

ПОБУДОВА, ОРГАНІЗАЦІЯ ТА ФУНКЦІОНУВАННЯ РИНКІВ ЕНЕРГОНОСІЇВ

УДК 621.311.001.57

С.Е. САУХ¹, д-р техн. наук, професор, А.В. БОРИСЕНКО², д-р техн. наук, ст. науч. сотр.

¹Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України, ул. Генерала Наумова, 15, г. Київ, 03164, Україна,

²ООО«Укренергоконсалтинг», ул. Спасская, 5, г. Київ, 04071, Україна

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНКУРЕНТНОГО РАВНОВЕСИЯ НА ЭНЕРГОРЫНКЕ С УЧЕТОМ ПОТЕРЬ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ

Предложено математическое описание сети линий электропередачи, которое адекватно отображает физические свойства сети в модели равновесного состояния рынка электроэнергии. Основанное на теории энергетических цепей, такое описание электрической сети устанавливает связь между потоками электроэнергии в линиях электропередачи и потенциалами в узлах сети в строгом соответствии с законами Кирхгофа и принципом наименьшего действия Гамильтона. Кроме того, в описании используются физические параметры линий электропередачи, что обеспечивает возможность его применения для решения практических задач моделирования равновесных состояний рынка электроэнергии.

К л ю ч е в ы е с л о в а: линия электропередачи, электрическая сеть, рынок, конкуренция, равновесие, модель.

Введение. Сложность современных рыночных механизмов управления предприятиями электроэнергетики требует создания адекватных инструментов анализа текущего состояния рынков электроэнергии и перспектив их развития. Существующие модельные инструменты анализа рынков с совершенной и несовершенной (олигополистической) конкуренцией [1–5] адекватно отображают поведение генерирующих компаний и потребителей. Однако, в таких моделях поведение сетевого оператора представляется в упрощенном виде: цель его деятельности ограничивается задачей балансирования потоков электроэнергии в энергоузлах; потери электроэнергии, передаваемой по электрической сети, не учитываются; потоки электроэнергии в линиях электропередачи

определяются на основе упрощенной модели сети – цепи постоянного тока – и используются в балансовых уравнениях потоков электроэнергии в энергоузлах сети, а также в неравенствах, отражающих ограничения на потоки электроэнергии в линиях.

Вместе с тем, цены на передачу электроэнергии и ограниченная пропускная способность линий могут дезинтегрировать рынки и увеличивать давление рыночной власти на генерирующие компании, значительно удаленные от потребителей. Для адекватного отображения подобных явлений в работе [6] предложена модель электрической сети в виде цепи постоянного тока с нелинейными потерями. Анализ приведенных в [6] описания модели и результатов вычислительных экспериментов показал наличие двух методических ошибок, влияющих на адекватность моделирования

© С.Е. САУХ, А.В. БОРИСЕНКО, 2016

равновесного состояния энергорынка: во-первых, алгебраическая сумма потоков электроэнергии из энергоузлов в сеть и из сети в энергоузлы установлена равной нулю, а не сумме потерь во всех линиях электрической сети; во-вторых, первый закон Кирхгофа для энергоузлов представлен в виде неравенств в целях «...обеспечения видимости области сходимости...» применяемого вычислительного алгоритма решения задачи дополненности и, несмотря на то, что получаемые при этом результаты при определенных условиях могут строго соответствовать выполнению этого закона, такое его представление является некорректным. Кроме того, если выражения для передаваемых по линиям потоков электроэнергии имеют вид линейных функций с коэффициентами, определяемыми реактивными и активными сопротивлениями линий, то потери в линиях представлены квадратичными функциями с коэффициентами, никак не связанными с характеристиками существующих линий электропередачи, что порождает сложности использования такой модели в задачах практического толка.

Ниже представлена модель электрической сети, лишенная отмеченных недостатков. Она является частью общей модели конкурентного равновесия на рынке электроэнергии.

