# Критические свойства антиферромагнитной модели Изинга на квадратной решетке с взаимодействиями вторых ближайших соседей

А.К. Муртазаев<sup>1,2</sup>, М.К. Рамазанов<sup>1,3</sup>, М.К. Бадиев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт физики Дагестанского научного центра Российской академии наук ул. М. Ярагского, 94, г. Махачкала, 367003, Республика Дагестан, Россия

<sup>2</sup>Дагестанский государственный университет, г. Махачкала, 367025, Республика Дагестан, Россия

<sup>3</sup>Дагестанский государственный педагогический университет г. Махачкала, 367003, Республика Дагестан, Россия E-mail: sheikh77@mail.ru

Статья поступила в редакцию 27 мая 2010 г., после переработки 29 апреля 2011 г.

Репличным методом Монте-Карло исследованы критические свойства антиферромагнитной модели Изинга на квадратной решетке с взаимодействиями вторых ближайших соседей. С помощью теории конечно-размерного скейлинга рассчитаны статические критические индексы теплоемкости, параметра порядка, восприимчивости, радиуса корреляции и индекс Фишера. Анализ данных проводился как с учетом, так и без учета поправки к конечно-размерному скейлингу. Обнаружено, что в исследуемой модели наблюдается фазовый переход второго рода. Показано, что данная модель принадлежит к новому классу универсальности критического поведения.

Репличним методом Монте-Карло досліджено критичні властивості антиферомагнітної моделі Ізинга на квадратній гратці із взаємодіями других найближчих сусідів. За допомогою теорії кінцево-розмірного скейлингу розраховано статичні критичні індекси теплоємності, параметра порядку, сприйнятливості, радіуса кореляції та індекс Фішера. Аналіз даних проводився як з врахуванням, так і без врахування поправки до кінцево-розмірного скейлингу. Виявлено, що в моделі, що досліджується, спостерігається фазовий перехід другого роду. Показано, що дана модель належить до нового класу універсальності критичної поведінки.

PACS: 75.40.Сх Статические свойства (параметр порядка, статическая восприимчивость, теплоемкость, критические индексы и пр.);

05.10.Ln Методы Монте-Карло;

68.35.Rh Фазовые переходы и критические явления;

75.50.Gg Ферримагнетики.

Ключевые слова: фазовые переходы, модель Изинга, репличный метод Монте-Карло, конечно-размерный скейлинг.

#### 1. Введение

Проблема исследования фазовых переходов (ФП) и критических явлений (КЯ) в спиновых системах с конкурирующим обменным взаимодействием — одна из центральных в современной физике конденсированного состояния [1–3]. Конкуренция обменного взаимодействия может привести к фрустрации, т.е. такому пространственному расположению магнитных ионов в кристалле, при котором невозможно одновременное антипараллельное упорядочение всех взаимодействующих спинов [4].

Модель Изинга на квадратной решетке с взаимодействиями ближайших соседей является точно решаемой и почти все ее свойства известны [5]. Учет взаимодействия вторых ближайших соседей приводит к возникновению фрустраций, что усложняет решение.

Известно, что фрустрированные системы ( $\Phi$ C) во многом проявляют свойства, отличные от соответствующих нефрустрированных систем. Это отличие выражается в богатом разнообразии фаз и  $\Phi$ П, что обусловлено сильным вырождением и высокой чувст-

вительностью ФС к различного рода возмущающим взаимодействиям [6].

Результаты исследований ФП и критических свойств носят противоречивый характер и вызывают дискуссии [3,7–14]. Для получения ответа на ряд дискуссионных вопросов возникла необходимость проведения более тщательных исследований моделей с фрустрациями с использованием дополнительных современных идей и методов.

Большинство традиционных теоретических и экспериментальных методов исследования моделей с фрустрациями сталкиваются с серьезными трудностями при попытке вычислить критические параметры, определить особенности, характер и механизмы критического поведения [1,14]. Фазовые переходы и критические явления в ФС в настоящее время интенсивно изучаются методами Монте-Карло (МК) [10–17]. В частности, для исследования ФС разработаны специальные репличные алгоритмы метода МК [18].

