

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ І СИСТЕМ

УДК 621.311.001.57

С.В. ШУЛЬЖЕНКО, канд. техн. наук
Інститут загальної енергетики НАН України,
вул. Антоновича, 172, м. Київ, 03680, Україна

ОСОБЛИВОСТІ ВРАХУВАННЯ ГРАНИЧНИХ ПЕРІОДІВ ПРОГНОЗУВАННЯ НА БАЗІ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ РОЗВИТКУ ГЕНЕРУЮЧИХ ПОТУЖНОСТЕЙ АТОМНОЇ ЕНЕРГЕТИКИ

Запропоновано математичну оптимізаційну модель з цілочисельною змінною розвитку національної атомної енергетики, здатну враховувати граничні періоди прогнозування, обмеження на доступні інвестиційні ресурси, часовий лаг, необхідний для будівництва генеруючої потужності, термін її експлуатації. Математична модель реалізована мовою моделювання MathProg, що дозволяє розробляти і реалізовувати моделі математичного програмування, спрямовані на вирішення не окремих задач, а задач певного класу, наприклад, задач розвитку національної енергетики. Формування конкретної реалізації моделі можливо здійснювати шляхом корегування лише вхідних даних. Швидкість отримання розв'язку наведеної в статті моделі з цілочисельною змінною (0,2 секунди) дозволяє зробити висновок стосовно перспективності використання пакета GLPK для пошуку оптимальних рішень більш складних моделей розвитку енергетики.

Ключові слова: математична модель, математичне програмування, цілочисельна змінна, атомна електростанція, національна електроенергетика.

Побудова динамічних моделей математичного програмування, зокрема розвитку генеруючих потужностей національної атомної енергетики, потребує вирішення специфічної проблеми – яким чином моделювати граничні періоди, а саме початковий та кінцевий (гранична проблема). Означена проблема наразі чітко у формалізованому вигляді вирішена лише для моделей визначення техніко-економічних показників проекту життєвого циклу однієї електростанції, зокрема основного показника – собівартості виробництва електроенергії певною технологією. Оскільки складові реалізації певного проекту електростанції є набагато більш визначеними (детермінованими), ніж для задач розвитку генеруючих потуж-

ностей, які відрізняються за своїми фізико-технічними, техніко-економічними та екологічними показниками, то в моделях життєвого циклу вважають однозначно заданими тривалості всіх етапів життєвого циклу певної технології, а також всіх вхідних даних. Хоча собівартість виробництва електроенергії не має постійного значення для різних періодів комерційної експлуатації будь-якої генеруючої потужності, зокрема, через нерівномірність амортизаційних відрахувань та неможливість підтримувати однаковий коефіцієнт використання встановленої потужності для кожного періоду моделювання, вважається, що собівартість для всього часу комерційної експлуатації потужності є сталою, а саме – середньозваженою (levelized). Цей підхід широко представлений в літературі [1–5] і на сьогодні є стандар-

© С.В. ШУЛЬЖЕНКО, 2015

том де факто в задачах прогнозування розвитку генеруючих потужностей національної електроенергетики, зокрема атомної. Зовсім інша ситуація наразі склалась для класу динамічних моделей математичного програмування – підходи до вирішення проблеми особливостей моделювання граничних етапів у світі належним чином не формалізовані, що потребує щонайменше чіткого визначення проблеми, а також напрацювань варіантів її розв'язання, чому й присвячена стаття.

Для початкового періоду задачі прогнозування розвитку генеруючих потужностей гранична проблема полягає в тому, що в будь-який довільний момент часу реального життя реалізуються певні проекти з розвитку генеруючих потужностей національної атомної енергетики. Наприклад, в Україні вже тривалий час реалізуються проекти добудови двох енергоблоків Хмельницької АЕС, хоча перспективні терміни введення їх в експлуатацію залишаються чітко не визначеними. Також необхідно враховувати, що реалізація проектів спорудження нових енергоблоків АЕС потребує значного часу, як свідчить практика, щонайменше 6 років від задуму до комерційного пуску. Отже, від початкового періоду і протягом наступних, наприклад, 6-ти років (або відповідної кількості етапів моделювання) моделлю не може припускатись введення нових потужностей, що на цей час передбачає використання наявних, існуючих до початкового етапу моделювання потужностей АЕС.