Модель электрической сети в виде цепи постоянного тока с потерями. Пусть электрическая сеть образована из M линий электропередачи, соединяющих I энергоузлов. Следуя [7], для линии $m \in M$, подсоединенной к энергоузлам $i \in I$ и $j \in I$, имеющей активное сопротивление R_m и реактивное сопротивление X_m , находящейся под напряжением V_m , запишем выражения для граничных потоков электроэнергии мощностями $flow_{i \rightarrow m}$ и $flow_{m \rightarrow j}$, направленных из энергоузла i в линию m и из линии m в энергоузел j , соответственно:

$$flow_{i \rightarrow m} = + \frac{V_m^2 X_m}{R_m^2 + X_m^2} (\delta_i - \delta_j) + \frac{V_m^2 R_m}{R_m^2 + X_m^2} \frac{(\delta_i - \delta_j)^2}{2}, \quad (1)$$

$$flow_{m \rightarrow j} = - \frac{V_m^2 X_m}{R_m^2 + X_m^2} (\delta_i - \delta_j) + \frac{V_m^2 R_m}{R_m^2 + X_m^2} \frac{(\delta_i - \delta_j)^2}{2}. \quad (2)$$

Очевидно, потери мощности в линии m составят величину:

$$L_m = flow_{i \rightarrow m} + flow_{m \rightarrow j} = \frac{V_m^2 R_m}{R_m^2 + X_m^2} (\delta_i - \delta_j)^2. \quad (3)$$

В соотношениях (1) – (3) величины δ_i и δ_j являются мгновенными фазовыми углами переменного напряжения в энергоузлах i и j .

В каждом энергоузле $i \in I$ потоки электроэнергии подчинены первому закону Кирхгофа, т.е.

$$\sum_{m \in M_-(i)} flow_{i \rightarrow m} + \sum_{m \in M_+(i)} flow_{m \rightarrow i} + y_i = 0, \quad i \in I, \quad (4)$$

где y_i – алгебраическая сумма потоков электроэнергии, производимой и потребляемой в этом энергоузле, а множества $M_-(i)$ и $M_+(i)$ представляют две группы линий, по которым потоки электроэнергии покидают энергоузел i и поступают в него, соответственно.

Учитывая (1) – (2), множество соотношений (1) удобно рассматривать в векторно-матричной форме

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{X}\mathbf{D}^T \boldsymbol{\delta} - \frac{1}{2} \overline{\mathbf{D}}\mathbf{R} [(\mathbf{D}^T \boldsymbol{\delta}) \circ (\mathbf{D}^T \boldsymbol{\delta})]. \quad (5)$$

Здесь векторы \mathbf{y} и $\boldsymbol{\delta}$ представляют множества элементов $\{y_i, i = \overline{1, I}\}$ и $\{\delta_i, i = \overline{1, I}\}$, диагональ-

ные матрицы $\mathbf{R} = \text{diag} \left\{ \frac{V_m^2 R_m}{R_m^2 + X_m^2}, m = \overline{1, M} \right\}$

и $\mathbf{X} = \text{diag} \left\{ \frac{V_m^2 X_m}{R_m^2 + X_m^2}, m = \overline{1, M} \right\}$ содержат эле-

менты, вычисляемые по заданным физическим параметрам линий, матрицы \mathbf{D} и $\overline{\mathbf{D}}$ являются матрицами инцидентности ориентированного и неориентированного графов сети, матрица \mathbf{D}^T образована транспонированием матрицы \mathbf{D} , а символ \circ обозначает произведение Адамара, т.е. поэлементное произведение векторов:

$$\begin{aligned} [(\mathbf{D}^T \boldsymbol{\delta}) \circ (\mathbf{D}^T \boldsymbol{\delta})]_m &= \\ &= (\mathbf{D}^T \boldsymbol{\delta})_m (\mathbf{D}^T \boldsymbol{\delta})_m. \end{aligned} \quad (6)$$

Обратимся к основным положениям теории энергетических цепей [8], в частности, воспользуемся классификацией переменных в таких цепях, в соответствии с которой векторы \mathbf{y} и δ отнесем к обобщенным последовательным и параллельным переменным действия. Тогда, поиск минимума обобщенной потенциальной энергии в электрической сети по параметру δ_0 приводит нас к необходимости решения задачи поиска экстремума вида

$$(\delta + \delta_0 \mathbf{1}, \delta + \delta_0 \mathbf{1}) \xrightarrow{\delta_0} \min \quad (7)$$

или решения уравнения вида

$$\mathbf{1}^T(\delta + \delta_0 \mathbf{1}) = 0, \quad (8)$$

где $\mathbf{1}$ – единичный вектор. Очевидно, для каждого фиксированного значения параметра δ_0 система уравнений (5) вместе с уравнением (8) устанавливает взаимно однозначное соответствие между векторами \mathbf{y} и $\delta + \delta_0 \mathbf{1}$. При условии $\delta_0 = 0$ уравнение

$$\mathbf{1}^T \delta = 0 \quad (9)$$

дополняет систему уравнений (5) и образует с ней модель электрической сети.

