Low Temperature Physics/Физика низких температур, 2014, т. 40, № 7, с. 807–809

Теория затухания стоячих спиновых волн

В.Г. Барьяхтар

Институт магнетизма НАН и МОН Украины, бульв. Вернадского, 36 Б, г. Киев, 03142, Украина
E-mail: victor.baryakhtar@gmail.com

Статья поступила в редакцию 25 февраля 2014 г., опубликована онлайн 21 мая 2014 г.

Вычислено обменное затухание стоячих спиновых волн в ультратонкой магнитной пленке толщиной порядка обменной длины. Показано, что из-за граничных условий волновые векторы спиновых волн принимают в таких пленках большие значения, пропорциональные обратной толщине пленки. Обменное затухание при таких волновых векторах становится главным и может привести к размыванию спектра стоячих спиновых волн.

Вичислено обмінне загасання стоячих спінових хвиль в ультратонкій магнітній плівці завтовшки порядку обмінної довжини. Показано, що внаслідок граничних умов хвилеві вектори спінових хвиль набувають в таких плівках великих значень, пропорційних зворотній товщині плівки. Обмінне загасання при таких хвилевих векторах стає головним і може привести до розмивання спектру стоячих спінових хвиль.

PACS: **76.50.+g** Ферромагнитный, антиферромагнитный и ферримагнитный резонансы; спин-волновой резонанс;
75.30.Ds Спиновые волны;
75.70.Ak Магнитные свойства монослоев и тонких пленок.

Ключевые слова: ферромагнетик, тонкая пленка, обменное затухание, стоячая спиновая волна.

1. Как известно, в достаточно тонких магнитных пленках проявляется зависимость магнитной дисперсии от волнового вектора. Это обусловлено тем, что в пленках, толщины которых $2L$ порядка обменной длины

$$l_E = (J_C/\mu M_0)^{1/2} a \cong 10^{-6} \text{ см} \qquad (1)$$

(где J_C — обменная постоянная, по порядку величины совпадающая с температурой Кюри в энергетических единицах; M_0 — намагниченность насыщения; μ — магнетон Бора; a — постоянная кристаллической решетки, $a \cong 10^{-8}$ см), волновые векторы спиновых волн становятся порядка обменной длины из-за граничных условий для намагниченности. В настоящей работе будем считать, что постоянная Планка $\hbar$ и постоянная Больцмана k_B равны единице.

2. Впервые на особенность тонких пленок толщиной $2L \approx l_E$ обратил внимание Киттель [1]. Он построил теорию спиновых волн в таких пластинках и назвал их стоячими спиновыми волнами (ССВ). При определенных условиях им не соответствует переменное магнитное поле ни в пластинке, ни вне пластинки. Киттель не рассматривал затухание таких волн. Интерес к проблеме затухания ССВ обусловлен тем, что расстояние между частотами соседних ССВ возрастает с ростом номера частоты как n, а затухание — с ростом номера моды как n^4. Ясно, что при некотором n расстояние между соседними частотами ССВ может стать порядка ширины частоты ССВ, и они потеряют смысл. Автору представляется, что этот результат требует экспериментальной проверки.

3. Рассмотрим тонкую ферромагнитную пластинку толщиной $2L$. Ось легкого намагничения и внешнее магнитное поле H_0 будем считать направленными перпендикулярно к плоскости пластинки (вдоль оси Z). Пусть внешнее магнитное поле достаточно велико $H_0 > 4\pi M_0$, чтобы пленка была однородно намагничена вдоль оси Z и не реализовывались магнитные домены.

Квазиравновесная свободная энергия w определяется формулой

$$2w = \frac{(M^2 - M_0^2)^2}{4\chi M_0^2} + \frac{J_C}{gM_0} a^2 \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i}\right)^2 - - KM_z^2 - 2H_0 M_z + 4\pi M_z^2 . \qquad (2)$$

Первое слагаемое в формуле (2) описывает обменную энергию, определяющую величину намагниченности ферромагнетика, второе слагаемое — неоднородная обменная энергия, третье — энергия магнитной анизотропии, $K > 0$ — константа магнитной анизотропии, $\chi \approx J_C / \mu M_0$ — продольная магнитная восприимчивость, g — гиромагнитное отношение, в принятых в работе единицах $g = \mu$, последнее слагаемое — энергия размагничивания пленки.

