$, то замість відображення $U(t, p, v)$ необхідно розглядати відображення

$$U(t,\ p) = \{ u \in U : \max_{u \in U} (p, e^{At} u) = (p, e^{At} u) \}.$$

Умова 2. Множини значень відображень $P(t, z)$ складаються з одиничних елементів при всіх $t \ge 0,\ \ z \in R^n \setminus M^*$.

Лема 2. *Нехай для конфліктно-керованого процесу (1), (2) виконані умови 1 та 2 і* $T(z_0) < +\infty$*. Тоді траєкторія системи (1) може бути виведена на множину* M^* *з початкового стану* z_0 *не пізніше, ніж за час* $T(z_0)$.

Доведення. Покладемо $p(t, z) = P(t, z)$ з огляду на умову 2. Тоді $p(t, z)$ — неперервна функція. Відображення $U(t, z, v) = U(t, p(t, z), v)$ напівнеперервне зверху. Застосуємо стратегію переслідувача у вигляді відображення $U(T(z_0) - t, z, v)$.

Розглянемо диференціальне включення

$$\dot{z} \in Az - \varphi(U(T(z_0) - t, z, v(t)),\ \ v(t)\ ),\ \ z(0) = z_0,\ \ t \ge 0, \tag{7}$$

де $v(t)$ — довільна вимірна функція зі значеннями з V.

Згідно з [10, 11] у деякому околі точки z_0 існує розв’язок включення (7) $z(t)$, який не є єдиним.

Покажемо, що функція $T(z)$ спадає вздовж траєкторії $z(t)$ не повільніше, ніж зростає істинний час, тобто виконується нерівність

$$T(z_0) - t \ge T(z(t)),\ \ t \in [0, t_*], \tag{8}$$

де t_* визначається околом точки z_0. Для цього обчислимо повну похідну за часом від функції $\alpha(T(z_0) - t, z(t))$:

$$\frac{d}{dt} \alpha(T(z_0) - t, z(t)) = \mathrm{grad}_z \alpha(T(z_0) - t, \dot{z}(t)) z(t) - \frac{d}{dt} \alpha(T(z_0) - t, z(t)).$$

З урахуванням умови 2 з формули (3) отримаємо

$$\mathrm{grad}_z \alpha(t, z) = -e^{A*t} p(t, z),$$

 ISSN 2786-6491

$$\frac{d}{dt}\alpha(t, z) = \min_{v\in V} \max_{u\in U}(e^{A*t} p(t, z), - Az + \varphi(u, v)).$$

Тоді

$$\frac{d}{dt}\alpha(T(z_0) - t, z(t)) = -(e^{A*(T(z_0)-t)} p(T(z_0) - t, z(t)), Az(t) - \eta(t) -$$
$$- \min_{v\in V} \max_{u\in U}(e^{A*(T(z_0)-t)} p(T(z_0) - t, z(t)), - Az(t) + \varphi(u, v)) \geq 0$$

для будь-якого $\eta(t) \in \varphi(U(T(z_0) - t, z(t), v(t)), v(t))$. Тут використано закон вибору керування переслідувачем. Отже, вздовж траєкторій включення (7) функція $\alpha(T(z_0) - t, z)$ не спадає. Водночас, оскільки $\alpha(T(z_0), z_0) = 0$, $\alpha(T(z_0) - t, z(t)) \geq 0$ для $t \in [0, t_*]$, звідси випливає нерівність (8).

Таким чином, на відрізку $[0, t_*]$ побудовано позиційний закон керування $U(T(z_0) - t, z, v)$, якому відповідає пучок траєкторій включення (7). Однак на кожній з траєкторій справедлива нерівність (8). З точки $z(t_*)$ процес побудови закону керування і відповідних пучків траєкторій можна подовжити в новому околі точки $z(t_*)$ зі збереженням нерівності типу (8) тощо. Запропонована процедура дозволяє зробити висновок про те, що $T(z(t))$ перетвориться на нуль не пізніше моменту $T(z_0)$.