Модель равновесного состояния энергорынка. Воспользуемся представленным выше описанием потоков электроэнергии в электрической сети вида (1) – (2), (5), (9) для уточнения равновесной модели энергорынка, приведенным в [6].

Неизменной частью модели является описание поведения на рынке F конкурирующих между собой генерирующих компаний, максимизирующих каждая свою прибыль, т.е. $\forall f \in F$ имеем критериальное выражение

$$\sum_{i \in I} \left[(1 - B) p_i \left(a_i + \sum_{f \in F} s_{fi} \right) + B p_i \left(s_{fi} + \sum_{j \in F, j \neq f} s_{ji} + a_i \right) - w_i \right] s_{fi} - \sum_{i \in I} \sum_{h \in H(f,i)} [C_{fih}(g_{fih}) - w_i g_{fih}] \xrightarrow{\{s_{fi}, g_{fih}\}} \max \quad (10)$$

уравнение баланса объемов продаж s_{fi} и производства g_{fih} электроэнергии

$$\sum_{i \in I} s_{fi} - \sum_{i \in I} \sum_{h \in H(f,i)} g_{fih} = 0, \quad (11)$$

а также множество неравенств вида

$$0 \leq g_{fih} \leq G_{fih}^{max}, \quad i \in I, h \in H(f,i), \quad (12)$$

отражающих ограничения сверху и снизу на объемы производства электроэнергии s_{fih} для каждой из имеющихся у компании f генерирующих мощностей, установленных в энергоузле $i \in I$ и образующих множество $H(f,i)$. Верхние границы таких ограничений обозначены величинами G_{fih}^{max} .

В выражении (10) параметр может принимать одно из двух значений, а именно, 0 или 1, что соответствует условиям совершенной и несовершенной конкуренции между генерирующими компаниями на энергорынке. Обратная функция спроса p_i вида

$$p_i = \alpha_i - \beta_i \left(a_i + \sum_{f \in F} s_{fi} \right), \quad i \in I \quad (13)$$

определяет цену электроэнергии в энергоузле $i \in I$ в зависимости от объемов $\sum_{f \in F} s_{fi}$ и a_i ее

продаж генерирующими компаниями и арбитражным торговцем, соответственно. Коэффициенты $\alpha_i > 0, \beta_i > 0$ обратной функции спроса p_i определяются заранее на основе статистических данных по объемам и ценам потребления электроэнергии в энергоузлах. Особая форма записи аргумента этой функции в выражении (10) выбрана с целью выделить в нем

варьируемую s_{fi} и неварьируемую $\sum_{j \in F, j \neq f} s_{ji} + a_i$

части слагаемых. Функция $C_{fih}(g_{fih})$ отражает себестоимость производства электроэнергии объемом g_{fih} , причем $\partial C_{fih} / \partial g_{fih} \geq 0$. Обычно эта функция представляется в упрощенном виде $C_{fih}(g_{fih}) = C_{fih}^M g_{fih}$, что позволяет воспользоваться коэффициентом удельных маржинальных затрат C_{fih}^M для определения себестоимости производства электроэнергии на каждом блоке $h \in H(f,i)$, установленном в энергоузле $i \in I$, принадлежащем компании $f \in F$.

Измененная часть модели отражает деятельность системного оператора по максимизации

своей прибыли

$$\sum_{i \in I} w_i y_i(\delta) + \sum_{m \in M} p_m a_m \xrightarrow{\{\delta_i, a_i\}, i \in I} \max, \quad (14)$$

которая формируется в результате решения задач как диспетчерского управления по балансированию потоков электроэнергии в элек-

трической сети, что дает прибыль $\sum_{i \in I} w_i y_i(\delta)$,

так и арбитражной торговли, что дает прибыль

$$\sum_{m \in M} p_m a_m.$$

Используемые в выражениях (10) и (14) цены поставок электроэнергии в энергоузлы являются лагранжевыми множителями, используемыми для учета ограничений в виде балансовых уравнений вида

$$w_i : y_i(\delta) - a_i - \sum_{f \in F} \left(s_{fi} - \sum_{h \in H(f,i)} g_{fih} \right) = 0, \quad i \in I. \quad (15)$$

