

ТРИТОЧКОВА АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЙ РОЗПОДІЛУ МІНЛИВОГО ПАРАМЕТРА ДЛЯ СТОХАСТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ОЦІНЮВАННЯ ТЕХНІКО-ЕКОНОМІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ

Розглянуто питання підвищення точності результатів імітаційного моделювання широкого класу фізичних об'єктів з мінливими техніко-економічними показниками, що виконується на основі детерміновано-стохастичних моделей для розв'язання економіко-математичних задач з використанням ймовірнісних методів (методу Монте-Карло, методу моментів), в енергетичних системах зокрема.

Проаналізовано стандартні функції опису стохастичних (мінливих) параметрів моделі із застосуванням прийомів триточкового оцінювання розподілу їх ймовірних значень. Сконструйовано функцію щільності синтетичного несиметричного розподілу на основі стандартного нормального, яка є придатною для опису прогнозного і/або статистичного розподілу ймовірних значень параметрів моделі енергетичного об'єкта, й отримано аналітичні записи для обчислення моментів такого розподілу.

Ключові слова: імітаційне моделювання в енергетиці, точність оцінювання, стохастичний параметр, триточкова апроксимація, дисперсійний і факторний аналіз.

Прийоми *триточкового* оцінювання мінливих параметрів знаходять застосування в інформаційних системах підтримки управлінських рішень — для визначення прогнозних термінів виконання проектів, у будівництві зокрема [1]; також у задачах імітаційного моделювання енергетичних систем, показники яких характеризуються певною невизначеністю [2, 3]. Практичні прийоми *триточнової апроксимації* застосовують з метою конструювання функції щільності розподілу (*PDF*) значень параметра імітаційної моделі, за допомогою якої оцінюють ймовірність появи чи здійснення події, досягнення результату тощо. Така техніка (спосіб) є ефективним інструментом практичного оцінювання прогнозного значення технологічного або економічного показника фізичного (матеріального, господарського) об'єкта, що його враховано у записі економіко-математичної моделі детерміновано-стохастичного типу (ДСМ). Особливості побудови таких моделей і записи для стохастичних змінних — вартісних та цінових оцінок нових енергетич-

них об'єктів автором розглянуто в роботі [4].

Методологічною основою оцінювання точності є загальновідомі методи факторного аналізу та дисперсійний аналіз (*ANALYSIS OF VARIANCE, ANOVA*). Застосування опису мінливих параметрів моделі найпростішими функціями рівномірного розподілу може слугувати причиною низької точності отриманих розв'язків ДСМ, що зумовлюється проявом ефекту «розсіяння» значень розрахункових змінних. Розрахункове значення коефіцієнта варіації для оцінок собівартості та ціни (тарифу) на вироблену енергію сонячною фотоелектричною станцією (СФЕС) за таких умов може сягнути майже 50% [2].

В роботах [3, 4] автором продемонстровано задовільні й практично співставні за точністю результати імітаційного моделювання методами Монте-Карло та точкового оцінювання у випадку застосування лише трикутного закону розподілу мінливих параметрів з урахуванням несиметрії. Експериментально показано, що врахування функцій щільності розподілу для деяких мінливих параметрів, статистична і/або прогнозна інформація про які є відомою або ймовірною, забезпечує більш точні розв'язки

імітаційного моделювання. Наголошено, що важливою метою є врахувати дані щодо розподілів тих параметрів, чутливість до варіацій яких розрахункових змінних (цінових оцінок – собівартості, ціни виробленого продукту) є найвищою, за принципом Парето.

Метою цієї статті є продемонструвати можливість опису вхідних параметрів імітаційної ДСМ функціями щільності розподілу із застосуванням прийомів триточкової апроксимації та отримати аналітичні записи характеристик таких розподілів, придатних для використання неітераційного ймовірнісного методу – «методу моментів», або ж методу точкового оцінювання (*Point Estimation Method, PEsM* [3]).

Понятійним ґрунтом практичних прийомів триточкової апроксимації є такі міркування. Зазвичай, для конструювання таких *PDF* досліднику потрібні числові оцінки трьох величин параметра моделі: мінімального, максимального та «найбажанішого» прогнозного значення. У тому випадку, коли йдеться про технічний параметр компонента, або цілісного модельованого об'єкта, оцінювання якого може бути виконано експериментально чи у спосіб вимірювань у лабораторних умовах – статистично підтвердженим очікуваним значенням є мода розподілу значень, визначена на основі множини експериментальних даних (вибірки).

