

В. В. Рязанов*Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев***СТОХАСТИЧЕСКИЙ АНАЛОГ ПЕРИОДА РЕАКТОРА – ВРЕМЯ ДОСТИЖЕНИЯ
ЗАДАННОГО УРОВНЯ ЧИСЛОМ НЕЙТРОНОВ**

В теории и практике эксплуатации ядерных реакторов для контроля безопасности реактора широко используется детерминированная величина - период реактора. Предлагается наряду с периодом реактора использовать стохастический аналог этой величины – случайную величину времени достижения заданного уровня случайным процессом для числа нейтронов в реакторе. В работе рассмотрены различного рода модели для функции распределения времени жизни нейтронов в реакторе, знание которой важно в исследовании времени достижения уровня, и влияние максимально возможного времени достижения уровня на характеристики этой случайной величины.

Ключевые слова: период реактора, время достижения заданного уровня числом нейтронов, максимально возможное время достижения уровня, моменты времени достижения уровня, особенности поведения моментов достижения уровня и безопасность АЭС.

Введение

Период реактора, промежуток времени, за который экспоненциально убывает плотность нейтронного потока, описывают детерминированным образом, хотя природа его случайна в силу стохастичности нейтронных процессов. В теории случайных процессов известны функционалы от случайного процесса, характеризующие случайное время достижения процессом некоторого заданного уровня. В настоящей работе рассматривается случайный процесс для числа нейтронов в реакторе и случайные времена достижения заданного уровня числом нейтронов. Рассмотрено время достижения уровня, в e раз отличного от начального. Это соответствует периоду реактора. Время достижения уровня числом нейтронов имеет, видимо, более общий физический смысл, чем период реактора. Время достижения уровня называют также временем первого прохождения уровня, моментом пересечения уровня, временем жизни и т.д. Эта задача рассматривалась в работах [1, 2]. В физике реакторов под временем жизни нейтронов понимают среднее время жизни нейтрона до его поглощения или утечки. Поэтому термин «время жизни» из работы [1] в настоящей работе не используется.

В чем преимущества предлагаемого подхода по сравнению с определением периода реактора из уравнений точечной кинетики? Первое: это случайная величина, а не детерминированная, и исследоваться она должна как случайная величина. Получены распределения этой величины и моменты любого порядка, например, дисперсия. Второе: получены зависящие от времени, истории и динамики реакторной системы выражения для времени достижения и других характеристик процесса, отражающие реальные процессы в течение времени существования системы. Третье: анализ этих величин позволяет находить точки неустойчивости системы, опасные изменения реактивности и избегать таких режимов. Учитываются влияние различного рода воздействий, создаваемых реакторным оборудованием; делается это при помощи несложных расчетов, без опасных экспериментов. Четвертое: в работе [3] отмечено, что если инерционность измерения реактивности сравнима с постоянными времени действия обратных связей, то в этом случае «опасный» период будет определен с задержкой или вообще не определен. Широко применяемый в системах контроля и управления период реактора обоснованно может быть использован только на минимально контролируемых уровнях мощности. Период реактора характеризует скорость изменения потока нейтронов в текущий момент времени, только когда уравнения кинетики точечной модели реактора имеют аналитическое решение для некоторых видов изменения эффективного коэффициента размножения $k_{эф}$ (или реактивности ρ). Время достижения уровня не требует решения уравнений кинетики точечной модели реактора.

© В. В. Рязанов, 2012

Для исследования времени достижения уровня числом нейтронов в настоящей работе используется статистическое распределение, в которое время достижения уровня входит как термодинамический параметр [4, 5]. Такой подход применялся к описанию энергетического спектра нейтронов и показал соответствие с экспериментальными результатами [6].

В работах [7 - 10] период реактора определяется из решений уравнений точечной кинетики реактора. В настоящей работе исследуется случайное время достижения уровня числом нейтронов в реакторе L с помощью неравновесного стационарного распределения [4, 5]. Микроскопическая плотность этого обобщенного канонического распределения в фазовом пространстве переменных z (координат и импульсов всех частиц системы) имеет вид

$$\rho(z; E, L) = \exp[-\beta_k E - \gamma_L L] / Z(\beta_k, \gamma_L), \quad (1)$$

где E – энергия системы (случайная величина);

$$Z(\beta_k, \gamma_L) = \int \exp[-\beta_k E - \gamma_L L] dz = \int \int dE dL \omega(E, L) \exp[-\beta_k E - \gamma_L L] \quad (2)$$

