

Фазовая диаграмма резистивного состояния узкого сверхпроводящего канала в режиме заданного напряжения

Ю.С. Ерин, В.Н. Фенченко

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: yerin@ilt.kharkov.ua*

Е.В. Ильичев

Institut für Photonische Technologien, Albert-Einstein-Straße 9, Jena 07745, Germany

Статья поступила в редакцию 18 сентября 2012 г.

На основании численного решения нестационарных уравнений Гинзбурга–Ландау исследована эволюция параметра порядка сверхпроводящих каналов различных длин под действием прикладываемого напряжения (режим заданного напряжения). Рассчитаны вольт-амперные характеристики каналов различных длин и установлены причины возникновения на них характерных неупорядоченных осцилляций. Для очень длинных каналов в определенном диапазоне напряжений обнаружена хаотическая динамика параметра порядка. Построена наиболее полная и детальная фазовая диаграмма резистивного состояния сверхпроводящего канала в режиме заданного напряжения.

На основі чисельного рішення нестационарних рівнянь Гінзбурга–Ландау досліджено еволюцію параметра порядку надпровідних каналів різних довжин під впливом прикладеної напруги (режим заданої напруги). Розраховано вольт-амперні характеристики каналів різних довжин та встановлено причини виникнення на них характерних неупорядкованих осциляцій. Для дуже довгих каналів у певному діапазоні напруг виявлено хаотичну динаміку параметра порядку. Побудовано якнайповнішу та детальнішу фазову діаграму резистивного стану надпровідного каналу в режимі заданої напруги.

PACS: 74.40.Gh Неравновесная сверхпроводимость;
74.40.De Шум и хаос;
74.78.Na Мезо- и наносистемы.

Ключевые слова: уравнения Гинзбурга–Ландау, сверхпроводящий канал, режим заданного напряжения, центр проскальзывания фазы, хаос.

1. Введение

Теория Гинзбурга–Ландау предсказывает, что при температуре ниже критического значения T_c узкий канал в зависимости от величины пропускаемого через него тока может находиться либо в однородной сверхпроводящей фазе, либо в нормальном состоянии. Под узким каналом подразумевается такая квазиодномерная система, поперечные размеры которой меньше или порядка длины когерентности и глубины проникновения магнитного поля. При этом дополнительно предполагается, что длина канала достаточно большая и превышает глубину проникновения электрического поля в систему.

Однако в ходе экспериментов выяснилось, что выше критического тока Гинзбурга–Ландау сверхпроводящее состояние в квазиодномерной нити не исчезает полностью, а трансформируется в так называемое резистивное состояние, при котором в ней одновременно сосуществуют сверхпроводящие и нормальные участки [1,2]. Несмотря на то, что окончательно сверхпроводимость в системе не разрушилась, наличие нормальных доменов приводит к появлению на концах канала отличной от нуля разности потенциалов. Более того, при этом наблюдается также электромагнитное излучение с характеристиками, аналогичными джозефсоновским [2,3].

Последнее обстоятельство прямо свидетельствует о том, что резистивное состояние в узких сверхпроводящих нитях имеет неравновесную природу. В связи с этим для корректного описания необходимо использовать соответствующие кинетические уравнения. Однако в виду сложности и громоздкости математического аппарата, сопутствующего их анализу, довольно часто динамические задачи сверхпроводимости решают с помощью более простых нестационарных уравнений Гинзбурга–Ландау (ГЛ), которые выводятся из вышеупомянутых кинетических уравнений в пределе критической температуры сверхпроводника.

Важным преимуществом нестационарных уравнений ГЛ является их наглядность, поскольку для описания неравновесной сверхпроводимости используется язык параметра порядка, отражающего макроскопические квантовые свойства сверхпроводника.

Именно по этой причине проблема устойчивости токовых состояний в сверхпроводнике, находящемся в резистивной фазе, начиная с 70-х годов прошлого века, исследуется с помощью нестационарных уравнений ГЛ. В рамках феноменологического формализма было показано, что для сохранения макроскопической когерентности обязательным условием является необходимость проскальзывания на 2π в определенных участках системы фазы параметра порядка с одновременным обращением его модуля в ноль [4]. Такие области размером порядка длины когерентности были названы центрами проскальзывания фазы (ЦПФ), если речь идет о квазиодномерном сверхпроводнике, и линиями проскальзывания фазы (ЛПФ), если сверхпроводящая система представляет собой широкую пленку с малой толщиной (двумерный объект).

Традиционно существование таких топологических дефектов в сверхпроводящей системе будь-то квазиодномерный канал или двумерная тонкая широкая пленка детектируют, наблюдая скачки и их температурную зависимость на вольт-амперной характеристике (ВАХ) образцов [2,5]. С появлением низкотемпературной лазерной сканирующей микроскопии стало возможным в буквальном смысле визуализировать динамику резистивного состояния сверхпроводника, а именно наблюдать за возникновением в нем нормальных доменов и отслеживать, как меняется картина такого состояния при изменении внешних условий (температура, напряжение, сила тока). Сравнительно недавно подобные исследования эволюции резистивного состояния и, соответственно, динамики ЛПФ проводились для широкой тонкой пленки из олова, находящейся в режиме заданного тока [6].

Численный анализ уравнений ГЛ показывает, что характер формирования ЦПФ в квазиодномерной системе зависит от условий, создающих резистивное состояние сверхпроводника (режим заданного напряжения и режим заданного тока), и от длины сверхпроводящего

канала. Традиционно подавляющее большинство публикаций как теоретического, так и экспериментального характера посвящено исследованию динамики ЦПФ, рождающихся в режиме заданного тока. Однако, как было показано в ряде теоретических работ, в режиме заданного напряжения могут возникать особенности в динамике поведения параметра порядка квазиодномерного сверхпроводника, которые не присутствуют в режиме заданного тока, но находят свое отражение на ВАХ подобных систем.

В частности, последние эксперименты показывают [7], что сверхпроводящий узкий канал, находящийся в режиме заданного напряжения, имеет нетривиальную особенность в виде S-образной формы. В той же статье, используя нестационарные уравнения ГЛ с отличной от нуля щелью, авторами дано теоретическое описание этого примечательного поведения ВАХ. Более того, в ходе численного решения данных уравнений при факторе распаривания значительно меньше единицы обнаружены неупорядоченные колебания плотности тока, накладывающиеся на ВАХ канала.

Что касается динамического поведения параметра порядка в режиме заданного напряжения, то его теоретический анализ был проведен в работе [8]. В ней при помощи численного решения нестационарных бесщелевых (фактор распаривания равен бесконечности) уравнений ГЛ авторы проследили характер образования ЦПФ в узком сверхпроводящем канале без исследования зависимости перехода к различным режимам поведения ЦПФ от длины канала и диапазона напряжений.

