

Оптика полупроводников с линейным электронным спектром

Л.А. Фальковский

Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, г. Москва, 119334, Россия
Институт физики высоких давлений им. Л.Ф. Верещагина РАН, г. Троицк, 142190, Россия
 E-mail: falk@itp.ac.ru

Статья поступила в редакцию 13 сентября 2010 г.

Рассмотрена частотная дисперсия диэлектрической проницаемости графена и 3D полупроводников с узкой запрещенной зоной в области частот, больших, чем частота релаксации носителей, но малых по сравнению с шириной зоны проводимости, в зависимости от температуры и концентрации носителей. Линейность электронного спектра в широкой энергетической области, общая черта этих материалов, приводит к аномально большой величине диэлектрической постоянной 3D полупроводников, а при их легировании к логарифмической сингулярности на пороге поглощения у вещественной части диэлектрической функции. Для графена коэффициент прохождения света в оптической области определяется постоянной тонкой структуры квантовой электродинамики и не зависит от каких-либо свойств самого графена.

Розглянуто частотну дисперсію діелектричної проникності графена та 3D напівпровідників з вузькою забороненою зоною в області частот, які більші, ніж частота релаксації носіїв, але малі в порівнянні з шириною зони провідності, залежно від температури та концентрації носіїв. Лінійність електронного спектра в широкій енергетичній області, загальна риса цих матеріалів, призводить до аномально великої величини діелектричної постійної 3D напівпровідників, а при їх легуванні — до логарифмічної сингулярності на порозі поглинання у дійсній частині діелектричної функції. Для графена коефіцієнт проходження світла в оптичній області визначається постійною тонкої структури квантової електродинаміки та не залежить від яких-небудь властивостей самого графена.

PACS: 71.20.Nr Полупроводниковые соединения;
 78.20.Ci Оптические константы (включая коэффициент преломления, комплексная диэлектрическая постоянная, поглощение, коэффициенты отражения и пропускания, излучаемость);
 78.20.Bh Теория, модели и численные расчеты.

Ключевые слова: графен, 3D полупроводники, линейный электронный спектр.

Широкий интерес, который в настоящее время вызывают графен (моноатомный слой углерода с гексагональной решеткой) и двухслойный графен, объясняется, в частности, тем, что в их электронном спектре отсутствует запрещенная щель. Однако пару десятилетий назад не меньший интерес привлекали полупроводники с узкой запрещенной щелью, в особенности соединения III–V и IV–VI. Цель настоящей работы — сравнить, к каким последствиям в оптике приводит различие в размерности, равной двум у графена и трем у обычных полупроводников. Для этого мы воспользовались формулой [1]

$$\sigma_{ij}(\omega, k) = 2ie^2 \sum_{\mathbf{p}, m > n} \left\{ \frac{v_{mm}^i v_{nn}^j \{f[\epsilon_m(\mathbf{p}_-)] - f[\epsilon_m(\mathbf{p}_+)]\}}{[\epsilon_m(\mathbf{p}_+) - \epsilon_m(\mathbf{p}_-)] [\omega - \epsilon_m(\mathbf{p}_+) + \epsilon_m(\mathbf{p}_-)]} + \right.$$

$$\left. + 2\omega \frac{v_{mn}^i v_{nm}^j \{f[\epsilon_m(\mathbf{p}_-)] - f[\epsilon_n(\mathbf{p}_+)]\}}{[\epsilon_n(\mathbf{p}_+) - \epsilon_m(\mathbf{p}_-)] \{(\omega + i\delta)^2 - [\epsilon_n(\mathbf{p}_+) - \epsilon_m(\mathbf{p}_-)]^2\}} \right\}, \quad (1)$$

представляющей проводимость зонного проводника с учетом частотной и пространственной дисперсии. Эта общая квантово-механическая формула получена для случая, когда частота столкновений носителей мала по сравнению с частотой переменного поля ω , т.е. для оптической области спектра. Помимо первого — внутризонного слагаемого, которое в квазиклассическом пределе дает обычную проводимость Друде–Больцмана, формула содержит второе слагаемое, описывающее электронные переходы между зонами m и n , бесконечно малая δ определяет правило обхода полюса при суммировании (интегрировании) по электронному им-

пульсу p . Оно вносит в диэлектрическую функцию вещественную и мнимую части, причем мнимая часть, описывающая поглощение, появляется выше порога электронных переходов, тогда как вещественная часть существует по обе стороны от порога, возрастая при приближении к нему. Само значение пороговой частоты определяется величиной запрещенной щели $2\varepsilon_g$, а при большом легировании — концентрацией носителей, которая входит в формулу (1) посредством химического потенциала у функции Ферми f и в случае графена или бислоя на эксперименте [2] изменяется с помощью напряжения на «затворе».