Для загального подання й уніфікації подальших аналітичних записів виберемо такі позначення трьох точок, що є характерними для інтервалу можливих значень мінливого пара-

метра:

$b = x_0$ – «найбажаніше» значення мінливого параметра,

$A = x_0 - a$ – мінімальне або *песимістичне* значення параметра із інтервалу (може також бути «найгіршим» чи «найкращим»),

$C = x_0 + c$ – максимальне або *оптимістичне* значення параметра (відповідно, у протилежності до попереднього – воно буде «найкращим» чи «найгіршим»).

Стандартні характеристики поширених функцій розподілу, вживаних для триточкової апроксимації, у виразах через прийняті позначення подані у таблиці. Найпростішими є нормальний розподіл, рівномірний, та розподіл з трикутною формою *PDF*, зображеною на рис. 1 [4, 5].

З відомих причин переважно застосовують нормальний розподіл випадкових значень мінливого параметра моделі [5]. Однак, це не завжди відповідає уявленням і записам про економічну та технічну природу оцінюваного компонента чи об'єкта. Адже в практиці інженерних та економічних розрахунків складної системи (відповідно, моделі) трапляються випадки, коли оптимістичні значення є більш віддаленими від бажаних прогнозних, ніж песимістичні – хоча дослідник загалом налаштований оптимістично.

Характеристики синтетичного розподілу значень мінливого параметра з функцією щільності трикутної форми. Розподіл з *PDF* трикутної форми є найбільш простим для геометричної інтерпретації процесу триточкового оціню-

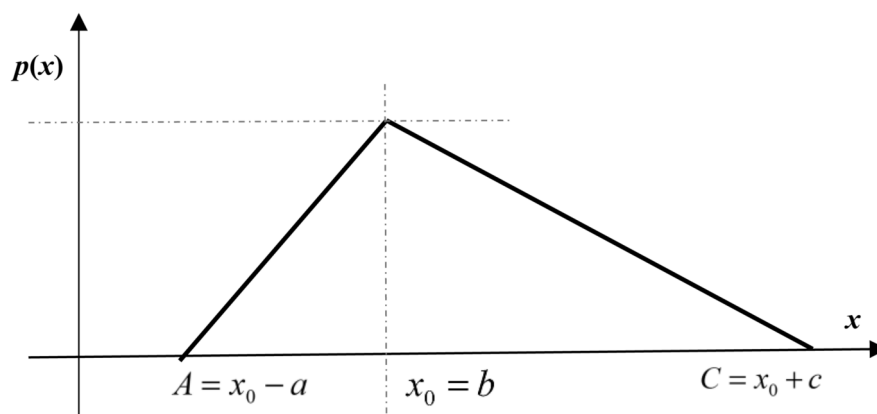


Рис. 1. Щільність несиметричного трикутного розподілу імовірності мінливого параметра

Таблиця – Стандартні характеристики вживаних функцій розподілу

Характеристика	Рівномірний	PERT* (бета-розподіл)	Трикутний	Нормальний
Математичне очікування (МО, або перший момент M_1)	$(A+C)/2 = (2b+c-a)/2$	$(A+4b+C)/6 = (6b+c-a)/6$	$(A+b+C)/3 = (3b+c-a)/3$	b
Дисперсія (розсіяння), D	$(C-A)^2/12 = (a+c)^2/12$	$(C-A)^2/36 = (a+c)^2/36$	$(A^2+b^2+C^2-Ab-bC-AC)/18$	$(C-A)^2/36 = (a+c)^2/36$
Середньоквадратичне відхилення (СКВ), σ	$(C-A)/(12^{1/2}) = (a+c)/(12^{1/2})$	$(C-A)/6 = (a+c)/6$	$D^{1/2}$	$(C-A)/(12^{1/2}) = (a+c)/(12^{1/2})$
Мода, або найбажаніше	не існує	b	b	b

*PERT – Program Evaluation and Review Technique.

вання. Проте недоліком трикутної PDF є надмірна концентрація реалізацій процесу саме для значення параметра $x_0 = b$, що є фіксованим найбажанішим, хоча за рахунок близьких значень, розташованих в обмеженому околі значення b . Це не завжди є прийнятним для опису властивостей досліджуваного об'єкта в техніко-економічних задачах.

