

Солитоны малого радиуса в магнетиках с сильной планарной анизотропией

Д.В. Филин

*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»
пр. Победы, 37, г. Киев, 03056, Украина*

Б.А. Иванов

*Институт магнетизма НАН Украины, пр. Вернадского, 3-Б, г. Киев, 03142, Украина
E-mail: bivanov@i.com.ua*

Статья поступила в редакцию 23 мая 2011 г.

Для ферромагнетиков с немалой анизотропией в базисной плоскости существуют стабильные топологические солитоны малого радиуса. Даже если планарная анизотропия достаточно сильная, пространственная анизотропия солитонного решения оказывается настолько слабой, что солитон в динамических экспериментах ведет себя так же, как и в чисто одноосной модели.

Для ферромагнетиків з немалою анізотропією у базисній площині існують стабільні топологічні солітони малого радіусу. Навіть якщо планарна анізотропія є досить сильною, просторова анізотропія солітонного рішення виявляється настільки слабкою, що солітон в динамічних експериментах поводить-ся так само, як і в чисто одновісній моделі.

PACS: 75.10.Hk Классические спиновые модели;

75.30.Ds Спиновые волны;

76.50.+g Ферромагнитный, антиферромагнитный и ферримагнитный резонансы; спин-волновой резонанс;

05.45.-a Нелинейная динамика и хаос.

Ключевые слова: солитон, топологический заряд, двумерные магнетики.

Солитонный подход является наиболее адекватным для описания существенно нелинейной динамики в физике конденсированных сред, плазмы и в теории поля. Среди различных моделей конденсированных сред, допускающих солитонные состояния, интерес к солитонам поля намагниченности ферромагнетиков (магнитным солитонам) не ослабевает в течение полувека, см. [1–3]. Одной из причин является то, что в ферромагнетиках возможны как стабильные двумерные и трехмерные солитоны, так и солитоны без топологического заряда (магнетные капли) [1,2]. В силу теоремы Хобарта–Деррика это свойство нелинейных полевых моделей весьма нетривиально, см. [1,2,4].

В последнее десятилетие наблюдается значительный рост интереса к изучению топологических солитонов — магнитных вихрей, связанный с тем, что магнитные вихри присутствуют в основном состоянии магнитных наночастиц [5]. Такие системы перспектив-

ны для применения в новых типах приборов магнитной наноэлектроники. Исследования различных аспектов динамики вихрей в наночастицах развиваются очень быстро. Здесь важно применение принципиально новых экспериментальных методов, таких как рентгеновские оптические методы с высоким пространственным и временным разрешением [6], а также огромный рост возможностей численного моделирования. Отметим и возможность возбуждения динамики вихрей спин-поляризованным током, что открывает перспективы создания наногенератора, работающего в диапазоне субгигагерц, важном для телекоммуникационных приложений [8–10], а также неньютоновский характер движения вихря в магнитных наночастицах [7]. Примеры магнитных солитонов в магнитных наноструктурах не ограничиваются вихрями. Недавно сообщалось о возбуждении при приложении спин-поляризованного тока существенно нелинейных возмущений типа лока-

лизированных солитонов [11]. Таким образом, в последние годы физика магнитных солитонов получила огромный толчок в своем развитии. Это показывает важность теоретического исследования магнитных солитонов различного типа.

Наиболее подробно изучены прецессионные солитоны [12–14], см. также [1–3], в которых вектор нормированной намагниченности \mathbf{m} , $\mathbf{m}^2 = 1$, прецессирует вокруг легкой оси (оси z) с амплитудой, зависящей от расстояния до центра солитона. В угловых переменных для \mathbf{m} , $m_z = \cos \theta$, $m_x + im_y = \sin \theta \exp(i\varphi)$, для такого солитона $\theta = \theta(r)$, $\varphi = \omega t$. Прецессия вводилась для стабилизации солитона относительно коллапса, при этом используется сохранение суммарной проекции намагниченности $M_z = [m_z d^2 x$ на легкую ось. Ясно, что этот интеграл движения разрушается при учете анизотропии в базисной плоскости магнетика. В работе [11] солитонные состояния наблюдались и при понижении симметрии задачи, например, в присутствии магнитного поля, наклоненного к оси симметрии и магнитного дипольного взаимодействия. В связи с этим представляется полезным вернуться к исследованию задачи о существовании стабильных магнитных солитонов при выходе за рамки идеализированной модели чисто одноосного ферромагнетика, для которого сохраняется M_z .