Во всех рассматриваемых здесь случаях интегрирование по направлению импульса в формуле (1) легко выполняется для частот в оптической области $\omega \gg kv$, при этом главную роль играет межзонное слагаемое.

1. Оптическая проводимость графена

Электронный спектр графена в низкоэнергетической области имеет вид $\varepsilon_{1,2} = \pm v p$, где p — величина двумерного импульса, а $v = 10^8$ см/с. Формула (1) дает для оптической проводимости графена

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 \omega}{i\pi\hbar} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon \frac{|\varepsilon|}{\omega^2} \frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon} - \int_0^{+\infty} d\varepsilon \frac{f(-\varepsilon) - f(\varepsilon)}{(\omega + i\delta)^2 - 4\varepsilon^2} \right]. \quad (2)$$

Первое, внутризонное, слагаемое интегрируется:

$$\sigma^{\text{intra}}(\omega) = \frac{2ie^2 T}{\pi\hbar(\omega + i\tau^{-1})} \ln [2 \operatorname{ch}(\mu / 2T)], \quad (3)$$

где вместо ω мы написали $\omega + i\tau^{-1}$, чтобы учесть электронное затухание. В таком виде внутризонное слагаемое совпадает с классическим выражением Друде–Больцмана для проводимости.

Межзонное слагаемое в проводимости (2) содержит как вещественную часть (см. V.P. Gusynin, S.G. Sharapov, and J.P. Carbotte, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 256802 (2006)), которая возникает в результате обхода полюса и описывает поглощение, так и мнимую. При нулевой температуре соответствующий интеграл (2) легко берется:

$$\sigma^{\text{inter}}(\omega) = \frac{e^2}{4\hbar} \left[\theta(\omega - 2\mu) - \frac{i}{2\pi} \ln \frac{(\omega + 2\mu)^2}{(\omega - 2\mu)^2} \right], \quad (4)$$

где θ -функция выражает условие межзонных электронных переходов с порогом при $\omega = 2\mu$. Логарифмическая особенность обрезается температурой (или релаксацией носителей), и при конечной, но малой по сравнению с химическим потенциалом температуре, в (4) следует сделать замену

$$\theta(\omega - 2\mu) \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg [(\omega - 2\mu) / 2T], \quad (5)$$

$$(\omega - 2\mu)^2 \rightarrow (\omega - 2\mu)^2 + (2T)^2.$$

Здесь можно сделать два основных вывода. Во-первых, на высоких частотах, $\omega \gg (T, \mu)$, проводимость, в основном, оказывается вещественной и не зависящей от каких-либо параметров:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2}{4\hbar}.$$

Это универсальное значение отличается численно от значения, тоже универсального, которое принимает проводимость по постоянному току [2]. Во-вторых, в случае, когда в графене имеются вырожденные носители, т.е. при достаточно низких температурах и допировании, мнимая часть проводимости содержит логарифмическую сингулярность на пороге межзонного поглощения $\omega = 2\mu$, где вещественная часть испытывает конечный скачок. Эти особенности сглаживаются при повышении температуры, а также вследствие конечности длины свободного пробега носителей. Для наблюдения особенностей частота столкновений и температура должны не превышать химический потенциал.