- статистическая сумма. Вводится параметр случайного времени достижения уровня числом нейтронов в реакторе $L(z)$ и предполагается его наблюдаемость. Параметры Лагранжа β_k , связанный с обратной температурой, и γ_L определяются из уравнений для средних

$$\langle E \rangle = - \partial \ln Z / \partial \beta_k |_{\gamma_L}; \quad \langle L \rangle = - \partial \ln Z / \partial \gamma_L |_{\beta_k} . \quad (3)$$

Можно ввести ячейки “расширенного” по сравнению с гиббсовским фазового пространства с постоянными значениями (E, L) вместо фазовых ячеек с постоянными значениями E . Структурный фактор гиббсовского распределения $\omega_E(E)$ заменяется на $\omega(E, L)$ — объем гиперповерхности в фазовом пространстве. Гиперповерхность содержит фиксированные значения E и L . Если $\mu(E, L)$ — число состояний в фазовом пространстве с параметрами, меньшими E и L , то $\omega(E, L) = d^2 \mu(E, L) / dE dL$. При этом $\int \omega(E, L) dL = \omega_E(E)$. Число фазовых точек с параметрами в интервале между $E, E + dE$; $L, L + dL$ равно $\omega(E, L) dE dL$. При выводе распределения (1) использован принцип равных вероятностей для расширенного фазового пространства с ячейками (E, L) вместо фазовых ячеек с постоянными значениями E . Расширенное фазовое пространство содержит дополнительные вырожденные, поглощающие состояния. Обобщенный структурный фактор $\omega(E, L)$, как и обычный структурный фактор $\omega_E(E)$, предполагается внутренней характеристикой системы. С функцией $\omega(E, L) = \omega_{E,L}(x, y)$ связывается некоторый присущий системе при данных ограничениях случайный процесс. Структурный фактор имеет смысл совместной плотности вероятности для совместного случайного процесса E, L , трактуемой как стационарное распределение этого процесса. Величина γ_L описывает взаимодействие системы с окружением и является результатом открытости системы. При $\gamma_L = 0$ получаем в распределении (1) равновесное состояние без потоков извне, в котором $\beta_k = \beta_{k \text{ равн}}$ - равновесному значению обратной температуры. Распределение (1) обобщает гиббсовское распределение, в котором $\gamma_L = 0$, и справедливо для стационарных неравновесных систем. Каноническое распределение Гиббса можно получить из микроканонического ансамбля в нулевом приближении по взаимодействию между системой и окружающей средой (термостатом). Учет времени достижения уровня L и величины γ_L позволяет более эффективно учитывать такое взаимодействие. Предположим, что и нейтроны в реакторе могут описываться распределением (1).

Совместная плотность распределения макроскопических случайных величин E и L , не зависящих от микроскопических фазовых координат z , равна

$$p(E, L) = \int \delta(E - E(z)) \delta(L - L(z)) \rho(z; E, L) dz = \exp[-\beta_k E - \gamma_L L] \omega(E, L) / Z(\beta_k, \gamma_L). \quad (4)$$

В соответствии с предположением о том, что функция $\omega(E, L)$ представляет собой совместную плотность вероятности стационарных значений случайных величин E, L без учета потоков извне, запишем соотношение

$$\omega(E, L) = \omega_E(E)\omega_L(E, L) = \omega_E(E) \sum_{m=0}^n P_m f_m(L, E). \quad (5)$$

В выражении (5) предполагается, что в системе существует $n+1$ классов состояний, P_m – вероятность того, система находится в m -м классе состояний, $f_m(L, E)$ – плотность вероятности того, что у системы в m -м классе состояний случайное время достижения уровня равно L .

В настоящей работе рассмотрены уточнения предложенной в [1, 2] теории. Во-первых, рассмотрены возможности выбора распределений $f_m(L, E)$ для времени жизни нейтронов в реакторе, отличных от используемого в [1, 2] экспоненциального распределения. Во-вторых, в работах [1, 2] выражения для величины γ_L определены из соотношений, в которых предполагается, что максимально возможное время достижения $R = L_{max}$ бесконечно, $R \rightarrow \infty$. В реальных системах величина R ограничена, что и учитывается в настоящей работе.

Распределения для времени жизни нейтронов

Рассмотрим в качестве статистической системы полное количество нейтронов в ядерном реакторе. Классами состояний считаем мгновенные нейтроны (нулевой класс) и n групп запаздывающих нейтронов, испускаемых соответствующими ядрами-предшественниками. В [1, 2] в функциях f_m из выражения (5) не учитывалась зависимость от энергии E , для мгновенных нейтронов рассматривалось экспоненциальное распределение для $f_{m=0}$ вида

$$f_{01}(x) = b^{-1}_0 \exp[-x/b_0] \quad \text{при } x > 0; \quad f_{01}(x) = 0 \quad \text{при } x < 0; \quad b_0 = L_{00}, \quad x = L, \quad (6)$$

хотя такое распределение представляет собой предельный случай и его можно уточнять. Величина L_{0m} в соотношении (6) равна среднему невозмущенному времени жизни в m -м классе состояний. Ниже рассмотрены мгновенные нейтроны нулевого класса с $f_m = f_{m=0}$.