В настоящей работе предпринята попытка по возможности с максимальной точностью, с соблюдением единой методики, использованием надежной и проверенной схемы, на основе репличного алгоритма метода МК определить род ФП и значения критических параметров в антиферромагнитной модели Изинга на квадратной решетке с взаимодействиями вторых ближайших соседей. В последние годы проводятся интенсивные экспериментальные и теоретические исследование критического поведения этой модели [3,19-23]. В работах [19-23] показано, что в антиферромагнитной модели Изинга на квадратной решетке с взаимодействиями вторых ближайших соседей имеет место ФП второго рода. И эта модель может обладать «аномальными» критическими индексами. Кроме того, обнаружена зависимость критических индексов от соотношения  $k=J_2 \ / \ J_1$ , где  $J_1$  и  $J_2$  — константы обменного взаимодействия ближайших и вторых ближайших соседей соответственно.

По результатам работ [24–27] в диапазоне значений k=0,5-1,2 в системе наблюдается ФП первого рода, однако ФП первого рода обнаружен и для случая  $J_2=0$ , что противоречит точным решениям модели Бакстера [5]. По-видимому, подход и методика исследования, используемые авторами работ [24–27], не позволяют правильно предсказать род ФП для данной модели. Наличие ФП первого рода подтверждают также исследования, проведенные методом МК [28] для аналогичной модели на треугольной решетке.

Экспериментально в образце  $K_2CoF_4$  обнаружен ФП второго рода класса универсальности, соответствующего двумерной модели Изинга [29], а температурная зависимость намагниченности полностью совпадает с результатом, полученным Онсагером [30].

Согласно фазовой диаграмме этой модели, приведенной в работе [31], для k < 0,5 и k > 0,95 наблюда-

ется  $\Phi\Pi$  второго рода. Особый интерес вызывает случай k=0,5, что связано с сильным вырождением основного состояния. Особую дискуссию вызывают данные для k>0,5. В работах [24-27,32] в этом интервале обнаружен  $\Phi\Pi$  первого рода, тогда как данные работ [33-36] показывают наличие перехода второго рода с непрерывно меняющимися критическими индексами.

Как видно из сказанного выше, на сегодняшний день все еще остаются открытыми вопросы, касающиеся ФП и критического поведения рассматриваемой нами модели. Для лучшего понимания критического поведения систем с конкурирующими взаимодействиями необходимо провести дополнительные, более точные исследования антиферромагнитной модели Изинга с взаимодействиями вторых ближайших соседей.

#### 2. Модель и метод исследования

Гамильтониан антиферромагнитной модели Изинга на квадратной решетке можно представить в виде [3]

$$H = -J_1 \sum_{\langle i,j \rangle} (S_i \cdot S_j) - J_2 \sum_{\langle i,j \rangle} (S_i \cdot S_j), \qquad (1)$$

где  $S_{i,j}=\pm 1$  — изинговский спин. Первый член (1) учитывает обменное взаимодействие ближайших соседей ( $J_1<0$ ), а второй — вторых ближайших соседей ( $J_2<0$ ).

В отсутствие магнитного поля основное состояние для ферромагнитной  $(J_1>0)$  и антиферромагнитной  $(J_1<0)$  моделей эквивалентно. Рассмотрим только антиферромагнитный случай.

Двумерная модель Изинга на квадратной решетке при учете антиферромагнитных взаимодействий вторых ближайших соседей становится фрустрированной. Фрустрации в этой модели обусловлены конкуренцией обменных взаимодействий между первыми и вторыми ближайшими соседями. Известно, что в модели Изинга на квадратной решетке с взаимодействиями вторых ближайших соседей возможны три различные фазы: ферромагнитная, антиферромагнитная и сверхантиферромагнитная. В основном состоянии в зависимости от величины  $k = J_2 / J_1$  может быть два типа упорядочения: антиферромагнитное (0 < k < 0,5) и сверхантиферромагнитное (k > 0,5).