Используя вычисленное значение проводимости, мы можем найти коэффициенты прохождения и отражения света, падающего на графен под углом Θ , сшивая амплитуды прошедшей и падающей волн [3]. На низких частотах (см. рис. 1) существенно внутризонная проводимость, которая падает с увеличением частоты. Затем при частотах $\omega > 2\mu$ коэффициент прохождения T выходит на значение, определяемое межзонными переходами и отличающееся от единицы на величину порядка постоянной тонкой структуры $\alpha = e^2 / \hbar c$:

$$T = 1 - \frac{4\pi}{c} \operatorname{Re} \sigma(\omega) \cos \Theta = 1 - \pi\alpha \cos \Theta, \quad (6)$$

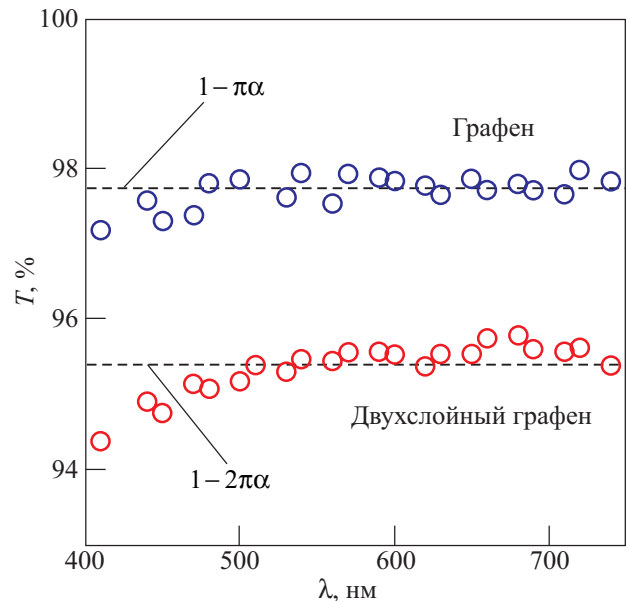


Fig. 1. Коэффициент прохождения света сквозь графеновый монослой и бислой при нормальном падении в зависимости от длины волны из работы [5].

где опущен член с логарифмической особенностью, поскольку он пропорционален квадрату постоянной тонкой структуры. Линейный по постоянной тонкой структуре эффект недавно измерен в оптической области [4,5]. Коэффициент прохождения хорошо согласуется с теоретическим значением (6) и не зависит от частоты в широком интервале видимого спектра, как это и предсказывает теория.

Эти эксперименты являются первым в физике конденсированного состояния прямым измерением постоянной тонкой структуры, а их согласие с теорией — сильным аргументом в пользу подхода к электронам в графене как к системе со слабым кулоновским взаимодействием.

2. Диэлектрическая функция полупроводников типа A_4B_6

К этой группе полупроводников относятся халькогениды свинца PbS, PbSe и PbTe. Их спектр в окрестности точки L

$$\epsilon_{1,2}(\mathbf{p}) = \pm [\epsilon_g^2 + v_\ell^2 p_z^2 + v_t^2 p_\perp^2]^{1/2} \quad (7)$$

имеет узкую запрещенную щель, а известные значения компонент скорости

$$v_\ell = 3,8 \cdot 10^7 \text{ см/с} \quad \text{и} \quad v_t = 5,1 \cdot 10^7 \text{ см/с} \quad (8)$$

почти не меняются при переходе от одного такого полупроводника к другому. Межзонные матричные элементы скорости, v_{12}^i в (1), легко находятся в рамках двухзонной модели. С помощью формулы (1) получаем для внутризонной проводимости

$$\sigma^{\text{intra}}(\omega) = \frac{-ie^2}{3\pi^2 v \omega} \times \int_{\epsilon_g}^{\epsilon_{\text{at}}} [f'(\epsilon) + f'(-\epsilon)] (\epsilon^2 - \epsilon_g^2)^{3/2} \frac{d\epsilon}{\epsilon}, \quad (9)$$

и для межзонной проводимости

$$\sigma^{\text{inter}}(\omega) = \frac{2ie^2 \omega}{3\pi^2 v} \times \int_{\epsilon_g}^{\epsilon_{\text{at}}} [f(-\epsilon) - f(\epsilon)] \frac{(\epsilon^2 - \epsilon_g^2)^{1/2}}{\omega^2 - 4\epsilon^2} \left(1 + \frac{\epsilon_g^2}{2\epsilon^2} \right) d\epsilon, \quad (10)$$

где константа v появилась в результате суммирования по четырем долинам в точках L зоны Бриллюэна:

$$\frac{1}{v} = \frac{8}{3v_\ell} + \frac{4v_\ell}{3v_t^2}.$$

Последний интеграл расходится на верхнем пределе, где нельзя использовать линейное разложение спектра. Однако основной вклад в интеграл происходит от области $\epsilon_g \ll \epsilon \ll \epsilon_{\text{at}}$. Поэтому с логарифмической точностью мы обрезали интеграл при $\epsilon = \epsilon_{\text{at}}$. Сравнение квадратичных членов, которые обычно до-