Зависимость распределений от времени достижения уровня можно получить из выражений (4), (5) и (6), интегрируя соотношение (4) по энергии E . Если учитывать только мгновенные нейтроны и предположить справедливость выражений (5) и (6), то в соотношении (4)

$$p(E, L) = \exp[-\beta_k E - \gamma_L L] \omega_E(E) \exp[-L/l_{\text{эф}}] / l_{\text{эф}} Z(\beta_k, \gamma_L); \quad (7)$$

$$n = 0, \quad P_0 = 1; \quad L_{00} = l_{\text{эф}}; \quad \omega_L(E, L) = l_{\text{эф}}^{-1} \exp[-L/l_{\text{эф}}],$$

где $l_{\text{эф}} = 1/\nu \Sigma_a \approx 10^{-8} - 10^{-3}$ с – среднее эффективное время жизни нейтрона; ν, Σ_a – средняя скорость и сечение поглощения нейтронов соответственно; для тепловых нейтронов $l_{\text{эф}} = 1/\nu \Sigma_a \approx 10^{-3}$ с.

Зависимость эффективного коэффициента размножения нейтронов $k_{\text{эф}}$ от энергии в распределении (6) не учитываем. В распределении (6) не учитываем зависимость от энергии, и при интегрировании в выражении для статистической суммы Z переменные разделяются. В этом случае, интегрируя выражение (7) по энергии E , получаем распределение времени достижения уровня

$$P(L) = \int P(E, L) dE = \exp[-L(\gamma_L + l_{\text{эф}}^{-1})] / l_{\text{эф}} Z_{\gamma_L} = (1/\langle L \rangle) \exp[-L/\langle L \rangle]; \quad \langle L \rangle = l_{\text{эф}} / (1 + \gamma_L l_{\text{эф}}); \quad (8)$$

$$Z(\beta_k, \gamma_L) = Z_{\beta_k} Z_{\gamma_L}; \quad Z_{\gamma_L} = \int \exp[-\gamma_L L] \omega_L(E, L) dL = (1 + \gamma_L l_{\text{эф}})^{-1}; \quad Z_{\beta_k} = \int \exp[-\beta_k E] \omega_E(E) dE.$$

Распределение вида (6), в отличие от рассмотренного ниже гамма-распределения (15), принимает максимальные значения при малых значениях $x = L$. В критической области, в стационарном режиме работы реактора, вид распределения времени жизни нейтронов может существенно отличаться от распределения (6). Так, в работе [11] получено распределение для

плотности вероятности момента вырождения T_l (времени достижения L нулевого уровня) критического ветвящегося процесса, которыми наиболее часто и полно моделируется поведение нейтронов в реакторе, в случайной среде вида

$$f_{02}(T_1 \leq l_{ef} u | T_x < \infty) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} u^{-3/2} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-m^2/u} (1 - 2m^2/u), \quad (9)$$

где T_x – момент первого достижения уровня $x \geq 0$. Преобразование Лапласа распределения (9) равно

$$Z_{\gamma_L} = \int_0^{\infty} e^{-\gamma_L x} f_{02}(x) dx = \frac{2e^{\alpha}}{1 - e^{\alpha}} \left(1 - \frac{\alpha}{1 - e^{\alpha}}\right), \quad \alpha = -2\sqrt{\gamma_L}. \quad (10)$$

Этот случай соответствует интегрированию по бесконечному пределу, $R \rightarrow \infty$, $R = L_{max}$. Среднее значение времени достижения уровня, полученное из уравнения (10), равно

$$\langle L \rangle = -\frac{2(1 + e^{\alpha})l_{эф}}{(1 - e^{\alpha})(1 - \alpha - e^{\alpha})}. \quad (11)$$

Таким образом, если в соотношениях (4) и (5) использовать приближение вида (6), то получаем для распределения времени достижения уровня, статистической суммы и среднего значения времени достижения уровня выражения (8). Если же использовать распределение вида (9), то получаем выражения (10) и (11). Приравнявая выражение (11) к периоду реактора (с учетом только мгновенных нейтронов)

$$T = \frac{l_{эф}}{1 - k_{эф}}, \quad (12)$$

мы задаем уровень достижения (этот уровень в e раз отличается от первоначального значения) случайным процессом, сопоставляем среднюю величину (11) с периодом реактора (12), и получаем в соответствии с выражением (3) уравнение для величины γ_L , представляющее собой трансцендентное уравнение для величины α из выражения (10) вида

$$2(1 + e^{\alpha})(k_{эф} - 1) = (1 - e^{\alpha})(1 - \alpha - e^{\alpha}). \quad (13)$$