Теорема. *Нехай для конфліктно-керованого процесу (1), (2) виконані умови 1 та 2, а також пропозиції хоча б одного з наслідків 1–3. Тоді з будь-якого початкового стану* z_0 *траєкторії системи (1) можуть бути виведені на термінальну множину (2) за скінченний час.*

Доведення випливає з леми 2 та наслідків 1–3.

Розглянемо узагальнений контрольний приклад Понтрягіна [2, 8]. Нехай рух переслідувача описано рівнянням

$$x^{(k)} + a_{k-1}x^{(k-1)} + \ldots + a_0 x = u, \quad x \in R^s, \quad \|u\| \leq \rho, \quad s \geq 2, \quad k \geq 1, \tag{9}$$

де $a_0, a_1, \ldots, a_{k-1}$ — довільні дійсні числа, а динаміка втікача підпорядковується закону

$$y^{(m)} + b_{m-1}y^{(m-1)} + \ldots + b_0 y = v, \quad y \in R^s, \quad \|v\| \leq \sigma, \quad m \geq 1, \tag{10}$$

де $b_0, b_1, \ldots, b_{m-1}$ — також дійсні числа.

Термінальна множина задається співвідношенням $\|x - y\| \leq \varepsilon$. Приведемо рівняння вищих порядків (9), (10) до систем рівнянь першого порядку. Для цього покладемо

$$x_1 = x, \quad x_2 = \dot{x}_1, \ldots, x_k = \dot{x}_{k-1},$$

$$y_1 = y, \quad y_2 = \dot{y}_1, \ldots, y_m = \dot{y}_{m-1}.$$

Позначимо

$$\bar{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_k)^{\mathrm{T}}, \quad \bar{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_m)^{\mathrm{T}},$$

$$\bar{u} = (0, 0, \ldots, 0, u)^{\mathrm{T}}, \quad \bar{v} = (0, 0, \ldots, 0, v)^{\mathrm{T}},$$

де 0 — s-мірний нульовий вектор. Запишемо рівняння (9) та (10) у вигляді

$$\dot{\bar{x}} = A_1\bar{x} + \bar{u}, \quad \bar{x}(0) = \bar{x}^0,$$
$$\dot{\bar{y}} = B_1\bar{y} + \bar{v}, \quad \bar{y}(0) = \bar{y}^0. \tag{11}$$

Тут у формулах (11)

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & E & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & E & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 0 & E \\ -a_0E & -a_1E & .... & -a_{k-2}E & -a_{k-1}E \end{bmatrix};$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & E & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & E & ... & 0 \\ .... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 0 & E \\ -b_0E & -b_1E & .... & -b_{m-2}E & -b_{m-1}E \end{bmatrix},$$

причому є представлення $A_1 = \bar{A}_1 \otimes E, \; B_1 = \bar{B}_1 \otimes E,$ де

$$\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & .... & -a_{k-2} & -a_{k-1} \end{bmatrix};$$

$$\bar{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ... & 0 \\ .... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 0 & 1 \\ -b_0 & -b_1 & .... & -b_{m-2} & -b_{m-1} \end{bmatrix},$$

а символ $\otimes$ означає кронекерівський добуток матриць [12]. Поклавши далі $z = (\bar{x}, \bar{y})^{\mathrm{T}}, \quad A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & B_1 \end{bmatrix}$, отримаємо конфліктно-керований процес стандартного вигляду. Водночас

$$M_0 = \{z : x = y\}, \; L = \{z : z = (\chi, 0, ..., 0, -\chi, 0, ..., 0), \quad \chi \in R^s\},$$

$$\pi = \begin{array}{r} \\ \\ \\ k+1 \\ \\ k+m \end{array}\begin{bmatrix} & & & & k+1 & & & k+m \\ 1/2E & 0 & ... & 0 & -1/2E & 0 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ -1/2E & 0 & ... & 0 & 1/2E & 0 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & ... & ... & ... & ... & ... & ... & 0 \end{bmatrix},$$