Аналогічні проблеми виникають для кінцевого періоду моделювання. В цьому випадку проблема полягає у необхідності врахування лише тих потужностей, які використовуються протягом всіх етапів моделювання, а ті, що вводяться в експлуатацію за горизонтом моделювання, не мають входити до рішення задачі математичного програмування.

Означені проблеми вимагають чіткого формулювання задачі саме для граничних періодів. Вирішення цієї проблеми лише засобами лінійної алгебри із застосуванням матриць та векторів є непростою задачею і, як правило, веде до суттєвого збільшення розміру матриць, що використовуються для формулювання задачі динамічного програмування. Більш гнучким і прозорим способом вирішення цієї проблеми є використання умовних конструкцій типу

«якщо ... то ... інакше ...», аналогічно оператору if–then–else, який реалізовано в будь-якій мові програмування, що, наприклад, дозволяє будувати програмні конструкції виду «якщо “етап моделювання є початковий перший”, то “наявна потужність нових енергоблоків має бути меншою або дорівнювати нулю”».

З кінця минулого сторіччя в світі набувають широкого розвитку спеціалізовані мови моделювання, наприклад, AMPL [6], які за задумом і реалізацією аналогічні до мов програмування, але призначені не для реалізації певного алгоритму, а формалізованого опису математичної моделі. Тобто мови моделювання використовуються для опису насамперед логіки побудови та роботи моделі, а не конкретної її реалізації. Конкретна реалізація моделі формується з використанням вхідних даних і може бути представлена, наприклад, у форматі MPS [7], яка може бути розрахована в будь-який час з використанням відповідного оптимізаційного програмного пакета, наприклад, Gurobi [8], CPLEX [9], GLPK [10] та інших.

Для ілюстрації означеного підходу розглянемо математичну модель розвитку гіпотетичної національної атомної енергетики, побудовану з використанням таких принципів:

- основне обмеження – баланс між генерацією і споживанням електричної потужності;
- критерієм є мінімізація витрат на спорудження нових енергоблоків, а також додаткових («штрафних») витрат на забезпечення балансу між генерацією і споживанням електричної потужності;
- для вирішення граничної проблеми початкового періоду використовується вектор існуючих енергоблоків, які виводяться з експлуатації протягом всього горизонту моделювання;
- для вирішення граничної проблеми останнього періоду забороняється «витрачати» інвестиційні ресурси на енергоблоки, що будуть введені після останнього періоду моделювання;
- для введення в експлуатацію нового енергоблока потрібно декілька періодів будівництва, протягом яких здійснюються капіталовкладення, величина яких розраховується операцією ділення необхідного обсягу інвестицій на кількість періодів будівництва;
- для кожного періоду моделювання обсяг доступних інвестицій є обмеженим зверху.

Математична модель для 15-ти періодів моделювання реалізована на мові MathProg [11] (табл. 1), що дозволяє її розвивати як за

рахунок зміни вхідних даних, так і модифікацією власне моделі, наприклад, додаванням або виключенням обмежень.

Таблиця 1 – Динамічна модель математичного програмування розвитку генеруючих потужностей гіпотетичної національної атомної енергетики з цілочисельною змінною і обмеженими інвестиціями, реалізована на мові MathProg

№ строки	Складові моделі з коментарями, а також набір вхідних даних
1	2
1	# Оптимізація структури генерації з урахуванням терміну будівництва потужностей та обмежень на інвестиції
2	/* Множини */
3	set E; /*Існуючі генеруючі енергоблоки, які будуть виводитись з експлуатації протягом періоду, що розглядається*/
4	set N; /*Нові генеруючі енергоблоки, які будуть вводиться в експлуатацію протягом періоду, що розглядається*/
5	set T; /* Періоди моделювання */
6	
7	/* Коефіцієнти змінних */
8	param pn {n in N}; /* Встановлена потужність нового енергоблока*/
9	param pe {e in E}; /* Встановлена потужність існуючого енергоблока*/
10	param ne {e in E, t in T}; /* Кількість існуючих енергоблоків, що лишилися в експлуатації в період t */
11	param bt {n in N}; /* Термін будівництва нового енергоблока */
12	param lt {n in N}; /* Термін експлуатації нового енергоблока */
13	param avn {n in N, t in T}; /* Максимальна кількість енергоблоків, яку фізично можливо ввести для кожного періоду */
14	param k {n in N}; /* Питомі капіталовкладення в енергоблок */
15	param d {t in T}; /* Попит на електричну потужність */
16	param o {t in T}; /* Максимальний обсяг доступних щорічних інвестицій в нові потужності */
17	param TLast, integer, := max {t in T} t; /* Останній період моделювання */
18	
19	/* Змінні */
20	var x {n in N, t in T}, integer, >=0; /* Кількість нових енергоблоків, доступних для експлуатації в період t */
21	var xn {n in N, t in T}, integer, >=0; /* Кількість нових енергоблоків, введених в експлуатацію в період t */
22	var z {t in T} >=0; /* "штрафна" змінна □ для покриття небалансу потужності */
23	
24	/* Критерій оптимізації */
25	/* Мінімувати витрати на спорудження нових потужностей та додаткові витрати на покриття небалансу потужності*/
26	minimize ProdCost: sum {n in N, t in T} x[n,t]*k[n] + sum {t in T} z[t]*999;
27	
28	/* Обмеження */
29	/* Нові потужності можливо ввести в експлуатацію лише після того, коли вони стають комерційно-доступними + термін будівництва */
30	s.t. XNew {n in N, t in T}: xn[n,t] <= (if (t<=bt[n]) then 0 else avn[n,t-bt[n]]);