Из уравнения (13) видно, что значения α и γ_L зависят от эффективного коэффициента размножения $k_{эф}$. Численные оценки показывают, что ненулевые решения этого уравнения (13) (близкие к значениям $\alpha \approx 0$) существуют в области $|1 - k_{эф}| \leq 5,5500009 \times 10^{-17}$, т.е. в области значений, очень близких к критической точке $k_{эф} = 1$. Поэтому функцию $f_0(x)$ из выражения (5) можно задавать в кусочно-непрерывном виде, зависящем от $k_{эф}$, когда в малой окрестности критической точки функция $f_0(x)$ задается выражением (9), а в других областях – выражениями (6) или (15):

$$f_0(x) = \begin{cases} f_{02}(x) & (9), \quad |1 - k_{эф}| \leq 5,5500009 \times 10^{-17}, \\ f_{01}(x), \quad f_{03}(x), & |1 - k_{эф}| > 5,5500000 \times 10^{-17}. \end{cases} \quad (14)$$

Отметим, что аналогичное сопоставление (определение γ_L , как в уравнении (13)) для распределения (6) [1, 2] приводит к результату: $\gamma_L = -k_{эф} / l_{эф}$.

Численные оценки показывают также, что поведение плотности распределения (9) отличается от поведения показательного распределения (6), использованного в [1, 2] (рис. 1).

Видно, что поведение распределения (9) ближе к поведению гамма-распределения

$$f_{03}(x) = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} x^{a-1} e^{-\lambda x}, \quad x > 0 \quad (15)$$

($\Gamma(a)$ – гамма-функция [12]), но "хвост" распределения (9) больше, чем у распределения (15).

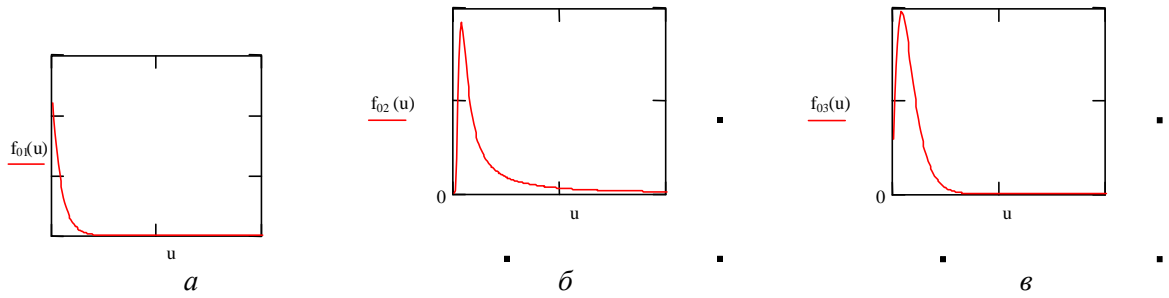


Рис. 1. Поведение экспоненциального распределения (6) (а), распределения (9) (б) и гамма-распределения (15) при $a = 2$ (в).

Преобразование Лапласа распределения (15) для случая $R \rightarrow \infty$ имеет вид

$$Z_{\gamma_L} = \int_0^{\infty} e^{-\gamma_L x} f_{03}(x) dx = (1 + \gamma_L l_{ef})^{-a}. \tag{16}$$

Для случая конечных значений R , когда максимально возможное время достижения уровня ограничено значением случая $R = L_{max}$,

$$Z_{\gamma_L R} = \int_0^R e^{-\gamma_L x} f_{03}(x) dx = (1 + \gamma_L l_{\phi})^{-a} (\Gamma(a))^{-1} \gamma(a, (\gamma_L + 1/l_{\phi})R), \tag{17}$$

где $\gamma(a, x) = \int_0^x e^{-t} t^{a-1} dt$ - неполная гамма-функция [12].

Можно рассматривать большое число возможных распределений для времени жизни нейтронов. Из рассмотренного примера (14) видно, что выбор распределения зависит от физической ситуации, в которой находится система. Оптимальный выбор вида распределения представляет собой отдельную задачу. Пример решения такого рода задачи с использованием принципа максимума энтропии дан в [13].

