

# Влияние наведенной изгибом анизотропии на спектр спиновых волн в искривленной магнитной нанопроволоке

В.С. Ткаченко, А.Н. Кучко

*Донецкий национальный университет, ул. Университетская, 24, г. Донецк, 83000, Украина*  
E-mail: tkachenko\_vera@i.ua

В.В. Кругляк

*School of Physics, University of Exeter, Stocker Road, Exeter, EX4 4QL, UK*

Статья поступила в редакцию 22 июня 2012 г., после переработки 28 августа 2012 г.

В рамках теории твердого тела получено выражение для спектра спиновых волн, распространяющихся в тонкой магнитной нанопроволоке, закрученной в виде винтовой линии (спирали), и проанализирована его модификация под влиянием периодической модуляции шага спирали. В частности, показано, что периодическая модуляция шага спирали приводит к появлению запрещенных зон в спектре спиновых волн. Рассмотрено влияние глубины модуляции шага спирали на размер первой запрещенной зоны.

У рамках теорії твердого тіла отримано вираз для спектру спінових хвиль, що поширюються в тонкому магнітному нанодроті, закрученому у вигляді гвинтової лінії (спіралі), і проаналізовано його модифікацію під впливом періодичної модуляції кроку спіралі. Зокрема, показано, що періодична модуляція кроку спіралі приводить до появи заборонених зон в спектрі спінових хвиль. Розглянуто вплив глибини модуляції кроку спіралі на розмір першої забороненої зони.

PACS: 75.30.Ds Спиновые волны;

75.70.-i Магнитные свойства тонких пленок, поверхностей и границ разделов.

Ключевые слова: низкоразмерные системы, нанопроволока, спиновые волны, периодическая структура, магнетика, магнитные кристаллы.

## Введение

Возможность создания магнитных устройств, частотный режим работы которых приближается к терагерцовому диапазону, послужила стимулом к развитию магноники — области магнетизма, изучающей спиновые волны вообще и в магнитных наноструктурах в частности [1]. При этом магнитные структуры с периодической модуляцией спин-волновых характеристик, так называемые «магнитные кристаллы» привлекают особое пристальное внимание исследователей [1–6], отчасти подпитываемое огромным багажом знаний, накопленных в области исследований разнообразных волн иной природы в периодических структурах.

В тонкопленочных магнитных кристаллах, т.е. магнитных многослойниках и сверхрешетках, процессы распространения спиновых волн хорошо изучены как для идеальных структур [2–4], так и для структур, со-

держащих различного типа неоднородности и дефекты [7–11]. В последнее время большое количество работ посвящено исследованию одно- и двумерных планарных магнитных кристаллов, образованных периодическим структурированием однослойных магнитных пленок, чаще всего железо-иттриевого граната [12,13] или же сплавов переходных металлов [14–16].

Однако поскольку в магнитных устройствах существенна топология, необходимо изучить свойства соединений между отдельными частями структурных элементов магнитных устройств и метаматериалов. Этим обусловлено возобновление интереса к теоретическому исследованию искривленных низкоразмерных систем [17,18]. Особенно важен учет потерь, связанных с рассеянием на изогнутых участках магнитных волноводов.

Аналогичная ситуация имеет место в искривленных квантовых низкоразмерных системах. В частности, в работах [19–21] рассмотрена квантово-механическая

задача о движении электрона вдоль искривленной поверхности и обнаружено, что любое искривление поверхности приводит к появлению дополнительного «геометрического» потенциала.

В настоящей работе в рамках приближения сплошной среды проведено исследование процессов распространения спиновых волн в искривленных нанопроволоках, которые могут выступать в роли магнанных волноводов, соединяющих структурные элементы трехмерных магнитоэлектронных устройств обработки сигнала [22,23].

### Модель материала

Рассмотрим искривленную магнитную нанопроволоку, изогнутую в виде винтовой линии (спирали), как показано на рис. 1.

