

MATHEMATICAL MODELING OF ENERGY FACILITIES AND SYSTEMS

UDC 621.311.001.57

S.V. Shulzhenko, Ph.D. in Engineering Science
Institute of General Energy of the National Academy of Sciences of Ukraine;
172 Antonovych str., 03680 Kyiv, Ukraine

DYNAMIC MATHEMATICAL PROGRAMMING MODEL WITH STOCHASTIC VARIABLE FOR THE DEVELOPMENT OF THE NATIONAL NUCLEAR POWER SECTOR

Abstract. The paper proposes a mathematical optimization model of the development of national nuclear power sector that is capable to take into account the growing variety of available nuclear technologies for power generation and also the increasing uncertainty of future conditions of the power sector operation, in particular, the possible lifetime extension of existing nuclear power plant units that is simulated by using an appropriate stochastic variable. Unlike mathematical models built on using simulation methods that are inherent to studies of the development of nuclear power sector as the most conservative sector and that are capable of simulating the disturbances of external factors to a very limited extent resulting in a possible calculation of a limited number of the scenarios of development, the proposed mathematical model and its implementation algorithm are capable of simulating actually unlimited number of external disturbances, in particular, by using stochastic variables.

Key words: Mathematical model, mathematical programming, stochastic variable, nuclear power plant (NPP), national power sector.

The nuclear power is the most complicated and resource-intensive among the existing commercial-ly-available power generation technologies. This results in essentially higher demands to the quality of designing the NPP construction projects, in particular, regarding the provision of a high level of safety indicators of facilities during their full lifetime (designing – construction – operation – decommissioning). An enhanced level of demands to the NPP reliability and safety as compared to other power generation technologies involves the need of longer periods of their design and construction and also much higher specific capital cost (at least several-fold) of the NPP unit. All the above circumstances are the prerequisites for a high level of conservatism that is inherent to nuclear power sector as a whole resulting in a very careful and slow pace of technological progress and available technological solutions in this branch of power sector;

© S.V. SHULZHENKO, 2015

as a result, an opinion was formed that the available NPP types, their capacity, and fuel production technologies for these NPP are unalterable, and they can be only refined.

The situation has started to change gradually after the introduction of electricity market deregulation at the end of the XX-th century. In spite of the ambiguity of advantages in introducing the market philosophy of power sector regulation as a whole and, in particular, the regulation of generating capacities, this process is still underway in all countries of the Organization for economic cooperation and development; hence, there is a high probability that this process will be preserved in future. As a result of the deregulation introduced to the power sector, the following two interconnected tendencies occur in nuclear power sector: 1) implementation of projects aimed at construction of NPP with capacity of 1 GW_{el} and more has been practically stopped (this tendency is not observed in countries

with monopoly principles of electricity market organization, for example, China and India); 2) the supply of nuclear reactors of middle (hundreds of MW_{el}) and small (several MW_{el}) capacities is on the rise; these reactors are built in accordance with various technological principles using all kinds of coolants that require less time for their construction and feature simpler design. Thus, the possibilities of introducing NPP-based generating capacities become more diversified that objectively determines the expediency of using dynamic mathematical programming models due to the growing complexity of the search for balanced and effective solutions and the unified optimal solution in the ideal case, as regards formation of the strategy for the development of national nuclear power sector.

In contrast to the stage of formation of national unified power systems that occurred in the middle of the XX-th century via the construction of vertically integrated power companies in accordance with the developed centralized plans, nowadays the uncertainty of the current and future conditions of operation of the national power sector essentially increases in conditions of the introduction of electricity market deregulation and globalization of economic relations, in particular, peculiarities of the operation of markets of fuel and energy resources. This adds complexity to the use of deterministic optimization models and necessitates at least their updating. One of the most serious challenges to the investigation methods of the development of power sector systems, including the nuclear power as its integral part, is the need for to providing the robustness of mathematical models, i.e., the minimization of sensitivity of model solutions to possible inaccuracies of input data employed in such investigations. One of the approaches aimed at enhancing the solution durability to variability of input data implies the development of mathematical models with stochastic variables [1–3] that have been commonly used at financial markets of market economy countries since the end of the XX-th century, for example in problems of formation of investment portfolio with the specified profitability or the specified level of investment risks and in other problems. Nowadays these approaches aimed at investigating the processes of power sector development are intensely developed at the leading world research centers, for example, at the International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA) within the framework of the Advanced System

Analysis research topic [1, 3].

This paper presents a proposed dynamic mathematical programming model with stochastic variable for the development of generating capacities of the national nuclear power sector; this model makes it possible to take into account the problem of uncertainty of the time for the possible lifetime extension of nuclear power plant units after the expiration of their design lifetime specifying the period of their commercial use; the above problem is topical for many countries with advanced nuclear power sector. As of today such problems are mostly solved using simulation models that imply direct calculations, in particular, using the ENPEP model developed by the International Atomic Energy Agency (IAEA) [4]. The expediency of development and use of mathematical programming models in such investigations is determined by the growing variety of available technologies of power generation, in particular, in nuclear power sector, and also by the increasing uncertainty of the power sector operating conditions that complicates the construction and rational substantiation of a specific scenario of its development, but at the same time provides for the possible implementation of any scenario, even irrational one from the viewpoint of present-day ideas and knowledge.

Mathematical model is built on the use of two main sets, which the corresponding variables are associated with: set E ($e \in E$) including all the existing nuclear power plant units available for use at the first stage of simulation; and set N ($n \in N$) is the set that includes all new nuclear power plant (NPP) units, i.e. those to be built at the future stages of simulation. Target function of the optimization model is the minimization of the total cost for production of electricity both by the existing and new nuclear power plant units for all simulation stages (for example, NPV, hryvnas):

$$\sum_{t=1}^T \sum_e h_{te}^E X_{te}^E c_e + \sum_{t=1}^T \sum_n h_{tn}^N a_{tn}^N X_{tn}^N c_n + \sum_{t=1}^T \sum_n h_{tn}^N X_{tn}^N c_m \Rightarrow \min, \quad (1)$$

where T is the set of simulation periods ($t \in T$), h_{te}^E is the operating time of NPP unit from set E during the simulation period t (hours), X_{te}^E is the available capacity of NPP unit from set E during the simulation period t (MW_{el}), c_e is the electricity generation

cost at the existing NPP unit from set E (h_{te}^E), h_{tn}^N is the operating time of NPP unit from set N during the simulation period t (hours), a_{tn}^N is the variable belonging to the set of integers (this variable is actually sought in the mathematical model); a_{tn}^N corresponds to the number of NPP units from set N that are available during the simulation period t , X_{tn}^N is the unit capacity of NPP unit from set N (MW_{el}), c_n is the weighted-average electricity generation cost of the NPP unit from set N that was determined by using the life-cycle models [5-7] (h_{te}^E), c_m is the artificial penalty variable (analogue of c_n) making it possible to limit the upper bound of variable a_{tn}^N by using formula (5).