бавляют в эффективный гамильтониан, с линейными показывает, что параметр обрезания ϵ_{at} должен приблизительно равняться 8 эВ. По измеренным значениям интегралов перекрытия (8) вычисляем величину $v = 1,12 \cdot 10^7$ см/с, общую для рассматриваемых полупроводников. Наконец, диэлектрическая проницаемость $\epsilon(\omega)$ связана с проводимостью

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 + 4\pi i \sigma(\omega) / \omega, \quad (11)$$

где ϵ_0 представляет решеточный (фононный) вклад.

Интегралы (9), (10) берутся в элементарных функциях, но результаты выглядят громоздко. В предельном случае $(T, \epsilon_g) = 0$ получаем очень простой результат:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 + \frac{e^2}{3\pi\hbar v} \times \left[-\frac{4\mu^2}{\omega^2} + \ln \frac{4\epsilon_{\text{at}}^2}{|\omega^2 - 4\mu^2|} + i\pi\theta(\omega - 2\mu) \right]. \quad (12)$$

Первое слагаемое в квадратных скобках — это дробе-больцмановский внутризонный вклад, два других — результат межзонных переходов. На пороге поглощения, $\omega = 2\mu$, сингулярности межзонного вклада, как и в случае графена, обрезаются температурой и частотой столкновений носителей. Простые формулы получаются и для чистых полупроводников при нулевой температуре, когда зона проводимости пуста, а валентная — заполнена. Мнимая часть диэлектрической проницаемости отлична от нуля при $\omega > 2\epsilon_g$:

$$\epsilon''(\omega) = \frac{e^2}{3\hbar v \omega^3} (\omega^2 + 2\epsilon_g^2) \sqrt{\omega^2 - 4\epsilon_g^2}. \quad (13)$$

Из формул (12), (13) видно, что мнимая часть проницаемости выходит на постоянное значение $\epsilon''_0 = e^2/3\hbar v$ при $\omega > 2 \max(\mu, \epsilon_g)$. Используя приведенное выше v , находим значение на плато $\epsilon''_0 = 6,5$ для всех рассматриваемых полупроводников.

В случае, когда носителей нет, т.е. $\mu = 0$, выражение для вещественной части с логарифмической точностью по параметру $1/\ln(\epsilon_{\text{at}}/\epsilon_g)$ можно записать в виде

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_0 + \frac{2e^2}{3\pi\hbar v} \ln \frac{\epsilon_{\text{at}}}{\max\{\epsilon_g, \omega/2\}}. \quad (14)$$

Отсюда и из (12) видно, что по сравнению с мнимой частью вещественная часть диэлектрической проницаемости содержит большой логарифм. Она зависит от конкретного материала посредством ϵ_g и убывает при $\omega > 2 \max(\mu, \epsilon_g)$.

Следует заметить, что колебания решетки вносят в диэлектрическую функцию вклад, который на высоких частотах можно оценить как ω_{TO}^2/ω^2 , где ω_{TO} — частота поперечных фононов. Фононные частоты в

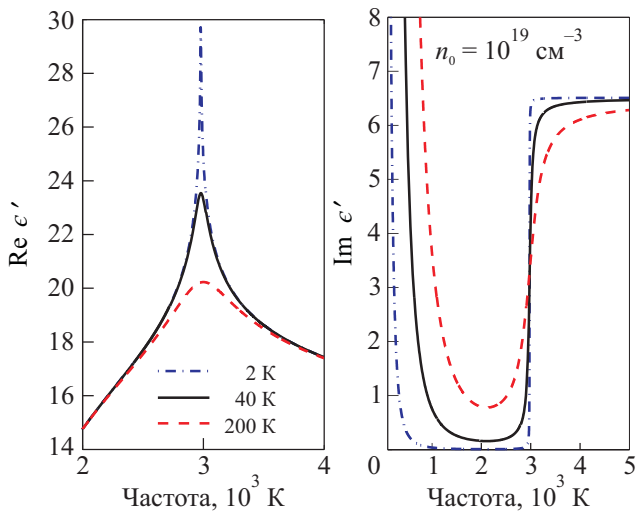


Fig. 2. Вещественная и мнимая части диэлектрической проницаемости полупроводника IV–VI; концентрация носителей (соответствующее значение химпотенциала $\mu = 1491$ К при $T = 0$ К предполагается большим по сравнению с величиной запрещенной зоны ϵ_g) и их частота столкновений (в К) указаны на рисунке.