Выражения для дисперсии случайного времени достижения уровня

Если значение $\langle L \rangle$, полученное из выражения (16), равно

$$\langle L \rangle = -\frac{\partial \ln Z_{\gamma_L}}{\partial \gamma_L} = \frac{al_{\phi}}{1 + \gamma_L l_{\phi}}, \tag{18}$$

то использование выражения (17) приводит к появлению поправки к уравнению (18) вида

$$\langle L \rangle = -\frac{\partial \ln Z_{\gamma_L R}}{\partial \gamma_L} = \frac{al_{\phi}}{1 + \gamma_L l_{\phi}} - \Delta, \quad \Delta = \frac{\text{Re}^{-Rs} (Rs)^{a-1}}{\gamma(a, Rs)}, \quad s = \gamma_L + 1/l_{\phi}. \tag{19}$$

Дисперсия времени достижения уровня, полученная из статистической суммы (17) и среднего времени достижения (19), равна

$$D = -\frac{\partial \langle L \rangle}{\partial \gamma_L} = \frac{al_{\phi}^2}{(1 + \gamma_L l_{\phi})^2} - R\Delta \left(1 - \frac{a-1}{Rs}\right) - \Delta^2. \tag{20}$$

В выражение (20) надо подставлять значения γ_L , полученные из уравнения, приравнивающего выражение (19) к периоду реактора (12) (при учете только мгновенных нейтронов).

В [1, 2] для экспоненциального распределения (6) (отметим, что это гамма-распределение (15) при $a = 1$) при $R \rightarrow \infty$ получены результаты:

$$Z_{\gamma_L} = (1 + \gamma_L l_{\phi})^{-1}, \tag{21}$$

$$\langle L \rangle = \frac{l_{\phi}}{1 + \gamma_L l_{\phi}}, \quad D = \left(\frac{l_{\phi}}{1 + \gamma_L l_{\phi}}\right)^2 = \langle L \rangle^2.$$

Если величина R имеет конечное значение, то [2]

$$l_{ef} Z_{\gamma_L R} = \int_0^R e^{-\gamma_L x} f_{01}(x) dx = -\frac{1}{s} (e^{-sR} - 1) \quad (22)$$

(величина s определена в выражении (19)). Отсюда

$$\langle L \rangle = -\frac{\partial \ln Z_{\gamma_L R}}{\partial \gamma_L} = \frac{R[e^y(y-1)+1]}{y(e^y-1)}, \quad y = -sR. \quad (23)$$

Приравнивая величину (23) к периоду реактора (12) (учитываем только мгновенные нейтроны), получаем трансцендентное уравнение для γ_L вида

$$\frac{R[e^y(y-1)+1]}{y(e^y-1)} = \frac{l_{эф}}{1-k_{эф}}. \quad (24)$$

Уравнение (24) можно решать методом последовательных приближений. В нулевом приближении полагаем $R \rightarrow \infty$, как в (21). Тогда в уравнении (24) $e^y = 0$. Отсюда находим, что

$$y_0 = -\frac{R}{l}, \quad \gamma_{L0} = \frac{1}{l} - \frac{1}{l_{эф}} = -\frac{k_{эф}}{l_{эф}}, \quad l = T = \frac{l_{эф}}{1-k_{эф}}. \quad (25)$$

Полученное выражение нулевого приближения (25) использовалось в [1, 2]. Подставим выражение (25) в показатель экспоненты уравнения (24). Получим первое приближение, в котором

$$y_1 = \frac{R(1-e^{y_0})}{l(e^{y_0}-1) - Re^{y_0}}. \quad (26)$$

Продолжая такие итерации, находим, что

$$y_n = \frac{-R(1-e^{y_{n-1}})}{l(1-e^{y_{n-1}}) + Re^{y_{n-1}}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (27)$$

Выражение для дисперсии имеет вид

$$\frac{D_R}{R^2} = \frac{1-e^y(y^2+2-e^y)}{y(e^y-1)(1+e^y(y-1))}. \quad (28)$$

Численные оценки показывают, что результаты для дисперсии с y_1, y_2, y_3, \dots незначительно растут, слабо отличаясь друг от друга. Но существенное различие между результатом для y_0 , когда $R \rightarrow \infty$, и y_1, y_2, y_3, \dots , когда значения R конечны. Поэтому поправки настоящей работы к результатам работ [1, 2] значимы.