де E — одинична матриця порядку s,

$$U = \{(0, ..., 0, u, 0, ..., 0)^{\mathrm{T}} : \|u\| \le \rho\}, \; V = \{(0, \underset{k+m}{....}, 0, v)^{\mathrm{T}} : \|v\| \le \sigma\}.$$

 ISSN 2786-6491

Многочлени $p(\lambda)=\lambda^k + a_{k-1}\lambda^{k-1}+...+a_0$ та $q(\mu)=\mu^m + b_{m-1}\mu^{m-1}+...+b_0$ будемо називати характеристичними многочленами переслідувача і втікача, а корені алгебраїчних рівнянь $p(\lambda)=0,$ $q(\mu)=0$ — їхніми характеристичними числами відповідно [8].

Очевидно, матриця $\bar{A}_1$ супроводжуюча для характеристичного многочлена переслідувача $p(\lambda),$ а матриця $\bar{B}_1$ — для характеристичного многочлена втікача $q(\mu).$

Введемо потенціали гравців [8]:

$$f(t)=\sum_{j=1}^{s} \operatorname*{res}_{\lambda=\lambda_j} \frac{e^{\lambda t}}{p(\lambda)},\ g(t)=\sum_{j=1}^{r} \operatorname*{res}_{\mu=\mu_j} \frac{e^{\mu t}}{q(\mu)},$$

де $\lambda_1,...,\lambda_s$ та $\mu_1,...,\mu_r$ — різні характеристичні числа переслідувача і втікача, а символ res означає лишки функції [13].

Відповідно до теореми про повну суму лишків [13] отримаємо

$$f(t)=-\operatorname*{res}_{\lambda=\infty} \frac{e^{\lambda t}}{p(\lambda)},\ g(t)=-\operatorname*{res}_{\mu=\infty} \frac{e^{\mu t}}{q(\mu)}.$$

Аналогічно [8] отримаємо $\pi e^{At}U=\rho|f(t)|S,$ $\pi e^{At}V=\sigma|g(t)|S,$ $M=\varepsilon S.$ Отже,

$$W(t)=\left(\varepsilon S+\int_0^t \rho|f(\tau)|d\tau S\right) \overset{*}{-}\int_0^t \sigma|g(\tau)|d\tau S=\left[\varepsilon+\int_0^t \rho|f(\tau)|d\tau-\int_0^t \sigma|g(\tau)|d\tau\right]S. \quad (12)$$

Таким чином, $W(t)\neq\varnothing$ для всіх $t\geq 0$, якщо

$$\varepsilon+\int_0^t \rho|f(\tau)|d\tau-\int_0^t \sigma|g(\tau)|d\tau\geq 0.$$

Позначимо $x_0^i=x^{(i)}(0),$ $i=\overline{0,k-1}$, $y_0^i=y^{(i)}(0),$ $i=\overline{0,m-1},$ і введемо матриці початкових станів

$$X_0=[x_0^0\ x_0^1\ ...\ x_0^{k-1}],\ Y_0=[y_0^0\ y_0^1\ ...\ y_0^{m-1}].$$

Тоді [8] $\pi e^{At}z_0=X_0A_2\bar{f}(t)-Y_0B_2\bar{g}(t)$, де

$$A_2=\begin{bmatrix} 1 & a_{k-1} & a_{k-2} & ... & a_1 \\ 0 & 1 & a_{k-1} & ... & a_2 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 \end{bmatrix};\ B_2=\begin{bmatrix} 1 & b_{m-1} & b_{m-2} & ... & b_1 \\ 0 & 1 & b_{m-1} & ... & b_2 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{f}(t)=(f^{(k-1)}(t),\ f^{(k-2)}(t),...,\ f(t))^{\mathrm{T}};\ \bar{g}(t)=(g^{(m-1)}(t),\ g^{(m-2)}(t),...,\ g(t))^{\mathrm{T}}.$$