полупроводниках IV–VI порядка 100 К, т.е. 10^{-2} эВ, а щель $2\epsilon_g \sim 0,15$ эВ. Поскольку в рассматриваемом случае фотонные частоты ω существенно выше фоновых частот, вклад колебательных степеней свободы на таких частотах следует считать пренебрежимо малым по сравнению с электронным вкладом, и вычисленное значение (14) представляет собой диэлектрическую постоянную, которую принято обозначать ϵ_∞ , положив при этом $\epsilon_0 = 1$. Формула (14) с $\epsilon_g = 0,075$ эВ, $\epsilon_{at} = 8$ эВ и $\nu = 1,12 \cdot 10^7$ см/с дает $\epsilon_\infty = 19,8$.

Графики дисперсии диэлектрической проницаемости в инфракрасной области, построенные по полученным выше формулам для типичного значения $\epsilon_g = 0,1$ эВ, представлены на рис. 2. Их можно сравнить с результатами имеющихся численных вычислений и измерений [6]. Видно, что значение на плато $\epsilon'_0 = 6,5$ и максимальное значение вещественной части $\epsilon'_{max} \simeq 20-25$, получаемые с помощью (10)–(14), в области частот $\omega < 1,2$ эВ, т.е. меньших, чем следующий за рассматриваемым фундаментальным переходом при частоте $2\epsilon_g$, воспроизводятся очень хорошо как численным вычислением, так и экстраполяцией имеющихся измеренных значений со стороны более высоких частот, где $\epsilon''(\omega)$ выходит на плато. Кроме того, видно, что вещественная часть $\epsilon'(\omega)$ убывает, когда частота превышает пороговое значение $2\epsilon_g$ в согласии с выражением (14).

3. Диэлектрическая функция InN со структурой вюрцита

Обычно зонные расчеты для полупроводников III–V сверяют с моделью Кейна, согласно которой зоны проводимости и валентная в окрестности центра зоны Бриллюэна Γ строятся из s - и p -состояний. Экспериментальные данные показывают, что расщепления валентной зоны в InN под влиянием кристаллического поля и спин-орбитального взаимодействия порядка 0,02–0,06 эВ, т.е. малы по сравнению с расстоянием $2\epsilon_g = 0,69$ эВ между s - и p -термами. Поэтому при расчетах интегральных свойств таких, как диэлектрическая функция, модель Кейна можно существенно упростить, пренебрегая расщеплением валентной зоны. У гексагонального InN в центре зоны Бриллюэна имеется четыре близкие зоны, две из которых напоминают зоны халькогенидов свинца, а две других описывают тяжелые дырки, дисперсию которых в окрестности точки Γ можно не учитывать в сравнении с дисперсией легких носителей.

С помощью формулы (1) получаем для межзонного вклада в параллельную компоненту диэлектрической функции (перпендикулярная отличается множителем P_2 / P_1)

$$\epsilon_{zz}^{inter}(\omega) = \frac{8e^2 P_1}{3\pi \hbar P_2^2} \int_{\epsilon_g}^{\epsilon_{at}} d\epsilon \sqrt{\epsilon^2 - \epsilon_g^2} \left\{ \frac{\epsilon_g^2 [f(-\epsilon) - f(\epsilon)]}{2\epsilon^2 [4\epsilon^2 - (\omega + i\delta)^2]} + \frac{f(-\epsilon_g) - f(\epsilon)}{(\epsilon + \epsilon_g)^2 - (\omega + i\delta)^2} + \frac{f(-\epsilon) - f(-\epsilon_g)}{(\epsilon - \epsilon_g)^2 - (\omega + i\delta)^2} \right\},$$

где $P_1 = 0,966$ см/с и $P_2 = 0,945$ см/с — интегралы перекрытия (с размерностью скорости) в модели Кейна вдоль тригональной оси и в перпендикулярном направлении соответственно. Первое слагаемое в фигурных скобках описывает переходы между зонами легких дырок и электронов, второе — между зонами тяжелых дырок и электронов и последнее — между зонами тяжелых и легких дырок. Интеграл, представляющий вещественную часть диэлектрической функции, расходится логарифмически на верхнем пределе и поэтому должен быть обрезан на атомном значении энергии ϵ_{at} . По разным оценкам [7,8] эта величина составляет от 8 до 15 эВ — неопределенность, которая не очень существенна при оценке логарифмического интеграла. Мы примем $\epsilon_{at} = 10$ эВ.