The main constraint of optimization mathematical model is the requirement of electricity generation by all available NPP units at each modeling period in the amounts of W_t that are specified exogenously:

$$\sum_e^E h_{te}^E X_{te}^E + \sum_n^N h_{tn}^N a_{tn}^N X_{tn}^N \geq W_t; \forall t \in T, \quad (2)$$

$$a_{tn}^N \geq 0; \forall t \in T; \forall n \in N. \quad (3)$$

The optimization mathematical model (1) – (3) formulated in this paper does not “restrain” the introduction of any amounts of variables a_{tn}^N even such that lead to essential excess of the required volume of output W_t . In order to limit the upper bound of variables a_{tn}^N for each simulation stage the cost of electricity generation by NPP units from set N will be determined as follows:

$$C_m = C_n \times \begin{cases} 0; \\ \frac{\sum_n^N a_{tn}^N X_{tn}^N + \sum_e^E X_{te}^E \leq X_t^{Total}}{\left(\frac{\sum_n^N X_{tn}^N + \sum_e^E X_{te}^E}{X^{Total}} \right)}; \forall t \in T, \\ \sum_n^N a_{tn}^N X_{tn}^N + \sum_e^E X_{te}^E > X_t^{Total} \end{cases} \quad (4)$$

where X^{Total} is the total capacity of all NPP units that is capable of ensuring the electricity generation in volumes W_t while using the minimum value of the operating hours of NPP units

$$h_t \left(h_t = \min \{ h_{te}^E; h_{tn}^N \} \right); \forall e \in E; \forall n \in N; \forall t \in T;$$

this total capacity is determined by formula $X_t^{Total} = \frac{W_t}{h_t}$.

Hence, the essence of formula (4) lies in the fact that the larger number of new NPP units will be used in excess of the required volume X_t^{Total} during a certain period, the larger increase of penalty variable c_m will be evaluated and used in target function (1) that rationalizes the search for optimal solution of problem (1)–(3).

The composition of set E for a specific simulation stage depends on the time of extension of each NPP unit operation, moreover the value of extension time may vary for different NPP units and depends on many factors, primarily, on the technical condition of NPP unit at the instant time of making a decision about the possibility and expediency of its further use during the beyond-design operation period. Thus, for each existing NPP unit and for each simulation stage it is necessary to determine the NPP unit availability that depends on a priori indeterminate value of the extension time of its operation.

At present experts have agreed that the minimum technically-permissible safe time of extension of existing NPP units operation after the expiration of their design service life amounts to 10 years; such situation in the mathematical model is described by constant t_e^D specifying the value of the “guaranteed” extension period of the operating time of each NPP unit belonging to set E . Moreover, in the general case it is not obligatory that the operating period of each NPP unit is extended by 10 years. It should be also taken into account that as a result of execution of works for extending the operating period, the capacity of NPP unit can be changed that is simulated by constant $X_{te}^{E+10}(MW_{el})$. After a 10-year beyond-design operation of the NPP unit its condition will be evaluated for determining the possibility of its further safe use. It is proposed to simulate the result of this evaluation by using stochastic variable ξ_e with uniform division; hence, this variable can assume values 0, 5 or 10 implying that an additional “nonguaranteed” term of NPP unit

operation extension may be either 0 years (the NPP unit is removed from service) or 5 years or 10 years. Thus, using the introduced constants and stochastic variable the available capacity of the existing NPP unit during its beyond-design operation for each simulation period will be determined by the following formula:

$$X_{te}^E = X_{te}^{E+10} \times \begin{cases} 1; t_e^D + \xi_e \geq t \\ 0; t_e^D + \xi_e < t \end{cases}; \quad (5)$$

$$\forall t \in T; \forall e \in E; \xi_e = \{0; 5; 10\}.$$

The implementation algorithm of problem (1) – (4) using formula (5) includes the following steps:

1) availability scenario is generated for existing NPP units at all simulation periods; in other words, the values of variables X_{te}^E representing constants for problem (1) – (4) are determined by using formula (5);

2) values of variable X_t^{Total} representing con-

stants for problem (1) – (4) are determined for each simulation stage;

3) problem (1) – (4) is implemented for the search of optimal number of new NPP units to be put into operation, i.e., variable a_{tn}^N ;

4) the evaluated variables ξ_e , X_{te}^E , X_t^{Total} and a_{tn}^N are written into a file for the subsequent statistical and analytical processing;

5) go to step 1) or to the end of the algorithm.

A software application has been developed for implementing calculations by this algorithm in the environment of MS Excel 2003 using VBA for Applications. The routine add-in Search for solution was used as a subroutine of mathematical programming methods. Input data for calculations were formed in accordance with the available information regarding the condition and prospects for the operating period extension of existing nuclear power plant units (Table 1) and also the key performance indicators of nuclear power plant units (Table 2) that form the basis for advanced projects of NPP with water-moderated water-cooled reac-

Table 1 – Characteristics of existing NPP units in Ukraine

Name of NPP unit	Capacity (X_{te}^E), MW	Commissioning year	Scheduled decommissioning year	Possible decommissioning year depending on the value of stochastic variable		
				$t_e^D=10;$ $\xi_e=0$	$t_e^D=10;$ $\xi_e=5$	$t_e^D=10;$ $\xi_e=10$
ZAES-1	1000	1984	2014	2024	2029	2034
ZAES-2	1000	1985	2015	2025	2030	2035
ZAES-3	1000	1986	2016	2026	2031	2036
ZAES-4	1000	1987	2017	2027	2032	2037
ZAES-5	1000	1989	2019	2029	2034	2039
ZAES-6	1000	1995	2025	2035	2040	2045
YuUAES-1	1000	1982	2012	2022	2027	2032
YuUAES-2	1000	1985	2015	2025	2030	2035
YuUAES-3	1000	1989	2019	2029	2034	2039
RAES-1	420	1980	2010	2020	2025	2030
RAES-2	415	1981	2011	2021	2026	2031
RAES-3	1000	1986	2016	2026	2031	2036
RAES-4	1000	2004	2034	2044	2049	2054
KhAES-1	1000	1987	2017	2027	2032	2037
KhAES-2	1000	2004	2034	2044	2049	2054

Table 2 – Key performance indicators of advanced NPP

Indicator	Advanced NPP project		
	AES-2006	VBER-300	VVER-100
Unit capital expenditures, US dollars/ kW	2750	3500	3200
Construction time, years	7	5	6
Production costs, US dollars/ MW·h	58	64	60
Service life, years	100	50	60
Capacity, MW _{el}	1200	300	1000
Installed capacity utilization factor, %/year	82	78	80
Unit capital expenditures, US dollars/kW _{el}	2750	3500	3200

tors, in particular, AES-2006, upgraded VVER-1000 and the project of lumped nuclear power plant VBER-300 developed by JSC Afrikantov OKBM.