Исследования критического поведения моделей с фрустрациями сталкиваются с серьезными и труднопреодолимыми проблемами. Это связано с тем, что для таких моделей характерна проблема многочисленных долин локальных минимумов энергии. Обычные методы МК плохо справляются с решением этих проблем. Поэтому в последнее время разработано много новых вариантов алгоритмов метода МК, которые позволяют преодолеть эти проблемы. Наиболее мощными и эффективными в исследовании КЯ в ФС оказались репличные алгоритмы метода МК [18]. К настоящему моменту реп-

личные алгоритмы метода Монте-Карло и теория конечно-размерного скейлинга стали основными инструментами исследования критических свойств столь сложных систем. В данном исследовании использован высокоэффективный репличный обменный алгоритм метода Монте-Карло [18] (более подробно см. в [12,13]).

Расчеты проводились для систем с периодическими граничными условиями и линейными размерами  $L \times L = N$ , L = 20–150. Соотношение обменного взаимодействия вторых и ближайших соседей  $k = J_2 / J_1 = 1$ . Для вывода системы в состояние термодинамического равновесия отсекался неравновесный участок длиной 2,5· $10^5$  МК-шагов/спин, что в несколько раз больше длины неравновесного участка. Усреднение термодинамических параметров проводилось вдоль марковской цепи длиной до  $1.5 \cdot 10^6$  МК-шагов/спин.

# 3. Результаты моделирования

Для наблюдения за температурным ходом теплоемкости и восприимчивости использованы выражения [37–39]

$$C = (NK^2)(\langle U^2 \rangle - \langle U \rangle^2), \tag{2}$$

$$\chi = \begin{cases} (NK)(\langle M^2 \rangle - \langle |M| \rangle^2), & T < T_N \\ (NK)\langle M^2 \rangle, & T \ge T_N, \end{cases}$$
 (3)

где  $K = |J|/k_B T$ , N — число частиц, U — внутренняя энергия, M — параметр порядка.

Параметр порядка системы M вычисляли, используя выражения [3,40]

$$M_{\lambda} = \frac{4}{N} \sum_{i \in \lambda} S_i$$
, где  $\lambda = 1, 2, 3, 4,$  (4)

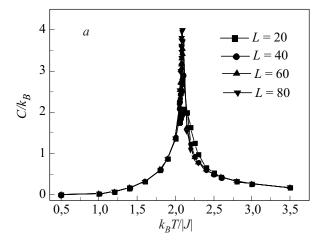
$$M^{a} = [M_{1} + M_{2} - (M_{3} + M_{4})]/4,$$
 (5)

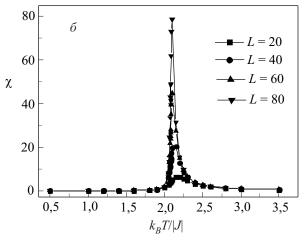
$$M^b = \lceil M_1 + M_4 - (M_2 + M_3) \rceil / 4,$$
 (6)

$$M = \sqrt{(M^a)^2 + (M^b)^2} \ . \tag{7}$$

На рис. 1 представлены характерные зависимости теплоемкости C и восприимчивости  $\chi$  от температуры для систем с линейными размерами  $L=20;\ 40;\ 60;\ 80$  (здесь и далее статистическая погрешность не превышает размеров символов, использованных для построения зависимостей).

Отметим, что в зависимости теплоемкости C и восприимчивости  $\chi$  от температуры для всех систем вблизи критической температуры наблюдаются хорошо выраженные максимумы, которые увеличиваются с ростом числа спинов в системе, причем эти максимумы в пределах погрешности приходятся на одну и ту же температуру даже для систем с наименьшим значением L. Это свидетельствует, во-первых, о высокой эффективности использованного способа добавления





*Рис. 1.* Зависимости теплоемкости  $C/k_B$  (*a*) и восприимчивости  $\chi$  (*б*) от температуры  $k_BT/|J|$  для L=20, 40, 60 и 80.

 $\Pi\Gamma Y$ , во-вторых, о достижении насыщения по N для многих исследуемых нами параметров.