В роботі [4] автором виконано імітаційне моделювання оцінок собівартості й ціни виробництва електроенергії СФЕС у діапазоні встановленої потужності до 2,0 МВт_{пик} на основі ДСМ життєвого циклу тривалістю двадцять років. Співставні числові результати отримані шляхом використання ймовірнісних методів – Монте-Карло та точкового оцінювання (методу моментів). Метод точкового оцінювання застосовано для врахування впливу параметрів з функцією PDF, графічно зображеною на рис. 1, шляхом розрахунку моментів розподілу за алгебраїчними виразами. Такі вирази отримано аналітично в [4] й опубліковано в [6]; відтак записи, подані в таблиці, слід доповнити формулою для розрахунку другого і третього початкових моментів трикутного розподілу:

$$M_2(x) = \frac{1}{6}(a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ac);$$

$$M_3(x) = \frac{1}{10} \left[A^3 + b^3 + C^3 + A^2(b+C) + b^2(A+C) - C^2(A+b) + AbC \right]. \quad (1)$$

Характеристики функції PERT-бета-розподілу. Більш точні результати отримують через застосування бета-закону розподілу та методу PERT [1]. Функція щільності PDF класичного бета-розподілу в термінах вибраних позначень має вигляд

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{1}{B(\alpha, \beta)} (x-A)^{\alpha-1} (C-x)^{\beta-1} & \forall x \in [A, C]; \\ 0 & \forall x \in]-\infty, A] \cup [C, \infty[; \end{cases} \quad (2)$$

з параметрами математичного очікування (МО = M_1) і дисперсії D , відповідно:

$$M_1(x) = \mu = A + (C-A) \cdot \frac{\alpha}{(\alpha + \beta)}, \quad (3)$$

$$D = \sigma^2 = \frac{\alpha}{(\alpha + \beta)} \cdot \frac{\beta}{(\alpha + \beta)} \cdot \frac{(C-A)^2}{(\alpha + \beta + 1)}.$$

Співвідношення (3) дають можливість визначити параметри α і β через математичне очікування та дисперсію:

$$\alpha = \left(\frac{\mu - A}{C - A} \right) \left[\left(\frac{(\mu - A)(C - \mu)}{\sigma^2} \right) - 1 \right], \quad (4)$$

$$\beta = \left(\frac{C - \mu}{C - A} \right) \left[\left(\frac{(\mu - A)(C - \mu)}{\sigma^2} \right) - 1 \right].$$

Аналізуючи залежності (4), необхідно зауважити, що $\alpha + \beta = \left(\frac{(\mu - A)(C - \mu)}{\sigma^2} \right) - 1;$

а за умови $\alpha = \beta = 1$ бета-розподіл (2) перетворюється у рівномірний. Тут значення бета-функції $B = (\alpha, \beta)$ є нормуючим фактором (сталім коефіцієнтом), за допомогою якого задовільняється фундаментальна властивість – забезпечується результат інтегрування функції (2) рівний одиниці відповідно до універсальної властивості функції щільності.

Основою методу *PERT* є припущення щодо значень математичного очікування (МО) і дисперсії, які визначаються відповідно до даних таблиці, або:

$$M_1^{PERT}(x) = \mu^{PERT} = (A + 4b + C) / 6,$$

$$D^{PERT} = \sigma^2 = \frac{(C - A)^2}{36} = \frac{(a + c)^2}{36}. \quad (5)$$

Алгебраїчні вирази (2) – (5) дають можливість побудувати криву розподілу мінливого параметра (часу виконання операції, проекту) в межах заданого відрізка $[A, C]$.

Характеристики несиметричного синтетичного розподілу на основі стандартного нормального. З метою уникнути недоліків, що є притаманними методу *PERT* в задачах оцінювання протяжності обслуговування (трива-

лості проекту) у разі використання стандартної функції *PERT*-бета розподілу [7] (другий стовпчик таблиці), автором запропоновано апроксимуючу функцію синтетичного нормального розподілу з несиметрією, яка є альтернативою використання функції бета-розподілу типу *PERT* для опису мінливих параметрів стохастичних моделей [6].