Авторам [9] удалось уточнить количественную динамику резистивного состояния сверхпроводящей нити, находящейся в режиме заданного напряжения. В рамках нестационарных уравнений ГЛ они построили фазовую диаграмму, указывающую для каких длин и напряжений следует ожидать перехода системы из режима 1 ЦПФ к режиму 2 ЦПФ и из режима 2 ЦПФ к области, где решения уравнений ГЛ усложняются. Однако динамику параметра порядка в этой области им описать не удалось.

В настоящей статье, основываясь на численном решении нестационарных уравнений Гинзбурга–Ландау, наиболее полно исследована динамика резистивного состояния квазиодномерных нитей различной длины, находящихся в режиме заданного напряжения с визуализацией поведения модуля параметра порядка. На основе полученных данных построена детализированная версия фазовой диаграммы состояния такой системы в зависимости от ее длины и величины прикладываемого к ней напряжения в сравнении с аналогичной характеристикой, приведенной в [9]. На этой диаграмме отмечены не только диапазоны напряжений–длин, для которых в каналах формируются один или два ЦПФ, но и указана область, где реализуется неупорядоченный характер образования ЦПФ с хаотическим

во времени поведением параметра порядка. Кроме того, предложена качественная теория, объясняющая возникновение осцилляций плотности тока на ВАХ квазиодномерных узких сверхпроводящих каналов.

2. Основные уравнения

Нестационарные уравнения ГЛ для исследуемой системы в безразмерных единицах имеют вид

$$u(\partial_t \psi + i\Phi\psi) - \partial_x^2 \psi - \tau\psi + |\psi|^2 \psi = 0, \quad (1)$$

$$j = -\partial_x \Phi - i(\psi^* \partial_x \psi - \psi \partial_x \psi^*). \quad (2)$$

В приведенных уравнениях длина измеряется в единицах длины когерентности $\xi_0 = \sqrt{\pi \hbar D / 8k_B T_c}$ при $T = 0$, где $D = (1/3)v_F l$ — коэффициент диффузии, а время в единицах $t_0 = \pi \hbar / 8k_B T_c$. Кроме того, ψ представляет собой комплексную величину — безразмерный параметр порядка, нормированный на $\psi_0 = \sqrt{8\pi^2 k_B^2 T_c^2 / 7\zeta(3)}$, Φ соответствует электростатическому потенциалу, измеряемому в единицах $\hbar/2et_0$, j — плотность тока, протекающего через систему, состоит из аддитивных вкладов от протекания нормальных квазичастиц и куперовского конденсата и выражается через $j_0 = c\Phi_0 / 16\pi^2 \lambda_0^2 \xi_0$, где λ_0 — лондоновская глубина проникновения магнитного поля при $T = 0$. В уравнениях введена температура $\tau = 1 - (T/T_c)$, которую в дальнейшем будем считать равной 0,1 ($T = 0,9 T_c$).

Параметр u — это численный параметр, зависящий от сверхпроводящих свойств материала, равный отношению времени релаксации модуля параметра порядка ко времени релаксации его фазы. Согласно микроскопической теории, u может принимать значения в зависимости от степени загрязнения сверхпроводника примесями, в том числе и магнитными. Если $t_s T_c \ll 1$, где t_s — время релаксации на магнитных примесях, то $u = 12$. Если же $t_{\text{imp}} T_c \ll 1$, где t_{imp} — время рассеивания на примесях, то параметр u принимает значение $\pi^4 / 14\zeta(3) \approx 5,79$. Однако, строго говоря, предположение о более широком интервале значений u не противоречит микроскопической теории, поэтому нет никаких ограничений на выбор произвольного положительного значения этого параметра. Исходя из этого мы решили принять $u = 1$.

Уравнения (1), (2) должны быть дополнены граничными и начальными условиями, соответствующими режиму заданного напряжения. На основании выбранного набора нормирующих параметров эти условия выглядят следующим образом:

$$\psi(0, t) = |\psi^{(0)}|, \quad \psi(L, t) = |\psi^{(0)}| \exp(iVt), \quad (3)$$

$$\Phi(0, t) = 0, \quad \Phi(L, t) = V, \quad (4)$$

$$\psi(x, 0) = |\psi^{(0)}|, \quad \Phi(x, 0) = V \frac{x}{L}. \quad (5)$$

где L — длина канала, $|\psi^{(0)}| = \sqrt{\tau}$ — равновесное значение модуля параметра порядка и V — прикладываемое напряжение.

Нестационарные уравнения Гинзбурга–Ландау (1), (2) с граничными и начальными условиями (3)–(5) решены численным образом методом Рунге–Кутты 4-го порядка с заменой временной и пространственных производных конечно-разностными схемами. В процессе численного моделирования шаг по времени выбирали равным 0,01, минимальный размер пространственной сетки равнялся 0,5, т.е. половина длины когерентности первого параметра порядка при $T = 0$. Также отметим, что для получения ВАХ усреднение плотности тока происходило во временном интервале от 500 до 10000. Такой выбор начального значения обусловлен желанием избежать влияния различного рода релаксационных процессов, происходящих с каналом в начальные моменты времени.

3. Результаты и обсуждение

Характерной особенностью сверхпроводящего канала, находящегося в режиме заданного напряжения, является S-образная форма ВАХ. В процессе численного решения (1)–(5) обнаружено, что данная отличительная черта имеет место не для всех систем, а лишь для тех, чья длина превосходит установленное нами значение $L^{(S)} \approx 21$ (рис. 1).

Для того чтобы пролить свет на причину такого поведения, исследована эволюция параметра порядка в канале, чья длина меньше, больше и существенно больше критического значения $L^{(S)}$. Под эволюцией подразумевается процесс, показывающий изменение модуля параметра порядка по всей длине заданного канала с течением времени.

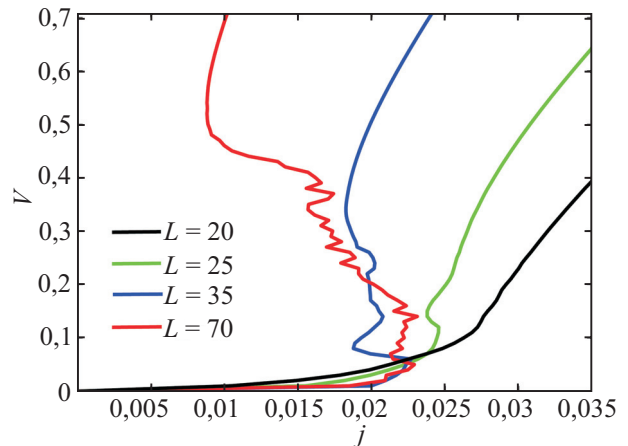


Рис. 1. ВАХ сверхпроводящих квазиодномерных каналов различной длины, находящихся в режиме заданного напряжения.