Для анализа характера ФП, особенностей поведения тепловых характеристик вблизи критической точки и определения критической температуры  $T_N$  наиболее эффективным является метод кумулянтов Биндера четвертого порядка [14,41]:

$$V_L = 1 - \frac{\langle U^4 \rangle_L}{3\langle U^2 \rangle_I^2} \,, \tag{8}$$

$$U_L = 1 - \frac{\langle m^4 \rangle_L}{3\langle m^2 \rangle_L^2}, \tag{9}$$

где  $V_L$  — энергетический кумулянт,  $U_L$  — магнитный кумулянт.

Выражения (8) и (9) позволяют определить критическую температуру  $T_N$  с большой точностью для ФП первого и второго рода соответственно. Следует отметить, что применение кумулянтов Биндера дает возможность также хорошо тестировать тип ФП в системе. Известно, что в случае ФП второго рода кривые температурной зависимости кумулянтов Биндера  $U_L$  имеют четко выраженную точку пересечения [39].

На рис. 2,a представлена характерная зависимость  $U_L$  от температуры для разных значений L. Этот рисунок демонстрирует и точность определения критической температуры. На графике видно, что в критической области наблюдается четко выраженная точка пересечения ( $T_N = 2,081(1)$  (здесь и далее температура дана в единицах  $|J|/k_B$ )), что свидетельствует о ФП второго рода.

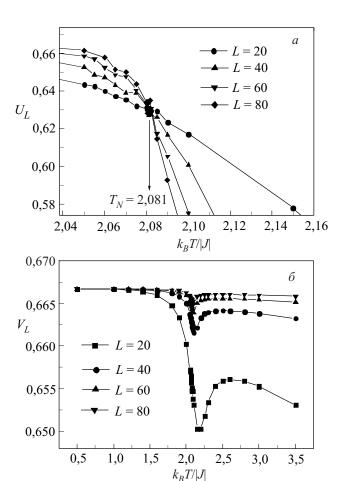
На рис. 2, $\delta$  показана температурная зависимость энергетического кумулянта  $V_L$  для разных значений L. При увеличении L величина  $V_L$  стремится к 2/3, что характерно для  $\Phi\Pi$  второго рода.

Для расчета статических критических индексов теплоемкости  $\alpha$ , восприимчивости  $\gamma$ , параметра порядка  $\beta$  и радиуса корреляции  $\nu$  использовались соотношения теории конечно-размерного скейлинга [42–45]. В системе размерами  $L \times L$  при  $T = T_N$  и достаточно больших L выполняются следующие соотношения:

$$M \propto L^{-\beta/\nu}$$
, (10)

$$\chi \propto L^{\gamma/\nu}$$
, (11)

$$V_n = L^{1/\nu} g_{V_n} \,, \tag{12}$$



 $Puc.\ 2.\$ Зависимости магнитного  $U_L$  (a) и энергетического  $V_L$  ( $\delta$ ) кумулянтов от температуры  $k_BT/|J|$  для  $L=20,\,40,\,60$  и 80.

где  $g_{V_n}$  — некоторая постоянная, а в качестве  $V_n$  может выступать

$$V_i = \frac{\langle m^i E \rangle}{\langle m^i \rangle} - \langle E \rangle , \quad i = 1, 2, 3, 4.$$
 (13)

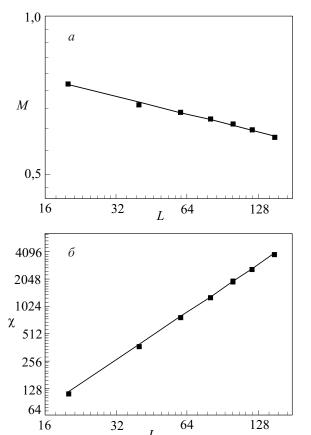
Эти выражения использованы для определения  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\nu$ .

Для аппроксимации температурной зависимости теплоемкости от L на практике, как правило, используется выражение [10,15]

$$C_{\text{max}}(L) = A_1 - A_2 L^{\alpha/\nu},$$
 (14)

где  $A_1$  и  $A_2$  — некоторые коэффициенты.