Конструюючи криву несиметричного розподілу, вчинимо так само, як у випадку з трикутною формою, котра складається із двох відтинків ліній. Розглянемо синтетичну криву розподілу на рис. 2, котра утворена двома відтинками кривих нормального розподілу $\rho_1(x)$ і $\rho_2(x)$ із різними значеннями стандартних параметрів – МО і СКВ.

Функцію щільності розподілу ймовірних значень параметра x задамо у вигляді фрагментів двох кривих щільності розподілу, які описуються виразами

$$\rho(x) = \begin{cases} \rho_1(x) = B \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_1^2}} & \forall x \in [x_0 - 3\sigma_1, x_0] \\ \rho_2(x) = B \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_2^2}} & \forall x \in [x_0, x_0 + 3\sigma_2] \end{cases}, \quad (6)$$

$$\text{за умови } \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) dx = 1.$$

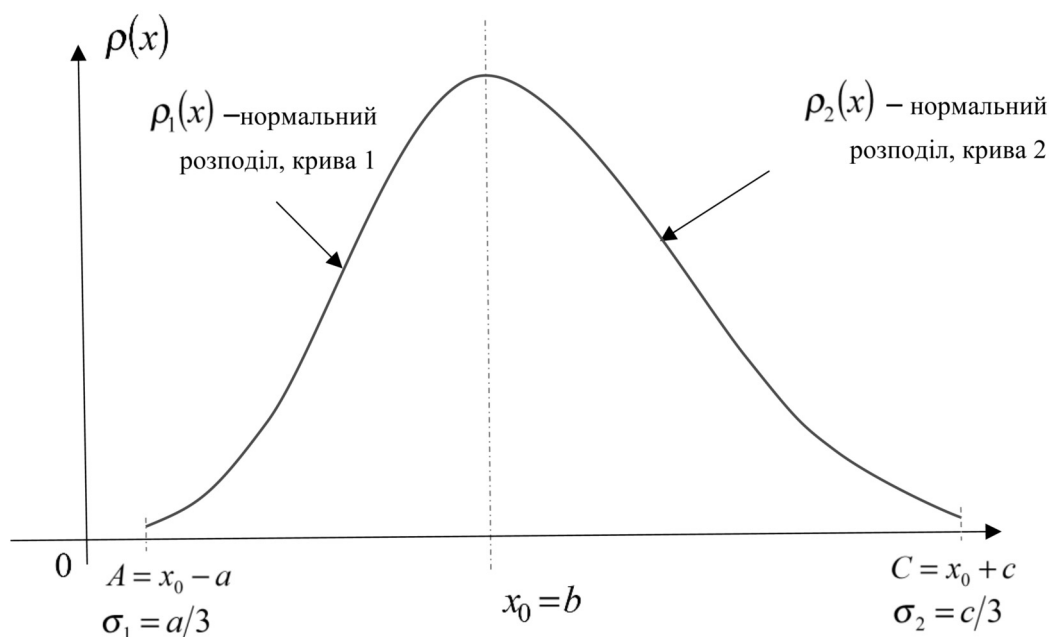


Рис. 2. Щільність несиметричного нормального розподілу ймовірності мінливого параметра

Аби визначити нормуючий коефіцієнт B для апроксимуючої функції (6) запишемо очевидне співвідношення для кривої, зображеної на рис. 2:

$$\int_{x_0-3\sigma_1}^{x_0} \rho_1(x) dx + \int_{x_0}^{x_0+3\sigma_2} \rho_2(x) dx = -\Phi^*(-3) + \Phi^*(3) = 2 \cdot \Phi^*(3) - 1 \quad (7)$$

оскільки $\Phi^*(-3) = 1 - \Phi^*(3)$, причому

$$\Phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi \quad \text{— функція Лапласа}$$

із відомими властивостями. Результат інтегрування (7) позначимо через нормуючий множник $p_{norm} = 1 / (2 \cdot \Phi^*(3) - 1)$ — адже значення інтегральної функції розподілу (*CDF* — *Cumulative Distribution Function*) має бути одиничним відповідно до основної властивості щільності розподілу згідно з (6).