Мы установили, что для систем $L < L^{(S)}$ при любых значениях прикладываемого напряжения реализуется лишь один ЦПФ, периодически рождающийся в их центре (рис. 2), частота появления и размеры которого возрастают с увеличением напряжения.

Для канала с $L > L^{(S)}$ эволюция параметра порядка немного сложнее. Для иллюстрации этого утверждения исследован канал с $L = 25 > L^{(S)}$, т.е. там, где ВАХ начинает искривляться и приобретает S-образную форму, как это показано на рис. 1. Пока напряжение, подаваемое на канал, невелико, есть лишь один ЦПФ, возникающий в центре нити (рис. 3(а)).

Однако, начиная с напряжения $V \approx 0,07$ и времени $T_{2PSC} \approx 2900$ (см. рис. 3(б)) в системе возникает тенденция к возникновению двух ЦПФ. Изначально единственно существовавший ЦПФ начинает «раскачиваться» по длине канала, образуя два симметрично колеблющихся в противофазе ЦПФ, расстояние между которыми со временем увеличивается и затем фиксируется на некоторой величине (рис. 3(в)). Повышение напряжения до $V = 0,1$ приводит к повторению того же сценария, т.е. «раскачиванию» одного ЦПФ с последующим формированием двух ЦПФ, которые колеблются в противофазе в симметрично расположенных

центрах половинок канала, однако теперь с существенно более раннего момента времени $T_{2PSC} \approx 800$ (рис. 3(г)). Повысив напряжение до $V = 0,12$, мы наблюдали увеличение $T_{2PSC} \approx 1100$ (рис. 3(д)). Результаты численного моделирования показывают, что дальнейший рост напряжения увеличивает значение T_{2PSC} . Такая зависимость существует вплоть до напряжения $V \approx 0,18$, после которого система возвращается обратно к существованию одного центрального ЦПФ (рис. 3(е)), увеличивающегося в размерах и превращающегося в нормальный домен с повышением напряжения. Интересно заметить, что для каналов с S-образной формой ВАХ в начальный момент времени в соответствующем интервале напряжений не образуются изначально два ЦПФ, они появляются в результате своеобразного «расщепления» центрального ЦПФ.

Проанализировав квазиодномерные системы с $L > L^{(S)}$, мы смогли сделать промежуточный вывод: начало и окончание искривления (выход на линейную зависимость) ВАХ, т.е. нижний и верхний S-образные участки соответствуют моменту возникновения и исчезновения в системе более одного ЦПФ. Мы полагаем, что в этом и заключается основная причина возникновения S-образной формы ВАХ.

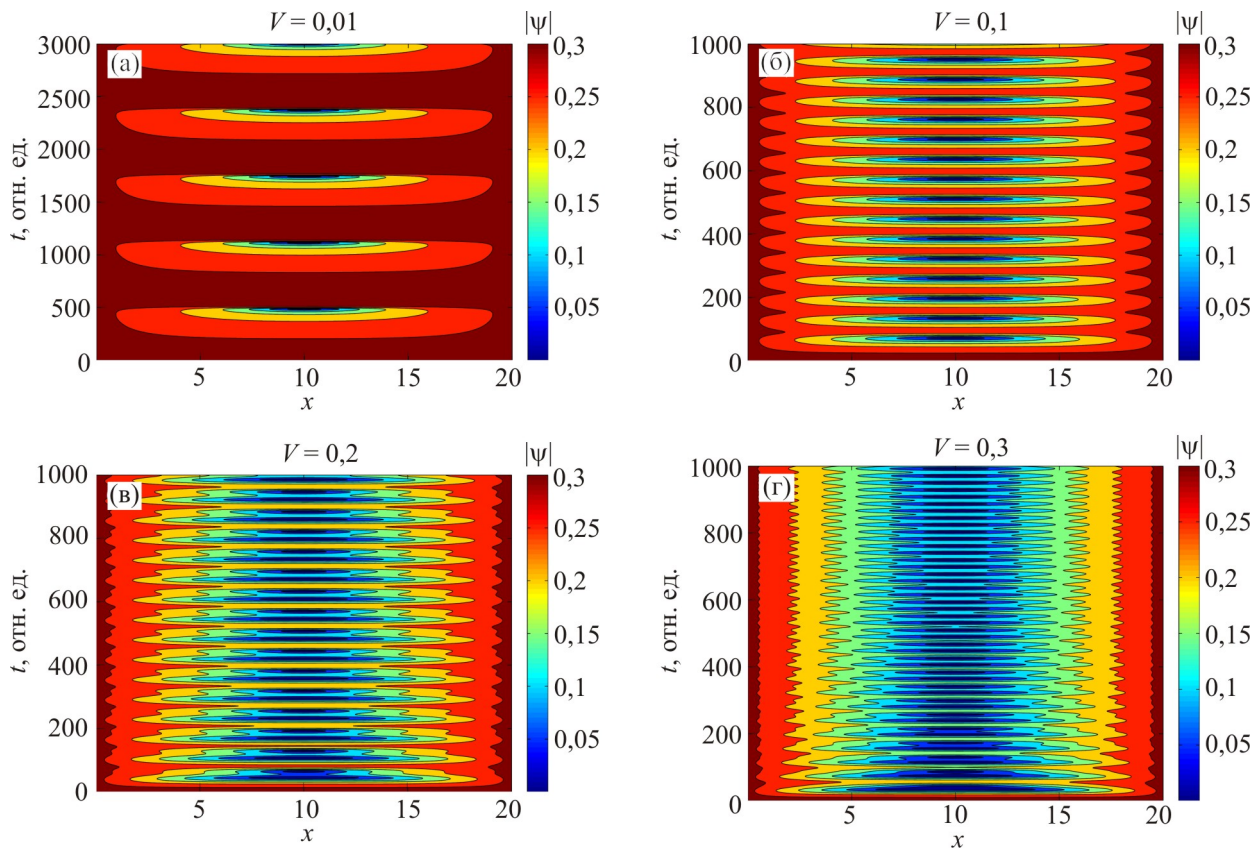


Рис. 2. Эволюция модуля параметра порядка для $L = 20$. Шкала изменения модуля параметра порядка приведена справа. Наиболее темные участки соответствуют ЦПФ.