1	2
31	
32	/* Кількість доступних до використання нових потужностей становить суму тих, що були введені в експлуатацію в попередні періоди за винятком тих потужностей, у яких завершився термін їх експлуатації*/
33	s.t. NumXNew {n in N, t in T}: x[n,t] = if t-lt[n]<1
34	then sum {i in 1 .. t} xn[n,i]
35	else sum {i in t+1-lt[n] .. t} xn[n,i];
36	
37	/* Обмеження на доступність інвестицій □ для кожного періоду неможливо витратити більше грошей, ніж доступно */
38	s.t. LimInv {t in T}: if t=TLast
39	then o[t]
40	else sum {n in N} if t+1=TLast
41	then xn[n,TLast]*k[n]/bt[n]
42	else if t+bt[n]>=TLast
43	then sum {i in t+1 .. TLast} xn[n,i]*k[n]/bt[n]
44	else sum {i in t+1 .. t+bt[n]} xn[n,i]*k[n]/bt[n]
45	<= o[t];
46	
47	/* Баланс генерації-споживання потужності, якщо виникає небаланс, то використовується "штрафна" змінна z*/
48	s.t. PDemand {t in T}: sum {n in N} x[n,t]*pn[n] +
49	sum {e in E} ne[e,t]*pe[e] +
50	z[t] = d[t];
51	
52	data;
53	/* Множини */
54	set N := N1, N2;
55	set E := ВВЕР1000, ВВЕР440;
56	set T := 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15;
57	
58	/* Коефіцієнти */
59	param pn:= N1 1.4, N2 0.3; /* Встановлена потужність нового енергоблока*/
60	param bt:= N1 3 N2 2; /* Термін будівництва енергоблока */
61	param lt:= N1 6 N2 4; /* Термін експлуатації енергоблока */
62	param k:= N1 45 N2 20; /* Питомі капіталовкладення в енергоблок */
63	param pe:= ВВЕР1000 1 ВВЕР440 0.3; /* Встановлена потужність існуючого енергоблока*/
64	
65	/* Максимальна кількість енергоблоків, яку фізично можливо ввести для кожного періоду в період t (наприклад, через наявні потужності будівельних організацій, а також постачання основного виробничого обладнання)*/
66	param avn : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15:=
67	N1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
68	N2 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2;
69	

1	2
70	/* Кількість існуючих енергоблоків, що лишилися в експлуатації в період t^* /
71	param ne: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15:=
72	ВВЕР1000 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0
73	ВВЕР440 2 2 2 2 2 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0;
74	
75	/* Попит на електричну потужність в період t^* /
76	param d := 1 10, 2 10, 3 10, 4 10, 5 10, 6 10, 7 10, 8 10, 9 10, 10 10, 11 10, 12 10, 13 10, 14 10, 15 10;
77	
78	/* Максимальна сума доступних щорічних інвестицій в нові потужності в період t^* /
79	param o := 1 80, 2 80, 3 80, 4 80, 5 80, 6 80, 7 80, 8 80, 9 80, 10 80, 11 80, 12 80, 13 80, 14 80, 15 80;

У наведеній моделі використовуються три змінні (табл. 1, рядки 20 – 22), при цьому змінна x є похідною від цілочисельної змінної x_n і використовується для спрощення аналізу отриманого рішення, змінна z – «штрафна» і використовується з коефіцієнтом 999, що спонукає оптимізаційну процедуру до мінімізації її використання в розв’язку.