На рис. З в двойном логарифмическом масштабе представлены характерные зависимости параметра порядка M и восприимчивости  $\chi$  от линейных размеров решетки L. Все точки на графиках в пределах погрешности хорошо ложатся на прямую. Зависимости проведены в соответствии с методом наименьших квадратов. Угол наклона прямой определяет значения  $\beta/\nu$  и  $\gamma/\nu$ . Используя вычисленное аналогичным образом значение  $\nu$ , определены критические индексы теплоемкости  $\alpha$ , восприимчивости  $\gamma$  и параметра порядка  $\beta$  (табл. 1).



*Рис. 3.* Зависимости параметра порядка M(a) и восприимчивости  $\chi(\delta)$  от линейных размеров системы L при  $T = T_N$ .

Таблица 1. Значения критических индексов для двумерной антиферромагнитной модели Изинга на квадратной решетке

Ссылка	$T_N$	α	β	γ	ν	η	$\alpha + 2\beta + \gamma = 2$
Настоящая работа ( $\omega = 0$ )	2,081(1)	0,358(10)	0,093(10)	1,451(10)	0,830(10)	0,224(10)	1,995
Настоящая работа ( $\omega = 1,40$ )	_	0,361(5)	0,105(5)	1,430(5)	0,821(5)	-	2,001
[40]	2,0820(4)	0,302(7)	0,103(3)	1,482(7)	0,847(4)	-	1,99
[3]	2,0823(17)	0,342(5)	0,103(3)	1,451(7)	0,8292(24)	-	1,999
Решение Онсагера [5]	2,269	0	0,125	1,75	1	_	2

Для определения индекса Фишера  $\eta$  использовано отношение между восприимчивостью  $\chi$  и радиусом корреляции  $\xi$  [46]

$$\chi \propto \xi^{\gamma/\nu} \,,$$
(15)

а также соотношение  $\eta = 2 - \gamma/\nu$ , связывающее индекс  $\eta$  и  $\nu$ , таким образом, получаем

$$\ln \left( \chi / \xi^2 \right) = c - \eta \ln \xi \,, \tag{16}$$

где c — некоторая константа. Для систем с конечными размерами  $\xi = L$ . Тогда при  $T = T_N$ 

$$\ln \left( \chi / L^2 \right) = c - \eta \ln L \,. \tag{17}$$

На основе выражения (17) определено значение индекса Фишера η (см. табл. 1).

В данной работе также предпринята попытка рассчитать критические индексы исследуемой модели с учетом поправки к конечно-размерному скейлингу. Выражения (10)—(12) в этом случае имеют следующий вид (см. ссылки в [46,48]):

$$M \sim L^{-\beta/\nu} [1 + b_1 L^{-\omega}], \qquad (18)$$

$$\chi \sim L^{\gamma/\nu} [1 + b_2 L^{-\omega}], \tag{19}$$

$$V_n \sim L^{1/\nu} g_{V_n} [1 + b_3 L^{-\omega}],$$
 (20)

где  $b_1, b_2, b_3$  — амплитуды коррекции к скейлингу,  $\omega$  — поправка к конечно-размерному скейлингу. В качестве поправки к конечно-размерному скейлингу нами использовано значение  $\omega = 1,40$ , которое соответствует двумерной модели Изинга [49].

Все значения индексов, полученные в рамках настоящей работы, представлены в табл. 1. Приведены результаты других авторов, а также значения критических параметров точного решения Онсагера [5].

Сравнение с результатами исследований для аналогичной модели показывает, что полученные нами данные близки к данным работ авторов [3,40]. А часть данных в пределах погрешности совпадает с литературными данными. Кроме того, значения критических индексов, полученные в данной работе как с учетом, так и без учета поправки к конечно-размерному скейлингу, в пределах погрешности совпадают друг с другом. Отметим, что для полученных нами данных достаточно хорошо выполняются и скейлинговые соотношения, что свидетельствует о том, что наши данные определены с хорошей точностью.

Как видно из таблицы, результаты работы хорошо согласуются с большинством известных нам исследований и отличаются от точного решения Онсагера.

По-видимому, индекс Фишера  $\eta$  для этой модели определен нами впервые. Кроме того, в данной работе впервые найдены критические индексы данной модели с учетом поправки к конечно-размерному скейлингу. Учет поправки к конечно-размерному скейлингу позволяет с большей точностью определить значения критических индексов.

