

Локализованные сверхпроводящие пары

В.Ф. Гантмахер

Институт физики твердого тела РАН, ул. Институтская, 2, г. Черноголовка, Моск. обл., 142432, Россия

Московский физико-технический институт

Институтский пер., 9, г. Долгопрудный, 141700, Моск. обл., Россия

E-mail: gantm@issp.ac.ru

Статья поступила в редакцию 24 июня 2010 г.

Обсуждены различные явления, помогающие осмыслить понятие локализованных сверхпроводящих пар (поведение гранулированных сверхпроводников, эффект четности, переход Березинского–Костерлица–Таулеса). Приведены экспериментальные доказательства существования локализованных пар и проанализированы условия, способствующие их появлению.

Обговорено різні явища, що допомагають осмислити поняття локалізованих надпровідних пар (поведінка гранульованих надпровідників, ефект парності, перехід Березінського–Костерліца–Таулеса). Наведено експериментальні докази існування локалізованих пар та проаналізовано умови, що сприяють їхній появі.

PACS: **74.62.-c** Вариации температуры перехода, фазовые диаграммы;

74.78.-w Сверхпроводящие пленки и низкоразмерные структуры;

74.81.-g Неоднородные сверхпроводники и сверхпроводящие системы, включая электронные неоднородности.

Ключевые слова: переход Березинского–Костерлица–Таулеса, гранулированные сверхпроводники, локализованные сверхпроводящие пары.

Представление о том, что сверхпроводящее взаимодействие может не только поддерживать бездиссипативный режим протекания тока через металл, но также способствовать локализации и обуславливать установление состояния изолятора, кажется парадоксальным и с трудом пробивает себе дорогу. В центре этого представления лежит модель локализованных сверхпроводящих пар. Настоящая работа посвящена всестороннему обсуждению этой модели. Модель конкретизирует идею о бозе-изоляторе или бозе-стекле, которая была впервые высказана в работе [1] при исследовании бозе-эйнштейновской конденсации в заряженном бозе-газе в поле заряженных примесей, а затем подробно развита в работе [2], где рассмотрены фазовые переходы в системе бозонов со слабым отталкиванием, находящихся в узлах решетки.

Статья начинается с определений и общих обозначений. Затем следует краткое описание нуль-мерной сверхпроводимости отдельных гранул и поведения ансамбля таких гранул в гранулированном сверхпроводнике, а также эффекта четности в изолированной маленькой грануле. Этим намечается один логический путь осмысления понятия локализованных пар — от гранул к точечным дефектам.

Другой логический путь можно обозначить так: сверхпроводник — диссипативная среда с равновесной концентрацией куперовских пар — изолятор с локализованными парами. На этот путь указывает, во-первых, переход Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ), в котором равновесная концентрация куперовских пар имеется по обе стороны от перехода металла в бездиссипативное состояние. Во-вторых, помимо основной модели Бардина–Купера–Шриффера (БКШ), описывающей явление сверхпроводимости, существует модель, рассматривающая сверхпроводящий переход, как бозе-эйнштейновскую конденсацию (БЭК). По крайней мере, при малых электронных концентрациях есть основания пользоваться именно этой моделью или какими-то ее модификациями (см., например, обзор [3]). В модели БЭК тоже есть электронные пары (бозоны), причем они существуют по обе стороны от точки БЭК. Дальше — проще. Допустив существование нескоррелированных электронных пар в диссипативной среде, естественно предположить и возможность их локализации.

Проделанные экскурсы должны помочь принять экспериментальные доказательства существования локализованных пар, представленные в четвертом разде-

ле: отрицательное магнитосопротивление в окрестности перехода сверхпроводник–изолятор на стороне изолятора, первые измерения плотности состояний вблизи уровня Ферми в этом изоляторе и первые успехи в попытках непосредственно измерить эффективный объем, занимаемый локализованной парой. Затем обсуждаются факторы, способствующие локализации пар: специфика статистических свойств случайного потенциала, определяемая химическим составом материала, и близость перехода изолятор–нормальный металл.

Настоящая работа опирается на недавно опубликованный обзор [4], посвященный переходам сверхпроводник–изолятор.

1. Введение

Локализованным на дефекте или центре будем называть электрон, стационарная волновая функция которого экспоненциально затухает на больших расстояниях r от дефекта

$$\psi = \psi_0 \exp(-r/\Lambda), \quad r \gg \Lambda, \quad (1)$$

где Λ называется длиной локализации. Для изолированного дефекта длину локализации обычно называют боровским радиусом и обозначают a_B . Поскольку локализация происходит на фоне случайного потенциала, энергии электронов на всех центрах немного различаются. Однако при конечной температуре $T \neq 0$ электрон может перескочить с одного центра на другой, обеспечив выполнение закона сохранения энергии за счет сопутствующих процессов, например, испускания или поглощения фонона. Такие электронные перескоки обеспечивают возможность прыжковой проводимости. При низких температурах обычно реализуется прыжковая проводимость σ_h

$$\sigma_h = \sigma_{h0} \exp[-(T_1/T)^{1/\nu}], \quad \nu = 1, 2, 3 \text{ или } 4; \quad (2)$$

конкретное значение ν зависит от типа прыжковой проводимости, функции плотности состояний $g(\epsilon)$ вблизи уровня Ферми ϵ_F и от размерности.

При перекрытии экспоненциальных хвостов волновых функций электронов, локализованных на разных дефектах, длина локализации увеличивается и становится больше a_B . В частности, такое перекрытие всегда наблюдается при приближении к переходу изолятор–металл. По мере приближения к переходу длина локализации Λ растет, а непосредственно на переходе обращается в бесконечность, так что

$$a_B \leq \Lambda \leq \infty. \quad (3)$$

Взаимодействие между локализованными электронами, вообще говоря, не сводится к перекрытию их волновых функций. В частности, можно себе представить, что между двумя такими электронами реализуется дополнительно сверхпроводящее взаимодействие,

т.е. что они обмениваются виртуальными фононами, в результате чего энергия каждого из них понижается на Δ_L . Для обмена требуется, чтобы расстояние между уровнями энергии электрона, определяемое его локализационным объемом, было меньше энергии фононов. Если такое взаимодействие действительно реализуется, то можно ввести волновую функцию локализованной электронной пары. Она тоже затухает на больших расстояниях по экспоненте

$$\Psi_2 = \Psi_{20} \exp(-r/\Lambda_2), \quad r \gg \Lambda_2, \quad (4)$$

с характерной длиной Λ_2 , для которой в окрестности перехода изолятор–сверхпроводник можно написать соотношение, аналогичное соотношению (3):

$$a_{2B} \leq \Lambda_2 \leq \infty. \quad (5)$$

В изоляторе со спаренными электронами тоже возможна прыжковая проводимость. Однако должно произойти одно из двух. Либо оба электрона перескакивают на новые центры одновременно, оставаясь связанными; этот процесс мало изучен, хотя он, возможно, реализуется в непосредственной окрестности перехода сверхпроводник–изолятор — мы к этому ниже еще вернемся. Либо электрон при перескоке «откупается» от своего партнера, оставив ему дополнительную энергию Δ_L ; вклад в проводимость таких перескоков с распариванием имеет дополнительный малый множитель:

$$\Delta\sigma_h^{(2)} \sim \Delta\sigma_h \exp(-\Delta_L/T). \quad (6)$$

Во всяком случае, следует ожидать, что активационная проводимость изолятора I_2 со спаренными носителями меньше, чем у обычного изолятора.

Цель настоящей работы выяснить, насколько реальна такая модель локализованных пар, и исследовать экспериментальные факты, которые можно считать доказательством их существования.