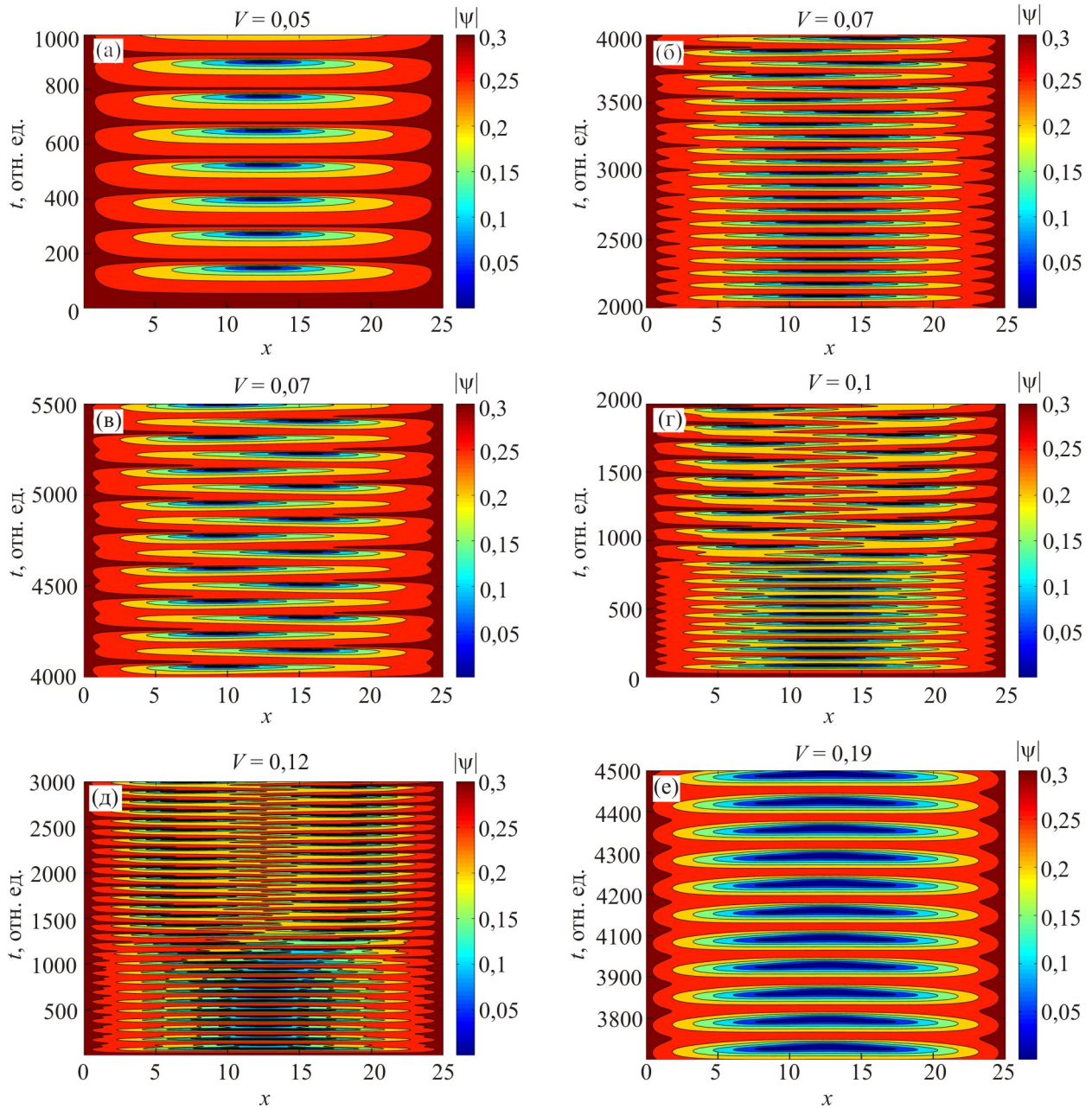


Рис. 3. Эволюция модуля параметра порядка в канале $L = 25$. Справа приведена шкала изменения модуля параметра порядка. Наиболее темные участки соответствуют ЦПФ.

После того как длина превысила другое характерное значение $L^{(S+oscil)} \approx 28$, на S -участок ВАХ канала накладываются неупорядоченные осцилляции плотности тока в виде резких изломов (рис. 1). С увеличением длины количество и амплитуда этих «деформаций» увеличивается, постепенно «заполняя» всю S -образную область ВАХ. Чтобы прояснить причины такого явления, мы снова обратились к анализу эволюции модуля параметра порядка в каналах для нитей, чья длина превосходит $L^{(S+oscil)}$.

Для начала была рассмотрена система с $L = 35$, длина которой превосходит $L^{(S+oscil)}$. Пока напряжение, подаваемое на систему, не превышает $V \leq 0,03$, в канале присутствует один ЦПФ, периодически возни-

кающий в его центре (рис. 4(a)). В интервале напряжений $0,03 < V < 0,07$ спустя некоторое время T_{2PSC} центральный ЦПФ начинает раскачиваться, приводя к рождению двух симметрично расположенных по отношению к центру ЦПФ, колеблющихся в противофазе (рис. 4(б)).

После того как напряжение стало $V \geq 0,07$, в канале изначально формируются два симметричных ЦПФ, располагающихся в центрах половинок канала и осциллирующих синхронным образом (рис. 4(в)). По мере дальнейшего роста напряжения в канале наблюдается тенденция к подавлению модуля параметра порядка в центральной части системы и возникновению третьего ЦПФ. Действительно, как только напряжение