Материал проволоки может быть описан следующими параметрами: намагниченность насыщения  $M_0$ , постоянная обмена  $\alpha$ , одноосная анизотропия  $\beta$  и гирмагнитное отношение  $g$ . Будем считать, что внешнее поле отсутствует,  $H_0 = 0$ , а ось анизотропии направлена вдоль оси проволоки. Изгиб характеризуется углом  $\varphi$ , шагом спирали  $h$ , радиус цилиндра, на поверхности которого лежит спираль, считаем постоянным и равным  $\rho$ , толщиной проволоки пренебрегаем.

### Спектр спиновых волн в спиралевидной магнитной нанопроволоке

Рассмотрим один из витков спирали. Для описания динамики намагниченности используем уравнение Ландау–Лифшица.

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -g [\mathbf{M} \times (\mathbf{h}_m + \beta(\mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\mu}) \boldsymbol{\mu} + \alpha \Delta \mathbf{M})], \quad (1)$$

где  $\boldsymbol{\mu}$  — единичный вектор, направленный вдоль проволоки, магнитоэстатическое (размагничивающее) поле  $\mathbf{h}_m = -\hat{N} \mathbf{M}$ , где  $\hat{N}$  — локальный тензор размагничивающих коэффициентов, который можно ввести ввиду малости толщины проволоки.

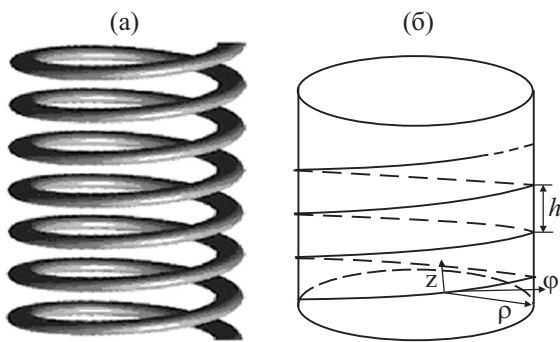


Рис. 1. Магнитная нанопроволока, закрученная в виде винтовой линии (спирали), (а) и система координат, используемая в расчетах (б).

Рассмотрим малые отклонения намагниченности от основного состояния — намагниченности вдоль проволоки. Для этого представим распределение намагниченности в виде

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \boldsymbol{\mu} M_0 + \mathbf{m}(\mathbf{r}, t), \quad |\mathbf{m}| \ll M_0. \quad (2)$$

Линеаризуем уравнение Ландау–Лифшица (1), принимая во внимание соотношение  $[\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)]^2 = M_0^2$  и представляя переменную часть намагниченности в виде фурье-компонент  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}(\mathbf{r}) \exp \{i\omega t\}$ , получаем

$$i\omega \mathbf{m} = -g [\boldsymbol{\mu} M_0 \times (\alpha \Delta \mathbf{m} - \hat{N} \mathbf{m})] - g [\mathbf{m} \times (\alpha M_0 \Delta \boldsymbol{\mu} - \hat{N} \boldsymbol{\mu} M_0 + \beta M_0 \boldsymbol{\mu})]. \quad (3)$$

Выберем систему координат, связанную с проволокой. Для этого введем подвижный репер кривой, состоящий из касательной к проволоке  $\boldsymbol{\varphi}$ , нормали к проволоке  $\boldsymbol{\rho}$  и бинормали  $\mathbf{z} = [\boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{\varphi}]$ . В такой системе координат вектор  $\boldsymbol{\mu}$  будет сонаправлен с  $\boldsymbol{\varphi}$ , поэтому слагаемое  $\hat{N} \boldsymbol{\mu} M_0 = -N_z M_0 \mu_z \mathbf{z} - N_\rho M_0 \mu_\rho \boldsymbol{\rho} = 0$ .