Коефіцієнт B визначимо шляхом підстановки (6) в (7) в результаті нескладних алгебраїчних перетворень у вигляді:

$$B = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{p_{norm}}{(\sigma_1 + \sigma_2)} \quad (8)$$

Таким чином, значення інтегральної функції розподілу ймовірності *CDF* можуть бути обчислені послідовно:

— для випадкових значень ξ параметра на відрізьку $[x_0 - a, x_0]$:

$$P_1(\xi \leq x) = \int_{x_0-3\sigma_1}^{x_0} \rho_1(x) dx = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{p_{norm}}{(\sigma_1 + \sigma_2)} \cdot \int_{x_0-3\sigma_1}^x e^{-\frac{(\xi-x_0)^2}{2\sigma_1^2}} d\xi,$$

а для обчислень можна використати значення функції Лапласа:

$$P_1(\xi \leq x) = \frac{2\sigma_1 \cdot p_{norm}}{(\sigma_1 + \sigma_2)} \times \left(\Phi^*\left(\frac{x-x_0}{\sigma_1}\right) + \Phi^*(3) - 1 \right), \quad (9)$$

— аналогічно, для значень ξ на відрізьку $[x_0, x_0 + c]$:

$$P_2(\xi \leq x) = P_1(\xi \leq x_0) + \int_{x_0}^x \rho_2(\xi) d\xi = \frac{2\sigma_1 \cdot p_{norm}}{(\sigma_1 + \sigma_2)} \cdot \left(\Phi^*\left(\frac{x_0-x_0}{\sigma_1}\right) + \Phi^*(3) - 1 \right) + \int_{x_0}^x \rho_2(\xi) d\xi = \frac{2\sigma_1 \cdot p_{norm}}{(\sigma_1 + \sigma_2)} \cdot \left(\Phi^*(3) - \frac{1}{2} \right) + \int_{x_0}^x \rho_2(\xi) d\xi,$$

і для комп'ютерних обчислень використовуємо вираз:

$$P_2(\xi \leq x) = \frac{2\sigma_1 \cdot p_{norm}}{(\sigma_1 + \sigma_2)} \cdot \left(\Phi^*(3) - \frac{1}{2} \right) + \frac{2\sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)} \cdot \left(\Phi^*\left(\frac{x-x_0}{\sigma_2}\right) - \frac{1}{2} \right). \quad (10)$$

Графічне зображення кривих апроксимуючих функцій розподілів мінливого параметра, розрахованих із застосуванням прийомів три-точкового оцінювання, подано на рис. 3 для випадків: a — позитивної та b — негативної симетрії кривих розподілу деякого параметра із значенням моди $b = 15$. На рис. 4 зображено криві цих розподілів для випадку симетричної форми розподілу значень такого мінливого параметра моделі.

Приклад. Інформаційне забезпечення моделей в дослідженнях [3, 4, 6] ґрунтується на даних про інженерно-економічні показники СФЕС провідної компанії США — розробника рішень для *PV*-технологій — SUNPOWER Corp. (CA, USA, us.sunpower.com). Ідеї компанії розвинуто національним дослідницьким центром Argonne National Laboratory (IL, USA), де методами факторного і кореляційного аналізу вплив ряду вхідних параметрів моделі з урахуванням їх можливих розподілів значень у формі проектних функцій щільності *PDF* впорядковано за ступенем розрахункової чутливості нормованої собівартості виробництва (*LCOE* [2, 3]).

Такими вхідними параметрами моделі крім стохастичного характеру сонячної інсоляції насамперед є: дисконт (середня вартість капіталу), ККД фотоелектричних панелей (ФЕП), коефіцієнт деградації системи та умовно-