Основне обмеження математичної моделі наведено в рядках 48 – 50 табл.1 і є реалізацією на мові MathProg такого математичного виразу:

$$\sum_e p_{te}^E x_{te}^E + \sum_n p_{tn}^N x_{tn}^N + z_t = D_t; \forall t \in T,$$

де p_{te}^E – одинична потужність існуючого енергоблока (ГВт), p_{tn}^N – одинична потужність нового енергоблока (ГВт), D_t – потужність, покриття якої необхідно забезпечити для кожного періоду моделювання (ГВт).

Обмеження на інвестиційні ресурси з урахуванням необхідності вирішення граничної проблеми наведено в рядках 38 – 45 табл. 1. Математичний вираз цього обмеження такий:

$$o_t \geq \begin{cases} \left(k_n^N \sum_{i=t+1}^{t^{end}} x_{ni}^N; t + b_n^N \geq t^{end} \right) \\ \left(k_n^N \sum_{i=t+1}^{t+b_n^N} x_{ni}^N; t + b_n^N < t^{end} \right) \\ \left(k_n^N \sum_n x_{ni}^N; t + 1 = t^{end} \right) \\ (o_t; t = t^{end}) \end{cases}; \forall t \in T,$$

де b_n^N – термін будівництва нового енергоблока з множини N (років), k_n^N – обсяг капіталовкладень в будівництво нового енергоблока з множини N (дол. США), O_t – загальний обсяг доступних інвестицій для будівництва нових енергоблоків з множини N в період моделювання t (дол. США), t^{end} – останній період моделювання.

Наведена модель реалізована для набору вхідних даних, наведених у рядках 52 – 79 табл. 1. Невелика кількість етапів моделювання (15), термінів будівництва та експлуатації енергоблоків вибрана з міркувань спрощення аналізу отриманих рішень, але може бути легко змінена для практичного використання моделі, також нескладним є нарощування кількості технологій генерації електроенергії та інших вхідних даних, наприклад, введення змінних рівнів потреби в потужності.

Розв’язок моделі (табл. 2, 3) було отримано з використанням оптимізаційного пакета GLPK. В наведеній постановці для отримання рішення цілочисельної динамічної оптимізації знадобилось 0,2 секунди, що дозволяє зробити висновок стосовно перспективності використання пакета GLPK для пошуку оптимальних рішень більш складних моделей з цілочисельними змінними.

ВИСНОВКИ

1. Запропоновано динамічну модель математичного програмування розвитку генеруючих потужностей національної атомної енерге-

Таблиця 2 – Значення змінних x та x_p

№ Етапу моделювання	Кількість енергоблоків N1, доступних до використання (змінна x)	Кількість енергоблоків N2, доступних до використання (змінна x)	Кількість енергоблоків N1, введених в експлуатацію (змінна x_p)	Кількість енергоблоків N2, введених в експлуатацію (змінна x_p)	Сумарна потужність нових енергоблоків
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	1	0	1	0,3
4	0	2	0	1	0,6
5	1	3	1	1	2,3
6	2	5	1	2	4,3
7	3	5	1	1	5,7
8	4	6	1	2	7,4
9	5	6	1	1	8,8
10	6	5	1	1	9,9
11	6	5	1	1	9,9
12	6	5	1	2	9,9
13	6	5	1	1	9,9
14	6	5	1	1	9,9
15	6	5	1	1	9,9

Таблиця 3 – Витрати інвестиційних ресурсів на спорудження нових енергоблоків, а також значення «штрафної» змінної Z

№ Етапу моделювання	Сумарні витрати інвестиційних ресурсів	Витрати інвестиційних ресурсів в енергоблоку N1	Витрати інвестиційних ресурсів в енергоблоку N2	Значення штрафної змінної Z
1	10	0	10	8,4
2	35	15	20	8,4
3	50	30	20	8,1
4	75	45	30	7,8
5	75	45	30	6,1
6	75	45	30	4,4
7	75	45	30	3
8	65	45	20	2,3
9	65	45	20	1,2
10	75	45	30	0,1
11	75	45	30	0,1
12	65	45	20	0,1
13	50	30	20	0,1
14	25	15	10	0,1
15	0	0	0	0,1

тики з цілочисельною змінною і обмеженими інвестиціями. Введення інвестиційних обмежень зумовило необхідність вирішення специфічної граничної проблеми, яка виникає на

початковому і останньому етапі моделювання. Гранична проблема початкового періоду полягає в тому, що в будь-який довільний момент часу реального життя реалізуються певні про-

екти з розвитку генеруючих потужностей національної атомної енергетики, які необхідно враховувати при моделюванні. Для кінцевого періоду моделювання проблема полягає у необхідності врахування лише тих потужностей, які використовуються протягом всіх етапів моделювання, а ті, що вводяться в експлуатацію за горизонтом моделювання, не мають виходити до рішення задачі математичного програмування.