Уравнение (3) можно записать в виде

$$i\omega \mathbf{m} = -g [\boldsymbol{\varphi} M_0 \times (\alpha \Delta \mathbf{m} + N_z m_z \mathbf{z} + N_\rho m_\rho \boldsymbol{\rho})] - g [\mathbf{m} \times (\alpha M_0 \Delta \boldsymbol{\varphi} + \beta M_0 \boldsymbol{\varphi})]. \quad (4)$$

Введем обозначение  $\Omega = \omega / (g M_0)$ . Переменную часть намагниченности представим в виде разложения по ортам  $\mathbf{m} = m_\rho \boldsymbol{\rho} + m_\varphi \boldsymbol{\varphi} + m_z \mathbf{z}$  выбранной системы координат. С учетом представления оператора Лапласа в криволинейных координатах [24] получим:

$$\alpha \Delta \mathbf{m} = \boldsymbol{\rho} \left( \Delta m_\rho + \delta \beta m_\rho + 2\delta \beta \frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} \right) + \boldsymbol{\varphi} \left( \Delta m_\varphi + \delta \beta m_\varphi - 2\delta \beta \frac{\partial m_\rho}{\partial \varphi} \right) + \mathbf{z} \Delta m_z,$$

где  $\delta \beta = -\frac{\alpha}{\rho^2 + (h/2\pi)^2}$ , и введено обозначение

$$\Delta m_{\rho, \varphi, z} = -\delta \beta \frac{\partial^2 m_{\rho, \varphi, z}}{\partial \varphi^2}.$$

Выпишем отдельно значение

$$\alpha \Delta \boldsymbol{\varphi} = \delta \beta \boldsymbol{\varphi}.$$

Распишем векторное произведение

$$\alpha [\mathbf{m} \times \Delta \boldsymbol{\varphi}] = [(\rho m_\rho + \varphi m_\varphi + z m_z) \times (\delta \beta \cdot \boldsymbol{\varphi})],$$

которое можно привести к виду

$$\alpha [\mathbf{m} \times \Delta \boldsymbol{\varphi}] = -\delta \beta (\rho m_z - z m_\rho).$$

Таким образом, из уравнения (4) можно получить следующее соотношение:

$$i\Omega \mathbf{m} = N_z m_z \boldsymbol{\rho} - N_\rho m_\rho \mathbf{z} + \Delta m_{\rho,z} + \left( 2\delta\beta \frac{\partial m_\varphi}{\partial \varphi} \right) \mathbf{z} - \Delta m_z \boldsymbol{\rho} + \delta\beta m_z \boldsymbol{\rho} + \beta m_z \boldsymbol{\rho} - \beta m_\rho \mathbf{z}. \quad (5)$$

Отдельные уравнения для каждой компоненты  $\mathbf{m}$  могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} i\Omega m_\rho &= N_z m_z - \Delta m_z + \delta\beta m_z + \beta m_z, \\ i\Omega m_\varphi &= 0, \\ i\Omega m_z &= -N_\rho m_\rho + \Delta m_\rho - \beta m_\rho. \end{aligned} \quad (6)$$

Запишем уравнения, используя в качестве координаты длину дуги  $\ell$ . Поскольку в случае постоянных и не зависящих от координат радиуса изгиба  $\rho$  и шага  $h$  рассматриваемой нанопроволоки величины  $\Delta m_{\rho,z}$  могут быть определены как

$$\Delta m_{\rho,z} = -\delta\beta \frac{\partial^2 m_{\rho,z}}{\partial \varphi^2} = \alpha \frac{\partial^2 m_{\rho,z}}{\partial \ell^2},$$

то выражения для компонент  $\mathbf{m}$  примут вид:

$$\begin{aligned} i\Omega m_\rho &= N_z m_z - \alpha \frac{\partial^2 m_\rho}{\partial \ell^2} + \delta\beta m_z + \beta m_z, \\ i\Omega m_z &= -N_\rho m_\rho + \alpha \frac{\partial^2 m_\rho}{\partial \ell^2} - \beta m_\rho. \end{aligned} \quad (7)$$

Определим спектр спиновых волн в изогнутой нанопроволоке, для этого намагниченность представим в виде  $m_{\rho,z} = m_{0\rho,z} \exp(ik\ell)$ . Подставляя такую зависимость в предыдущее соотношение, полагая  $N_z = N_\rho = 2\pi$ , получаем дисперсионное соотношение:

$$\Omega^2 = (2\pi + \alpha k^2 + \beta + \delta\beta) \times (2\pi + \alpha k^2 + \beta). \quad (8)$$