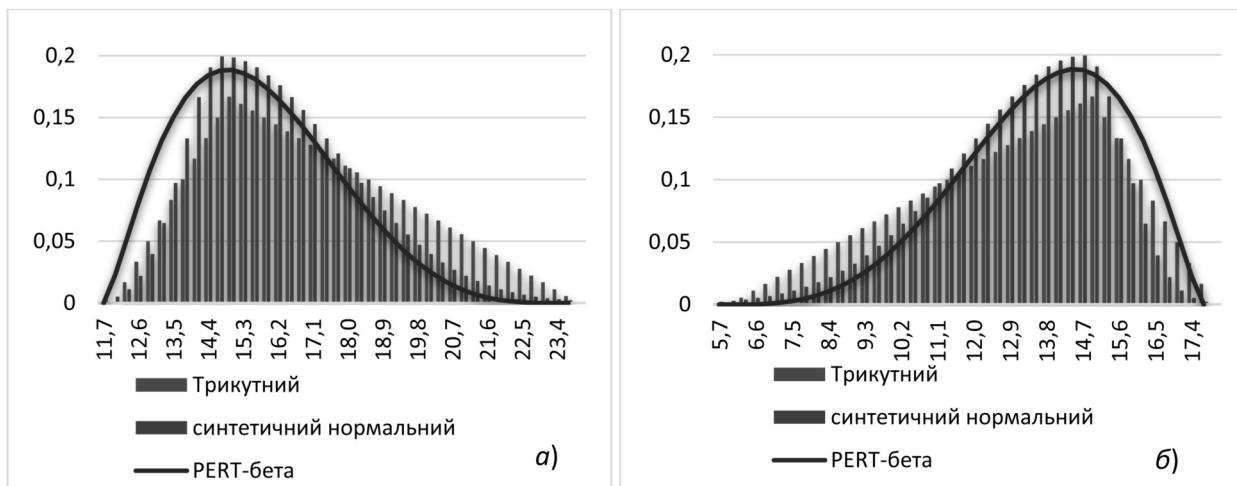


Рис. 3. Криві апроксимуючих функцій у випадку несиметрії:
a – позитивної ($A = 12, b = 15, C = 24$); *б* – негативної ($A = 6, b = 15, C = 18$)

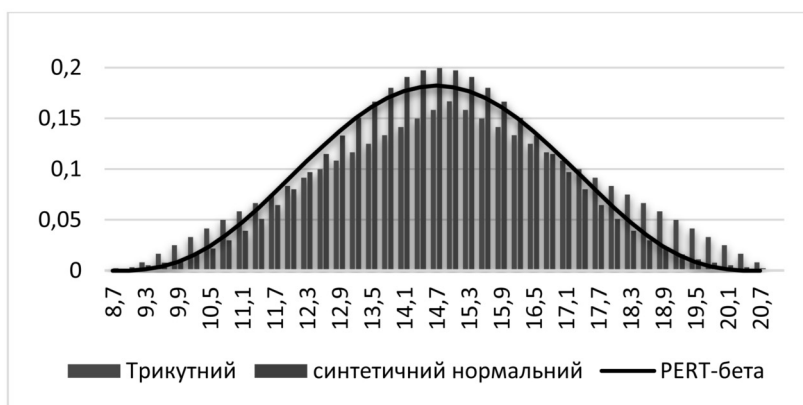


Рис. 4. Симетричні криві апроксимуючих функцій ($a = c = 6; A = 9, b = 15, C = 21$)

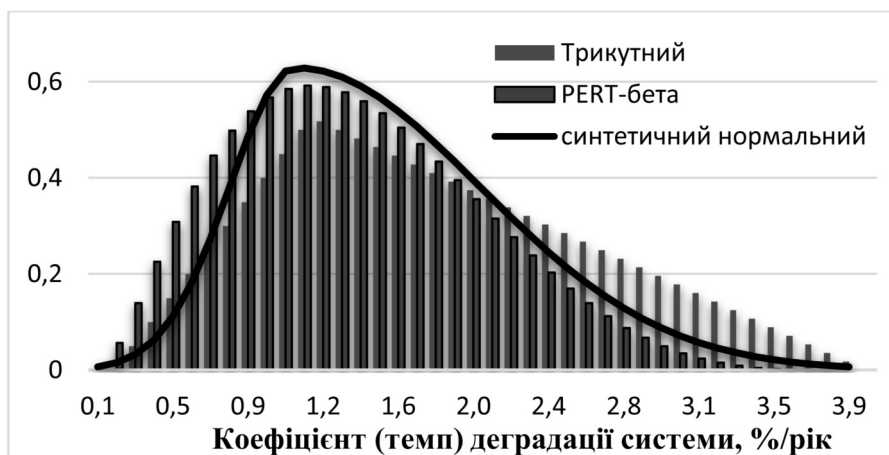


Рис. 5. Співставлення кривих апроксимуючих функцій розподілу параметра моделі СФЕС «темп деградації системи»

постійні експлуатаційні витрати. Зокрема, згідно з даними SUNPOWER Corp. [8], розробники моделі життєвого циклу врахували статистичну інформацію щодо розподілу ймовірних значень коефіцієнта деградації системи (*SDR* – *System Degradation Rate*; також «темپ деградації»), %/рік – за несиметричним розподілом типу *PERT* із формою щільності *PDF*, зображеною на рис. 5. Імовірний інтервал зміни темпу деградації системи *SDR* – у межах 3%, із бажаною модою 0,8%. Для практичних розрахунків показників об'єктів, що експлуатуються в Україні, прогнозне значення моди прийнято на рівні 1,2% (рис. 5), імовірний інтервал зміни – до 4%; використовується апроксимуюча функція «синтетичного нормального» розподілу.

