Low Temperature Physics/Физика низких температур, 2015, т. 41, № 7, с. 635–643

Электрическая поляризация He II квантованными вихрями

И.Н. Адаменко, Е.К. Немченко

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина
E-mail: i.n.adamenko@mail.ru

Статья поступила в редакцию 30 декабря 2014 г., после переработки 27 января 2015 г.,
опубликована онлайн 25 мая 2015 г.

Показано, что при движении сверхтекучей компоненты ^{4}He относительно квантованных вихрей сверхтекучего гелия (He II) возникает электрическое поле, обусловленное электрическими свойствами квантованных вихрей, которые вызваны поляризацией жидкости при ее движении вокруг ствола вихря. В состоянии термодинамического равновесия в изотропной и однородной жидкости, которой является сверхтекучий ^{4}He, электрическое поле, обусловленное квантованными вихрями, равно нулю. Однако при относительном движении сверхтекучей и нормальной компонент, включающей и квантованные вихри, возникает анизотропия, обусловленная разностью скоростей нормальной и сверхтекучей компонент. Эта анизотропия и электрические свойства квантованных вихрей приводят к возникновению электрического поля в He II. Результаты приведенных расчетов сопоставляются с экспериментальными данными.

Показано, що при русі надплинної компоненти ^{4}He відносно квантованих вихорів надплинного гелію (He II) виникає електричне поле, обумовлене електричними властивостями квантованих вихорів, які викликані поляризацією рідини при її русі довкола ствола вихору. В стані термодинамічної рівноваги в ізотропній та однорідній рідині, якою є надплинний ^{4}He, електричне поле, обумовлене квантованими вихорами, дорівнює нулю. Проте при відносному русі надплинної і нормальної компонент, яка включає і квантовані вихори, виникає анізотропія, обумовлена різницею швидкостей нормальної і надплинної компонент. Ця анізотропія і електричні властивості квантованих вихорів приводять до виникнення електричного поля в He II. Результати приведених розрахунків зіставляються з експериментальними даними.

PACS: 67.25.D– Сверхтекучая фаза;
67.25.dk Вихри и турбулентность.

Ключевые слова: сверхтекучесть, гелий, вихри, поляризация, квадрупольный и дипольный моменты, электрическое поле.

1. Введение

В работах [1,2] сообщалось об удивительном явлении, которое наблюдалось в сверхтекучем ^{4}He (He II). Согласно [1], в стоячей волне второго звука возникает электрическое поле, обусловленное динамической поляризацией He II. В волне первого звука электрическое поле отсутствовало. Тот факт, что в волне второго звука есть относительное движение нормальной и сверхтекучей компонент He II, а в волне первого звука оно отсутствует, послужил основанием для автора статьи [1] А.С. Рыбалко сделать заключение о том, что возникновение электрического поля связано с относительным движением сверхтекучей и нормальной компонент He II. Для того чтобы проверить эту гипотезу, авторы [2] с помощью методики торсионных колебаний исследовали электрический отклик в He II и показали, что движение нормальной компоненты He II, увлекаемой стенкой торсионного осциллятора, вызывает возникновение электрического поля, обусловленного динамической поляризацией He II.

После этого появился ряд теоретических работ (см., например, [3–12]), в которых предлагались всевозможные гипотезы физических причин наблюдаемых в [1,2] явлений. Однако ряд из них базировался на неординарных, а в некоторых случаях и фантастических предположениях, которые никак не обосновывались. В других работах из предложенных авторами гипотез следовало, что эффект должен наблюдаться и в первом звуке, а также возможен и в нормальной фазе ^{4}He, что противоречило экспериментам [1,2]. В связи с этим считается, что до настоящего времени отсутствует последовательно обоснованная теория явлений, наблюдавшихся в [1,2].

Между тем, по нашему мнению, все работы, посвященные, а также инициированные этим явлением, начиная с первой теоретической работы А.М. Косевича [3], в той или иной мере способствуют решению данной проблемы.

В настоящей работе показано, что при относительном движении сверхтекучей и нормальной компонент ^{4}He в жидкости возникает электрическое поле, обусловленное электрическими свойствами квантованных вихревых колец (КВК), которые являются частью нормальной компоненты. В состоянии термодинамического равновесия, когда сверхтекучая жидкость изотропна и однородна, среднее значение электрического поля во всех точках жидкости равно нулю.