Мнимая часть легко вычисляется при нулевой температуре. Например, если в зоне проводимости имеются носители ($\mu > \epsilon_g$),

$$\text{Im } \epsilon_{zz}^{\text{inter}}(\omega) = \frac{4e^2 P_1}{3\hbar P_2^2} \left\{ \frac{\epsilon_g^2}{2\omega^2} \sqrt{1 - \frac{(2\epsilon_g)^2}{\omega^2}} \theta(\omega - 2\mu) + \sqrt{1 - \frac{2\epsilon_g}{\omega}} \theta(\omega - \epsilon_g - \mu) \right\}. \quad (15)$$

Подчеркнем, что порог для переходов из зоны легких дырок в зону проводимости при $\omega = 2\mu$ лежит выше порога для переходов из зоны тяжелых дырок при $\omega = \epsilon_g + \mu$. При увеличении концентрации носителей оба порога демонстрируют смещение (так называемое смещение Берштейна–Мосса) к более высоким частотам. Значение химического потенциала μ , отсчитанное от середины запрещенной щели, определяется концентрацией носителей в зоне проводимости и при нулевой температуре: $n_0 = (\mu^2 - \epsilon_g^2)^{3/2} / 3\pi^2 \hbar^3 P_1 P_2^2$.

Если же носителей нет, т.е. при $-\epsilon_g < \mu < \epsilon_g$, то мнимая часть дается предыдущим выражением (15), в котором надо заменить $\mu \rightarrow \epsilon_g$. Выше порога межзонных переходов, где $\omega \gg \epsilon_g + \mu$, мнимая часть выходит на плато:

$$\max \text{Im } \epsilon_{zz}^{\text{inter}}(\omega) = \frac{4e^2 P_1}{3\hbar P_2^2} = 3,16. \quad (16)$$

Соответствующие экспериментальные [9–11] и полученные из первых принципов [8] значения мнимой части (2,5–3,5) лежат на плато в интервале частот 1,5–4,0 эВ, что очень хорошо согласуется с нашими вычислениями. Появление плато в зависимости мнимой части диэлектрической функции от частоты является следствием линейности электронного спектра на больших по сравнению со щелью импульсах и отмечалось выше для полупроводников типа IV–VI.

Легко видеть, что в отсутствие носителей вещественная часть как функция частоты принимает максимальное значение при $\mu = \epsilon_g$:

$$\max \text{Re } \epsilon_{zz}^{\text{inter}}(\omega = 2\epsilon_g) = 1 + \frac{8e^2 P_1}{3\pi\hbar P_2^2} \times \left[\ln \frac{2\epsilon_{\text{at}}}{\epsilon_g} - \frac{\ln(3+2\sqrt{2})}{\sqrt{2}} + \frac{1}{8} \right], \quad (17)$$

а при $\omega \ll \epsilon_g$

$$\begin{aligned} \text{Re } \epsilon_{zz}^{\text{inter}}(\omega \ll 2\epsilon_g) &= \\ &= 1 + \frac{8e^2 P_1}{3\pi\hbar P_2^2} \left[\ln \frac{2\epsilon_{\text{at}}}{\epsilon_g} - 2 + \frac{1}{24} \right] = 5,18. \end{aligned} \quad (18)$$

При больших значениях μ , когда в зоне проводимости появляются носители, вещественная часть диэлектрической функции в зависимости от частоты имеет логарифмическую особенность, которая размы-

вается температурой и релаксацией носителей. Вычисление показывает, что при концентрации носителей порядка 10^{16} – 10^{17} см⁻³ вещественная часть вырастает до 6,7–7,3.