Обчислення початкових моментів функції несиметричного нормального розподілу. З метою організації процесу імітаційного моделювання за методом точкового оцінювання наведемо алгебраїчні вирази для обчислення моментів синтетичної апроксимуючої функції. Момент *s*-го порядку функції розподілу визначають шляхом інтегрування:

$$M_s(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x^s \cdot \rho(x) dx =$$

$$= \int_{-\infty}^{x_0} x^s \cdot \rho_1(x) dx + \int_{x_0}^{\infty} x^s \cdot \rho_2(x) dx =$$

$$= B \cdot \left[\int_{x_0-3\sigma_1}^{x_0} x^s e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_1^2}} dx + \int_{x_0}^{x_0+3\sigma_2} x^s e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_2^2}} dx \right],$$

$\forall s = 1, 2, 3, \dots$

Для практичних розрахунків за методом моментів (*PEsM* [4]) обмежимося $s = \overline{1, 3}$.

Перший момент (математичне очікування) функції (6) з урахуванням (8):

$$M_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \rho(x) dx = \int_{-\infty}^{x_0} x \cdot \rho_1(x) dx + \int_{x_0}^{\infty} x \cdot \rho_2(x) dx =$$

$$= B \cdot \left[\int_{x_0-3\sigma_1}^{x_0} x e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_1^2}} dx + \int_{x_0}^{x_0+3\sigma_2} x e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_2^2}} dx \right] =$$

$$= B \int_{b-a}^b x e^{-\frac{(x-b)^2}{2\sigma_1^2}} dx + B \int_b^{b+c} x e^{-\frac{(x-b)^2}{2\sigma_2^2}} dx. \tag{11}$$

Інтеграл в (11) можна визначити, застосувавши традиційну заміну змінних інтегрування:

$$\frac{x-b}{\sigma_1} = t, \quad dx = \sigma_1 dt, \quad x = \sigma_1 t + b \quad \text{– для першого інтеграла в (11),}$$

$$\frac{x-b}{\sigma_2} = t, \quad dx = \sigma_2 dt, \quad x = \sigma_2 t + b \quad \text{– для другого інтеграла в (11),}$$

$$\int_0^c e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \sqrt{2\pi} (\Phi^*(3) - 0,5) \approx \sqrt{2\pi} / 2,$$

$$\int_{-a}^0 e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \sqrt{2\pi} (\Phi^*(3) - 0,5) \approx \sqrt{2\pi} / 2.$$

Остаточно, з урахуванням наближення, прийнятого для практичних розрахунків $\Phi^*(3) \approx 1$, а отже і $p_{norm} = 1$:

$$M_1(x) = B \cdot \left[\frac{b\sqrt{2\pi}}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) + \sigma_2^2 - \left[-\sigma_1^2 + \sigma_1^2 e^{-\frac{a^2}{2}} - \sigma_2^2 e^{-\frac{c^2}{2}} \right] \right], \tag{12}$$

$$B = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{(\sigma_1 + \sigma_2)}.$$

За такою самою схемою послідовно визначаємо вирази для обчислення другого і третього початкових моментів у формі:

$$M_2(x) = B \cdot \left[\frac{\sqrt{2\pi}}{2} [b^2(\sigma_1 + \sigma_2) + \sigma_1^3 + \sigma_2^3] + \left[+ 2b\sigma_1^2 \left(e^{-\frac{a^2}{2}} - 1 \right) - a\sigma_1^3 e^{-\frac{a^2}{2}} + \right. \right. \tag{13}$$

$$\left. \left. + 2b\sigma_2^2 \left(1 - e^{-\frac{c^2}{2}} \right) - c\sigma_2^3 e^{-\frac{c^2}{2}} \right] \right]$$