Если к периоду реактора (12) приравнять выражение (19), полученное из статистической суммы гамма-распределения с конечными значениями R , то получим трансцендентное уравнение для γ_L вида

$$\frac{al_{эф}}{1+\gamma_L l_{эф}} - \Delta = \frac{l_{эф}}{1-k_{эф}}, \quad (29)$$

которое также можно решать методом последовательных приближений. В нулевом приближении

$$e^{-Rs} = 0, \quad \Delta_0 = 0, \quad s_0 = \gamma_{L0} + 1/l_{эф} = 1/l. \quad (30)$$

Подставляя выражения (30) в показатель экспоненты в уравнении (29), получим первое приближение, в котором

$$\Delta_1(\gamma_{L0}) = \frac{Re^{-Rs_0}(Rs_0)^{a-1}}{\gamma(a, Rs_0)}, \quad s_1 = \gamma_{L1} + 1/l_{эф} = \frac{a}{l + \Delta_1}. \quad (31)$$

Во втором приближении

$$\Delta_2(\gamma_{L1}) = \frac{Re^{-Rs_1}(Rs_1)^{a-1}}{\gamma(a, Rs_1)}, \quad s_2 = \gamma_{L2} + 1/l_{эф} = \frac{a}{l + \Delta_2} \quad (32)$$

и т.д.

$$\Delta_n(\gamma_{L(n-1)}) = \frac{Re^{-Rs_{n-1}}(Rs_{n-1})^{a-1}}{\gamma(a, Rs_{n-1})}, \quad s_n = \gamma_{Ln} + 1/l_{\text{эф}} = \frac{a}{l + \Delta_n}. \quad (33)$$

Обобщение полученных результатов на рассмотрение запаздывающих нейтронов не составляет особого труда. Но также есть отличие от [1, 2]. В [1, 2] для учета одной эффективной группы запаздывающих нейтронов показатели экспонент приравняются к двум корням уравнения обратных часов. В настоящей работе мы, как и в случае учета только мгновенных нейтронов, приравниваем выражение для среднего времени достижения к установившемуся периоду реактора. Получаем уравнение для определения величины γ_L вида

$$\langle L \rangle = \frac{1}{Z_{\gamma_L}} \left[\frac{1-\beta}{1+\gamma_L l_{\text{эф}}} \left(\frac{l_{\text{эф}}(1-e^{-R(1+\gamma_L l_{\text{эф}})/l_{\text{эф}}})}{1+\gamma_L l_{\text{эф}}} - \frac{R}{1+\gamma_L l_{\text{эф}}} e^{-R(1+\gamma_L l_{\text{эф}})/l_{\text{эф}}} \right) + \frac{\beta\lambda}{(\gamma_L + \lambda)^2} (1 - e^{-(\gamma_L + \lambda)R} - R(\gamma_L + \lambda)e^{-(\gamma_L + \lambda)R}) \right] = \frac{1}{\omega_0}, \quad (34)$$

где $\rho = (k_{\text{эф}} - 1)/k_{\text{эф}}$ – реактивность реактора; $\lambda = 0,077 \text{ c}^{-1}$ – эффективная постоянная распада предшественников запаздывающих нейтронов; $\beta = 0,0065$ – доля запаздывающих нейтронов, $1/\omega_0 = T_y$ – установившийся период реактора. В случае учета запаздывающих нейтронов объединением их предшественников в одну эффективную группу величина ω_0 равна

$$l_{\text{эф}}\omega_0 = \frac{Y}{2}[1 + (1 + 4d)^{1/2}], \quad Y = k_{\text{эф}}\rho - k_{\text{эф}}\beta - b, \quad d = k_{\text{эф}}b\rho/Y^2, \quad b = \lambda l_{\text{эф}} = 7,7 \times 10^{-5}.$$

Уравнение (34) также можно решать методом последовательных приближений.

Заключение

В настоящей работе показано, как учет конечности максимально возможного времени достижения уровня влияет на такие характеристики времени достижения уровня, как дисперсия этой величины (для среднего времени достижения справедливо уравнение (12) при учете только мгновенных нейтронов и постоянной во времени реактивности). Для случаев учета временных изменений реактивности (с помощью использования кусочно-непрерывных функций распределения [1, 2, 5]) получены поправки к выражениям работ [1, 2], где использованы соотношения для $\gamma_L = \gamma_{L0}$ – в нулевом приближении, для $R \rightarrow \infty$. Так, для экспоненциального распределения (6) выражения для статистической суммы, среднего значения и дисперсии, записанные в [1, 2] для случая учета только мгновенных нейтронов в виде

$$l_{\text{эф}}Z_{\gamma_L} = \int_0^R e^{t\omega(\rho(t))} dt, \quad \omega(\rho(t)) = k_{\text{эф}}(t)\rho(t)/l_{\text{эф}}, \quad \langle L \rangle = \int_0^R t e^{t\omega(\rho(t))} dt / l_{\text{эф}}Z_{\gamma_L}, \quad \langle L^2 \rangle = \int_0^R t^2 e^{t\omega(\rho(t))} dt / l_{\text{эф}}Z_{\gamma_L} \quad (35)$$