Величину  $\delta\beta$  можно трактовать как дополнительную «геометрическую» анизотропию, наведенную за счет изгиба, что аналогично результатам, полученным в работе [21]. В поставленной нами задаче рассматривалась бесконечно тонкая нанопроволока, что позволило пренебречь неоднородностями в распределении намагниченности в сечении проволоки, и, таким образом, полученная в работе величина  $\delta\beta$  зависит лишь от кривизны изгиба и шага проволоки.

На рис. 2 показан спектр спиновых волн (СВ), полученный по формуле (8), для изогнутой нанопроволоки при значениях, характерных для пермаллоя: обменный параметр  $\alpha = 4,06 \cdot 10^{-12} \text{ см}^2$ , намагниченность насыщения  $M_0 = 800 \text{ Э}$ , обменная длина  $L_{\text{ex}} = 5,68 \cdot 10^{-7} \text{ см}$ . Спектр построен при  $\beta = 6$  и  $\rho = 5L_{\text{ex}}$ .

На рис. 2 показано, что с увеличением шага спирали (как и в случае увеличения ее радиуса) частота активации СВ увеличивается, асимптотически приближаясь к значению, характерному для прямой нанопроволоки [11].

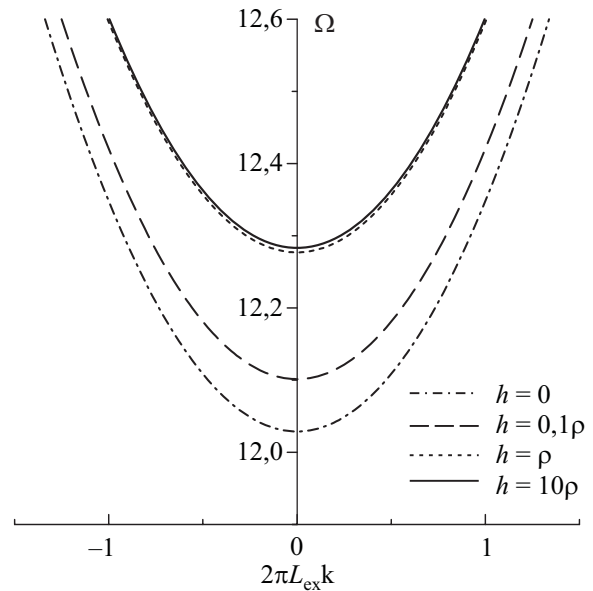


Рис. 2. Спектр спиновых волн в однородной нанопроволоке, закрученной в виде спирали, для разных значений шага спирали  $h$ .

### Спиралевидная магнитная нанопроволока с периодической модуляцией шага

Поскольку существует возможность создавать низкоразмерные системы сложной геометрической формы, интересной представляется задача о распространении СВ в магнитной нанопроволоке, закрученной в виде винтовой линии с модулированным шагом.

Рассмотрим проволоку, которую можно представить в виде двух чередующихся участков. Эти участки могут быть охарактеризованы радиусом кривизны  $\rho_{1,2}$ , шагом спирали  $h_{1,2}$ , намагниченностью насыщения  $M_0$ , постоянной обмена  $\alpha$ , анизотропией  $\beta$  и гиромангнитным отношением  $g$ , внешнее поле отсутствует ( $H_0 = 0$ ), толщиной проволоки пренебрегаем. Длину каждого участка будем считать равной  $L_{1,2} = n\sqrt{(2\pi\rho_{1,2})^2 + h_{1,2}^2}$ ,  $n$  — число витков проволоки.