Результаты работы позволяют утверждать, что в двумерной антиферромагнитной модели Изинга на квадратной решетке с учетом взаимодействия вторых ближайших соседей для случая k=1 наблюдается фазовый переход второго рода и эта модель принадлежит к классу универсальности критического поведения, отличному от класса, к которому принадлежит модель, точно решенная Онсагером.

## 4. Заключение

Исследование критических свойств и фазовых переходов двумерной антиферромагнитной модели Изинга на квадратной решетке с учетом взаимодействия вторых ближайших соседей выполнено с использованием высокоэффективного репличного алгоритма метода Монте-Карло. На основе метода кумулянтов Биндера четвертого порядка определена критическая температура и проведен анализ характера фазовых переходов. Рассчитаны все основные статические критические индексы. Расчет критических индексов теплоемкости α, восприимчивости γ, параметра порядка β и радиуса корреляции у выполнен на основе соотношений теории конечно-размерного скейлинга и с соблюдением единой методики в рамках одного исследования. Отметим, что все индексы рассчитаны как без учета, так и с учетом поправки к скейлингу, что сделано нами впервые. Кроме того, индекс Фишера для этой модели нами рассчитан впервые.

Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 10-02-00130), грантом РФФИ (проект № 09-02-96506) и грантом ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг.

- 1. Вик.С. Доценко, УФН **165**, 481 (1995).
- 2. С.Е. Коршунов, УФН 176, 233 (2006).

- A. Malakis, P. Kalozoumis, and N. Tyraskis, *Eur. Phys. J.* B50, 63 (2006).
- 4. С.С. Сосин, Л.А. Прозорова, А.И. Смирнов, *УФН* **175**, 92 (2005).
- 5. Р. Бакстер, *Точно решаемые модели в статистической механике* Мир, Москва (1985).
- 6. P.C. Γext, *УΦH* **159**, 2 (1989).
- Л.Е. Свистов, Л.А. Прозорова, Н. Бюттген, А.Я. Шапиро, Л.Н. Демьянц, Письма в ЖЭТФ 81, 133 (2005).
- 8. A. Pelissetto, P. Rossi, and E. Vicari, *Phys. Rev.* **B63**, 140414(R) (2001).
- 9. Д. Лойсон, А.И. Соколов, Б. Деламотт, С.А. Антоненко, К.Д. Шотт, Х.Т. Дип, *Письма в ЖЭТФ* **72**, 487 (2000).
- 10. H. Kawamura, J. Phys. Soc. Jpn. 61, 1299 (1992).
- 11. А.К. Муртазаев, И.К. Камилов, М.К. Рамазанов, *ФНТ* **32**, 323 (2006) [*Low Temp. Phys.* **32**, 241 (2006)].
- А.К. Муртазаев, М.К. Рамазанов, М.К. Бадиев, ЖЭТФ 132, 1152 (2007).
- 13. A.K. Murtazaev and M.K. Ramazanov, *Phys. Rev.* **B76**, 174421 (2007).
- 14. И.К. Камилов, А.К. Муртазаев, Х.К. Алиев, *УФН* **169**, 773 (1999).
- 15. A. Mailhot, M.L. Plumer, and A. Caille, *Phys. Rev.* **B50**, 6854 (1994-II).
- А.К. Муртазаев, И.К. Камилов, М.К. Рамазанов, ФТТ 47, 1125 (2005).
- 17. А.К. Муртазаев, М.К. Рамазанов, М.К. Бадиев, *ФНТ* **35**, 663 (2009) [*Low Temp. Phys.* **35**, 521 (2009)].
- 18. A. Mitsutake, Y. Sugita, and Y. Okamoto, *Biopolymers* (*Peptide Science*) **60**, 96 (2001).
- 19. M.P. Nightingale, Phys. Lett. A59, 468 (1977).
- R.H. Swedensen and S. Krinsky, *Phys. Rev. Lett.* 43, 177 (1979).
- 21. K. Binder and D.P. Landau, Phys. Rev. B21, 1941 (1980).
- 22. D.P. Landau and K. Binder, Phys. Rev. B31, 5946 (1985).
- 23. K. Minami and M. Suzuki, J. Phys. A27, 7301 (1994).
- 24. J.L. Moran-Lopez, F. Aguilera-Granja, and J.M. Sanchez, *Phys. Rev.* **B48**, 3519 (1993).
- 25. J.L. Moran-Lopez, F. Aguilera-Granja, and J.M. Sanchez, *J. Phys.: Condens. Matter* **6**, 9759 (1994).
- 26. E. Lopez-Sandoval, J.L. Moran-Lopez, and F. Aguilera-Granja, *Solid State Commun.* **112**, 437 (1999).
- 27. C. Buzano and M. Pretti, Phys. Rev. B56, 636 (1997).
- E. Rastelli, S. Regina, and A. Tassi, *Phys. Rev.* B71, 174406 (2005).
- H. Ikeda and K. Hirakawa, *Solid State Commun.* 14, 529 (1979).
- 30. L. Onsager, Phys. Rev. 65, 117 (1944).
- 31. A. Rosana dos Anjos, J. Roberto Viana, and J. Ricardo de Sousa, *Phys. Lett.* **A372**, 1180 (2008).
- 32. S. Katsura and S. Fujimori, J. Phys. C7, 2506 (1974).
- K. Tanaka, T. Horiguchi, and T. Morita, *Phys. Lett.* A165, 266 (1992).
- 34. J.A. Plascak, Physica A183, 563 (1992).