Целью настоящей работы является аналитическое исследование двумерных солитонов в магнетиках с существенным разрушением чисто одноосной симметрии задачи. В рамках стандартной модели состояние ферромагнетика описывается функционалом энергии в терминах единичного вектора намагниченности \mathbf{m}

$$W = \int d^2 x \left[\frac{1}{2} A (\nabla \mathbf{m})^2 + w(\mathbf{m}) \right], \quad (1)$$

где A — обменная константа, $w(\mathbf{m})$ — плотность энергии анизотропии. Если эта энергия имеет чисто одноосную симметрию, т.е. $w = w(m_z)$ или $w = w(\theta)$, что отвечает инвариантности относительно вращения спинов вокруг оси z , то угловая переменная φ является циклической и сохраняется M_z . Если же M_z не сохраняется, возможно использование другой симметрии, связанной с поворотом в координатном пространстве. В полярных координатах r, χ ему соответствует преобразование вида $r \rightarrow \tilde{r}$, $\chi \rightarrow \tilde{\chi} = \chi + \chi_0$. Понятно, что величину χ_0 можно рассматривать как некоторую коллективную координату, определяющую динамику намагниченности в солитоне. Лагранжиан, описывающий эту динамику, записывается в виде

$$\mathcal{L} = \frac{d\chi_0}{dt} \frac{M_0}{\gamma} \int d^2 x (1 - \cos \theta) \frac{\partial \varphi}{\partial \chi} - W\{\theta, \varphi\}, \quad (2)$$

где $W\{\theta, \varphi\}$ — функционал энергии системы (1). Обобщенный импульс, сопряженный χ_0 , совпадает с

суммарной проекцией на ось z орбитального момента поля намагниченности, L_z ,

$$L_z = \frac{M_0}{\gamma} \int (1 - \cos \theta) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \chi} \right) d^2 x, \quad (3)$$

нормированного на постоянную Планка. Энергия солитона W , выраженная в терминах L_z , (и не зависящая от χ_0), играет роль функции Гамильтона, $W \rightarrow H(L_z)$, а пара канонически сопряженных переменных L_z, χ_0 определяет переменные действие–угол, с универсальной динамикой, $\chi_0 = \omega(t - t_{0\chi})$, где $\omega = \partial H(L_z) / \partial L_z$, несущественная величина $t_{0\chi}$ далее опускается. Таким образом, солитону отвечает динамическое (но стационарное во вращающейся системе координат) состояние вида $\theta = \theta(\tilde{x}, \tilde{y})$, $\varphi = \psi(\tilde{x}, \tilde{y})$, где $\tilde{x} = x \cos \omega t - y \sin \omega t$, $\tilde{y} = x \sin \omega t + y \cos \omega t$. Частота ω совпадает с введенной ранее на основе анализа уравнения Ландау–Лифшица частотой динамики намагниченности для ротационного солитона [15].