Problem (1) – (4) anticipates the search for a set of optimal values of integer variables a_m^N ; however, since the methods of integer optimization require substantial computational resources and can take several hours for finding a solution, the type of unknown variable was changed to real that allowed us to implement the search methods of optimal real values that can take only several minutes. The conversion of obtained optimal real values of variables was performed by using MS Excel standard function of rounding to the

nearest integer, namely, function FLOOR() or INTEGER() in the case of MS Excel version localized for the countries of the former USSR.

The calculations in the amount of 1100 were carried out by using the above specified input data; the obtained results were subjected to processing by using statistical methods of investigations. For each of experimental parameters the minimum and maximum values were determined, and then the entire range of obtained data was divided into 10 intervals making it possible to construct bar graphs (Table 3, Figs. 1–4).

The calculations performed in accordance with presented assumptions and input data indicate that

Table 3 – Statistical processing of data obtained from the results of implementing the algorithm in the MS Excel environment (I is the average extension time of operation, years; II is AES-2006, the number of NPP units; III is VBER-300, the number of NPP units; IV is VVER-1000, the number of NPP units; V is the production costs, US dollars/MW·h; VI is the total capacity for the last period of optimization, GW_{el})

Param. No.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	Value	11.0	11.9	12.7	13.6	14.4	15.3	16.1	17.0	17.8	18.7
	Frequency	1	0	15	56	266	259	361	102	35	4
II	Value	4.0	4.2	4.4	4.7	4.9	5.1	5.3	5.6	5.8	6.0
	Frequency	200	0	0	0	0	789	0	0	0	111
III	Value	0	1.4	2.9	4.3	5.8	7.2	8.7	10.1	11.6	13
	Frequency	6	60	73	233	129	244	113	205	30	7
IV	Value	4	4.6	5.1	5.7	6.2	6.8	7.3	7.9	8.4	9
	Frequency	22	0	116	0	360	0	439	0	153	0
V	Value	56.5	56.8	57.2	57.5	57.8	58.1	58.5	58.8	59.1	59.5
	Frequency	1	8	72	228	296	274	154	53	10	4
VI	Value	12.1	12.8	13.5	14.2	14.9	15.7	16.4	17.1	17.8	18.5
	Frequency	2	17	75	134	218	286	183	125	40	20

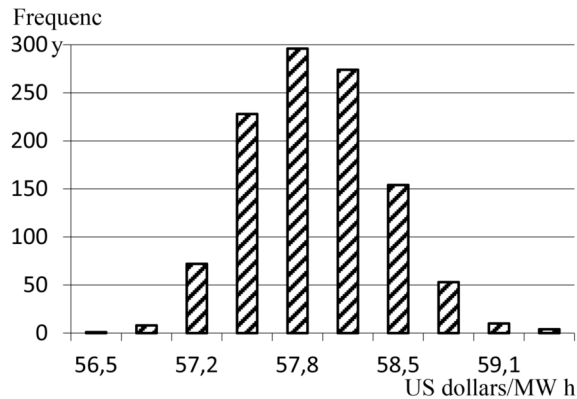


Fig. 1. Bar graph of the average value of electricity production costs of all NPP

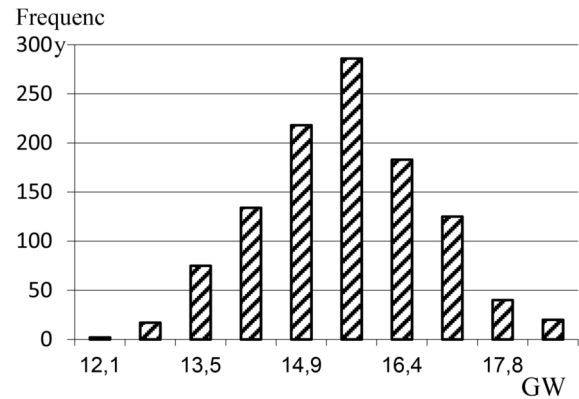


Fig. 2. Bar graph of the total capacity of NPP by the end of simulation period

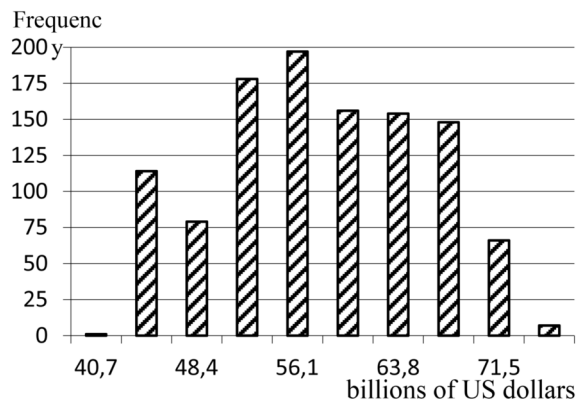


Fig. 3. Bar graph of the total expenditures by the end of simulation period

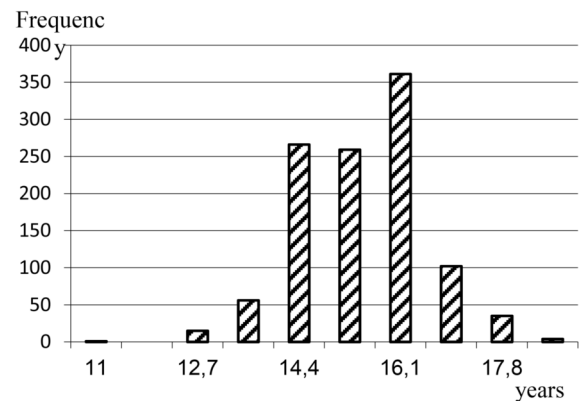


Fig. 4. Bar graph of the average extension time of NPP operation

the most probable extension time of operation of existing NPP units amounts to 14 – 16 years (Fig. 4) that necessitates the beginning of practical implementation of construction projects for replacement capacities of NPP after year 2020, because the extension time of operation of RAES-1 and RAES-2 NPP units (Rivne town, Ukraine) expires just at this period, and the most probable next extension time of their operation will be 5 years, during which it is necessary to put into operation new capacities of NPP. In accordance with the implementation of the presented algorithm the most probable quantity of new NPP units that should be put into operation during the simulation period are as follows: NPP units of project 2006 – 5, NPP units of type VBER-300 – from 4 to 6, and VVER type NPP units – from 5 to 8. To this end, it is necessary to make investments in the amount of \$45 – \$65 billion US dollars (Fig. 3) that involves

the need of developing a series of measures at the national level, for example, as a component of the energy strategy of Ukraine directed on guaranteed satisfying of requirements of the nuclear power sector in funds available for investment.