2. Гранулированные системы

2.1. Псевдолокализация куперовских пар в гранулированном металле

Рассмотрим материал, состоящий из гранул сверхпроводящего материала в изолирующей матрице. Пусть средний размер гранул b таков, что велико отношение

$$\Delta/\delta\epsilon = \Delta g_F b^3 \gg 1, \quad (7)$$

в котором Δ — сверхпроводящая щель, $\delta\epsilon = (g_F b^3)^{-1}$ — расстояние между электронными уровнями, обусловленное размерным квантованием, а g_F — плотность состояний на ферми-уровне массивного металла в нормальном состоянии. Именно наличие щели Δ в относительно густой системе электронных уровней позволяет называть такую гранулу сверхпроводящей. Величину, стоящую в левой части этого неравенства, можно ин-

терпретировать как требование большого числа куперовских пар в каждой грануле:

$$(g_F \Delta) b^3 \gg 1. \quad (8)$$

Сверхпроводящее состояние гранулы является коллективным состоянием всех куперовских пар. Оно описывается, как и в массивном сверхпроводнике, комплексным параметром порядка

$$\Phi(\mathbf{r}) = |\Phi| \exp(i\varphi(\mathbf{r})), \quad (9)$$

у которого модулем является энергия связи куперовской пары, $|\Phi| = \Delta$, а фаза $\varphi(\mathbf{r})$ характеризует когерентность куперовских пар. При отсутствии тока в сверхпроводнике $\varphi(\mathbf{r}) = \text{const}$.

Перенос заряда из одной гранулы в другую возможен только за счет туннелирования. Если этот перенос заряда осуществляется джозефсоновскими токами куперовских пар, то значения фазы параметра порядка во всех гранулах скоррелированы, и в материале устанавливается макроскопическое сверхпроводящее состояние. Однако джозефсоновские токи могут быть подавлены, например, из-за слишком большого нормального туннельного сопротивления между гранулами, $\rho \gg \hbar/e^2$. Тогда перенос заряда между гранулами происходит за счет туннелирования одночастичных возбуждений, концентрация n_1 которых в гранулах экспоненциально мала из-за сверхпроводящей щели Δ :

$$n_1 \propto \exp(-\Delta/T). \quad (10)$$

В этих условиях сверхпроводимость в каждой грануле устанавливается независимо. Можно сказать, что пары локализованы, каждая внутри своей гранулы, а радиус локализации Λ_2 равен размеру гранулы b :

$$\Lambda_2 = b.$$

Если размер гранул b макроскопический и выполнено условие (8), то такая интерпретация не совсем согласуется с обычным пониманием слова «локализация». Тем не менее она полезна с двух точек зрения. Во-первых, предлагаемая интерпретация показывает, что идея о локализованных сверхпроводящих парах не такая безумная, как кажется на первый взгляд. Во-вторых, она побуждает внимательно присмотреться к транспортным свойствам высокоомных гранулированных сверхпроводников. Эти свойства демонстрирует рис. 1, на котором представлена температурная зависимость сопротивления R гранулированной системы In/InO. Пока температура T выше температуры T_c сверхпроводящего перехода индия, сопротивление $R \equiv R_n$ растет с понижением температуры по закону Мотта, как в обычном изоляторе. Зависимость $R(T)$ несомненно чувствует сверхпроводящий переход, но ниже T_c сопротивление $R \equiv R_{sc}$ не падает, а, наоборот, растет гораздо быстрее.

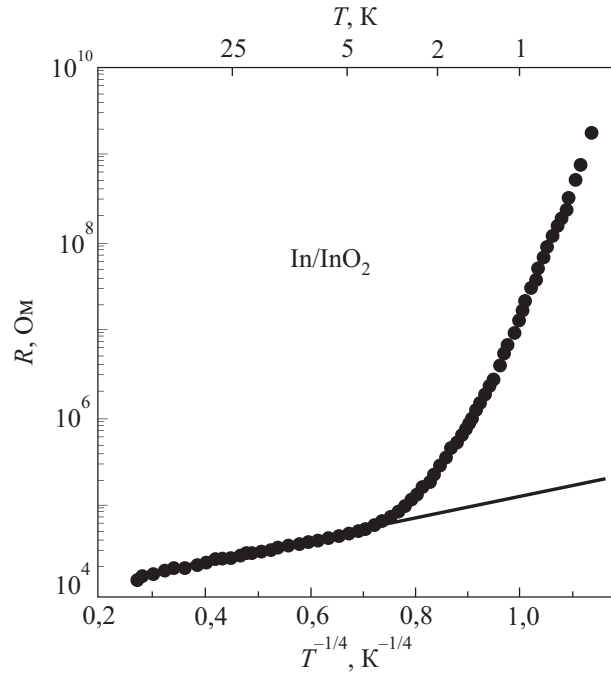


Рис. 1. Температурная зависимость сопротивления гранулированной пленки, состоящей из гранул In, разделенных изолирующими прослойками окисла [5], демонстрирующая характерный рост сопротивления ниже температуры сверхпроводящего перехода индиевых гранул.

Качественно эффект совершенно понятен. На обычные процессы, определяющие сопротивление изолятора при конечной температуре, накладывается вымерзание способных туннелировать одночастичных возбуждений в гранулах, описываемое формулой (10). Это приводит в выражение для R_{sc} дополнительный фактор

$$R_{sc} = R_n \exp(\Delta/T).$$

Если при помощи магнитного поля уничтожить сверхпроводящую щель в гранулах, сделав их нормальными, то количество одночастичных возбуждений на уровне Ферми возрастет и сопротивление вернется к значению R_n . Это означает наличие отрицательного магнитосопротивления, тем более сильного, чем ниже температура:

$$R(B,T)/R(0,T) \approx \exp(-\Delta/T), \quad B > B_c, \quad (11)$$

где B_c — критическое магнитное поле.

Вообще говоря, все сказанное можно повторить и применительно к гипотетическим локализованным парам в квазиоднородном материале, заменив слово «туннелирование» на слово «перескок» и предположив, что магнитное поле разрушает парные сверхпроводящие корреляции в локализованных парах. Если локализованные пары наследуют синглетность от куперовских пар и два электрона в паре имеют противоположные направления спинов, то магнитное поле, стремясь вы-

строить все спины в одном направлении, уменьшает выигрыш энергии от спаривания, а достаточно сильное поле сводит его на нет. Конечно, предположение о такой реакции локализованных пар на поле требует экспериментальной проверки. Во всяком случае, эксперименты на гранулированных сверхпроводниках указывают экспериментальное направление поисков локализации электронных пар. Если есть электронные пары, локализованные на локальных дефектах, то в сильном магнитном поле можно ожидать отрицательное магнитосопротивление за счет разрушения этих пар.

2.2. Эффект четности в маленьких гранулах

Используя кулоновскую блокаду, в сверхпроводящей грануле, размер которой удовлетворял неравенству (7), наблюдали эффект четности [6,7]. Добавление к системе электронов дополнительного нечетного электрона увеличивало полную электронную энергию E_N больше, чем добавление последующего четного электрона. Разница составляла $2\Delta_p$, где

$$\Delta_p = E_{2l+1} - \frac{1}{2}(E_{2l} + E_{2l+2}) \quad (12)$$

— энергия связи в расчете на один электрон. В большой грануле $\Delta_p = \Delta$.

Если уменьшать размер гранулы, то из-за нарушения условия (7) сверхпроводимость должна исчезнуть. Это произойдет при $b < b_1$, где b_1 определяется сравнением сверхпроводящей щели Δ и расстояния $\delta\varepsilon$

$$\delta\varepsilon = (g_F b_1^3)^{-1} = \Delta, \quad b_1 = (g_F \Delta)^{-1/3}. \quad (13)$$

Однако сверхпроводящее взаимодействие через фононы остается и по-прежнему приводит к эффективному притяжению между электронами. Вместе с ним, как показало теоретическое рассмотрение [8], остается и эффект четности. Согласно [8], энергия связи Δ_p в малых зернах

$$b \ll b_1, \quad \text{т.е.} \quad \delta\varepsilon \gg \Delta, \quad (14)$$

становится малой поправкой относительно $\delta\varepsilon$, но относительно щели Δ в массивном материале она отнюдь не мала:

$$\Delta_p = \frac{\delta\varepsilon}{2 \ln(\delta\varepsilon / \Delta)} > \Delta. \quad (15)$$

Рассмотрение [8] справедливо до тех пор, пока размерное квантование остается меньше энергии дебаевского фонона $\hbar\omega_D$. Это означает, что существует интервал размеров *изолированной гранулы сверхпроводящего металла*

$$b_2 \ll b \ll b_1, \quad b_2 = (g_F \hbar\omega_D)^{-1/3}, \quad b_2 / b_1 \approx (\Delta / \hbar\omega_D)^{1/3}, \quad (16)$$

в котором *сверхпроводящее взаимодействие может приводить к спариванию электронов, локализованных внутри гранулы на длине b .*

3. Делокализованные электронные пары в средах с диссипацией

Согласно классической теории сверхпроводимости БКШ, равновесная концентрация куперовских пар появляется при температуре T_c одновременно с установлением бездиссипативного состояния, которое мы будем считать истинно сверхпроводящим. Разрушение сверхпроводимости происходит обычно путем обращения в нуль модуля параметра порядка $|\Phi| \equiv \Delta$, например, вследствие повышения температуры до T_c или критического поля до B_c . Нас в этом разделе будет интересовать возможность раздельного наступления двух событий: разрушения сверхпроводящего состояния и обращения в нуль $|\Phi|$, т.е. возможность появления диссипации при не нулевой равновесной концентрации электронных пар. Мы рассмотрим два таких случая.