- 35. P.A. Slotte, J. Phys. C16, 2935 (1983).
- 36. H.J.W. Zandvliet, Europhys. Lett. 73, 747 (2006).
- 37. K. Binder and J.-Sh. Wang, J. Stat. Phys. 55, 87 (1989).
- 38. P. Peczak, A.M. Ferrenberg, and D.P. Landau, *Phys. Rev.* **B43**, 6087 (1991).
- 39. К. Биндер, Д.В. Хеерман, *Моделирование методом Монте-Карло в статистической физике*, Наука, Москва (1995).
- 40. Junqi Yin and D.P. Landau, *arXiv: 0909.4000v1* [cond-mat.stat-mech] (2009).
- 41. K. Binder, Z. Phys. B43, 119 (1981).
- 42. A.E. Ferdinand and M.E. Fisher, Phys. Rev. 185, 832 (1969).
- 43. M.E. Fisher and M.N. Barber, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 1516 (1972).
- 44. D.P. Landau, Physica A205, 41 (1994).
- 45. D. Loison, Phys. Lett. A257, 83 (1999).
- 46. Ch. Holm and W. Janke, Phys. Rev. B48, 936 (1993-II).
- H.G. Ballesteros, L.A. Fernández, V. Martín-Mayor, A. Muñoz Sudupe, G. Parisi, and J.J. Ruiz-Lorenzo, *Phys. Rev.* B58, 2740 (1998).
- 48. A. Aharony, A.B. Harris, and S. Wiseman, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 252 (1998).
- J.C. Le Guillou and J. Zinn-Justin, *Phys. Rev.* B21, 3976 (1980).

# Critical properties of antiferromagnetic Ising model on a square lattice with next-nearest-neighbor interactions

## A.K. Murtazaev, M.K. Ramazanov, and M.K. Badiev

The critical properties of antiferromagnetic Ising model on a square lattice with competing nearest- and next-nearest-neighbor interactions are investigated by the replica Monte Carlo method. The static critical exponents of heat capacity, order parameter magnetization, susceptibility, correlation radius and critical Fisher exponents are calculated using the finite-size scaling theory. The analysis of the data was carried out both with the account, and without any account of the leading correction-to-scaling term. It is found that the model studied displays a second-order phase transition. A new universality class of the critical behavior is shown to be formed by the given model.

PACS: 75.40.Cx Static properties (order parameter, static susceptibility, heat capacities, critical exponents, etc.);

05.10.Ln Monte Carlo methods;

68.35.Rh Phase transitions and critical phenomena:

75.50.Gg Ferrimagnetics.

Keywords: phase transitions, Ising model, replica Monte Carlo method, finite-size scaling theory.