CONCLUSIONS

1. Economic globalization stipulating the limited capabilities of the State to influence the national markets of fuel and energy resources that consequently leads to the volatility of markets and the introduction of market philosophy into power sector regulation result in significant rise of uncertainty of future conditions of the power sector operation and objectively necessitate the updating of existing and development of new mathematical models and forecasting methods that should take into account the above specified factors.

2. Nuclear power, as the most conservative

branch of power sector practically stops its development in the market economy conditions leading to increasing indeterminacy of external impact factors that potentially brings risks for the stable and safe operation of the nuclear power sector. This necessitates the introduction of tools for simulation of the nuclear power development that employ the methods capable of simulating actually unlimited number of external disturbances, in particular, the mathematical programming methods with stochastic variables rather than simulation methods capable of simulating disturbances of external factors to a very limited extent resulting in a possible calculation of only a limited number of the development trajectories.

3. This paper presents a mathematical optimization model of the development of national nuclear power sector that is capable of taking into account the growing variety of available nuclear technologies for power generation and also the increasing uncertainty of future conditions of the power sector operation, for example, the possible lifetime extension of existing nuclear power plant units that is simulated by an appropriate stochastic variable.

4. The calculations performed in accordance with this model using the input data and assumptions presented in this paper indicate that the need for the beginning of practical implementation of construction projects of new NPP replacement capacities comes after the year 2020 because the 10-year extension time of operation of RAES-1 and RAES-2 NPP units (Rivne town, Ukraine) expires just at that period and the next most probable extension time of their operation will be 5 years, during which it will be necessary to put into operation new capacities of NPP. In accordance with calculations, the construction of NPP replacement capacities will require to attract the funds available for investment in the amount of \$45 – \$65 billion US dollars that makes urgent the task of developing a series of measures at the national level, for example, as a component of the energy strategy of Ukraine, directed on meeting the requirements of the nuclear power sector in funds available for investment.

5. The dynamic mathematical programming model with stochastic variable proposed in this paper can be used as a basis for building more sophisticated models with several stochastic variables that are capable of covering both the nuclear power sector and power sector as a whole.

REFERENCES

1. Yu. Ermoliev, T. Ermolieva, & I. Norkin (2006). *Economic Growth under Shocks: Path Dependencies and Stabilization*. Laxenburg: International Institute for Applied System Analysis.
2. Ermol'ev, Ju.M., Ljashko, I.I., Mihalevich, V.S., & Tjuptja, V.I. (1979). *Matematicheskie metody issledovanija operacij [Mathematical Methods of Operation Research]*. Kiev: Vyscha shkola [in Russian].
3. T. Yu. Ermolieva, Yu. M. Ermoliev, P. Havlik, A. Mosnier, D. Leclere, F. Kraxner, N. Khabarov, & M. Obersteiner. (2015). Systems Analysis of Robust Strategic Decisions to Plan Secure Food, Energy, and Water Provision Based on the Stochastic GLOBIOM Model. *Cybernetics and Systems Analysis*, 51(1), 125-133.
4. D. Connolly, et al., A Review of Computer Tools for Analyzing the Integration of Renewable Energy into Various Energy Systems, *Appl. Energy* (2009), doi:10.1016/j.apenergy.2009.09.026.
5. Shulzhenko, S. V. (2008). Osoblyvosti rozrakhunku vartisnykh pokaznykiv u zadachakh prohnozuvannia rozvytku elektroenerhetychnykh system za rynkovykh umov ikh funktsionuvannia [Estimation of Cost Indicators for the Task of Electrical Power System Development Forecast under the Market Liberalization Conditions]. *Problemy zahal'noi enerhetyky - The Problems of General Energy*, 18, 16-20 [in Ukrainian].
6. Shulzhenko, S. V. (2009). Pokaznyky efektyvnosti funktsionuvannia ta rozvytku elektrychnykh stantsij v umovakh rynku [Efficiency Indicators of Power Plants Operations and Development under Market Conditions]. *Problemy zahal'noi enerhetyky - The Problems of General Energy*, 20, 16-19 [in Ukrainian].
7. Shulzhenko, S. V., & Denisov, V. A (2014). Konkurentospromozhnist' palyvnykh elementiv vidnosno tradytsijnykh tekhnolohij vyrobnytstva elektrychnoi ta teplovoi enerhii [Competitiveness of Fuel Cells with Traditional Electric and Thermal Power Generation Technologies]. *Problemy zahal'noi enerhetyky - The Problems of General Energy*, 3(38), 29-35 [in Ukrainian].

Received by editorial office 12.05.2015

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ І СИСТЕМ

УДК 621.311.001.57

С.В. ШУЛЬЖЕНКО, канд. техн. наук
Інститут загальної енергетики НАН України,
вул. Антоновича, 172, м. Київ, 03680, Україна

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ РОЗВИТКУ ГЕНЕРУЮЧИХ ПОТУЖНОСТЕЙ НАЦІОНАЛЬНОЇ АТОМНОЇ ЕНЕРГЕТИКИ ЗІ СТОХАСТИЧНОЮ ЗМІННОЮ

Запропоновано математичну оптимізаційну модель розвитку національної атомної енергетики, яка здатна враховувати зростаюче різноманіття доступних атомних технологій генерації електроенергії, а також зростаючу невизначеність майбутніх умов її функціонування, зокрема терміну продовження експлуатації існуючих енергоблоків АЕС, що моделюється відповідною стохастичною змінною. На відміну від математичних моделей, побудованих з використанням імітаційних методів, що властиво для виконання досліджень розвитку ядерної енергетики як найбільш консервативної галузі електроенергетики, і здатних дуже обмежено моделювати збурення зовнішніх факторів, що зумовлює можливість розрахунку обмеженої кількості траєкторій розвитку, запропонована математична модель і алгоритм її реалізації здатні моделювати практично необмежену кількість зовнішніх збурень, зокрема, із використанням стохастичних змінних.