$$M_3(x) = B \cdot \left[\frac{b\sqrt{2\pi}}{2} [\sigma_1(b^2 + 3\sigma_1^2) + \sigma_2(b^2 + 3\sigma_2^2)] + \right. \tag{14}$$

$$\left. + \sigma_1^2(3b^2 + 2\sigma_1^2) \left(e^{-\frac{a^2}{2}} - 1 \right) + \right.$$

$$\left. + \sigma_2^2(3b^2 + 2\sigma_2^2) \left(1 - e^{-\frac{c^2}{2}} \right) + \right.$$

$$\left. + a\sigma_1^3(a\sigma_1 - 3b) \cdot e^{-\frac{a^2}{2}} - c\sigma_2^3(c\sigma_2 + 3b) \cdot e^{-\frac{c^2}{2}} \right]$$

Користуючись «правилом 3σ » і підставивши $\sigma_1 = a/3$, $\sigma_2 = c/3$ у формули (12), (13) і (14), отримуємо вирази для практичних обчислень в термінах позначень a , b , c на рис. 2.

Аналітичні записи (8) – (10) інтегральної функції ймовірності CDF використані для імітаційного моделювання за схемою методу Монте-Карло в [3,4] та інтерпретації результатів (дисперсійного аналізу). Водночас, алгебраїчні вирази для моментів таких розподілів є придатними для організації імітаційного моделювання за методом моментів (точкового оцінювання [6]) з урахуванням опису мінливих параметрів ДСМ шляхом триточнової апроксимації функцій щільності їх розподілу PDF .

ВИСНОВКИ

З метою підвищення точності результатів імітаційного моделювання в задачах оцінювання техніко-економічних показників енергетичних об'єктів автором запропоновано апроксимуючу функцію синтетичного нормального розподілу з несиметрією, аналітичні вирази для обчислень характеристик якої є придатними для побудови детерміновано-стохастичних моделей на основі неітераційного методу точкового оцінювання.

Застосування методу точкового оцінювання (методу моментів) у поєднанні з прийомами триточнової апроксимації мінливих параметрів ДСМ дає суттєву економію обчислювальних ресурсів у процесі розв'язання практичних економіко-математичних задач, зокрема – знаходження кількісних і вартісних показників енергетичних об'єктів, де використовуються сучасні технології тепло- й електрогенерування.

1. Ron Davis. Teaching Project Simulation in Excel Using PERT-Beta Distributions. Teaching Note // INFORMS Transactions on Education. – 2008. – No. 8(3). – P.139–148.
2. Шульженко С.В. Методи та засоби визначення показників ефективності функціонування і розвитку електричних станцій в умовах ринку: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.14.01 «Енергетичні системи та ком-

плекси» / Шульженко Сергій Валентинович; Ін-т загальної енергетики НАН України. – К., 2011. – 41 с.

3. Костюк В.О. Системний огляд методів дослідження енергоустановок з мінливими технологічними показниками й практичні аспекти моделювання / В.О. Костюк // Проблеми загальної енергетики. – 2015. – № 2. – С.39–47.

4. Костюк В.О. Модифіковані схеми розрахунку нормованої ціни виробництва в задачах детерміновано-стохастичного моделювання нових електрогенерувальних об'єктів / В.О. Костюк // Енергетика: економіка, технології, екологія. – 2015. – № 2. – С.64–77.

5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. 6-е изд. стер. – М.: Высш. шк., 1999. – 576 с.

6. Костюк В.О. Детерміновано-стохастичні моделі об'єктів електричної генерації для розрахунку нормованої ціни виробництва електроенергії / В.О. Костюк // Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України. – 2015. – № 42. – С.42–47.

7. Олейникова С.А. О недостатках оценок математического ожидания и дисперсии, используемых в методе ПЕРТ // Новые технологии в научных исследованиях, проектировании, управлении, производстве: труды Всерос. конф. – Воронеж: ГОУВПО «Воронежский государственный технический университет», 2008. – С.11–12.

8. Campbell M. et al. The drivers of the leveled cost of electricity for utility-scale photovoltaics / M. Campbell, P. Aschenbrenner, J. Blunden, E. Smeloff, S. Wright. – SunPower Corp., USA. – 2008. – 21p.

Надійшла до редколегії 14.04.2016