Критериальное выражение деятельности системного оператора (14), с учетом (15), дополняется уравнениями (5), (9) вида

$$y(\delta) = \mathbf{D} \mathbf{X} \mathbf{D}^T \delta - \frac{1}{2} \overline{\mathbf{D}} \mathbf{R} \left[(\mathbf{D}^T \delta) \circ (\mathbf{D}^T \delta) \right], \quad (16)$$

$$\mathbf{1}^T \delta = 0, \quad (17)$$

а также неравенствами, отражающими ограничения на потоки электроэнергии в линиях электропередачи вида

$$\mathbf{X} \mathbf{D}^T \delta + \frac{1}{2} \mathbf{R} \left[(\mathbf{D}^T \delta) \circ (\mathbf{D}^T \delta) \right] \leq \overline{\mathbf{Y}}, \quad (18)$$

$$-\mathbf{X} \mathbf{D}^T \delta + \frac{1}{2} \mathbf{R} \left[(\mathbf{D}^T \delta) \circ (\mathbf{D}^T \delta) \right] \leq \overline{\mathbf{Y}}, \quad (19)$$

где вектор $\overline{\mathbf{Y}}$ состоит из значений предельных нагрузок линий электропередачи, а левые части выражений (18) – (19) представляют собой векторно-матричные формы записей выражений (1) – (2) для потоков электроэнергии на концах линий.

Кроме того, объемы арбитражных сделок системного оператора и алгебраическая сумма объемов электроэнергии, поставляемой им в энергоузлы, будут равны объему потерь электроэнергии в сети, т.е.

$$\mathbf{1}^T \mathbf{a} - \mathbf{1}^T \mathbf{y}(\delta) = 0, \quad (20)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{1}^T \mathbf{y}(\delta). \quad (21)$$

Компьютерное моделирование равновесных состояний энергорынка. Модель (10) – (21) была имплементирована в программное приложение с применением известных и оригинальных методов и алгоритмов формирования и решения нелинейных смешанных задач дополненности [9, 10]. Канонизация записи предложенной модели равновесных состояний энергорынков осуществлялась на основе матрично-векторной формы записи соответствующей ей системы комплементарных соотношений и алгебраических уравнений в соответствии с подходом, детально изложенным в [9].

В качестве вычислительной основы решения сформированной смешанной задачи дополненности использовалось оригинальное приложение ICRS [10]. В результате было создано программное обеспечение, предназначенное для компьютерного моделирования равновесных состояний энергорынков с разным количеством компаний-производителей электроэнергии, генерирующих блоков, которыми они владеют, энергоузлов генерации-потребления электроэнергии, а также с разными электрическими сетями.

Результаты вычислительных экспериментов. Задача математического моделирования равновесного состояния энергорынка решалась применительно к энергосистеме, представленной на рисунке. Здесь все линии электропередачи находятся под напряжением 35 кВ и имеют одинаковые реактивные и активные сопротивления, равные, соответственно, 2,0 Ом и 0,256 Ом. Предельные нагрузки линий – 300 МВт. В энергоузлах 1, 2 и 6 находятся три генератора одинаковой мощности 1000 МВт, характеризующиеся удельными маржинальными затратами, соответственно, 50, 60 и 20 дол. США/МВт·ч. Генератором в энергоузле 1 владеет одна компания, двумя другими – другая компания. Потребители

электроэнергии расположены во всех шести энергоузлах и имеют одинаковые характеристики в виде обратных функций спроса с коэффициентами $\{\alpha_i = 200\}$, $\{\beta_i = 0,4\}$.