К л ю ч о в і с л о в а: математична модель, математичне програмування, стохастична змінна, атомна електростанція, національна електроенергетика.

Серед наявних комерційно доступних технологій генерації електроенергії найбільш складною і ресурсоємною є атомна енергетика, що зумовлює значно вищі вимоги до якості розробки проектів спорудження АЕС, зокрема, щодо забезпечення високого рівня широкого кола показників безпеки об'єктів протягом їх повного життєвого циклу (проектування — будівництва — експлуатації — зняття з експлуатації). Підвищений рівень вимог до надійності та безпечності АЕС, порівняно із іншими технологіями електроенергетики, спричиняє триваліші терміни їх проектування та будівництва, а також значно більшу, щонайменше в рази, вартість одиничної генеруючої потужності. Всі ці обставини є підґрунтям до високого рівня

© С.В. ШУЛЬЖЕНКО, 2015

консерватизму, властивому ядерній енергетиці загалом, що зумовило дуже обережний, уповільнений темп науково-технічного прогресу та доступних технологічних рішень в цій галузі електроенергетики, внаслідок чого склалася думка, що наявні типи АЕС, їх потужність, технології виготовлення для них палива є незмінними і можливе лише вдосконалення цих технологій.

Ситуація почала поступово змінюватись із запровадженням дерегуляції на ринку електроенергії в кінці ХХ сторіччя. Незважаючи на неоднозначність переваг запровадження ринкових принципів регулювання електроенергетику в цілому генеруючими потужностями, зокрема, цей процес триває в усіх країнах Організації економічного співробітництва і розвитку. Отже з високою ймовірністю можна

прогнозувати його збереження і в майбутньому.

Внаслідок запровадження дерегуляції електроенергетики в ядерній енергетиці відбуваються такі дві головні пов'язані між собою тенденції: 1) практично зупинена реалізація проектів будівництва потужних, близько 1 ГВт_e і більше, АЕС (це не відбувається в країнах з монопольними принципами організації ринку електроенергії, наприклад, у Китаї або Індії); 2) збільшується пропозиція атомних реакторів середньої, сотні МВт_e, і малої, декілька МВт_e, потужності, які побудовані за різноманітними технологічними принципами, з використанням різноманітних теплоносіїв, потребують менших терміну і складності будівництва. Таким чином, можливості запровадження генеруючих потужностей на базі АЕС стають більш різноманітними, що об'єктивно, внаслідок зростання складності пошуку зважених та ефективних, в ідеальному випадку єдиного оптимального рішення щодо формування стратегії розвитку національної атомної енергетики, зумовлює доцільність використання динамічних моделей математичного програмування.

На відміну від етапу формування національних об'єднаних систем електроенергетики, що відбувся в середині ХХ сторіччя шляхом побудови вертикально інтегрованих електроенергетичних компаній відповідно до централізовано розроблених планів, нині, в умовах запровадження дерегуляції ринку електроенергії, а також глобалізації економічних відносин, зокрема особливостей функціонування ринків паливно-енергетичних ресурсів, суттєво зростає невизначеність сучасних і майбутніх умов функціонування національної електроенергетики, що ускладнює використання детермінованих оптимізаційних моделей і вимагає щонайменше їх удосконалення. Одним з найбільших викликів до методів дослідження розвитку систем енергетики, в тому числі і ядерної енергетики як її складової, є забезпечення робастності математичних моделей, тобто мінімізації чутливості рішення моделей до можливих похибок вхідних даних, які використовуються в таких дослідженнях. Одним з підходів щодо підвищення стійкості рішення до варіабельності вхідних даних є розробка математичних моделей зі стохастичними змінними [1–3], які з кінця ХХ сторіччя широко застосо-

вуються на фінансових ринках країн з ринковою економікою, наприклад, у задачах формування портфеля інвестицій із заданою прибутковістю або із заданим рівнем ризикованості здійснення інвестицій і в інших задачах. Нині ці підходи для цілей дослідження процесів розвитку енергетики активно розвиваються в передових світових наукових центрах, наприклад, у Міжнародному інституті прикладного системного аналізу (IIASA) в межах теми наукових досліджень Advanced System Analysis [1,3].

У статті запропоновано динамічну модель математичного програмування розвитку генеруючих потужностей національної атомної енергетики зі стохастичною змінною, яка дозволяє враховувати актуальну для багатьох держав з розвиненою атомною енергетикою проблему невизначеності часу, на який можливо продовжити експлуатацію ядерних енергоблоків після завершення проектного терміну їх комерційного використання. На сьогодні подібні задачі в переважній більшості вирішуються з використанням імітаційних моделей, які передбачають прямі розрахунки, наприклад, з використанням моделі ENPER, розробленої МАГАТЕ [4]. Доцільність розробки і використання в подібних дослідженнях моделей математичного програмування зумовлена зростаючим різноманіттям доступних технологій генерації електроенергії, зокрема і в ядерній енергетиці, а також зростаючою невизначеністю умов функціонування енергетики, що ускладнює побудову та раціональне обґрунтування певного сценарію її розвитку, але передбачає можливість реалізації будь-якого сценарію, навіть ірраціонального з точки зору поточних уявлень та знань.

Математична модель побудована з використанням двох основних множин, з якими пов'язані відповідні змінні: множина E ($e \in E$), до якої входять всі доступні для використання на першому етапі моделювання існуючі ядерні енергоблоки; N ($n \in N$) множина, яка містить всі нові, тобто побудовані на майбутніх етапах моделювання, атомні енергоблоки. Цільовою функцією оптимізаційної моделі є мінімізація сумарних витрат на виробництво електроенергії як існуючими, так і новими енергоблоками на всіх етапах моделювання (наприклад, гривень, приведених до першого етапу моделювання):

$$\sum_{t=1}^T \sum_e^E h_{te}^E X_{te}^E c_e + \sum_{t=1}^T \sum_n^N h_m^N a_m^N X_m^N c_n + \sum_{t=1}^T \sum_n^N h_m^N X_m^N c_m \Rightarrow \min, \quad (1)$$

де T – множина періодів моделювання ($t \in T$), h_{te}^E – тривалість роботи енергоблока з множини E протягом періоду моделювання t (годин), X_{te}^E – доступна потужність енергоблока з множини E протягом періоду моделювання t (МВт_е), c_e – собівартість виробництва електроенергії існуючим енергоблоком з множини E (грн/МВт_е), h_m^N – тривалість роботи енергоблока з множини N протягом періоду моделювання t (годин), a_m^N – змінна з множини цілих чисел (власне пошук якої і здійснюється в математичній моделі), що відповідає кількості енергоблоків з множини N , доступних протягом періоду моделювання t , X_m^N – одинична потужність енергоблока з множини N (МВт_е), c_n – середньозважена собівартість виробництва електроенергії енергоблоком з множини N , яка визначена з використанням моделей життєвого циклу [5–7] (грн/МВт_е), c_m – штучна штрафна змінна (аналог c_n), завдяки якій з використанням формули (5) обмежується зверху значення змінної a_m^N .