Структура ротационного солитона определяется варьированием \mathcal{L} , что приводит к системе уравнений в частных производных для функций $\theta(r, \chi)$ и $\varphi(r, \chi)$. Аналитическое решение этой системы найти не удастся, но можно использовать вариационный подход [15] на основе пробных функций вида

$$\begin{aligned} \text{tg} \frac{\theta}{2} &= \frac{R}{r} \exp\left(-\frac{r}{b}\right) (1 + C_1 \cos 2\chi), \\ \varphi &= \chi + C_2 \sin 2\chi + \pi/2, \end{aligned} \quad (4)$$

которые зависят от четырех пробных параметров R, b, C_1, C_2 . Солитонному состоянию отвечает стационарная точка эффективного лагранжиана (2), представленного как функция пробных параметров. Оказалось, что численный анализ лагранжиана с использованием (4) сопряжен с некоторыми трудностями [15]. В задаче присутствует характерный параметр (обменная длина) $\Delta = \sqrt{A/K}$, который значительно превосходит постоянную решетки, но может быть сравним с размером солитона, например, для пермаллоя $\Delta \simeq 5$ нм. Наличие сингулярности при $r \rightarrow 0$, неизбежной для топологического солитона, и появление существенно различных пространственных масштабов ($r \sim R \ll \Delta$ и $r \sim b \sim \Delta$) существенно осложняло исследование солитонов малого радиуса $R \leq \Delta$.

В настоящей работе построено аналитическое выражение для эффективного лагранжиана (2) с учетом (4) в случае двухосного ферромагнетика с анизотропией вида $w(\theta, \varphi) = w_u(\theta) + w_p(\theta, \varphi)$, где

$$w_u = \frac{K}{2} \sin^2 \theta, \quad w_p = \varepsilon \frac{K}{2} \sin^2 \theta \sin^2 \varphi. \quad (5)$$

Выражение для \mathcal{L} представлено через весьма громоздкие формулы, которые, однако, содержат только стандартные спецфункции. Поэтому экстремумы \mathcal{L} при произвольных параметрах солитона могут быть легко найдены с помощью программного пакета «Maple». Найденные таким образом параметры солитонов для немалых радиусов солитона ($R > 0,2\Delta$) практически не отличались от полученных ранее [15]. Однако в наиболее интересном случае солитонов малого радиуса, когда численный алгоритм работ [15] работает неустойчиво, наш подход позволяет провести полное аналитическое исследование и получить простые формулы для параметров солитона.

Представим лагранжиан в виде разложения по R/Δ . Понятно, что вклад, не зависящий от R , может возникнуть только из обменной энергии, для нулевой степени R/Δ получается

$$\frac{W_{ex}}{4\pi A} = 1 + 2 \frac{1 - \sqrt{1 - C_1^2}}{\sqrt{1 - C_1^2}} + C_2^2. \quad (6)$$

Следующие члены разложения в $-\mathcal{L}_{ex} = W_{ex}$, а также динамическое слагаемое и вклад чисто одноосной анизотропии пропорциональны $(R/\Delta)^2$ и содержат только четные степени C_1 и C_2 . Линейные по C_1 и C_2 слагаемые обусловлены только планарной анизотропией $-\mathcal{L}_p = W_p = A \int (\varepsilon/2\Delta^2) \sin^2 \theta \sin^2 \varphi d^2x$. Величина \mathcal{L}_p мала по параметру R/Δ ,

$$W_p = \varepsilon A \frac{R^2}{\Delta^2} \pi [(2\lambda - 1)(1 + C_1 - C_2) - C_1], \quad (7)$$

где $\lambda \equiv \ln(b/2R) - \gamma_E$, $\gamma_E = 0,5777216$ — постоянная Эйлера. Далее при малых R/Δ можно найти параметры анизотропии солитона, C_1 и C_2 , считая остальные параметры заданными. Для этого достаточно минимизировать сумму W_p и обменной энергии в основном приближении по R/Δ , C_1 и C_2 . При этом для солитонов с малыми радиусами значения C_1 и C_2 будут также малыми,

$$\begin{aligned} C_1 &= -\varepsilon \frac{R^2}{4\Delta^2} \left[\ln\left(\frac{b}{2R}\right) - 1 - \gamma_E \right], \\ C_2 &= \varepsilon \frac{R^2}{4\Delta^2} \left[\ln\left(\frac{b}{2R}\right) - \frac{1}{2} - \gamma_E \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Эти простые формулы хорошо описывают численные данные, см. рис. 1. Величина $-\mathcal{L}$ является положительно определенной квадратичной формой C_1 и C_2 , что свидетельствует об устойчивости полученных нами решений относительно угловых возмущений [15].