заменяются выражениями вида

$$l_{\text{эф}}Z_{\gamma_L} = \int_0^R e^{ty(t)/R} dt, \dots \quad (36)$$

где уравнение для y записано в выражении (24), а выражения для итераций y_n записаны в уравнении (27); показано, что различие существенно для y_0 и y_1 . Величины γ_L определены в уравнениях (35) и (36) из интегрирования в промежутке от 0 до R при $k_{\text{эф}} = \text{const}$. Но реальные временные изменения $k_{\text{эф}}(t)$ в этом промежутке (0, R) могут привести как к отклонению значений $\langle L \rangle$ от T (12) (равенство выполняется при $k_{\text{эф}} = \text{const}$), так и к появлению особенностей поведения $\langle L(t) \rangle$ и $D(t)$. Определенные выводы о поведении реактора можно получить и из исследования величины $d\langle L(R) \rangle/dR$. Аналогичная ситуация и с гамма-распределением (15), когда величины γ_{Ln} определяются соотношением (33).

В [1, 2] получены выражения для стохастического аналога периода реактора, времени достижения уровня, представляющие собой результат усреднения за все время жизни нейтронной системы (времени до достижения нулевого уровня числом нейтронов). Зависи-

мость этой величины от текущего момента времени можно учесть, например, вводя зависимости эффективного коэффициента размножения нейтронов от текущего момента времени t и от момента времени жизни L :

$$k_{\text{эф}}(t, L), \quad L = \begin{cases} t, & t \leq L_f \\ 0, & t > L_f \end{cases}, \quad (37)$$

где L_f - случайный момент окончания времени жизни. В выражениях вида (35) и (36) следует интегрировать по L , а зависимость от текущего момента времени учитывается через $k_{\text{эф}}(t)$. Надо детально рассмотреть возможности учета текущих временных особенностей при помощи верхнего предела интегрирования R . Так, для выражений (26) и (27) величины $y_1, \dots, y_n \rightarrow 0$ при $k_{\text{эф}} \rightarrow 1$. При $y_n \rightarrow 0$ величина $\langle L \rangle \rightarrow R/2$. Поэтому в соответствии с выражением (37) можно полагать, что в критической точке значения $L(t)$ соответствуют значениям $L(R/2)$. В районе критической точки, в области, где справедливо линейное приближение по $1 - k_{\text{эф}}$, оценки показывают, что $\langle L \rangle = R = t$. Поэтому в решениях с учетом переменных значений $k_{\text{эф}}(t)$ можно полагать $t = R/2$ в самой критической точке и $t = R$ в ее окрестности.

Период реактора – динамическая величина, отражающая его мгновенное состояние. Среднее время достижения уровня числом нейтронов в реакторе – статистическая стационарная величина. Предлагаемый подход дает возможность включать в описание историю системы и динамические изменения во времени. Время достижения уровня числом нейтронов характеризует поведение системы с других позиций по сравнению с периодом реактора.

Численные расчеты показывают, что при определенных изменениях реактивности поведение моментов времени достижения уровня (среднего, дисперсии) имеет особенности. Они могут, например, принимать комплексные или отрицательные значения. Рассчитанное среднее значение, например, испытывает изломы в точке скачка на мгновенных нейтронах, а у дисперсии появляется колоколообразный максимум. Особенности поведения моментов времени достижения уровня будут указывать на неустойчивость нейтронной системы, связанную с возможными нарушениями работы реактора. Оценка среднего времени достижения уровня числом нейтронов в реакторе и дисперсии этой величины могут служить одним из практических применений предлагаемого описания при различных вариантах изменения реактивности во времени. Эти изменения предполагаются заданными. Таким образом, учитывая разные эффекты, вносящие вклад в реактивность, можно выбирать ее безопасное изменение. Вводимая величина времени достижения уровня может использоваться для контроля и повышения безопасности АЭС. Математические выражения для среднего времени достижения уровня числом нейтронов проще и нагляднее соотношений, связывающих период реактора с реактивностью. Эти выражения легко рассчитываются. Алгоритм такой. Задается изменение реактивности во времени при каких-то операциях с реактором или реакторным оборудованием. По полученным соотношениям и графикам находят моменты времени, в которых изменение реактивности может привести или к особенностям поведения моментов времени достижения уровня, или к значениям среднего времени достижения уровня числом нейтронов, соответствующим малым периодам реактора. В общем случае плотность распределения $f_m(L, E)$ из выражения (5) может не совпадать с экспоненциальным распределением вида (6), а зависеть также от энергии. Использование выражения (6) представляет собой простую модель, когда статистическая сумма записывается в виде произведения $Z(\beta_k, \gamma_L) = Z_{\beta_k} Z_{\gamma_L}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ryazanov V.V. Distribution of the neutron lifetime in a nuclear reactor // The 3rd International Conference Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy, June 7 - 12, 2010 Kyiv, Ukraine, Институт ядерних досліджень НАН України, 2011, Proceedings of the NPAE-2010, p. 544 - 548.*