Обмеженням оптимізаційної математичної моделі є обов'язковість на кожному етапі виробництва електроенергії всіма доступними енергоблоками АЕС в обсягах W_t , які задаються екзогенно:

$$\sum_e^E h_{te}^E X_{te}^E + \sum_n^N h_m^N a_m^N X_m^N \geq W_t; \forall t \in T, \quad (2)$$

$$a_m^N \geq 0; \forall t \in T; \forall n \in N. \quad (3)$$

Сформульована оптимізаційна математична модель (1)–(3) “не стримує” запровадження будь-яких обсягів змінних a_m^N , навіть таких, що призведуть до суттєвого перевищення необхідного обсягу виробництва W_t . Щоб обмежити змінні a_m^N зверху для кожного етапу моделювання собівартість виробництва електроенергії енергоблоками з множини N будемо визначати так:

$$c_m = c_n \times \begin{cases} 0; \\ \frac{\sum_n^N a_m^N X_m^N + \sum_e^E X_{te}^E \leq X_t^{Total}}{\left(\frac{\sum_n^N X_m^N + \sum_e^E X_{te}^E}{X^{Total}} \right)}; \forall t \in T, \\ \frac{\sum_n^N a_m^N X_m^N + \sum_e^E X_{te}^E > X_t^{Total}}{X^{Total}}; \end{cases} \quad (4)$$

де X^{Total} – сумарна потужність всіх енергоблоків, яка з використанням мінімального значення числа годин роботи енергоблоків h_t

$$h_t (h_t = \min \{ h_{te}^E; h_m^N \}; \forall e \in E; \forall n \in N; \forall t \in T):$$

здатна забезпечити виробництво електроенергії в обсягах W_t . Отже, суть формули (4) полягає в тому, що чим більшу кількість нових енергоблоків буде застосовано в період понад необхідного обсягу X_t^{Total} , тим більше зростання штрафної змінної c_m буде розраховано і застосовано в цільовій функції (1), що раціоналізує пошук оптимального рішення задачі (1)–(3).

Склад множини E для певного етапу моделювання залежить від тривалості продовження експлуатації кожного з енергоблоків, причому значення термін продовження може відрізнятися для кожного з енергоблоків і залежить від багатьох чинників, насамперед від технічного стану енергоблока, в момент прийняття рішення про можливість та доцільність подальшого його використання в запроектний експлуатаційний період. Таким чином, для кожного з існуючих енергоблоків на кожному етапі моделювання необхідно визначити його доступність, яка залежить від заздалегідь не детермінованого значення продовження терміну його експлуатації.

На сьогодні фахівці дійшли згоди, що мінімальний технічно припустимий безпечний термін продовження використання існуючих енергоблоків після вичерпання ними проектного терміну експлуатації становить 10 років. Таке становище описано в математичній моделі константою t_e^D – значення періоду,

до якого “гарантовано” продовжено термін експлуатації кожного енергоблока з множини E , при цьому в загальному випадку не обов’язково, щоб термін експлуатації кожного енергоблока був продовжений на 10 років. Також необхідно враховувати, що в результаті виконання робіт з продовження терміну експлуатації можлива зміна потужності енергоблока, яка моделюється константою X_{te}^{E+10} (МВт_e). Після десятирічної запроектої експлуатації енергоблока буде зроблена оцінка його стану і можливості подальшого безпечного використання. Результат цієї оцінки пропонується моделювати, використовуючи стохастичну змінну ξ_e з рівномірним розподілом, яка може набувати значення 0, 5 або 10. Це означає, що додатковий “негарантований” термін продовження експлуатації енергоблока становить або 0 років (енергоблок знімається з експлуатації), або 5 років, або 10 років.

Таким чином, з використанням введених констант та стохастичної змінної доступна потужність існуючого енергоблока в запроектний період його використання для кожного періоду моделювання визначається такою формулою:

$$X_{te}^E = X_{te}^{E+10} \times \begin{cases} 1; t_e^D + \xi_e \geq t \\ 0; t_e^D + \xi_e < t \end{cases}; \quad (5)$$

$$\forall t \in T; \forall e \in E; \xi_e = \{0; 5; 10\}.$$

Алгоритм реалізації задачі (1)–(4) із застосуванням формули (5) є таким:

1) виконується генерація сценарію доступності існуючих енергоблоків на всіх етапах моделювання, тобто застосуванням формули (5) визначаються значення змінних X_{te}^E , які є константами для задачі (1)–(4);

2) для кожного етапу моделювання визначається значення змінної X_t^{Total} , які є константами для задачі (1)–(4);

3) виконується реалізація задачі (1)–(4) пошуку оптимальної кількості введення в експлуатацію нових енергоблоків, тобто змінної a_m^N ;

4) розраховані змінні ξ_e , X_{te}^E , X_t^{Total} та a_m^N записуються у файл для подальшої статистичної та аналітичної обробки;

5) здійснюється перехід на крок 1), або – закінчення роботи алгоритму.

Для здійснення розрахунків за цим алгоритмом в середовищі MS Excel 2003 з використанням VBA for Applications була розроблена програмно-інформаційна система. В ролі підпрограми методів математичного програмування використовувалась стандартна надбудова “Поиск решения”. Вхідні дані для розрахунків були сформовані відповідно до наявної інформації про стан та перспективи продовження терміну експлуатації існуючих ядерних енергоблоків (табл. 1), а також техніко-економічних показників ядерних енергоблоків (табл. 2), які є основою для перспективних проектів АЕС з водо-водяними реакторами, зокрема АЕС-2006, модернізований ВВЕР-1000 та проекту блочного енергетичного реактора ВВЕР-300 розробки ОКБМ Африкантова.

Задача (1)–(4) передбачає пошук набору оптимальних значень цілочислових змінних a_m^N , але оскільки методи цілочислової оптимізації вимагають значних обчислювальних ресурсів і можуть тривати декілька годин, то як тип шуканої змінної було використано дійсний. Це дозволило реалізувати методи пошуку оптимальних дійсних значень, які тривають лише декілька хвилин. Перетворення знайдених оптимальних дійсних значень змінних здійснювалось застосуванням стандартної функції MS Excel округлення до найближчого цілого – власне функції FLOOR() або ЦЕЛОЕ() у випадку версії MS Excel, локалізованої для країн колишнього СРСР.