3.1. Переход Березинского–Костерлица–Таулеса

Отличительной чертой двумерных сверхпроводящих систем является возможность существования газа флуктуаций в виде спонтанно генерируемых магнитных вихрей ниже температуры объемного сверхпроводящего перехода T_{c0} . Через каждый вихрь проходит квант магнитного потока

$$\Phi_0 = 2\pi\hbar c / 2e. \quad (17)$$

Вихри рождаются парами, с противоположными направлениями поля на оси (пары вихрь–антивихрь), и через конечное время аннигилируют в результате столкновений. В нулевом магнитном поле концентрации вихрей противоположного знака равны, $N_+ = N_-$, они определяются динамическим равновесием между процессами спонтанной генерации и аннигиляции. Обход вокруг неподвижного вихря изменяет фазу волновой функции на 2π , и поэтому свободное движение вихрей приводит к флуктуациям фазы. При достаточно большой амплитуде флуктуаций когерентность состояния утрачивается. При этом модуль параметра порядка Δ в большей части объема остается отличным от нуля (он обращается в нуль только внутри вихрей, вблизи оси вихря).

По мере понижения температуры при некотором значении $T_c < T_{c0}$ происходит переход БКТ [9,10]: прекращается генерация вихревых пар, концентрация вихрей резко падает и становится экспоненциально малой. Вместе с этим, лишь при $T < T_c$, экспоненциально малой становится и диссипация. А в некотором интервале температур

$$T_c < T < T_{c0} \quad (18)$$

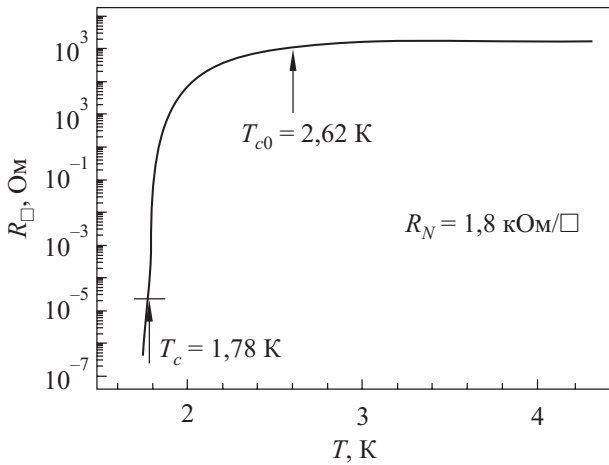


Рис. 2. Температура T_{c0} , при которой появляется равновесная концентрация куперовских пар, и температура установления когерентного состояния T_c в аморфной пленке In–O толщиной 100 Å, [11].

в двумерных сверхпроводниках куперовские пары сосуществуют с вихрями. Наличие куперовских пар уменьшает диссипацию, но не уничтожают ее полностью.

Математически наличие бездиссипативного состояния означает, что на больших расстояниях остается конечным коррелятор

$$G(r) = \langle \Phi(r)\Phi(0) \rangle \rightarrow G_0 \neq 0, \quad \text{где } |r| \rightarrow \infty \quad (19)$$

(угловые скобки означают усреднение по квантовому состоянию системы). В температурном интервале (18) коррелятор (19) с ростом r стремится к нулю, причем экспоненциально. При температурах $T < T_c$ он убывает по степенному закону, т.е. все равно стремится на больших расстояниях к $G_0 = 0$, но сравнительно медленно. Поэтому в температурном интервале (18) в двумерном сверхпроводнике устанавливается диссипативное состояние, а при $T < T_c$ — почти когерентное состояние; строго когерентное состояние с конечным коррелятором (19) на больших расстояниях устанавливается в двумерной системе только при $T = 0$.

Пример определения температур T_{c0} и T_c по кривой резистивного перехода приведен на рис. 2. В работе [11] тщательный экспериментальный анализ на основе теоретических вычислений [12] был проведен на примере сверхпроводящего перехода в аморфных пленках In–O.

Согласно рисунку, температуры T_{c0} и T_c различаются почти в 1,5 раза; $R(T_{c0}) \approx 0,5R_N$, а $R(T_c)$ меньше R_N на несколько порядков (R_N — сопротивление пленки в нормальном состоянии).

3.2. Сверхпроводимость как бозе-конденсация

Теория БКШ предполагает, что длина когерентности (размер куперовской пары) $\zeta \sim \hbar v_F / \Delta \sim 10^{-4}$ см

существенно больше, чем среднее расстояние между парами $s \sim (g_0 \Delta)^{-1/3} \sim 10^{-6}$ см (g_0 — плотность состояний в нормальном металле на уровне Ферми):

$$\zeta \gg s. \quad (20)$$

По сути дела в виде совокупности куперовских пар представляется коллективное состояние всех электронов.

Однако сверхпроводимость возникает и в системах с электронной концентрацией, существенно меньшей, чем в обычных металлах, например, в монокристаллах SrTiO_3 с электронной концентрацией порядка $n \sim 10^{19}$ см⁻³ [13]. К тому же в сверхпроводниках второго рода параметр ζ может быть меньше 100 Å. Поэтому неравенство (20), необходимое для применимости модели БКШ, может оказаться нарушенным. Материалы, в которых $\zeta \lesssim s$, относят к экзотическим сверхпроводникам.

Существование экзотических сверхпроводников, в которых нарушено неравенство (20), побудило обратиться к другой модели сверхпроводимости — бозе-эйнштейновской конденсации газа электронных пар, рассматриваемых как бозоны с зарядом $2e$ [14] — и исследовать кроссовер от модели БКШ к модели БЭК (см., например, обзор [3]).

В модели БЭК предполагается другой способ разрушения сверхпроводящего состояния: флуктуации фазы параметра порядка обращают в нуль коррелятор (19) при отличном от нуля модуле параметра порядка [15]. Конечный модуль параметра порядка на переходе означает конечную концентрацию связанных электронных пар, т.е. концентрация бозонов на переходе не обращается в нуль. Реализации такого сценария способствует то обстоятельство, что в сверхпроводниках с малой электронной плотностью слабее экранирование и сравнительно мала «жесткость» относительно изменений фазы, что увеличивает роль фазовых флуктуаций [16,17].

Предполагая наличие бозонов, т.е. электронных пар, на обеих сторонах сверхпроводящего перехода, модель БЭК не обсуждает механизм их появления выше T_c . Можно, например, предположить, что они появляются независимо друг от друга в результате куперовского взаимодействия, а их относительное количество определяется бальмановским фактором $\exp(-\Delta/T)$. При повышении температуры $T \gg \Delta$ их становится экспоненциально мало.

Как только признается существование некоррелированных электронных пар в диссипативной среде, то сразу вопрос о возможной локализации этих пар становится совершенно естественным, а ответ зависит от уровня беспорядка. Равновесная концентрация электронных пар означает наличие щели или, по крайней мере, минимума на уровне Ферми в плотности одночастичных состояний электронной системы. Измерения плотности состояний по обе стороны от сверх-

проводящего перехода и поиски минимума на уровне Ферми на несверхпроводящей стороне представляют собой перспективное направление экспериментальных исследований.