Найдем теперь остальные параметры. Поскольку C_1 и C_2 пропорциональны $(R/\Delta)^2$, их вклад в лагранжиан порядка $(R/\Delta)^4$, и при записи лагранжиана с интересующей нас точностью (до членов порядка $(R/\Delta)^2$ включительно) они могут быть опущены. В

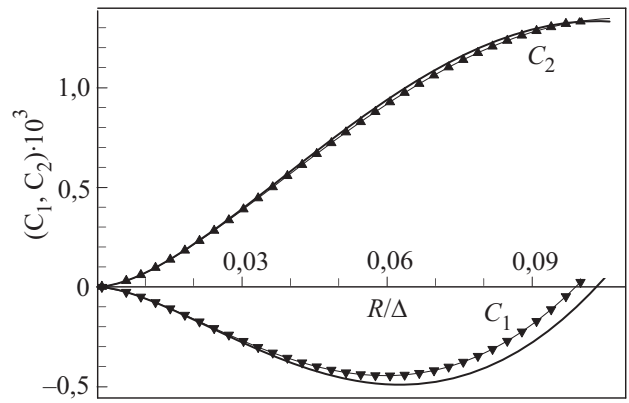


Fig. 1. Зависимость параметров анизотропии солитона C_1 и C_2 от его радиуса R для $\varepsilon=1$. Сплошными толстыми линиями представлены аналитические результаты (8), линиями с символами — данные численного анализа, см. текст.

этом приближении зависимость лагранжиана от R определяется формулой

$$\frac{\mathcal{L}}{4\pi A} = -1 + \frac{R^2}{\Delta^2} \left[\lambda \bar{\omega} - \left(\lambda - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) \right] - \frac{R^2}{b^2} \left(\lambda - \frac{1}{2}\right), \quad (9)$$

где $\bar{\omega} = \omega/\omega_0$, $\omega_0 = \gamma K/M_s$ — характерная частота. Минимизируя \mathcal{L} по параметрам R/Δ и b/Δ и учитывая, что для случая малых радиусов $\bar{\omega} \rightarrow 1 + \varepsilon/2$, получаем

$$\frac{b}{\Delta} = \frac{\sqrt{1 + \varepsilon/2}}{1 + \varepsilon/2 - \bar{\omega}}, \quad \ln\left(\frac{b}{2R}\right) = \frac{1 + \varepsilon/2}{2(1 + \varepsilon/2 - \bar{\omega})} + \gamma_E. \quad (10)$$

Полученные зависимости находятся в хорошем соответствии с данными численного расчета при ротиционной частоте $\omega > \omega_0$, что соответствует солитонным

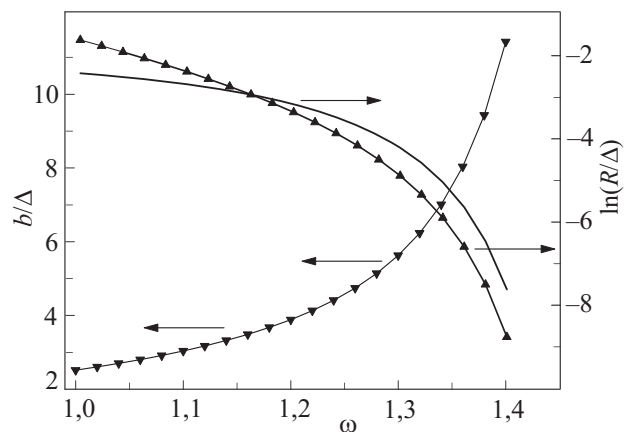


Fig. 2. Зависимость параметров солитона b/Δ (левая ось) и $\ln(R/\Delta)$ (правая ось) от частоты (в единицах ω_0) для ферромагнетика с $\varepsilon=1$. Сплошными толстыми линиями представлены аналитические результаты (10), линиями с символами — данные численного анализа.