З використанням наведених вхідних даних було здійснено 1100 розрахунків, оброблених з використанням статистичних методів досліджень. Для кожного з досліджуваних параметрів було визначено мінімальне та максимальне значення, а потім весь діапазон отриманих даних був розділений на 10 інтервалів, що дало змогу побудувати гістограми (див. табл. 3, рис. 1–4).

Таблиця 1 – Характеристики існуючих енергоблоків АЕС України

Назва енергоблока	Потужність (X_{te}^E), МВт	Рік вводу в експлуатацію	Рік планового виводу з експлуатації	Можливий рік виведення з експлуатації в залежності від значення стохастичної змінної		
				$t_e^D=10;$ $\xi_e=0$	$t_e^D=10;$ $\xi_e=5$	$t_e^D=10;$ $\xi_e=10$
ЗАЕС-1	1000	1984	2014	2024	2029	2034
ЗАЕС-2	1000	1985	2015	2025	2030	2035
ЗАЕС-3	1000	1986	2016	2026	2031	2036
ЗАЕС-4	1000	1987	2017	2027	2032	2037
ЗАЕС-5	1000	1989	2019	2029	2034	2039
ЗАЕС-6	1000	1995	2025	2035	2040	2045
ЮУАЕС-1	1000	1982	2012	2022	2027	2032
ЮУАЕС-2	1000	1985	2015	2025	2030	2035
ЮУАЕС-3	1000	1989	2019	2029	2034	2039
РАЕС-1	420	1980	2010	2020	2025	2030
РАЕС-2	415	1981	2011	2021	2026	2031
РАЕС-3	1000	1986	2016	2026	2031	2036
РАЕС-4	1000	2004	2034	2044	2049	2054
ХАЕС-1	1000	1987	2017	2027	2032	2037
ХАЕС-2	1000	2004	2034	2044	2049	2054

Таблиця 2 – Основні техніко-економічні показники перспективних АЕС

Показник	Перспективний проект АЕС		
	АЕС-2006	ВБЕР-300	ВБЕР-100
Питомі капіталовкладення, дол. США/кВт	2750	3500	3200
Термін будівництва, років	7	5	6
Собівартість, дол. США/МВт год	58	64	60
Термін експлуатації, років	100	50	60
Потужність, МВт _e	1200	300	1000
Коефіцієнт використання встановленої потужності, %/рік	82	78	80
Питомі капіталовкладення, дол. США/кВт _e	2750	3500	3200

Таблиця 3 – Статистична обробка даних, отриманих у результаті реалізації алгоритму в середовищі MS Excel (I – Середній термін продовження експлуатації, років; II – АЕС-2006, кількість блоків; III – ВБЕР-300, кількість блоків; IV – ВБЕР-1000, кількість блоків; V – собівартість, дол. США/МВт·год; VI – Сумарна потужність для останнього періоду оптимізації, ГВт_e)

№ парам.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	Значення	11,0	11,9	12,7	13,6	14,4	15,3	16,1	17,0	17,8	18,7
	Частота	1	0	15	56	266	259	361	102	35	4
II	Значення	4,0	4,2	4,4	4,7	4,9	5,1	5,3	5,6	5,8	6,0
	Частота	200	0	0	0	0	789	0	0	0	111
III	Значення	0	1,4	2,9	4,3	5,8	7,2	8,7	10,1	11,6	13
	Частота	6	60	73	233	129	244	113	205	30	7
IV	Значення	4	4,6	5,1	5,7	6,2	6,8	7,3	7,9	8,4	9
	Частота	22	0	116	0	360	0	439	0	153	0
V	Значення	56,5	56,8	57,2	57,5	57,8	58,1	58,5	58,8	59,1	59,5
	Частота	1	8	72	228	296	274	154	53	10	4
VI	Значення	12,1	12,8	13,5	14,2	14,9	15,7	16,4	17,1	17,8	18,5
	Частота	2	17	75	134	218	286	183	125	40	20

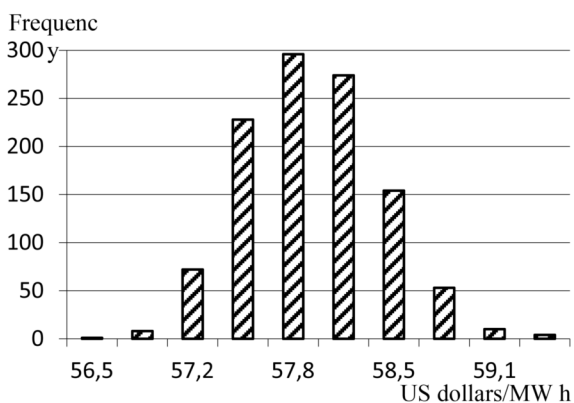


Рис. 1. Гістограма середнього значення собівартості виробництва електроенергії всіма АЕС