4. Экспериментальные свидетельства существования локализованных пар

В предыдущих разделах были определены два возможных типа экспериментов по выявлению локализованных пар в однородно разупорядоченных материалах. В этом разделе будет сделан обзор существующего экспериментального материала.

4.1. Отрицательное магнитосопротивление

Наиболее естественно искать локализованные пары в тех материалах, которые после разрушения сверхпроводимости становятся высокорезистивными, т.е. в окрестности перехода сверхпроводник–изолятор. Мы будем говорить о двух группах таких материалов: ультратонкие пленки с толщиной b , выступающей в роли управляющего параметра (сверхпроводящие при больших b и изоляторы при малых b), и материалы с изменяемым составом, который можно каким-то образом контролировать. Во второй группе материалов управляющим параметром обычно является электронная концентрация и/или уровень беспорядка. В обеих группах в качестве управляющего параметра можно использовать магнитное поле B .

Рассмотрим более подробно возможные последствия разрушения локализованных пар полем для электронного транспорта. Во-первых, энергия связи имеет дисперсию: она зависит от конкретных значений случайного потенциала в окрестности точки локализации \mathbf{r}_i , как и энергия этого электрона $\varepsilon^{(1)}$ при выключенном парном сверхпроводящем взаимодействии:

$$\varepsilon(\mathbf{r}_i) = \varepsilon^{(1)}(\mathbf{r}_i) - \Delta_L(\mathbf{r}_i). \quad (21)$$

По определению $\varepsilon(\mathbf{r}_i) < \varepsilon_F$. Однако $\varepsilon^{(1)}(\mathbf{r}_i)$ может быть как меньше, так и больше ε_F . В первом случае, $\varepsilon^{(1)}(\mathbf{r}_i) < \varepsilon_F$, после разрушения парных корреляций полем и обращения Δ_L в нуль электрон останется локализованным в точке \mathbf{r}_i . Его вклад в проводимость увеличится в соответствии с уравнением (6), но проводимость останется прыжковой. Во втором случае, $\varepsilon^{(1)}(\mathbf{r}_i) > \varepsilon_F$, электрон делокализуется, и его вклад в проводимость станет металлическим.

Для того чтобы можно было соотнести наблюдаемое отрицательное магнитосопротивление и локализацию электронных пар на примесных центрах или дефектах, нужно убедиться в отсутствии гранулированной структуры. Для всех материалов, о которых будет идти речь, это было проверено специальными экспериментами.

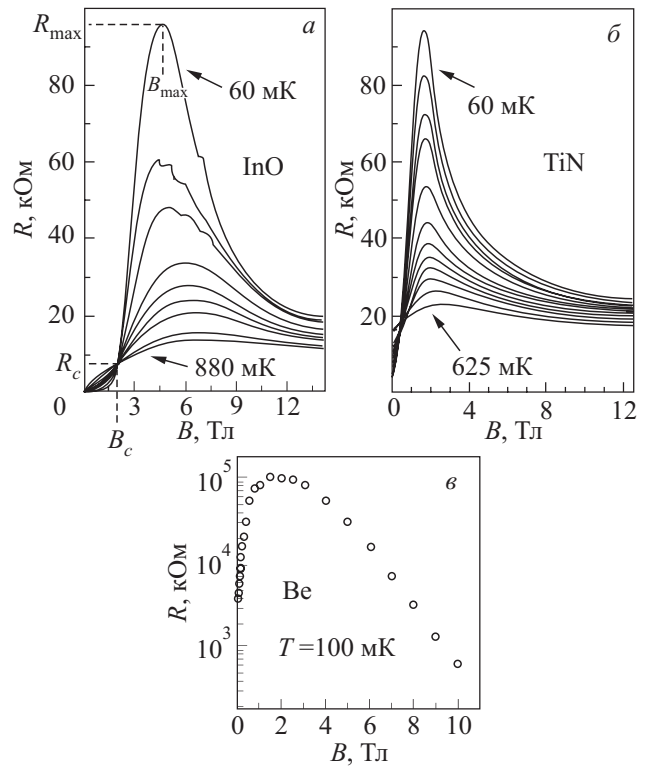


Рис. 3. Отрицательное магнитосопротивление в перпендикулярном поле в пленках различных материалов, сверхпроводящих в отсутствие поля: пленка In–O толщиной 20 нм [19] (а); пленка Ti–N толщиной 5 нм [22] (б); пленка аморфного Be толщиной, чуть меньше критической, так что сопротивление в нулевом поле отлично от нуля [23] (в).

Впервые отрицательное магнитосопротивление интересующего нас типа наблюдалось на аморфных пленках In–O [18], в которых было предварительно тщательно проверено отсутствие гранулированной структуры. Эти пленки удобны тем, что в них можно сравнительно просто менять электронную концентрацию и при разных концентрациях исследовать зависимость сопротивления от температуры и магнитного поля. Впоследствии отрицательное магнитосопротивление в In–O было подробно исследовано в работах [19,20]. Пример получающейся на In–O зависимости сопротивления от поля $R(B)$ приведен на рис. 3,а. Поле B_c , в котором пересекаются все кривые, снятые при разных температурах, называется критическим; в полях $B < B_c$ образец находится в сверхпроводящем состоянии, а в поле B_c происходит фазовый переход. Сопротивление R_c в критическом поле по порядку величины равно нормальному сопротивлению пленки.

Если поле B незначительно выше B_c , то образец находится в критической окрестности фазового перехода. Пропустим пока эту область (мы вернемся к ней ниже, в конце разд. 4). Несколько подняв магнитное поле (на рис. 3,а следует взять поле $B \sim B_{max}$), можно определить состояние образца экстраполяцией

$R^{-1}(T) \equiv \sigma(T) \xrightarrow{T \rightarrow 0} \sigma(0)$. В эксперименте, представленном на рис. 3,а, из такой экстраполяции следует, что область изолятора сменяется при поле 10 Тл металлической областью.

Свойства образовавшегося состояния, как изолятора, можно охарактеризовать отношением R_{\max}/R_c при некоторой достаточно низкой температуре. Для пленки на рис. 3,а это отношение чуть больше одного порядка при 70 мК. Авторам работы [20] удалось найти состояние, в котором при температуре в 70 мК рост сопротивления по сравнению с критическим $R_c \approx 5$ кОм превысил 5 порядков. Температурные зависимости сопротивления в широком интервале полей носили активационный характер:

$$R(T) = R_0 \exp(T_0 / T). \quad (22)$$

Энергия активации T_0 зависела от магнитного поля B , достигая максимума около 1,7 К в поле B_{\max} . При увеличении поля в области $B > B_{\max}$ энергия активации постепенно падала.

Итак, аморфные квазиоднородные, т.е. не гранулированные, пленки In–O с дефицитом кислорода вели себя следующим образом:

- становились изолятором после разрушения сверхпроводимости магнитным полем и оставались им в широком диапазоне полей;
- при росте поля индуцированная температурой проводимость этих пленок постепенно уменьшалась;
- в достаточно сильном поле происходил переход изолятор–металл [19], либо образец подходил очень близко к металлическому состоянию [20];
- сопротивление в сильном поле почти возвращалось на уровень R_c .

Все эти свойства укладываются в картину локализованных пар, электроны в которых локализованы лишь благодаря сверхпроводящему взаимодействию, потому что их одночастичная энергия $\varepsilon^{(1)}$, входящая в уравнение (21), положительна. Если на том же материале, аморфном In–O, взять в качестве исходного состояния, которое в нулевом поле уже является изолятором, то в нем тоже можно наблюдать отрицательное $\varepsilon^{(1)}$: в поле 15 Тл сопротивление оставалось активационным, изменяясь по закону Мотта — уравнению (2) с $\nu = 4$ [21].

То, что $\partial R / \partial B < 0$ в очень широкой области магнитных полей, объясняется двумя обстоятельствами. Во-первых, величина Δ_L уменьшается с ростом поля постепенно:

$$\Delta_L(B) = \Delta_L(0) - \tilde{g} \mu_B B \quad (23)$$

(\tilde{g} — эффективный g -фактор, а μ_B — магнетон Бора). Во-вторых, величина $\Delta_L(0)$ сама имеет дисперсию, о которой мы уже упоминали в связи с уравнением (21).