Отже,

$$T(z_0)=\min\{t\geq 0:\left\|\pi e^{At}z_0\right\|=\int_0^t [\rho|f(\tau)|-\sigma|g(\tau)|]d\tau+\varepsilon\}.$$

З (12) випливає, що

$$C(W(t);p)=\left\{\int_0^t[\rho|f(\tau)|-\sigma|g(\tau)|]d\tau+\varepsilon\right\}\|p\|.$$

Тому

$$P(t,z)=\frac{\pi e^{At}z}{\left\|\pi e^{At}z\right\|} \text{ при } \left\|\pi e^{At}z\right\|\neq 0$$

і виконано умову 2.

Дослідимо питання про повну конфліктну керованість. Очевидно, що $C_M=\varepsilon,$ $\gamma(t)=\rho|f(\tau)|-\sigma|g(\tau)|,$ $\beta(t)=\int_0^t\gamma(t)d\tau$ і для отримання висновків можуть бути застосовані наслідки 1–3.

Розглянемо два частинні приклади [14–19].

1. Контрольний приклад Понтрягіна: $k=2, a_0=0, a_1>0, m=2, b_0=0, b_1>0.$ Тоді характеристичні многочлени гравців мають вигляд $p(\lambda)=\lambda^2+a_1\lambda,$ $q(\mu)=$ $=\mu^2+b_1\mu,$ а характеристичні числа — $\lambda_1=0, \lambda_2=-a_1,$ $\mu_1=0,$ $\mu_2=-b_1.$ Відповідно, потенціали будуть такими:

$$f(t)=\frac{1-e^{-a_1t}}{a_1},\quad g(t)=\frac{1-e^{-b_1t}}{b_1},$$

$$\beta(t)=\rho/a_1(t-\frac{1-e^{-a_1t}}{a_1})-\sigma/b_1\frac{1-e^{-b_1t}}{b_1}.$$

Тоді $W(t)\neq\varnothing$ для $t>0,$ якщо $\beta(t)+\varepsilon>0$ для $t>0.$ Час переслідування є коренем рівняння

$$\left\|x_0^1+x_0^2\frac{1-e^{-a_1t}}{a_1}-\left(y_0^1+y_0^2\frac{1-e^{-b_1t}}{b_1}\right)\right\|=\beta(t)+\varepsilon.$$

З огляду на наслідок 3 при $\rho/a_1-\sigma/b_1>0$ цей час скінченний за будь-яких початкових станів гравців.

2. Хлопчик і крокодил: $k=2,$ $a_1=a_0=0,$ $m=1,$ $b_0=0.$ Тоді $p(\lambda)=\lambda^2,$ $q(\mu)=\mu,$ $\lambda_1=0,$ $\mu_1=0.$ Відповідно, $f(t)=t,$ $g(t)=1,$ $\beta(t)=1/2\rho t^2-\sigma t.$ Водночас $W(t)\neq\varnothing$ для $t>0,$ якщо $\beta(t)+\varepsilon\geq 0$ для $t>0$ або $\varepsilon\geq\sigma^2/2\rho.$ Час переслідування є коренем рівняння

$$\left\|x_0^1+x_0^2t-y_0^1\right\|=1/2\rho t^2-\sigma t+\varepsilon$$

і з огляду на наслідок 3 скінченний при будь-яких $x_0^1,$ $x_0^2,$ $y_0^1.$

Висновок

У статті визначено достатні умови повної конфліктної керованості квазілінійних систем при заданій циліндричній термінальній множині. Водночас використано правило екстремального прицілювання в регуляризованому випадку в формі, що запропонована Б.М. Пшеничним. Згадана методика передбачає використання позиційної інформації про стан об'єкта. Ефективність отриманих результатів перевірена на узагальненому контрольному прикладі Л.С. Понтрягіна та двох його частинних прикладах. У кожному випадку отримано співвідношення, що забезпечують повну конфліктну керованість.