радиусам $R < 0,2\Delta$, см. рис. 2. При $\varepsilon = 0$ они переходят в результат для одноосного магнетика [14].

Таким образом, для ферромагнетиков с сильной анизотропией в базисной плоскости существуют двумерные топологические солитоны малого радиуса, для которых частота вращения намагниченности лежит ниже частоты линейных спиновых колебаний $\omega_{\text{lin}} = \omega_0 \sqrt{1 + \varepsilon}$. Даже при немалых $\varepsilon \sim 1$ распределение намагниченности в таких солитонах близко к центрально-симметричному.

1. А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1988).
2. А.М. Kosevich, В.А. Ivanov, and А.С. Kovalev, *Phys. Rep.* **194**, 117 (1990).
3. А.Б. Борисов, В.В. Киселев, *Нелинейные волны, солитоны и локализованные структуры в магнетиках*, УроРАН, Екатеринбург (2009).
4. N. Manton and P. Sutcliffe, *Topological Solitons*, Cambridge University Press (2004).
5. R. Skomski, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, R841 (2003); *Advanced Magnetic Nanostructures*, D.J. Sellmyer and R. Skomski (eds.), Springer, Berlin (2006).
6. S.B. Choe, Y. Acremann, A. Scholl, A. Bauer, A. Doran, J. Stöhr, and H.A. Padmore, *Science* **304**, 420 (2004).
7. Б.А. Иванов, Г.Г. Аванесян, А.В. Хвальковский, Н.Е. Кулагин, К.Э. Заспел, К.А. Звездин, *Письма в ЖЭТФ* **91**, 190 (2010).
8. В.А. Ivanov and С.Е. Zaspel, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 247208 (2007).
9. Q. Mistral, M. van Kampen, G. Hrkac, J.-V. Kim, T. Devolder, P. Crozat, C. Chappert, L. Lagae, and T. Schrefl, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 257201 (2008).
10. А. V. Khvalkovskiy, J. Grollier, A. Dussaux, К.А. Zvezdin, and V. Cros, *Phys. Rev.* **B80**, 140401(R) (2009).
11. M.A. Hofer, T.J. Silva, and M.W. Keller, *Phys. Rev.* **B82**, 054432 (2010).
12. Б.А. Иванов, А.М. Косевич, *Письма в ЖЭТФ* **24**, 495 (1976); Б.А. Иванов, А.М. Косевич, *ЖЭТФ* **72**, 2000 (1977).
13. А.С. Ковалев, А.М. Косевич, К.В. Маслов, *Письма в ЖЭТФ* **30**, 321 (1979).
14. В.П. Воронов, Б.А. Иванов, А.М. Косевич, *ЖЭТФ* **84**, 2235 (1983).
15. Б.А. Иванов, *Письма в ЖЭТФ* **56**, 118 (1992); А.А. Жмудский, Б.А. Иванов, *Письма в ЖЭТФ* **65**, 899 (1997); *ЖЭТФ* **115**, 1511 (1999).

Small radius solitons in magnets with a strong in-plane anisotropy

D.V. Filin and B.A. Ivanov

For ferromagnets with not small anisotropy in the basal plane the stable topological solitons with small radiuses do exist. Even the plane anisotropy is quite strong; the spatial anisotropy for the soliton solution appears so small that the behavior of the solitons in dynamic experiments is similar to that for the pure uniaxial model.

PACS: 75.10.Hk Classical spin models;
 75.30.Ds Spin waves;
76.50.+g Ferromagnetic, antiferromagnetic, and ferrimagnetic resonances; spin-wave resonance;
05.45.-a Nonlinear dynamics and chaos.

Keywords: soliton, topological charge, two-dimensional magnets.