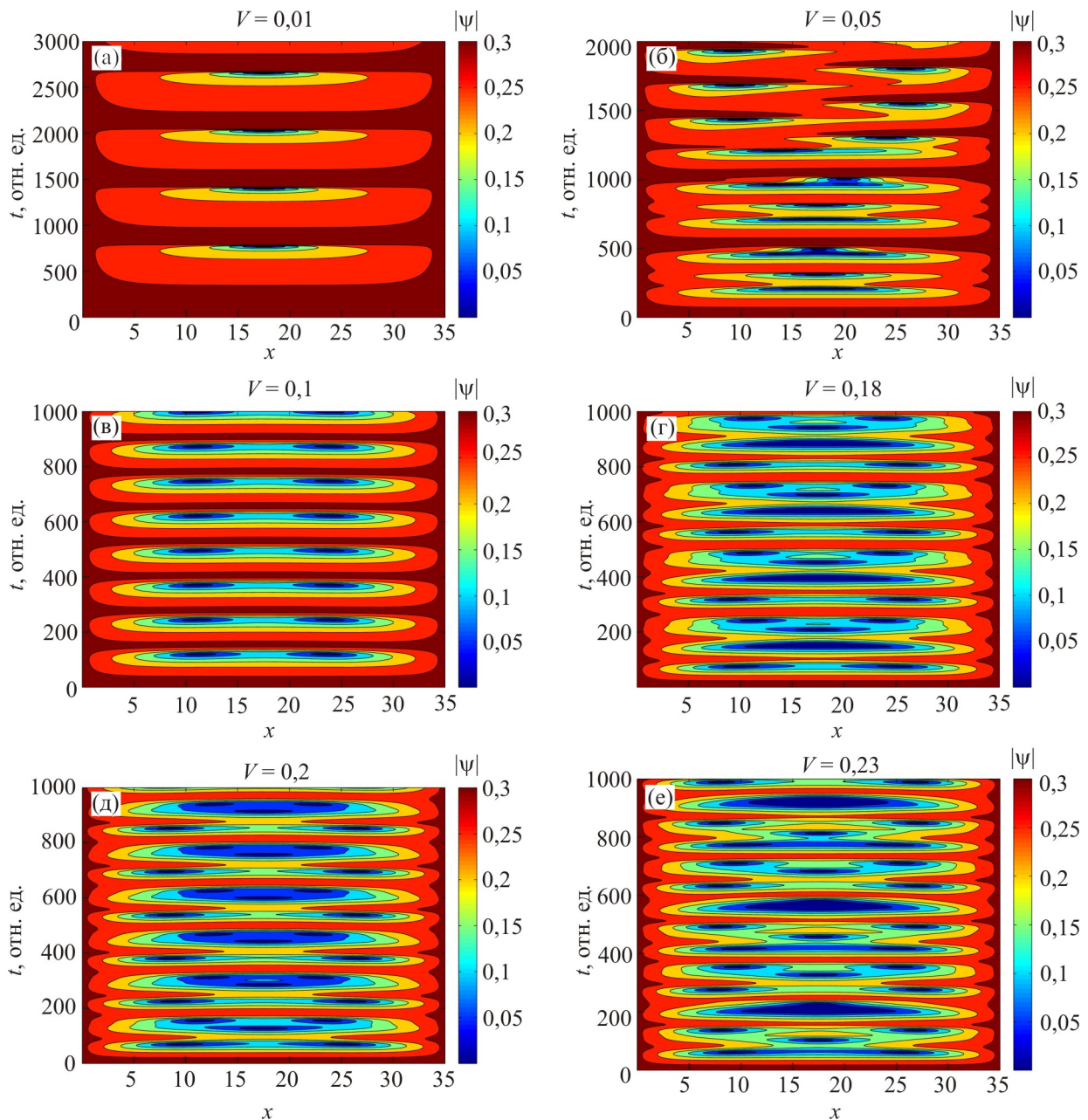


Рис. 4. Эволюция модуля параметра порядка в канале $L = 35$. Шкала изменения модуля параметра порядка приведена справа. Темные участки соответствуют ЦПФ.

превысит $V > 0,17$, в центре канала формируется третий ЦПФ, размеры которого периодическим образом меняются (рис. 4(г)).

При увеличении напряжения до $V \approx 0,2$ (рис. 4(д)) обнаружено, что «боковые» (расположенные в центрах половинок канала) ЦПФ начинают совершать периодические движения в направлении центрального ЦПФ, формируя таким образом центральную область, где параметр порядка сильно подавлен.

При $V \approx 0,23$ смещения этих двух «боковых» ЦПФ становятся настолько значительными, что в определенные моменты времени они начинают сливаться с центральным ЦПФ, образуя нормальный домен (рис. 4(е)),

увеличивающийся в размерах с ростом напряжения. Выше $V \approx 0,36$ этот нормальный домен окончательно объединяется с двумя «боковыми» ЦПФ, заполняя практически весь канал. Этот момент, как и в случае с каналами длиной $L < L^{(S)}$, отвечает выходу ВАХ на прямолинейный участок.

Важно отметить, что начало искривления ВАХ канала с $L = 35$ соответствуют переходу от режима с одним ЦПФ к двум противофазно колеблющимся симметрично расположенным ЦПФ, что подтверждает высказанную выше гипотезу о том, что искривление ВАХ вызвано рождением второго ЦПФ. Помимо этого, заметим, что каждый излом ВАХ соответствует на-

пряжению, при котором происходят изменения в динамике поведения ЦПФ, в частности переходу к синфазному режиму колебаний или раскачиванию «боковых» ЦПФ.

Как показал численный расчет, описанное выше поведение параметра порядка для $L = 35$ на качественном уровне присуще и более длинным каналам. Однако если размер длинного канала больше $L > L^{(\text{chaos})} \approx 46$, то в определенном интервале напряжений, приходящихся на середину S-образной области ВАХ, в нем формируются более чем три ЦПФ, при этом чем больше длина канала превосходит критическое значение $L^{(\text{chaos})}$, тем больше колебательных мод имеют новые ЦПФ.

Для иллюстрации «богатства» поведения параметра порядка в таких каналах мы привели его эволюцию для системы с $L = 70$.

Согласно результатам численного исследования, формирование первого центрального ЦПФ происходит в области очень маленьких напряжений $V < 0,004$, при этом чем меньше напряжение, тем больше времени требуется для рождения единственного ЦПФ (рис. 5(а)). В узком интервале напряжений $0,004 \leq V < 0,035$ в системе уже осциллируют (сначала в противофазе, а потом синфазно) с увеличивающейся с ростом напряжения частотой два ЦПФ, расположенных в центрах половинок канала (рис. 5(б)). Образование третьего