Для вещественной части находим в работе [10] экспериментальное значение $\simeq 9$ в максимуме, а для оптической константы оценку $\epsilon_\infty = 6,7$. Рассчитанные из первых принципов [8,12] значения $\epsilon_\infty(xx) = 7,03$ и $7,16$, а также для другой поляризации $\epsilon_\infty(zz) = 7,41$ и $7,27$ (в этих же двух работах соответственно) снова очень близки к тому, что дает наше вычисление для умеренно легированного InN.

Подчеркнем в заключение, что полученные здесь в явной форме аналитические результаты позволяют выяснить происхождение наблюдаемых особенностей диэлектрической проницаемости полупроводников с узкой запрещенной зоной — ее большое значение и появление логарифмического кинка у вещественной части, возникновение двух порогов поглощения при росте концентрации носителей, существование плато в поглощении выше порога. Все эти особенности, наряду с универсальностью оптической проводимости у графена, являются следствием линейности электронного спектра в широкой энергетической области.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант №. 10-02-00193), а также программой SCOPES (грант № 127320-128026). Автор благодарен Институту комплексных систем им. Макса Планка в Дрездене за гостеприимство.

1. L.A. Falkovsky and A.A. Varlamov, *Eur. Phys. J.* **B56**, 281 (2007).
2. K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, M.J. Katsnelson, I.V. Grigorieva, S.V. Dubonos, and A.A. Firsov, *Science* **306**, 666 (2004); *Nature (London)* **438**, 197 (2005).
3. L.A. Falkovsky and S.S. Pershoguba, *Phys. Rev.* **B76**, 153410 (2007).
4. A.B. Kuzmenko, E. van Heumen, F. Carbone, and D. van der Marel, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 117401 (2008).
5. R.R. Nair, P. Blake, A.N. Grigorenko, K.S. Novoselov, T.J. Booth, T. Stauber, N.M.R. Peres, and A.K. Geim, *Science* **320**, 1308 (2008).
6. E.A. Albanesi, E.L. Peltzer y Blancá, and A.G. Petukhov, *Comp. Mater. Science* **32**, 85 (2005).
7. Patric Rinke, M. Winkelkemper, A. Qteish, D. Bimberg, J. Neugebauer, and M. Scheffler, *Phys. Rev.* **B77**, 075202 (2008).
8. J. Furthmüller, P.H. Hahn, F. Fuchs, and F. Bechstedt, *Phys. Rev.* **B72**, 205106 (2005).
9. R. Goldhahn, S. Shokovets, V. Cimalla, L. Spiess, G. Ecke, O. Ambacher, J. Furthmüller, F. Bechstedt, H. Lu, and W. J. Schaff, *Mater. Res. Soc. Symp. Proc.* **743**, L5.9 (2003).
10. A. Kasic, E. Valcheva, B. Monemar, H. Lu, and W.J. Schaff, *Phys. Rev.* **B70**, 115217 (2004).

11. R. Goldhahn, A.T. Winzer, and V. Cimalla, O. Ambacher, C. Cobet, W. Richter, N. Esser, J. Furthmüller, F. Bechstedt, H. Lu, and W. J. Schaff, *Superlattices Microstruct.* **36**, 591 (2004).
12. N.E. Christensen and I. Gorczyca, *Phys. Rev.* **B50**, 4397 (1994).

Optics of semiconductors with a linear electronic spectrum

L.A. Falkovsky

The temperature and carrier concentration dependences of frequency dispersion of dielectric constant for graphene and 3D semiconductors with a narrow forbidden band are studied in the region of frequencies, which are higher than that of carrier relaxation but lower than conduction band width. The linearity of electronic spectrum in a wide energy range (the com-

mon feature of these materials) results in an abnormally high dielectric constant of 3D semiconductors and, for their doping, in a logarithmic singularity at the absorption threshold of a real part of the dielectric function. For graphene the light transmissivity in the optical region is determined by the constant of quantum electrodynamics fine structure and is independent of any property of graphene.

PACS: 71.20.Nr Semiconductor compounds;
78.20.Ci Optical constants (including refractive index, complex dielectric constant, absorption, reflection and transmission coefficients, emissivity);
78.20.Bh Theory, models, and numerical simulation.

Keywords: graphene, 3D semiconductors, linear electronic spectrum.