В каждом из участков изогнутой нанопроволоки динамику намагниченности можно описать с помощью линеаризованного уравнения Ландау–Лифшица:

$$\frac{d^2 m_i(z)}{dz^2} + k_i^2(z) m_i(z) = 0, \quad i = 1, 2. \quad (9)$$

Волновой вектор  $k_i$  может быть найден из соотношения

$$\begin{aligned} \Omega^2 &= (2\pi + \alpha k_i^2 + \beta + \delta\beta_i) \times (2\pi + \alpha k_i^2 + \beta), \\ \delta\beta_i &= -\frac{\alpha}{\rho_i^2 + (h_i/2\pi)^2}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\Omega = \omega/gM_0$ ,  $h = H/M_0$ ,  $i = 1, 2$ .

С помощью метода, описанного в работе [25], можно получить выражение для спектра СВ:

$$\cos(k_1 L_1) \cos(k_2 L_2) + \left( \frac{k_1}{2k_2} + \frac{k_2}{2k_1} \right) \sin(k_1 L_1) \sin(k_2 L_2) = \cos(k(L_1 + L_2)), \quad (11)$$

где  $k$  — эффективное волновое число, представляющее собой величину, обратную суммарному набегу фаз на двух различных участках проволоки.

В данном соотношении использованы  $L_1 = n\sqrt{(2\pi\rho_1)^2 + h_1^2}$  и  $L_2 = n\sqrt{(2\pi\rho_2)^2 + h_2^2}$ , число витков  $n$  проволоки одинаково на каждом из участков.

Такой спектр будет иметь зонную структуру. Величину запрещенных зон можно определить из условия  $|\cos(k(L_1 + L_2))| > 1$ . На рис. 3 показана зависимость размера первой запрещенной зоны  $\Delta\Omega_1$  в спектре от отношения изменения шага спирали к обменной длине  $\delta = |h_2 - h_1|/L_{\text{ex}}$ . Зависимость построена для  $L_{\text{ex}} = 5,68 \cdot 10^{-7}$  см,  $h_1 = 30$  нм,  $\alpha = 4,06 \cdot 10^{-12}$  см<sup>2</sup>,  $M_0 = 800$  Э и  $n = 30$ .

На рис. 3 можно видеть, что шаг спирали существенно влияет на размеры запрещенных зон. Показано, что ширина запрещенной зоны увеличивается с увеличением шага спирали.

### Выводы

В настоящей работе нами получено аналитическое выражение для спектра спиновых волн, распространяющихся в тонкой магнитной нанопроволоке, закрученной в виде винтовой линии (спирали), и проанализировано его изменение под влиянием периодической модуляции шага спирали. В частности, мы показали, что периодическая модуляция шага спирали приводит к появлению запрещенных зон в спектре спиновых волн. Рассмотрено влияние глубины модуляции шага спирали на размер первой запрещенной зоны.

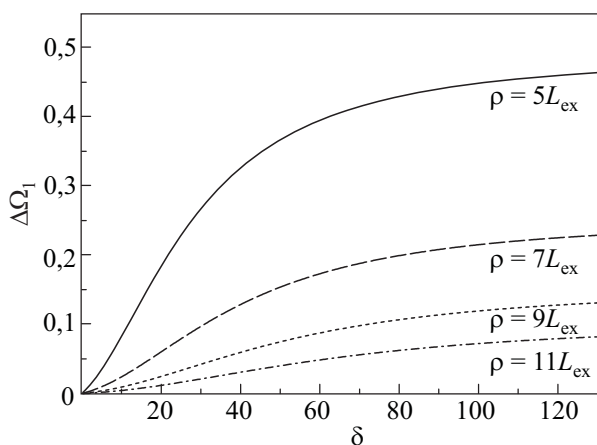


Рис. 3. Зависимость ширины первой запрещенной зоны от глубины модуляции величины шага спирали для разных значений ее радиуса  $\rho$ .

Данная работа была частично профинансирована проектом NoWaPhen (FP7 GA 247556).