Возникает естественный вопрос, насколько это явление универсально, т.е. всегда ли переход сверхпроводник–изолятор в однородной неупорядоченной системе сопровождается пиком сопротивления и отрицательным магнитосопротивлением в сильных магнитных полях. Как видно на рис. 3, аналогичное поведение магнитосопротивления наблюдается также на пленках Ti–N, а также на ультратонких пленках Ве. Похоже на пленки Ве ведет себя двумерная сверхпроводящая электронная система на интерфейсе между двумя слоистыми оксидами, LaAlO₃ и SrTiO₃, каждый из которых является изолятором: эта двумерная система при большой концентрации носителей является сверхпроводником, а при малой — изолятором. Приложение нормального магнитного поля к этому интерфейсу-изолятору приводит сначала к росту, а затем к падению магнитосопротивления до значений, существенно меньших исходного сопротивления при $B = 0$ [24].

Тем не менее близости перехода изолятор–сверхпроводник для появления локализованных пар в изоляторе, по-видимому, недостаточно. Классический пример, изученный наиболее подробно, это ультратонкие пленки аморфного Вi, на которых собственно говоря и была разработана методика наблюдения переходов сверхпроводник–изолятор [25]. В обычных ультратонких пленках аморфного Вi, напыленных с предосторожностями для предотвращения образования гранул,

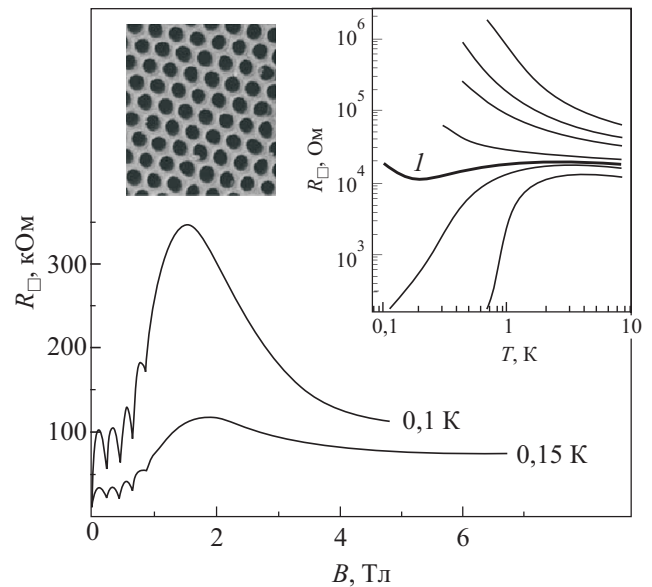


Рис. 4. Вверху слева: подложка из оксида алюминия, на которую пошагово напыляли пленку Вi, последовательно утолщая ее; радиус отверстий r_{hole} около 27 нм, расстояние между центрами около 100 нм. Вверху справа: изменения температурных зависимостей сопротивления аморфных пленок Вi по мере увеличения их толщины b (сверху вниз); толстой линией (I) выделена кривая, зависимости сопротивления от поля которой при двух разных температурах показаны внизу [29].

переход всегда наблюдается, а отрицательное магнитосопротивление если и есть, то на уровне одного процента [26–28]. Вместе с тем, именно аморфный Вi дает дополнительный материал для раздумий. Пленки Вi, напыленные по стандартной методике на перфорированную подложку, демонстрируют и переход, и отрицательное магнитосопротивление [29] — см. рис. 4. На рисунке видны также осцилляции в малых полях, связанные с так называемыми фрустрациями. Мы вернемся к фрустрациям ниже, в разд. 4.3. Здесь их можно рассматривать просто как свидетельство наличия в пленке решетки отверстий.

Итак, мы полагаем, что пик магнитосопротивления и отрицательное магнитосопротивление в сильных полях на стороне изолятора в окрестности перехода сверхпроводник–изолятор являются убедительным признаком локализации пар, т.е. парных корреляций локализованных носителей. На основании одного эксперимента [29] трудно сказать, привело ли к локализации пар на пленках аморфного Вi именно наличие отверстий в пленке или что-то другое. Однако, несомненно, существуют факторы, способные усилить или ослабить парные корреляции локализованных носителей в конкретном материале. К этому вопросу мы вернемся в разд. 5, а об экспериментах на перфорированной подложке еще поговорим в конце разд. 4.3.

4.2. Энергия связи электронных пар — сверхпроводящая псевдощель

Сформулируем определение, которого мы здесь будем придерживаться. Псевдощелью будем называть вызванный сверхпроводящим взаимодействием минимум в плотности одночастичных состояний $g(\epsilon)$ на ферми-уровне в системе, которая не находится в когерентном бездиссипативном состоянии. Под это определение попадают, во-первых, давно и хорошо известный минимум $g(\epsilon)$ во флуктуационном режиме обычных сверхпроводников при $T > T_c$ [15], а также, во-вторых, состояния идеального двумерного сверхпроводника в нулевом магнитном поле в интервале температур (18), в котором с куперовскими парами сосуществуют вихри, вызывающие диссипацию. Конечный интервал температур, аналогичный (18), существует и при наличии беспорядка, и в магнитном поле.

Принципиально новой возможностью образования псевдощели является влияние на функцию $g(\epsilon)$ локализованных пар. До недавнего времени экспериментальных измерений $g(\epsilon)$ и псевдощели в ней в окрестности переходов сверхпроводник–изолятор не было. Недавно, однако, такие исследования появились, с использованием низкотемпературной сканирующей туннельной микроскопии. Ее замечательные возможности и в то же время ее проблемы хорошо видны на при-

мере работы [30], в которой были исследованы пленки TiN.

Измерения были проведены на пленках TiN толщиной 5 нм. Параллельно с вольт-амперной характеристикой при каждой температуре измеряли сопротивление. Это позволяло сопоставить эволюцию плотности состояний $g(\epsilon)$ с резистивной кривой перехода (см. рис. 5).

Результаты сопоставления выглядят следующим образом. При самых низких температурах кривая плотности состояний выглядит как обычно в сверхпроводниках: провал до нуля в области $\epsilon_F \pm \Delta$ и два когерентных пика по бокам. При появлении диссипации (где-то в районе перехода БКТ — см. для сравнения рис. 2) когерентные пики сходят на нет, а минимум в окрестности ϵ_F становится менее глубоким. В этой области куперовские пары движутся в газе вихрей и антивихрей, вызывающих флуктуации фазы параметра порядка. Часть электронов из окрестности уровня Ферми связана в пары, что уменьшает плотность одночастичных состояний, а когерентности нет.

Затем минимум функции $g(\epsilon)$ расплывается, но сохраняется до сравнительно высоких температур. Про-

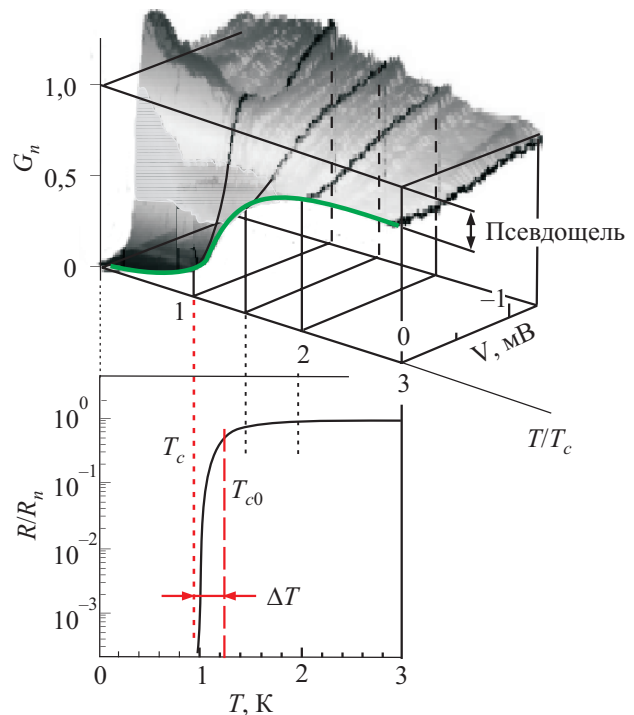


Рис. 5. Плотность состояний вблизи ферми-уровня в зависимости от температуры на пленке TiN (G_n — нормализованная дифференциальная проводимость); черными линиями на поверхности $G_n(T, V)$ выделены графики $G_n(T)$ при четырех температурах: $T_c \approx 1$ К, $1,5T_c$, $2T_c$ и $3T_c$, [30]. Для сравнения внизу приведена в соответствующем масштабе резистивная кривая сверхпроводящего перехода (T_c — температура перехода БКТ, T_{c0} — температура сверхпроводящего перехода, ΔT — интервал температур (18); ср. рис. 2).