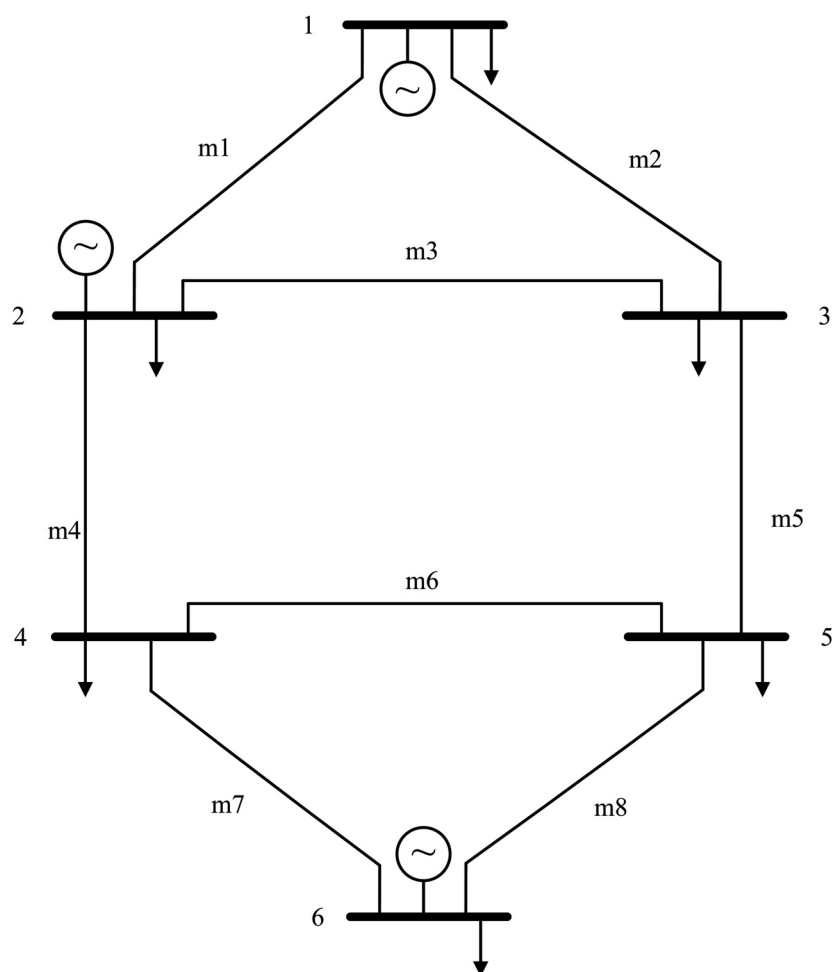
Все приведенные выше значения параметров энергосистемы, кроме двух типов параметров линий электропередачи, взяты из [6]. Неиспользуемые и, поэтому, отсутствующие в [6] значения параметров доопределялись нами – это напряжение и значения активных сопротивлений линий электропередачи. Последние были оценены по объемам потерь электроэнергии, приведенным в [6].

В таблице представлены результаты решений двух задач моделирования энергорынков, функционирующих в условиях совершенной и несовершенной конкуренции. Эти решения обозначены соответственно, «Решения по Бертрону» и «Решения по Курно». Для сравнения здесь же представлены результаты моделирования этих рынков, полученные в [6]

(столбцы «А»), и результаты, полученные с помощью представленной модели (10) – (21) (столбцы «Б»).

Сопоставительный анализ представленных решений показывает их близость. Однако, следует отметить, что взятые из [6] значения потоков в линиях электропередачи не дают детального представления о потерях электроэнергии в них, поскольку такие потоки отнесены лишь к энергоузлам слева, к которым подключены линии, и, в ряде случаев, неверно позиционируются, на что указывают различия в знаках потоков в соответствующих столбцах «А» и «Б». Очевидно, результаты, полученные с помощью предложенной модели, отличаются корректностью и полнотой представления потоков электроэнергии в линиях электропередачи.

Заключение. Представленное математическое описание электрических сетей разработано на основе теории энергетических цепей. Такое описание является методически строгим



Пример энергосистемы (шесть энергоузлов, восемь линий, три генератора)