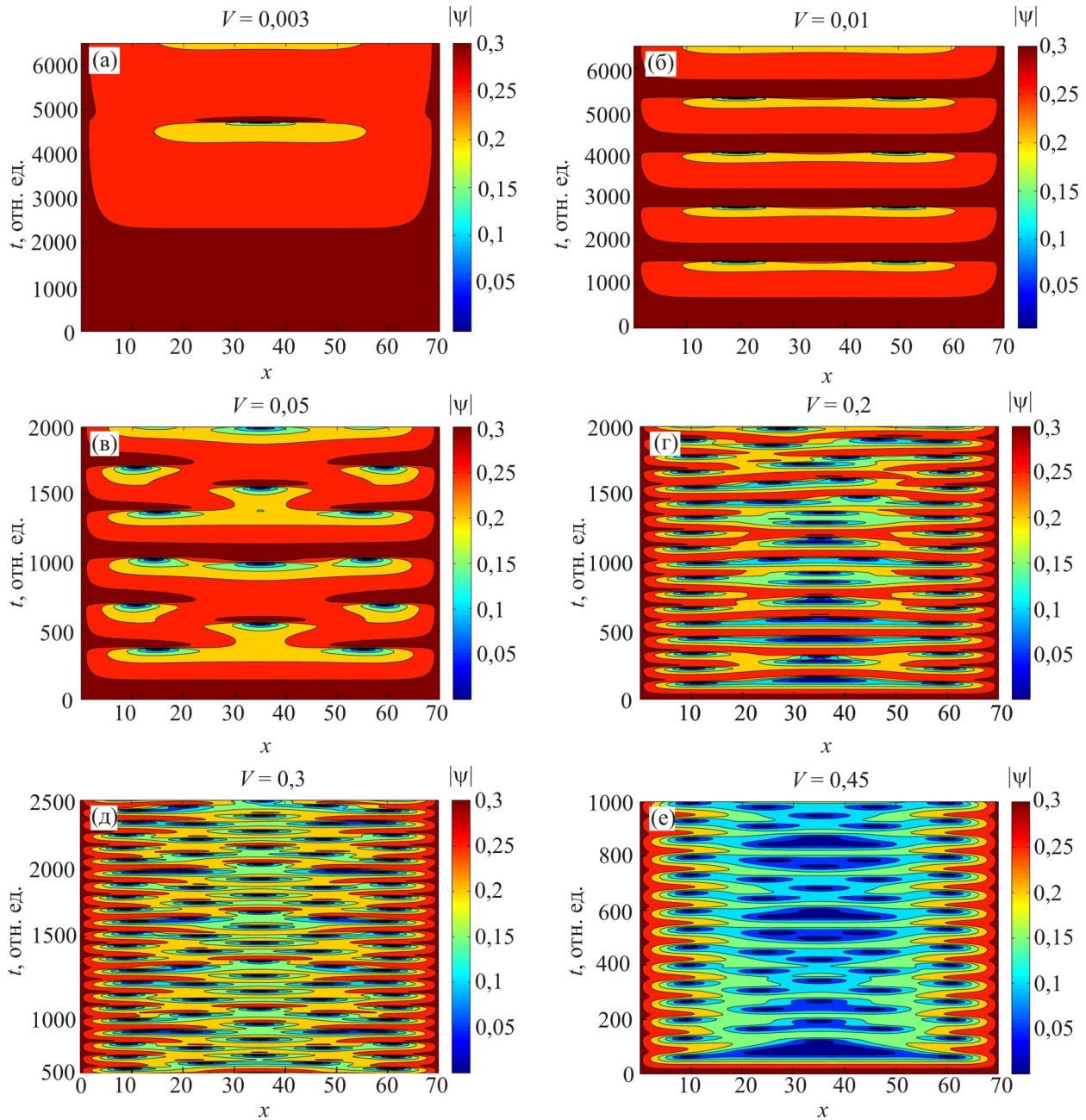


Рис. 5. Эволюция модуля параметра порядка в канале $L = 70$. Справа приведена шкала изменения модуля параметра порядка. Темные участки соответствуют ЦПФ.

центрального ЦПФ происходит, начиная с напряжения $V \approx 0,035$ (рис. 5(в)), при этом с повышением напряжения происходит увеличение частоты колебаний ЦПФ и их синхронизация. Рождение новых, т.е. более трех ЦПФ происходит, когда напряжение, подаваемое на систему, становится больше $V \approx 0,155$. При этом дальнейший рост напряжения сопровождается увеличением количества их колебательных мод (рис. 5(г) и рис. 5(д)).

Такая картина наблюдается до $V \approx 0,3-0,35$, после которого по мере приближения напряжения к значению $V \approx 0,52$ наступает определенное упорядочение в колебаниях новых ЦПФ. Теперь их осцилляции носят практически периодический характер (рис. 5(е)). Выше $V > 0,52$ система возвращается в режим трех ЦПФ, при этом размеры центрального ЦПФ по сравнению с аналогичным в интервале напряжений $0,035 \leq V < 0,155$ уже существенно больше. После того как напряжение стало больше $V > 0,72$, продолжающий увеличиваться в размерах центральный ЦПФ поглощает «боковые» ЦПФ, образуя нормальный домен, который заполняет практически весь канал.

Ниже будет доказано, что в определенном интервале напряжений, если длина каналов превышает $L > L^{(chaos)}$, система демонстрирует хаотическое поведение параметра порядка. Именно поэтому для обозна-

чения переходного значения длины, после которой сверхпроводящая система становится хаотической, был выбран верхний индекс «chaos».

Действительно, посмотрим, как эволюционирует спектр мощности временной зависимости плотности тока, т.е. параметра, выражающегося через пространственно-временную вариацию параметра порядка, для канала $L = 70$ при разных напряжениях (рис. 6).

На рис. 6 видно, что для напряжений, принадлежащих интервалу $0,155 < V < 0,52$, спектр мощности функции $j(t)$ не имеет ярко выраженных одиночных линий, что, в принципе, позволяет говорить о наличии хаотической динамики временной зависимости плотности тока и параметра порядка в частности.

Разумеется, демонстрация многопиковой структуры спектра мощности плотности тока в диапазоне напряжений, соответствующих формированию более трех ЦПФ, является недостаточным условием для утверждения о хаотическом поведении параметра порядка. Обычно в качестве критерия существования хаоса для временного ряда, коим здесь является набор значений функции $j(t)$, используют положительность старшего показателя экспоненты Ляпунова, для оценки которого необходимо определить локальный коэффициент «разбегания» близких траекторий, а затем провести усред-