Рассмотрим малые колебания намагниченности вблизи этого основного состояния

$$\mathbf{M} = \mathbf{M_0} + \mathbf{m} \ .$$

Чтобы продемонстрировать идею существования стоячих спиновых волн, будем считать, что $\mathbf{m}$ зависит только от координаты z и времени t. Напомним, что компонента $\mathbf{m}$ вдоль оси Z второго порядка малости по сравнению с компонентами $\mathbf{m}$ вдоль осей X, Y. Это обстоятельство связано с сохранением величины намагниченности $\mathbf{M}$ в силу уравнения Ландау–Лифшица [2]

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = g[\mathbf{M} \times \mathbf{H}^e] \ . \qquad (3)$$

Здесь $\mathbf{H}^e$ — эффективное магнитное поле [2–4]:

$$\mathbf{H}^e = -\frac{\delta W}{\delta \mathbf{M}} \ , \ W = \int w d^3 x \ . \qquad (4)$$

4. Зная w и уравнение Ландау–Лифшица, нетрудно найти высокочастотную магнитную восприимчивость:

$$\hat{\chi}(k, \omega) = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} \end{pmatrix} , \qquad (5)$$

где

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \frac{g M_0 \Omega}{\Omega^2 - \omega^2}; \ \chi_{xy} = -\chi_{yx} = i \frac{g M_0 \omega}{\Omega^2 - \omega^2},$$
$$\Omega = g M_0 \left(\frac{J_C}{\mu M_0} a^2 k^2 + \frac{M_0 H_0^{(i)}}{M_0^2 + K} \right), \qquad (6)$$

$H_0^{(i)} = H_0 - 4\pi M_0$.

Магнитостатические уравнения в пленке $\mathrm{rot}\, \mathbf{h} = 0$, $\mathrm{div}\, (\mathbf{h} + 4\pi \mathbf{m}) = 0$, поскольку $m_z \approx (m_x^2 + m_y^2) / M_0$, принимают такой же вид, как и уравнения магнитостатики вне пленки:

$$\mathrm{rot}\, \mathbf{h} = 0, \ \mathrm{div}\, \mathbf{h} = 0 \ . \qquad (7)$$

Граничные условия на магнитное поле $h = 0$ при $z \to \infty$ и условие непрерывности тангенциальных составляющих магнитного поля на границах пленки приводят к решению $\mathbf{h} = 0$ внутри и вне пленки.

Из соотношения

$$\mathbf{m} = \hat{\chi}(k, \omega) \mathbf{h} \ \text{ или } \ \mathbf{h} = \hat{\chi}^{-1}(k, \omega) \mathbf{m} \qquad (8)$$

следует, что намагниченность внутри пленки отлична от нуля только на тех частотах, для которых

$$\det \hat{\chi}^{-1}(k, \omega) = 0 \ . \qquad (9)$$

5. Второе из уравнений (8) удобно переписать в циркулярных переменных для намагниченности $m_+ = m_x + i m_y$; $m_- = m_x - i m_y$:

$$(\omega - \Omega) m_+ = 0; \ (\omega + \Omega) m_- = 0 \ . \qquad (10)$$

Видно, что частоты стоячих спиновых волн равны

$$\omega_s = \pm \Omega \ . \qquad (11)$$

Учтем граничные условия для намагниченности:

$$\left. \frac{\partial m}{\partial z} \right|_{z = \pm L} = 0 \ . \qquad (12)$$

Эти граничные условия приводят к следующим значениям для волнового вектора стоячих спиновых волн:

$$k = k_z = \frac{\pi}{L} \left(n + \frac{1}{2} \right),$$
$$k = k_z = \frac{\pi}{L} n \ . \qquad (13)$$

Нижняя строчка в этой формуле относится к симметричным решениям относительно координаты z

$$m_x = A \cos(kz), \ \frac{\partial m_x}{\partial z} = -Ak \sin(kz) \ ,$$

верхняя строчка — к антисимметричным решениям

$$m_x = B \sin(kz) \ , \ \frac{\partial m_x}{\partial z} = Bk \cos(kz) \ .$$

Из формул (6), (13) следует, что расстояние между соседними частотами стоячих спиновых волн равно

$$\Delta \Omega_{n, n-1} = 2 J_C (\pi a / L)^2 n \ . \qquad (14)$$

6. Обменная часть диссипативной функции ферромагнетика, наиболее важной для тонких магнитных пленок, равна [5]

$$2q = \lambda^E a^2 \left(\frac{\partial \mathbf{H}^e}{\partial x_i} \right)^2 . \qquad (15)$$

В этой формуле λ^E — феноменологическая константа релаксации. Для упрощения в формуле (15) выписана постоянная решетки a^2, после чего размерность λ^E совпадает с частотой.