K. Chikrii, O. Chikrii

ON COMPLETE CONFLICT CONTROLLABILITY IN GAME DYNAMIC PROBLEMS

Kirill Chikrii

V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine, Kyiv,

c.kirill@gmail.com

Olexij Chikrii

V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine, Kyiv,

alarcad@gmail.com

We explore the problem of approaching given cylindrical terminal set by the conflict-controlled system starting from arbitrary initial states, on the basis of positional information. As the main tool for investigation stands the extreme targeting rule in the Pshenichnyi treatment. Using the technique of set-valued mappings and convex analysis we deduce sufficient conditions for approach in the regularized (by Krasovskii) case, and on their basis, general conditions for the complete conflict controllability. In the regularized case, instead of the conflict-controlled system, we consider the differential inclusions, which solutions are absolutely continuous functions. The latter, generally speaking is a consequence of the control continuity in state variable. Under certain conditions, the solution, not always unique, exists. The obtained results are used to analyze the generalized Pontryagin's test example. In so doing, the technique of residue theory is used. Two particular cases are considered, namely, Pontryagin's test example and «The boy and crocodile problem». In the both cases, we obtain sufficient conditions or complete conflict controllability under current positional information on the moving objects phase states.

Keywords: conflict-controlled process, set-valued mapping, support function, Pontryagin's test example.

ПОСИЛАННЯ

1. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М. : Наука, 1979. 430 с.
2. Понтрягин Л.С. Избранные научные труды. М. : Наука, 1988. Т. 2. 576 с.
3. Керимов А.К. К задаче преследования для одного класса дифференциальных игр. *Изв. АН СССР. Техн. кибернетика*. 1976. № 2. С. 8–12.
4. Чикрий А.А., Белоусов А.А. Проблема управляемости для конфликтно-управляемых процессов. *Докл. АН СССР*. 1990. Т. 321. № 6. С. 1330–1335.

5. Белоусов А.А, Чикрий А.А. Полная конфликтная управляемость квазилинейных процессов. *Прикл. математика и механика*. 1990. № 6. С. 763–771.
6. Чикрий А.А. Дифференциальные игры с несколькими преследователями. *Тр. Междунар. мат. центра им. С. Банана. Мат. теория упр. (Варшава)*. 1985. Т. 14. С. 81–107.
7. Красовский Н.Н. Игровые задачи о встрече движений. М. : Наука, 1970. 420 с.
8. Патланжоглу О.М., Чикрий А.А. Обобщенный контрольный пример Л.С. Понтрягина. *Автоматика*. 1991. № 6. С. 38–47.
9. Обен Ж.-П., Экланд И. Прикладной нелинейный анализ. М. : Мир, 1988. 512 с.
10. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М. : Наука, 1985. 224 с.
11. Пшеничный Б.Н. Линейные диффенциальные игры. *Автоматика и телемеханика*. 1968. № 1. С. 65–78.
12. Ланкастер П. Теория матриц. М. : Наука, 1982. 272 с.
13. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М. : Наука, 1965. 716 с.
14. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М. : Наука, 1974. 455 с.
15. Пшеничный Б.Н., Остапенко В.В. Дифференциальные игры. Киев : Наук. думка, 1992. 264 с.
16. Chikrii A.A. Conflict controlled processes. Dordrecht, Boston, London : Springer Science and Business Media, 2013. 424 p.
17. Chikrii A.A., Rappoport J.S., Chikrii K.A. Multivalued mappings and their selectors in the theory of conflict-controlled processes. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2007. N 5. P. 719–730.
18. Krivonos Y.G., Matichin I.I., Chikrii A.A. Dynamic games with discontinuous trajectories. Kyiv : Naukova dumka, 2005. 220 p.
19. Albus J., Meystel A., Chikrii A.A., Belousov A.A., Kozlov A.I. Analytical method for solution of the game problem of soft landing for moving objects. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2001. N 1. P. 75–91.

Отримано 25.01.2024