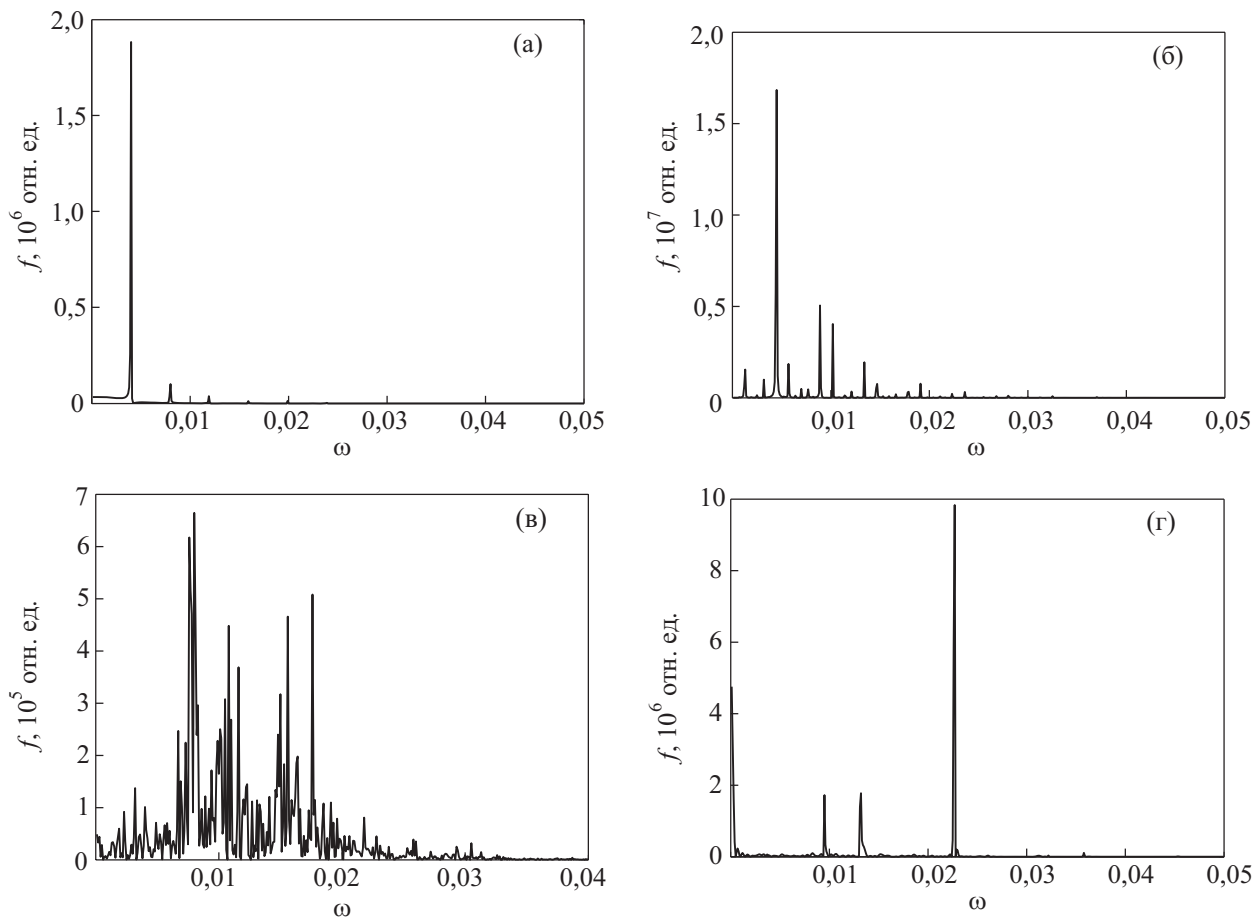


Рис. 6. Эволюция спектра мощности функции $j(t)$ канала с $L = 70$ для напряжений V : 0,05 (а), 0,2 (б), 0,3 (в) и 0,45 (г).

нение. При этом сложность процедуры состоит в том, чтобы определить участок траекторий, на котором они еще могут считаться «близкими», так как именно он используется для определения локального коэффициента «разбегания». Отсутствие же надежного критерия «близости» приводит зачастую к неточностям в расчете старшего показателя экспоненты Ляпунова и делает такой способ детектирования хаоса менее надежным.

Поэтому для проверки наличия хаотического поведения в заданной системе часто прибегают к другим тестам. Например, для сверхпроводящей квазиодномерной нити, находящейся в режиме заданного тока, наличие хаоса определялось при помощи сечения Пуанкаре [10].

В настоящей работе для детектирования хаотического поведения было решено использовать более надежный способ — метод вычисления корреляционной энтропии K_2 . Поскольку эта характеристика задает нижнюю границу энтропии Колмогорова–Синяя K [11], а та, в свою очередь, равна средней сумме положительных показателей экспоненты Ляпунова (для одномерного отображения она представляет собой показатель экспоненты Ляпунова) [12], то достаточным условием существования хаоса является положительность корреляционной энтропии $K_2 > 0$.

Заметим, что непосредственное определение энтропии Колмогорова–Синяя также связано со значительными трудностями, поэтому удобно использовать оценку энтропии Колмогорова–Синяя снизу именно корреляционной энтропией, определение которой проще, хотя также связано с рядом технических проблем, вызванных необходимостью численного счета пределов

$$K_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow \infty} \ln \frac{C(m, \varepsilon)}{C(m+1, \varepsilon)} \leq K, \quad (6)$$

где

$$C(m, \varepsilon) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{p, q=1}^n \theta \left(\varepsilon - \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{s=0}^{m-1} [j_{p+s} - j_{q+s}]^2} \right) -$$

обобщенный корреляционный интеграл, $\theta(z)$ — функция Хевисайда, ε — элемент фазового пространства, t_p — интервал дискретизации, выбор которого имеет важное значение, так как именно от него зависит насколько много значений необходимо учитывать при суммировании для расчета с приемлемой точностью корреляционного интеграла. Обычно интервал дискретизации выбирают так, чтобы каждое следующее значение $j_p = j(t_p)$ добавляло наибольшую информацию или как можно меньше коррелировало с предыдущим.

Исследованы временные ряды $j(t)$ для широкого набора длин сверхпроводящих каналов и для диапазонов напряжений от нуля до значения, где ВАХ выхо-

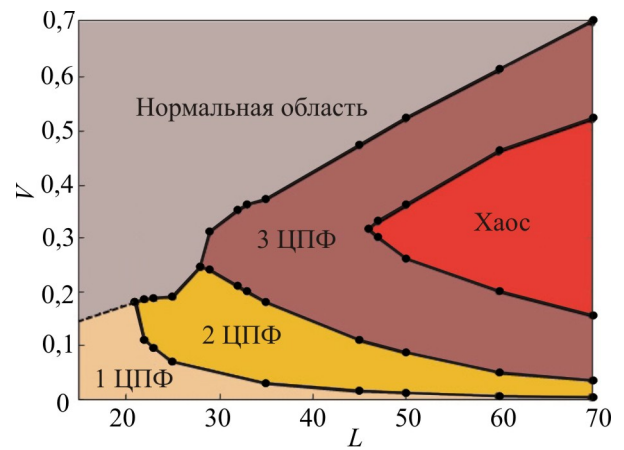


Рис. 7. Фазовая диаграмма резистивного состояния сверхпроводящего канала в режиме заданного напряжения. Каждая область соответствует одному, двум, трем ЦПФ или режиму с увеличивающимся в размерах нормальным доменом. Красная область приблизительно ограничивает состояние с более чем тремя ЦПФ. В этой области динамика параметра порядка является хаотической. Пунктирной линией отмечен условный переход для коротких каналов из режима с одним ЦПФ в состояние, в котором реализуется нормальный домен. Диаграмма построена на основе данных (отмечены точками), полученных в результате численного решения уравнений ГЛ.

дит на прямолинейный участок. Обнаружено, что в интервале напряжений, где в системе возникает более трех ЦПФ, корреляционная энтропия больше нуля. Это означает, что указанный диапазон напряжений однозначно можно трактовать как область, где зависимость плотности тока от времени, а следовательно, и параметр порядка ведет себя хаотическим образом.

Исходя из полученных данных мы изобразили наиболее полную и детальную фазовую диаграмму резистивного состояния сверхпроводящего канала, находящегося в режиме заданного напряжения (рис. 7).