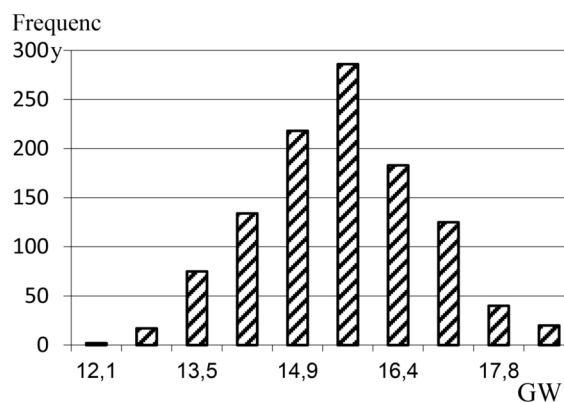


Рис. 2. Гістограма сумарної потужності АЕС на кінець періоду моделювання

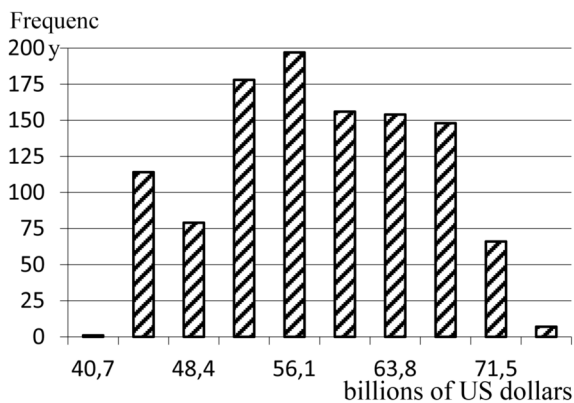


Рис. 3. Гістограма сумарних інвестицій на кінець періоду моделювання

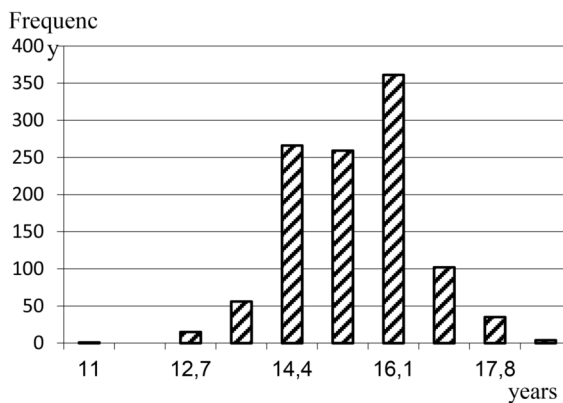


Рис. 4. Гістограма середнього терміну продовження експлуатації АЕС

Як свідчать розрахунки, виконані відповідно до наведених припущень та вхідних даних, найбільш ймовірний термін продовження експлуатації існуючих енергоблоків становить від 14 до 16 років (рис. 4). Це зумовлює необхідність початку практичної реалізації проектів будівництва нових заміщуючих потужностей АЕС після 2020 року, оскільки саме в цей період вичерпується десятирічний термін продовження терміну експлуатації енергоблоків РАЕС-1 та РАЕС-2, і найбільш ймовірним наступним терміном їх експлуатації буде 5 років, протягом якого необхідно ввести в дію нові потужності АЕС. Відповідно до реалізації наведеного алгоритму найбільш ймовірною кількістю нових енергоблоків АЕС проекту 2006, які необхідно ввести в експлуатацію протягом періоду моделювання, є 5 енергоблоків типу ВБЕР-300 — 4–6, енергоблоків ВБЕР-1000 — 5–8, для чого необхідно здійснити інвестиції в обсязі 45 — 65 млрд дол. США (рис. 3). Це зумовлює актуальність розробки низки заходів національного рівня, наприклад, як складової енергетичної стратегії України, спрямованих на гарантоване забезпечення потреб атомної енергетики в інвестиційних ресурсах.

ВИСНОВКИ

1. Глобалізація економіки зумовлює обмежені можливості впливу на національні ринки паливно-енергетичних ресурсів з боку держави і, як наслідок, веде до їх волатильності. Впровадження ринкових принципів регулювання електроенергетикою суттєво підвищує невизначеність майбутніх умов її функціонування і об'єктивно вимагає удосконалення існуючих та розробки нових математичних моделей і методів прогнозування, які мають враховувати означені чинники.

2. Ядерна енергетика є найбільш консервативною галуззю електроенергетики, в умовах ринку, це зумовлює зростання невизначеності зовнішніх факторів впливу, вона практично припиняє свій розвиток, що створює потенційну загрозу її сталому та безпечному функціонуванню. Це зумовлює необхідність запровадження засобів моделювання її розвитку, побудованих не тільки з використанням імітаційних методів, здатних дуже обмежено моделювати збурення зовнішніх факторів, що дозволяє роз-

раховувати обмежену кількість траєкторій розвитку, а і застосовувати методи, здатні моделювати практично необмежену кількість зовнішніх збурень, зокрема методів математичного програмування із використанням стохастичних змінних.

3. У статті запропонована математична оптимізаційна модель розвитку національної атомної енергетики, здатна враховувати зростаюче різноманіття доступних атомних технологій генерації електроенергії, а також зростаючу невизначеність майбутніх умов її функціонування, зокрема терміну продовження експлуатації існуючих енергоблоків АЕС, що моделюється відповідною стохастичною змінною.

4. Виконані за цією моделлю розрахунки, відповідно до наведених у статті вхідних даних та припущень, свідчать, що необхідність початку практичної реалізації проектів будівництва нових заміщуючих потужностей АЕС настає після 2020 року, оскільки саме в цей період вичерпується десятирічний термін продовження терміну експлуатації енергоблоків РАЕС-1 та РАЕС-2, і найбільш ймовірним наступним терміном їх експлуатації буде 5 років, протягом якого необхідно ввести в дію нові потужності АЕС. Відповідно до розрахунків для будівництва заміщуючих потужностей АЕС необхідно залучити інвестиційних ресурсів в обсязі 45 — 65 млрд дол. США, що зумовлює актуальність розробки низки заходів національного рівня, наприклад, як складової енергетичної стратегії України, спрямованих на гарантоване забезпечення потреб атомної енергетики в інвестиційних ресурсах.

5. Запропонована динамічна модель математичного програмування зі стохастичною змінною може використовуватись як основа для побудови складніших моделей з декількома стохастичними змінними, здатних охоплювати не лише ядерну енергетику, а і електроенергетику в цілому.

1. *Ermoliev Y. Economic Growth Under Shocks: Path Dependencies and Stabilization / Ermoliev. Y, Ermolieva T., Norkin I. — IIASA, 2006. — 17 с. — (Preprint / International Institute for Applied System Analysis; March 2006).*

2. *Ермольев Ю.М., Ляшко И.И.,*

Михалевич В.С., Тюття В.И. Математические методы исследования операций: Учеб. пособие для вузов. – Киев: Вища школа, 1979. – 312 с.

3. Ermolieva T.Y., Ermoliev Y.M., Havlik P., Mosnier A., Leclere D., Kraxner F., Khabarov N., Obersteiner M. Systems analysis of robust strategic decisions to plan secure food, energy, and water provision based on the stochastic GLOBIOM model // Cybernetics and Systems Analysis. – 2015. – 51(1). – P.125–133.

4. Connolly D et al. A review of computer tools for analysing the integration of renewable energy into various energy systems. Appl Energy (2009), doi:10.1016/j.apenergy.2009.09.026.

5. Шульженко С.В. Особливості розрахунку вартісних показників у задачах прогнозування розвитку електроенергетичних систем за ринкових умов їх функціонування / С.В. Шульженко // Проблеми загальної енергетики. – 2008. – № 18. – С. 16–20.

6. Шульженко С.В. Показники ефективності функціонування та розвитку електричних станцій в умовах ринку / С.В. Шульженко // Проблеми загальної енергетики. – 2009. – № 20. – С. 7–13.

7. Шульженко С.В., Денисов В.А. Конкурентоспроможність паливних елементів відносно традиційних технологій виробництва електричної та теплової енергії / С.В. Шульженко, В.А. Денисов // Проблеми загальної енергетики, – 2014. – Вип. 3 (38). – С. 29–35.

Надійшла до редколегії 12.05.2015