блема в том, что здесь трудно различить, свидетельствует ли этот минимум о наличии локализованных пар или он вызван сверхпроводящим взаимодействием в куперовском канале, т.е. обычными сверхпроводящими флуктуациями, или даже поправкой к $g(\epsilon)$ Аронова–Альтшулера [31], обусловленной межэлектронным взаимодействием в диффузионном канале и вообще не имеющей отношения к сверхпроводимости. Как известно, эта поправка увеличивается при росте беспорядка, превращаясь в кулоновскую щель на переходе нормальный металл–изолятор. Надо полагать, что для надежного выделения эффекта от локализованных пар придется совместить туннельную спектроскопию с сильным магнитным полем.

4.3. Размер локализованных пар

Еще одним экспериментальным проявлением существования локализованных пар является наличие фрустрационных осцилляций на перфорированной пленке, находящейся в состоянии изолятора [32]. Ультратонкие пленки Vi наносили на корундовую подложку с отверстиями радиусом $r_{\text{hole}} = 23$ нм, образующими периодическую решетку с периодом 95 нм (см. рис. 4). Для сопряжения пленки с подложкой использовали слой аморфного Ge, поверх которого дополнительно напыляли 1 нм Sb. Для контроля рядом находилась подложка без отверстий, на которую напыление производилось параллельно и которая также тестировалась после каждого утолщения пленки Vi .

Появление осцилляций удобно объяснить, пользуясь понятием фрустрации — среднего числа квантов магнитного потока Φ_0 на одну элементарную ячейку решетки отверстий:

$$f = BS / \Phi_0, \quad \Phi_0 = (2\pi\hbar) / 2e, \quad (24)$$

где S — площадь элементарной ячейки. Соотношение (24) позволяет измерять магнитное поле в единицах f . При целых фрустрациях $f = 1, 2, \dots$ все поле сосредоточено в отверстиях, так что в пленке его нет, а неоднородность поля поддерживается экранирующими токами. Согласно классической электродинамике, это означает, что вокруг отверстий текут незатухающие токи, а из периодичности осцилляций и условий квантования (24) следует, что токи формируются носителями заряда $2e$, т.е. электронными парами.

Для анализа, результаты которого приведены на рис. 6, выбрано состояние, находящееся чуть глубже в области изолятора, чем то, для которого на рис. 4 были приведены кривые магнитосопротивления. Как видно на рис. 6,а, сопротивление в этом состоянии растет с понижением температуры экспоненциально с энергией активации около 5 К. В то же время, на пленке в этом состоянии имеются фрустрационные осцилляции. Их характеризует рис. 6,б: кривая с белыми точками пока-

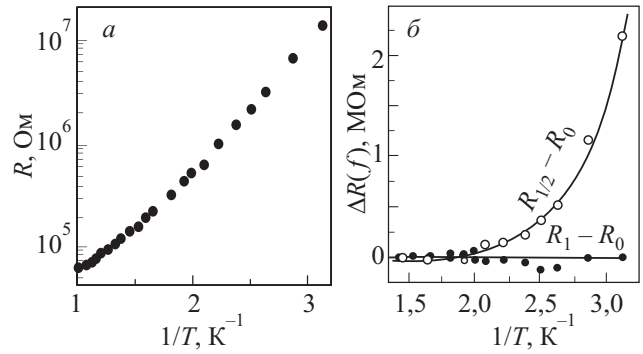


Рис. 6. Поведение перфорированной пленки Vi на несверхпроводящей стороне квантового перехода. Температурная зависимость сопротивления пленки, показывающая, что пленка находится в состоянии изолятора (а); температурные зависимости добавки к сопротивлению $\Delta R = R_f - R_0$ пленки с решеткой отверстий в полях $f = 1/2$ и $f = 1$ по сравнению с сопротивлением R_0 в отсутствие поля [32] (б).

зывает, как амплитуда осцилляций нарастает с понижением температуры, а кривая с черными точками свидетельствует об отсутствии монотонного хода в области первых осцилляций. Таким образом, из рис. 6,б следует, что на масштабах решетки отверстий \sqrt{S} есть сверхпроводящие токи, а согласно рис. 6,а, на масштабе образца нет ни сверхпроводящих токов, ни проводимости вообще.

Предположим, что решетка отверстий не повлияла на квазиоднородность пленки вблизи перехода сверхпроводник–изолятор и что в непосредственной близости от перехода на стороне изолятора есть локализованные пары с длиной локализации Λ_2 , удовлетворяющей неравенству (5). Это позволяет интерпретировать эксперимент [32] как измерение нижней границы длины локализации пар Λ_2 в конкретной пленке при конкретных значениях управляющих параметров, которые приведены на рис. 6:

$$r_{\text{hole}} < \Lambda_2. \quad (25)$$

В соответствии с этой интерпретацией: на более высокоомных пленках, находящихся глубже в области изолятора, фрустрационных осцилляций уже нет, их можно наблюдать только близко к переходу. Теоретического понимания такого «локального эффекта Мейснера» в макроскопическом изоляторе пока не существует. В частности, неясно, какие дополнительные ограничения на возможность наблюдения эффекта может наложить сверхпроводящая глубина проникновения.

Вернемся теперь к положительному магнитосопротивлению в In-O (рис. 3,а) на левом склоне пика магнитосопротивления в интервале полей

$$B_c > B > B_{\text{max}}. \quad (26)$$

Его можно качественно объяснить постепенным уменьшением длины Λ_2 при смещении от перехода вглубь области изолятора. Предполагается, что проводимость в интервале полей (26) определяется диффузией и прыжками локализованных пар. Поэтому уменьшение Λ_2 при росте поля в этом интервале сопровождается уменьшением вероятности прыжков и ростом сопротивления. При этом, однако, есть и противоположный эффект воздействия поля на Λ_2 : рост поля приводит к уменьшению энергии связи и росту a_{2B} , а потому к росту Λ_2 . Вероятно, наличие двух противоположных эффектов приводит к расширению интервала (26); его правый край B_{\max} определяется условием $\Lambda_2 \approx a_{2B}$, при котором первый фактор перестает работать.

5. Дополнительные факторы, способствующие локализации пар

В простейшем случае электроны, составляющие пару, могут быть локализованы в одной большой яме случайного потенциала. От маленькой гранулы эта конфигурация отличается лишь отсутствием высокого барьера по своему периметру. Существенным ограничением для реализации спаривания в такой яме является объем, занимаемый локализованным электроном. Формула (16) устанавливает нижний предел b_2 размера изолированной гранулы $b > b_2$, при котором сверхпроводящее взаимодействие влияет на электронный спектр внутри нее. Для электрона, локализованного на дефекте, роль размера b играет длина локализации Λ волновой функции. Поэтому объем, занимаемый локализованным электроном, является первым важным фактором стимуляции сверхпроводящих корреляций между локализованными электронами.

Электроны пары не обязательно должны быть локализованы на одном дефекте — фононное притяжение является дальнедействующим. Однако среднее расстояние между электронами $s \sim (g_0\Delta)^{-1/3}$, которое мы оценивали в разд. 3,б при обсуждении неравенства (20), может оказаться слишком большим. Для спаривания важно, чтобы расстояние между центрами локализации было как можно меньше. Поэтому вторым важным фактором, стимулирующим спаривание, является наличие близко расположенных центров. При этом каждый из локализованных электронов должен занимать достаточно большой объем.

Рассмотрим эти два фактора.