1. V.V. Kruglyak, S.O. Demokritov, and D. Grundler, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43**, 264001 (2010).
2. S.A. Nikitov, P. Tailhades, and C.S. Tsai, *J. Magn. Magn. Mater.* **236**, 320 (2001).
3. M. Krawczyk, J.-C. Lévy, D. Mercier, and H. Puzskarski, *Phys. Lett. A* **282**, 186 (2001).
4. R.S. Iskhakov, S.V. Stolyar, M.V. Chizhik, and L.A. Chekanova, *JETP Lett.* **94**, 301 (2011).
5. B. Lenk, H. Ulrichs, F. Garbs, and M. Münzenberg, *Phys. Rep.* **507**, 107 (2011).
6. H. Al-Wahsh, A. Akjouj, B. Djafari-Rouhani, and L.G. Dobrzynski, *Surf. Sci. Rep.* **66**, 29 (2011).
7. A.N. Kuchko, M.L. Sokolovskii, and V.V. Kruglyak, *Physica B* **370**, 73 (2005).
8. V.S. Tkachenko, V.V. Kruglyak, and A.N. Kuchko, *J. Magn. Magn. Mater.* **307**, 48 (2006).
9. V.A. Ignatchenko, Y.I. Mankov, and D.S. Tsikalov, *J. Exp. Theor. Phys.* **107**, 603 (2008).
10. Z. Danoyan, G. Piliposian, and D. Hasanyan, *Waves in Random and Complex Media* **19**, 567 (2010).
11. V.S. Tkachenko, V.V. Kruglyak, and A.N. Kuchko, *Phys. Rev. B* **81**, 024425 (2010).
12. S.L. Vysotskii, S.A. Nikitov, E.S. Pavlov, and Y.A. Filimonov, *J. Comm. Techn. Electronics* **55**, 800 (2010).
13. A.A. Serga, A.V. Chumak, and B. Hillebrands, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43**, 264002 (2010).
14. V.V. Kruglyak, P.S. Keatley, A. Neudert, R.J. Hicken, J.R. Childress, and J.A. Katine, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 027201 (2010).
15. П.В. Бондаренко, А.Ю. Галкин, Б.А. Иванов, *ЖЭТФ* **139**, 1127 (2011).
16. А.И. Марченко, В.Н. Криворучко, *ФНТ* **38**, 195 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 157 (2012)].
17. С.Е. Zaspel and В.А. Ivanov, *J. Magn. Magn. Mater.* **286**, 366 (2005).
18. Л.И. Магарилл, Д.А. Романов, А.В. Чаплик, *УФН* **170**, 325 (2000).
19. R.C.T. da Costa, *Phys. Rev. A* **23**, 1982 (1981).
20. Л.И. Магарилл, М.В. Энтин, *ЖЭТФ* **123**, 867 (2003).
21. Л.И. Магарилл, А.В. Чаплик, М.В. Энтин, *УФН* **175**, 995 (2005).
22. M. Dvornik, A.N. Kuchko, and V.V. Kruglyak, *J. Appl. Phys.* **109**, 07D350 (2011).
23. Y. Au, M. Dvornik, O. Dmytriiev, and V.V. Kruglyak, *Appl. Phys. Lett.* **100**, 172408 (2012).
24. С.П. Новиков, А.Т. Фоменко, *Элементы дифференциальной геометрии и топологии*, Наука, Москва (1987).
25. Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов, *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками*, Наука, Москва (1989).

The effect of the curvature induced anisotropy on the spectrum of spin waves in curved magnetic nanowires

V.S. Tkachenko, A.N. Kuchko, and V.V. Kruglyak

We have studied the spectrum of spin waves propagating in a thin magnetic nanowire twisted into a screw line (helix) and its modification due to a periodic modulation of the pitch of the helix. In particular, we show that the periodic modulation of the pitch of

the helix gives rise of magnonic band gaps in the spin wave spectrum. The size of the first magnonic band gap can be tailored by tuning the depth of modulation of the pitch of the helix.

PACS: 75.30.Ds Spin waves;  
**75.70.-i** Magnetic properties of thin films, surfaces, and interfaces.

Keywords: low-dimensional systems, nanowire, spin waves, periodic structure, magnonics, magnonic crystals.