Подставляя в (15) выражение для эффективного магнитного поля и учитывая, что для тонкой пленки основной вклад дает неоднородное обменное взаимодействие, получаем

$$2q = \lambda^E a^2 \left(\frac{J_C}{\mu M_0} a^2 \frac{\partial^3 \mathbf{M}}{\partial z^3} \right)^2 . \qquad (16)$$

Переходя к компонентам Фурье, найдем

$$2q = \lambda^E a^2 k^2 \left(\frac{J_C}{\mu M_0} (ak)^2 \right)^2 m^2 . \qquad (17)$$

Вычислим теперь квазиравновесную свободную энергию пленки w:

$$2w \approx \frac{(M^2 - M_0^2)^2}{4\chi M_0^2} + \frac{J_C}{\mu M_0} a^2 \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2 \approx$$

$$\approx \frac{J_C}{\mu M_0} a^2 \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2 . \qquad (18)$$

Здесь учтено, что $M^2 = M_0^2$, $m_z = 0$. В компонентах Фурье для свободной энергии имеем

$$2w = (J_C / \mu M_0) a^2 k^2 m^2 . \qquad (19)$$

Используя формулы (17) и (19), найдем затухание ССВ по формуле

$$\Gamma_k = \frac{q}{2w} = \frac{1}{2} \lambda^E \frac{J_C}{\mu M_0} (ak)^4 . \qquad (20)$$

С учетом формулы (13) для значений волновых векторов получим

$$\Gamma_k = \frac{1}{2} \lambda^E \frac{J_C}{\mu M_0} \left(\frac{\pi a}{L} \right)^4 n^4 . \qquad (21)$$

Учтем, что толщина пленки порядка обменной длины, которая определяется формулой (1). Подставляя в (21) вместо $2L$ обменную длину, найдем

$$\Gamma = 8\pi^4 \lambda^E (\mu M_0 / J_C) n^4 . \qquad (22)$$

Проделав аналогичные выкладки для расстояния между соседними частотами стоячих спиновых волн, имеем

$$\Delta\Omega_{n,n-1} = 2\pi^2 \mu M_0 n . \qquad (23)$$

Наконец, для отношения $\Gamma / \Delta\Omega_{n,n-1}$ получим

$$\Gamma / \Delta\Omega_{n,n-1} = 4\pi^2 (\lambda^E / J_C) n^3 . \qquad (24)$$

При $\Gamma / \Delta\Omega_{n,n-1} \approx 1$ спектр ССВ теряет смысл. Отсюда находим значение критического номера n_{cr}

$$n_{\text{cr}} = (J_C / 4\pi^2 \lambda^E)^{1/3} . \qquad (25)$$

Параметр затухания λ^E мал по сравнению с J_C. Пусть это отношение достаточно велико и равно $J_C / \lambda^E \approx 10^2$. Даже в этом случае $n_{\text{cr}} \approx 1$. Другими словами, высокочастотные моды ССВ не реализуются, если справедлив механизм обменной релаксации.

Ввиду такого вывода экспериментальное исследование затухания ССВ, по моему мнению, представляет большой интерес.

1. C. Kittel, *Phys. Rev.* **110**, 1208 (1958).
2. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Sow. Phys.* **8**, 157 (1935).
3. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Курс теоретической физики*, том IX; Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Статистическая физика*, ч. 2, Физматлит, Москва (2002), §69.
4. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967), гл. 2.
5. В.Г. Барьяхтар, А.Г. Данилевич, *ФНТ* **36**, 385 (2010) [*Low Temp. Phys.* **36**, 303 (2010)]; *ФНТ* **39**, 1279 (2013) [*Low Temp. Phys.* **39**, 993 (2013)].

Theory of standing spin-wave attenuation

V.G. Barjakhtar

Exchange attenuation of standing spin waves is calculated for an ultrathin magnetic of the order of exchange length thick. Because of the boundary conditions the wave vectors of spin waves in such films high values that are proportional to the inverse film thickness. The exchange attenuation at such wave vectors becomes dominant and can result in smearing of the standing spin wave spectrum.

PACS: **76.50.+g** Ferromagnetic, antiferromagnetic, and ferrimagnetic resonances; spin-wave resonance;
75.30.Ds Spin waves;
75.70.Ak Magnetic properties of monolayers and thin films.

Keywords: ferromagnet, thin film, exchange damping, standing spin wave.