5.1. Близость перехода металл–изолятор, реального или виртуального

Вообще говоря, разупорядоченный изолятор при изменении управляющего параметра x , например, при росте электронной концентрации, может стать либо сверхпроводником, либо нормальным металлом. Пол-

ная фазовая диаграмма охватывает не два, а три состояния электронной системы: изолятор (I), нормальный металл (M) и сверхпроводник (S). Два варианта фазовой диаграммы на плоскости (x, T) для трехмерной электронной системы изображены схематически на рис. 7,а,б. На диаграмме (а) при изменении x при нулевой температуре происходят два последовательных перехода, $I \rightarrow M \rightarrow S$. Как известно, переход металл–изолятор изображается на плоскости (x, T) в виде изолированной точки на оси абсцисс, потому что само понятие изолятора строго определено только при $T = 0$ (см., например, [34]). Поэтому вертикальный пунктир из точки $x = A$ на рис. 7,а носит условный характер. Он показывает, что в полосе I экстраполяция проводимости к $T = 0$ даст нуль, а в полосе M — конечное значение.

Если же в системе происходит одноступенчатый переход $I \rightarrow S$, то виртуальная точка $x = A$ в сверхпроводящей области все равно есть: если бы можно было выключить сверхпроводящее взаимодействие, система при росте x не осталась бы изолятором, а стала бы нормальным металлом при другом значении управляющего параметра. Этот вариант изображен на рис. 7,б.

Реально точки A и B в обоих случаях расположены близко друг к другу, так что порой требуются серьезные экспериментальные усилия для того, чтобы определить, какой вариант реализуется в данной системе. Поскольку областью возможного появления локализованных пар является окрестность точки B , близость точки A оказывает на процессы спаривания серьезное влияние. Впервые на это было указано в работе [35], авторы которой впоследствии детально обосновали и развили свою модель [36]. Механизм влияния можно описать следующим образом.

Вдали от перехода металл–изолятор длина локализации Λ , входящая в асимптотику (1), определяется боровским радиусом, $\Lambda \approx a_B$. По мере приближения к переходу хвосты волновых функций (1) начинают перекрываться, а длина локализации Λ расти. Закон роста Λ по мере приближения к переходу определяется структурой волновых функций. Известно, что вблизи перехода на масштабах, меньших Λ , волновые функции имеют фрактальный характер с фрактальной размерностью $D_f < 3$; согласно численным расчетам [37], вблизи стандартного 3D перехода Андерсона $D_f = 1,30 \pm 0,05$. Фрактальность волновой функции собственно и увеличивает ее характерный размер Λ , сохраняя объем, в котором квадрат модуля волновой функции отличен от нуля. Специальные вычисления, проведенные в работе [36], показали, что куперовское спаривание реализуется и на таких фрактальных волновых функциях.

На языке фазовых диаграмм (а) и (б) на рис. 7 можно сказать, что слева от точки A существует интервал значений управляющего параметра, в котором волно-

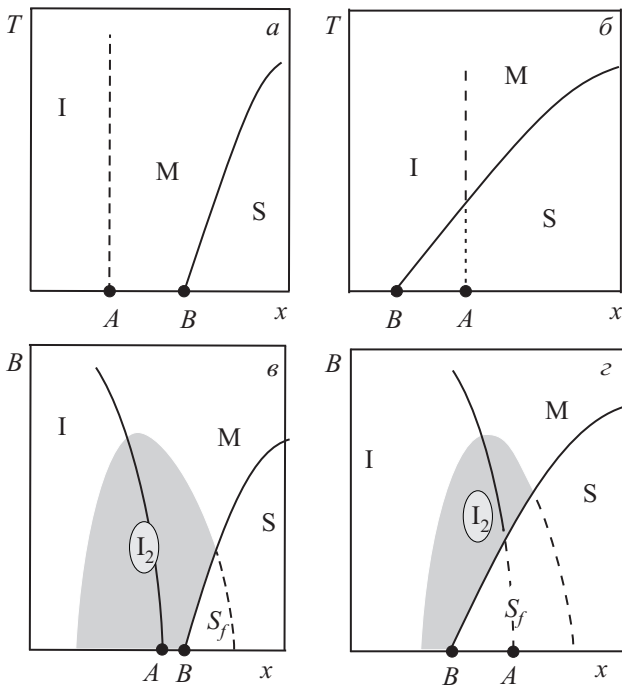


Рис. 7. Два варианта фазовой диаграммы изолятор–металл–сверхпроводник (I–M–S) на плоскости (x, T) в нулевом магнитном поле (а), (б); два соответствующих варианта фазовой диаграммы на плоскости (x, B) при $T = 0$. Серым выделены области I_2 , в которых фрактальные волновые функции стимулируют сверхпроводящее взаимодействие между локализованными электронами. S_f — предполагаемые области фрактальной сверхпроводимости (в), (г).

вые функции локализованных нормальных электронов разбухают из-за фрактальности и потому подвержены воздействию сверхпроводящего взаимодействия; левый конец этого интервала определяется равенством $\delta\epsilon = \hbar\omega_D$.

Волновые функции электронов имеют фрактальный характер по обе стороны от перехода Андерсона. На металлической стороне тоже есть длина, расходящаяся на переходе; обычно ее называют корреляционной длиной и обозначают буквой ξ . При удалении от перехода она, уменьшаясь, переходит в длину свободного пробега l (ср. с неравенствами (3) и (5)):

$$l \leq \xi \leq \infty. \tag{27}$$

Различия имеются лишь на больших расстояниях $r \gg \xi$, где волновые функции вместо экспоненциального затухания (1) ведут себя как у обычных делокализованных электронов.

Таким образом, близость перехода металл–изолятор способствует образованию локализованных пар в окрестности перехода сверхпроводник–изолятор.

На рис. 7, в, г серым цветом выделены области I_2 на плоскости (x, B) , в которых фрактальность волновых функций облегчает условия для спаривания локализо-

ванных электронов. Сверху эти области ограничены процессами разрушения пар магнитным полем. На диаграмме (в) эта область в основном левее точки B , а на диаграмме (г) — в основном правее. Если основываться на экспериментальных данных по отрицательному магнитосопротивлению, то можно заключить, что оба варианта фазовой диаграммы реализуются на практике: вариант (в) в пленках Ve и гетероструктуре $\text{LaAlO}_3/\text{SrTiO}_3$, а вариант (г) в InO и TiN (об этом свидетельствуют и другие экспериментальные данные, собранные в обзоре [4]).

На рис. 7, в, г отмечены также чрезвычайно интересные сверхпроводящие области S_f . В работах [35] и [36] они называются областями фрактальной сверхпроводимости. Изучение фрактальной сверхпроводимости, по-видимому, дело будущего.

5.2. «Химическая предрасположенность» к локализации пар

Известно, что наличие корреляций в случайном потенциале может коренным образом менять локализационные свойства среды. Особенно ярко это проявляется в одномерном случае. Например, если примеси располагаются в виде пар с фиксированным расстоянием между ними, то, несмотря на случайное расположение этих пар, в электронном спектре появляются значения энергии, при которых электрон остается делокализованным (димерная модель [33]). По-видимому, корреляции случайного потенциала могут играть важную роль и при формировании локализованных пар.

Рассмотрим для примера аморфный In-O . Структурным элементом этого материала является конфигурация из пяти атомов $[\text{2In}+\text{3O}]$, внутри которой все валентные электроны задействованы в ковалентных связях, как в молекуле In_2O_3 , и поэтому сильно связаны. Химический состав реального аморфного вещества описывается формулой $\text{In}_2\text{O}_{3-x}$. Доля x структурных единиц имеет вакансию кислорода, а два валентных электрона в непосредственной окрестности каждой вакансии слабо связаны с ионным остовом и легко делокализуются, оставляя попарно скоррелированные ямы в случайном потенциале (см. рис. 8).