2. *Рязанов В.В.* Распределение времени достижения уровня числом нейтронов и период реактора // Атомная энергия. – 2011. - Т. 110, вып. 6. - С. 307 - 317.
3. *Борисенко В. И.* Что необходимо определять: период или реактивность реактора? // Проблемы безопасности атомных электростанций і Чернобиля. – 2010. - Вып. 13. - С. 8 - 18.
4. *Ryazanov V.V., Shpyrko S.G.* First-passage time: a conception leading to superstatistics // Condensed Matter Physics. – 2006. - Vol. 9, No. 1(45). - P. 71 - 80.
5. *Ryazanov V.V.* Lifetime distributions in the methods of non-equilibrium statistical operator and superstatistics // Eur. Phys. J. B. – 2009. - Vol. 72, No. 4. - P. 629 - 39.
6. *Рязанов В.В.* Распределение энергии нейтронов в ядерном реакторе с учетом конечности их времени жизни // Атомная энергия. – 2005. - Т. 99, вып. 5. - С. 348 - 353.
7. *Купин Дж. Р.* Физические основы кинетики ядерных реакторов / Пер. с англ. - М.: Атомиздат, 1967. - 428 с.
8. *Цвайфель П.* Физика реакторов / Пер. с англ. - М.: Атомиздат, 1977. - 280 с.
9. *Кап Ф.* Физика и техника ядерных реакторов / Пер. с нем. / М.: Изд-во иностр. лит. - 1960. - 515 с.
10. *Бартоломей Г.Г., Бать Г.А., Байбаков В.Д., Алтухов М.С.* Основы теории и методы расчета ядерных энергетических реакторов. Под ред. Г.А. Батя. - М.: Энергоиздат, 1982. - 511 с.
11. *Афанасьев В.И.* О моменте достижения фиксированного уровня критическим ветвящимся процессом в случайной среде // Дискретная математика. – 1999.- Т. 11, вып.4. – С. 33 - 47.
12. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям / Пер. с англ. под ред. В. А. Диткина и Л. Н. Кармазиной. - М.: Наука, 1979. - 832 с.
13. *Ryazanov V.V.* Maximum entropy principle and the form of source in non-equilibrium statistical operator method // Preprint. Cond-mat, arXiv:0910.4490v1.

В. В. Рязанов

СТОХАСТИЧНИЙ АНАЛОГ ПЕРІОДУ РЕАКТОРА – ЧАС ДОСЯГНЕННЯ ЗАДАНОГО РІВНЯ ЧИСЛОМ НЕЙТРОНІВ

У теорії і практиці експлуатації ядерних реакторів для контролю безпеки реактора широко використовується детермінована величина - період реактора. Пропонується поряд із періодом реактора використовувати стохастичний аналог цієї величини - випадкову величину часу досягнення заданого рівня випадковим процесом для числа нейтронів у реакторі. У роботі розглянуто різного роду моделі для функції розподілу часу життя нейтронів у реакторі, знання якої важливо в дослідженні часу досягнення рівня, і вплив максимально можливого часу досягнення рівня на характеристики цієї випадкової величини.

Ключові слова: період реактора, час досягнення заданого рівня числом нейтронів, максимально можливий час досягнення рівня, моменти часу досягнення рівня, особливості поведінки моментів досягнення рівня і безпека АЕС.

V. V. Ryazanov

STOCHASTIC ANALOG REACTOR PERIOD – TIME ACHIEVEMENT A GIVEN LEVEL OF NUMBER OF NEUTRONS

In theory and in practice the operation of nuclear reactors to control the safety of the reactor is widely used the deterministic value of period of the reactor. It is proposed along with the period of the reactor using a stochastic analogue of this magnitude - a random value of time to achieve a given level of a random process for the number of neutrons in the reactor. The paper discusses various models for the distribution function of the lifetime of neutrons in the reactor, the knowledge which is important in the study of time to achieve the level and impact of the maximum possible time to achieve the level of the characteristics of the random variable.

Keywords: period of the reactor, time of achieving a given level of neutron number, the maximum time to reach a level, moments of time of achieve a level, features of the behavior of moments to achieve the level and nuclear safety.

Надійшла 07.11.2011

Received 07.11.2011