2. Наведена математична модель реалізована мовою моделювання MathProg, що, на відміну від використання мов програмування, дозволяє в термінах близьких звичайної математики формалізовано описувати насамперед логіку математичної моделі. З використанням такого підходу розроблена в термінах MathProg модель може стати універсальним засобом реалізації задач математичного програмування, спрямованих на вирішення задач певного класу, наприклад, задач розвитку національної енергетики. В цьому випадку формування конкретної моделі можливо здійснювати шляхом корегування лише вхідних даних, а логіка моделі гарантовано буде лишатись незмінною. Також перевагою такого підходу є спрощення процесу обміну як окремими моделями, так і їх складовими (наприклад, обмеженнями) між науковцями, які вирішують подібну задачу.

3. Розрахунки моделі в наведеній у статті постановці здійснені з використанням пакета пошуку оптимальних рішень GLPK. В наведеній постановці для отримання рішення задачі динамічного програмування з цілочисельними змінними знадобилось 0,2 секунди, що дозволяє зробити висновок стосовно перспективності використання пакета GLPK для пошуку оптимальних рішень більш складних моделей розвитку енергетики.

1. *Swisher J.* Integrated Resource Planning / J. Swisher, G. Jannuzzi, R. Redlinger — UNEP & RISO National Laboratory, Denmark, June 1997. — 259 с. (Препринт / UNEP & RISO National Laboratory, Denmark, June 1997).

2. *Short W.* A Manual for Economic Evaluation of Energy Efficiency and Renewable Energy Technologies / W. Short, D. Packey, T. Holt — National Renewable Energy Laboratory, U.S.

Department of Energy Managed by Midwest Research Institute, March 1995. — 120 с. (Препринт / National Renewable Energy Laboratory; March 1995).

3. *Feretic D.* Probabilistic analysis of electrical energy costs comparing: production costs for gas, coal and nuclear power plants / D. Feretic, Z. Tomsic // *Energy Policy*. — 2005. — № 33. — С. 5–13.

4. *Шульженко С.В.* Особливості розрахунку вартісних показників у задачах прогнозування розвитку електроенергетичних систем за ринкових умов їх функціонування / С.В. Шульженко // *Проблеми загальної енергетики*. — 2008. — № 18. — С. 16–20.

5. *Шульженко С.В.* Показники ефективності функціонування та розвитку електричних станцій в умовах ринку / С.В. Шульженко // *Проблеми загальної енергетики*. — 2009. — № 20. — С. 16–19.

6. *Robert Fourer, David M. Gay, Brian W. Kernighan* AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming [Електронний ресурс] / ISBN0-534-38809-4. — Режим доступу: <http://ampl.com/resources/the-ampl-book/chapter-downloads/>.

7. MPS file format: industry standard [Електронний ресурс] / Records in MPS format. — Режим доступу: http://www-01.ibm.com/support/knowledgecenter/SS9UKU_12.4.0/com.ibm.cplex.zos.help/FileFormats/topics/MPS_records.html

8. *Gurobi* Documentation [Електронний ресурс] / Quick Start Guide. — Режим доступу: <http://www.gurobi.com/documentation/>.

9. *CPLEX* Documentation [Електронний ресурс] / Support Portal. — Режим доступу: <https://www-947.ibm.com/support/entry/portal/support?lnk=msdTS-docu-usen>.

10. *GLPK* Wikibook [Електронний ресурс] / GLPK Wikibook. — Режим доступу: <https://en.wikibooks.org/wiki/GLPK>.

11. *Modeling* Language GNU MathProg [Електронний ресурс] / Language Reference. — Режим доступу: <https://www3.nd.edu/~jeff/mathprog/glpk-4.47/doc/gmpl.pdf>.

Надійшла до редколегії: 30.07.2015