Введем вероятность $\beta = n(Q(r)+1)d^3r$ нахождения локализованного электрона в объеме d^3r при условии, что другой электрон локализован в начале координат $r = 0$. Здесь $Q(r)$ — парная корреляционная функция (если положения всех локализованных электронов статистически независимы, то $Q(r) \equiv 0$), а n — концентрация электронов, которые не задействованы в ковалентных связях и могут делокализоваться или локализоваться; для оценки можно считать, что $n = 2xV^{-1}$, где V — средний объем, приходящийся на одну структурную единицу, приблизительно равный объему V_0 элементарной ячейки кристалла In_2O_3 , $V \approx V_0 \approx 10^3 \text{ \AA}^3$, так что $n \approx 2x \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$. Функция

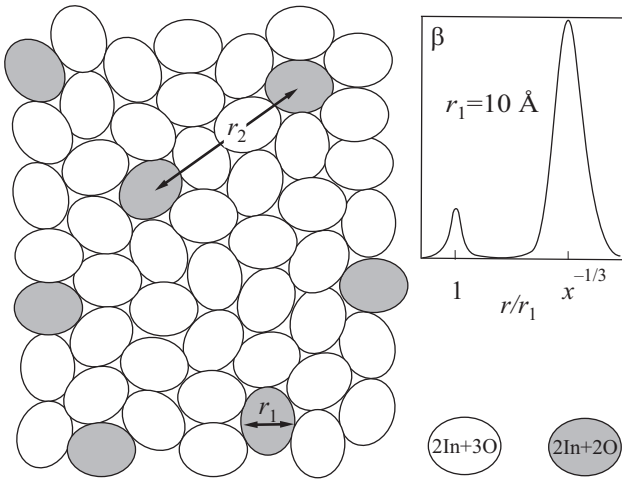


Рис. 8. Схематическое изображение распределения вакансий кислорода в аморфном $\text{In}_2\text{O}_{3-x}$. В каждой зачерненной области могут локализоваться два электрона. На графике функция $\beta(r)$ — вероятность того, что на расстоянии r от одного локализовавшегося электрона находится другой.

$\beta(r)$ схематически изображена в верхнем правом углу рис. 8. Положение первого максимума определяется средним размером структурной единицы, $r_1 \approx 10 \text{ \AA}$, а положение второго — концентрацией вакансий кислорода, $r_2 \approx r_1 x^{-1/3}$. Наличие максимума при сравнительно малом $r_1 < n^{-1/3}$ обуславливает «предрасположенность», упомянутую в заглавии раздела.

Автор благодарен В.Т. Долгополову за ценные замечания. Работа выполнена в рамках Госконтракта 02.740.11.0216 Министерства науки РФ.

1. A. Gold, *Phys. Rev.* **A33**, 652 (1986).
2. M.P.A. Fisher, P.B. Weichman, G. Grinshtein, and D.S. Fisher, *Phys. Rev.* **B40**, 546 (1989).
3. V.M. Loktev, R.M. Quick, and S.G. Sharapov, *Phys. Rep.* **349**, 1 (2001).
4. В.Ф. Гантмахер, В.Т. Долгополов, *УФН* **180**, 3 (2010).
5. J.-J. Kim, J. Kim, and H.J. Lee, *Phys. Rev.* **B46**, 11709 (1992).
6. M.T. Tuominen, J.M. Hergenrothen, T.S. Tighe, and M. Tinkham, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1997 (1992).
7. P. Lafarge, P. Joetz, D. Esteve, C. Urbina, and M.H. Devoret, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 994 (1993).
8. K.A. Matveev and A.I. Larkin, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3749 (1997).
9. В.Л. Березинский, *ЖЭТФ* **59**, 907 (1970) [*Sov. Phys. JETP* **32**, 493 (1970)].
10. J.M. Kosterlitz and D.J. Thouless, *J. Phys.* **C6**, 1181 (1973).
11. A.T. Fiory, A.F. Hebard, and W.I. Glaberson, *Phys. Rev.* **B28**, 5075 (1983).
12. B.I. Halperin and D.R. Nelson, *J. Low Temp. Phys.* **36**, 599 (1979).

13. C.S. Koonce, M.L. Cohen, J.F. Schooley, W.R. Hosler, and E.R. Pfeifer, *Phys. Rev.* **163**, 380 (1967).
14. M.R. Schafroth, *Phys. Rev.* **100**, 463 (1955).
15. А.А. Варламов, А.И. Ларкин, *Теория флуктуаций в сверхпроводниках*, изд-во «Добросвет», Москва (2007); [A. Varlamov and A. Larkin, *Theory of Fluctuations in Superconductors*, Oxford Univ. Pr. (2009)].
16. V.J. Emery and S.A. Kivelson, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3253 (1995).
17. V.J. Emery and S.A. Kivelson, *Nature* **374**, 434 (1995).
18. M.A. Paalanen, A.F. Hebard, and R.R. Ruel, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1604 (1992).
19. V.F. Gantmakher, M.V. Golubkov, V.T. Dolgoplov, A.A. Shashkin, and G.E. Tsydynzhapov, *Pis'ma ZhETF* **71**, 693 (2000) [*JETP Lett.* **71**, 473 (2000)].
20. G. Sambandamurthy, L.W. Engel, A. Johansson, and D. Shahar, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 107005 (2004).
21. V.F. Gantmakher, M.V. Golubkov, J.G.S. Lok, and A.K. Geim, *ZhETF* **109**, 1765 (1996) [*JETP* **82**, 951 (1996)].
22. T.I. Baturina, C. Strunk, M.R. Baklanov, and A. Satta, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 127003 (2007).
23. Wenhao Wu, *AIP Conference Proceeding (LT24)* **850**, 995 (2006).
24. A.D. Caviglia, S. Gariglio, N. Reyren, D. Jaccard, T. Schneider, M. Gabay, S. Thiel, G. Hammerl, J. Mannhart, and J.-M. Triscone, *Nature* **456**, 624 (2008).
25. Y. Liu, D.B. Haviland, B. Nease, and A.M. Goldman, *Phys. Rev.* **B47**, 5931 (1993).
26. S.-Y. Hsu, J.A. Chervenak, and J.M. Valles, Jr., *Phys. Rev. Lett.* **75**, 132 (1995).
27. K.A. Parendo, L.M. Hernandez, A. Bhattacharya, and A.M. Goldman, *Phys. Rev.* **B70**, 212510 (2004).
28. K.A. Parendo, K.H. Sarwa, B. Tan, and A.M. Goldman, *Phys. Rev.* **B73**, 174527 (2006).
29. H.Q. Nguyen, S.M. Hollen, M.D. Stewart, Jr., J. Stainline, Aijun Yin, J.M. Xu, and J.M. Valles, Jr., *Phys. Rev. Lett.* **103**, 157001 (2009).
30. B. Sacépé, C. Chapelier, T.I. Baturina, V.M. Vinokur, M.R. Baklanov, and M. Sanquer, *arXiv: 0906.1193*.
31. B.I. Altshuler and A.G. Aronov, in: *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems*, A.L. Efros and M. Pollak (eds.), North-Holland (1985).
32. M.D. Stewart, Jr., A. Yin, J.M. Xu, and J.M. Valles, Jr., *Science* **318**, 1273 (2007).
33. D.H. Dunlap, H-L. Wu, and P.W. Phillips, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 88 (1990).
34. В.Ф. Гантмахер, В.Т. Долгополов, *УФН* **178**, 3 (2008).
35. M.V. Feigelman, L.B. Ioffe, V.E. Kravtsov, and E.A. Yuzbashyan, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 027001 (2007).
36. M.V. Feigelman, L.B. Ioffe, V.E. Kravtsov, and E. Cuevas, *Ann. Phys.* **325**, 1368 (2010); *arXiv: 1002.0859*.
37. A. Mildemberger, F. Evers, and A.D. Mirlin, *Phys. Rev.* **B66**, 033109 (2002).

Localized superconducting pairs

V.F. Gantmakher

Different phenomena that provide useful insight into the concept of localized superconducting pairs (behavior of grained superconductors, even effect, Berezinski–Kosterlitz–Thouless phase transition) are considered. The experimental evidence for the existence of localized pairs is presented and the conditions favouring their appearance are analysed.

PACS: **74.62.–c** Transition temperature variations, phase diagrams;
74.78.–w Superconducting films and low-dimensional structures;
74.81.–g Inhomogeneous superconductors and superconducting systems, including electronic inhomogeneities.

Keywords: Berezinski–Kosterlitz–Thouless transition, grained superconductors, localized superconducting pairs.