Таблица – Результаты решения задач моделирования энергорынков

Переменная		Решения по Бертрану		Решения по Курно	
		А	Б	А	Б
Объемы генерации, МВт	$g_{f=1,i=1}$	902,8	901,3	681,7	682,2
	$g_{f=2,i=2}$	293,8	292,6	0,0	0,0
	$g_{f=2,i=6}$	1000,0	1000,0	900,0	900,0
Потоки в линиях, МВт	$flow_{1 \rightarrow m1} / flow_{m1 \rightarrow 2}$	227,9	215,9/-226,3	210,1	201,4/-210,4
	$flow_{1 \rightarrow m2} / flow_{m2 \rightarrow 3}$	300,0	282,0/-300,0	210,1	201,4/-210,4
	$flow_{2 \rightarrow m3} / flow_{m3 \rightarrow 3}$	72,1	69,4/-70,5	0,0	0,0/0,0
	$flow_{2 \rightarrow m4} / flow_{m4 \rightarrow 4}$	89,1	86,4/-88,0	38,5	-38,4/38,0
	$flow_{3 \rightarrow m5} / flow_{m5 \rightarrow 5}$	26,4	25,7/-25,8	38,5	-38,4/38,0
	$flow_{4 \rightarrow m6} / flow_{m6 \rightarrow 5}$	9,4	8,5/-8,5	0,0	0,0/0,0
	$flow_{6 \rightarrow m7} / flow_{m7 \rightarrow 4}$	290,6	274,1/-291,0	300,0	282,0/300,0
	$flow_{6 \rightarrow m8} / flow_{m8 \rightarrow 5}$	300,0	282,0/-300,0	300,0	282,0/300,0
Потери, МВт	L	66,1	66,1	54,2	54,6
Цены в энергоузлах, дол. США/ /МВт·ч	P_1	50,0	50,0	95,4	95,5
	P_2	60,0	60,0	104,2	104,2
	P_3	69,3	69,8	104,2	104,2
	P_4	59,3	59,2	102,6	102,5
	P_5	72,9	73,5	102,6	102,5
	P_6	36,2	36,4	80,0	80,0

и адекватно отражает процессы передачи электроэнергии в электрических сетях.

В отличие от известных описаний, в предложенном описании сетей потоки электроэнергии являются сбалансированными, т.е. такими, которые соответствуют законам Кирхгофа. Кроме того, здесь нет трудно идентифицируемых коэффициентов, а те, что используются, непосредственно определяются по существующим параметрам линий электропередачи, что обеспечивает возможность применения такого описания электрической сети для решения практических задач моделирования энергорынков.

Результаты проведенных вычислительных экспериментов демонстрируют возможность детализации потерь в электрических сетях с

последующим соотношением таких потерь с производственной деятельностью генерирующих компаний по выполнению обязательств перед своими потребителями электроэнергии. На этой основе в дальнейшем могут быть разработаны алгоритмы оценок финансовых обязательств каждой генерирующей компании перед системным оператором по компенсации ему стоимости потерь электроэнергии в электрических сетях.

1. Wei J.-Y., Smeers Y. Spatial Oligopolistic Electricity Models with Cournot Generators and Regulated Transmission Prices // Operations Research. – 1999. – Vol. 47 (N 1). – P. 102–112.
2. Hobbs B.F. Linear Complementarity Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOL-

- CO Power Markets // IEEE Transactions on Power Systems. – 2001. – Vol. 16 (N 2). – P. 194 – 202.
3. Day C.J., Hobbs B.F., Pang J.-S. Oligopolistic Competition in Power Networks: A Conjectured Supply Function Approach // IEEE Transactions on Power Systems. – 2002. – Vol. 17 (N 3). – P. 597–607.
4. Murphy F., Smeers Y. Generation capacity expansion in imperfectly competitive restructured electricity markets // Operations Research. – 2005. – Vol. 53 (N 4). – P. 646 –661.
5. Борисенко А.В., Саух С.Е. Моделирование равновесного состояния электроэнергетических систем в рыночных условиях // Моделирование–2008. Сборник трудов конференции. – Киев: Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова, 2008. – С. 172 – 177.
6. Hobbs B.F., Drayton G., Fisher E.B., Lise W. Improved Transmission Representations in Oligopolistic Market Models: Quadratic Losses, Phase Shifters, and DC Lines // IEEE Transactions on Power Systems. – 2008. – Vol. 23 (N 3). – P. 1018 – 1029.
7. Schweppe F.C., Caramanis M.C., Tabors R.E., Bohn R. E. Spot Pricing of Electricity // Kluwer Academic Publishers. Boston, MA. – 1988. – 355 p.
8. Саух С.Е. Математическое моделирование энергетических цепей // Электронное моделирование. – 2011. – № 3. – С. 3 – 12.
9. Саух С.Е. Методы компьютерного моделирования конкурентного равновесия на рынках электроэнергии // Электронное моделирование. – 2013. – № 5. – С. 11 – 26.
10. Саух С.Е. Метод смещения малых элементов в обобщенных якобинах Кларка для обеспечения численной устойчивости квазиньютоновских методов решения вариационных неравенств // Электронное моделирование. – 2015. – № 4. – С. 3 – 18.

Надійшла до редколегії 15.09.2016 року