Заключение

В работе визуализирована динамика параметра порядка для сверхпроводящих каналов различных длин. Прослежена эволюция этой динамики при повышении напряжения и установлены критические значения длин, для которых происходит переход из режима одного ЦПФ в системе к режиму двух, трех ЦПФ и т.д. Рассчитана ВАХ каналов широкого диапазона длин и установлено, что возникновение S-образной формы ВАХ и наложенные на нее «деформации» для каналов с длиной больше $L^{(S+oscil)}$ связаны с появлением более одного ЦПФ и последующими их эволюционными изменениями под действием прикладываемого напряжения. Вычислены корреляционные энтропии временной зависимости плотности тока для каналов разных длин и показано, что в определенном интервале на-

пряжений в системах с длиной более $L^{(\text{chaos})}$ параметр порядка начинает вести себя во времени хаотическим образом, что приводит к непериодическому поведению множества ЦПФ в центральной части каналов.

Собранные данные позволили построить наиболее полную фазовую диаграмму резистивного состояния сверхпроводящего канала, находящегося в режиме заданного напряжения.

Отметим, что недавно транспортные свойства квазиодномерных сверхпроводящих каналов вновь привлекли пристальное внимание исследователей. Это связано с тем, что когерентный квантовый ЦПФ, который является предметом теоретических исследований [13], был экспериментально продемонстрирован в [14]. Безусловно, описание квантовых свойств ЦПФ необходимо проводить в рамках микроскопической теории [13], однако для предварительной оценки параметров образцов бывают полезными и упрощенные феноменологические модели.

Что касается экспериментальных исследований, то для полноты картины наряду с изучением ВАХ было бы интересно исследовать структуры, в которых данный квазиодномерный канал закорочен сверхпроводящим кольцом. Для изучения таких ЦПФ интерферометров может быть использована относительно простая радиочастотная техника, детально описанная в [15].

Действительно, при исследовании джозефсоновских потоковых кубитов с помощью этой методики был экспериментально зарегистрирован переход между классической (локализованные состояния [16]) и квантовой (квантовая суперпозиция состояний [17]) модами [18]. Мы полагаем, что аналогичные результаты могут быть получены и для ЦПФ интерферометров.

Авторы благодарны Министерству образования и науки Германии (BMBF) за частичную поддержку этой работы, проект UKR 10/001. Ю.Е. благодарит за поддержку НАНУ, грант для молодых ученых № 16-2011. Численные расчеты проведены на суперкомпьютере ФТИНТ НАНУ Украины (ds0.ilt.kharkov.ua).

1. J. Meyer and G.V. Minnigerode, *Phys. Lett. Ser. A* **38**, 529 (1972).
2. W.J. Skocpo, M.R. Beasley, and M. Tinkham, *J. Low Temp. Phys.* **76**, 145 (1974).
3. V.P. Galayko, V.M. Dmitriev, G.E. Churilov, *Fiz. Nizk. Temp.* **2**, 299 (1976) [*Low Temp. Phys.* **2**, 148 (1976)].
4. J.S. Langer and V. Ambegaokar, *Phys. Rev.* **164**, 498 (1967).
5. E.V. Il'ichev, V.I. Kuznetsov, and V.A. Tulin, *JETP Lett.* **56**, 295 (1992).
6. A.G. Sivakov, A.M. Glukhov, A.N. Omelyanchouk, Y. Koval, P. Müller, and A.V. Ustinov, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 267001 (2003).
7. D.Y. Vodolazov, F.M. Peeters, L. Piraux, S. Mátéfi-Tempfli, and S. Michotte, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 157001 (2003).
8. B.A. Malomed, and A. Weber, *Phys. Rev. B* **44**, 875 (1991).

9. J. Kim, J. Rubinstein, and P. Sternberg, *Physica C* **470**, 630 (2010).
10. V.V. Baranov, A.G. Balanov, and V.V. Kabanov, *Phys. Rev. B* **84**, 094527 (2011).
11. H.G. Schuster and W. Just, *Deterministic Chaos*, John Wiley & Sons, Weinheim (2005).
12. Y.B. Pesin, *Russian Math. Surv.* **32**, 55 (1977).
13. A.D. Zaikin, D.S. Golubev, A. van Otterlo, and G.T. Zimányi, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1552 (1997).
14. O.V. Astafiev, L.B. Ioffe, S. Kafanov, Yu.A. Pashkin, K.Yu. Arutyunov, D. Shahar, O. Cohen, and J.S. Tsai, *Nature* **484**, 355 (2012).
15. E. Il'ichev, N. Oukhanski, Th. Wagner, H.-G. Meyer, A.Yu. Smirnov, M. Grajcar, A. Izmalkov, D. Born, W. Krech, and A. Zagoskin, *Fiz. Nizk. Temp.* **30**, 823 (2004) [*Low Temp. Phys.* **30**, 620 (2004)].
16. E. Il'ichev, Th. Wagner, L. Fritzsche, J. Kunert, V. Schultze, T. May, H.E. Hoenig, H.G. Meyer, M. Grajcar, D. Born, W. Krech, M.V. Fistul, and A.M. Zagoskin, *Appl. Phys. Lett.* **80**, 4184 (2002).
17. M. Grajcar, A. Izmalkov, E. Il'ichev, Th. Wagner, N. Oukhanski, U. Hübner, T. May, I. Zhilyaev, H.E. Hoenig, Ya.S. Greenberg, V.I. Shnyrkov, D. Born, W. Krech, H.-G. Meyer, Alec Maassen van den Brink, and M.H.S. Amin, *Phys. Rev. B* **69**, 060501(R) (2004).
18. M. Grajcar, A. Izmalkov, and E. Il'ichev, *Phys. Rev. B* **71**, 144501 (2005).

Phase diagram of the resistive state of a narrow superconducting channel in the voltage-driven regime

Y.S. Yerin, V.N. Fenchenko, and E.V. Il'ichev

Based on the numerical solution of nonstationary Ginzburg–Landau equations, we investigated the evolution of the order parameter of superconducting channels of different length under applied voltage (so-called voltage-driven regime). We calculated the current-voltage characteristics for channels of different length and found out the origin of their characteristic disorder oscillations. For very long channels in a certain voltage interval we revealed a chaotic dynamics of the order parameter. The collected data allowed us to plot the most complete and detailed phase diagram of the resistive state of the superconducting channel in the voltage-driven regime.

PACS: 74.40.Gh Nonequilibrium superconductivity;
74.40.De Noise and chaos;
74.78.Na Mesoscopic and nanoscale systems.

Keywords: Ginzburg–Landau equations, superconducting channel, voltage-driven regime, phase slip center, chaos.