Однако при движении сверхтекучей компоненты относительно КВК изотропия жидкости нарушается в меру разности скоростей сверхтекучей и нормальной компонент. В состав последнего входят и КВК, поскольку в масштабах времен эксперимента быстро устанавливается равновесие между КВК и ротон-фононным газом тепловых возбуждений He II. Анизотропия, обусловленная относительной скоростью движения сверхтекучей и нормальной компонент He II, приводит к возникновению в жидкости электрического поля, обусловленного электрическими свойствами КВК. Указанные свойства вызваны поляризацией жидкости при ее движении вокруг ствола квантованного вихря.

2. Электрические и термодинамические свойства квантованных вихревых колец

В работах [13–15] исследовались электрические свойства вихрей в He II. Было показано, что у КВК дипольный момент отсутствует, но есть квадрупольный момент. Квадрупольные моменты вихрей рассчитывались в [13–15] с учетом разных механизмов поляризации атомов ^{4}He, которые вращаются вокруг ствола квантованного вихря. Из расчетов, проведенных в [15], следовало, что наиболее эффективной является так называемая флексоэлектрическая поляризация, возникающая при сближении двух атомов ^{4}He.

Атом ^{4}He не имеет в основном состоянии какихлибо мультипольных моментов. Однако если два атома находятся на расстоянии R друг от друга, то за счет их взаимодействия на каждом из этих двух атомов возникает дипольный момент $\mathbf{d}_a$. Согласно [6], величина этого дипольного момента $d_{a4} = d_a(R^{-4})$ убывает с расстоянием между атомами как R^{-4}. Для атомов ^{4}He, расстояние между которыми $a_0 = 3,58\,\text{Å}$, из расчетов, проведенных в [6], следовало

$$d_{a4} = \text{const}\cdot R^{-4};\;\; d_{04} = d_{a4}(R = a_0) = (4\cdot 10^{-4}\,\text{Å})\,e\,, \quad (1)$$

где $e = 4,8\cdot 10^{-10}$ ед. СГС — заряд электрона. Согласно [6], дипольные моменты $\mathbf{d}_{a4}$ каждого из двух атомов направлены к соседнему атому.

В однородной, изотропной жидкости после усреднения по случайным и быстро изменяющимся атомным конфигурациям нескомпенсированный дипольный момент отсутствует. Однако при вращении сверхтекучей жидкости вокруг ствола вихря возникает градиент плотности жидкости, который приводит к возникновению нескомпенсированного дипольного момента на отдельных атомах жидкости. При этом, как показано в [13–15], интегральный дипольный момент у вихря отсутствует, но существует квадрупольный момент.

Вычисленный в [14] исходя из выражения (1) тензор квадрупольного момента КВК с радиусом r_c оказался равным

$$q_{ik} = \frac{\pi}{2} r_c \bar{q} b_{ik}\,, \quad (2)$$

где $\bar{q}$ — линейная плотность квадрупольного момента вихря, а элементы диагональной матрицы b_{ik} соответственно равны $b_{11} = b_{22} = -1$, $b_{33} = 2$. Диагональный вид тензора квадрупольного момента (2) получен в прямоугольной системе координат $x_1^{(c)}, x_2^{(c)}, x_3^{(c)}$ с началом в центре вихревого кольца и осями $x_1^{(c)}, x_2^{(c)}$ в плоскости кольца. Так, выбранные оси являются главными осями тензора квадрупольного момента КВК.

В работе [15] исходя из результата (1) получено следующее выражение для линейной плотности $\bar{q}_4$ квадрупольного момента вихря, обусловленного флексоэлектрической поляризацией:

$$\bar{q}_4 = \bar{q}(d_a = d_{a4}) = \frac{32\pi d_{04} r_0^2}{3a_0^2} \ln\frac{r_c}{r_0}\,, \quad (3)$$

где $r_0 = 0,4$ Å — радиус ствола вихря.

Спустя два года после публикации статей [6,15], где был получен в [6], а затем использован в [15] результат (1), появилась работа [16], в которой для дипольного момента $d_{a7} = d_a(R^{-7})$ каждого из двух взаимодействующих атомов, находящихся на расстоянии R друг от друга, получен результат

$$\mathbf{d}_{a7} = -D_7 \frac{a_B^8}{R^7} e\mathbf{j}\,, \quad (4)$$

который существенно отличался от (1) тех же авторов. В (4) константа $D_7 = 25$, $a_B = 0{,}529$ Å — боровский радиус, $\mathbf{j}$ — орт, направленный к соседнему атому. В итоге, в отличие от (1), $\mathbf{d}_{a7}$ каждого из двух атомов направлен от соседнего атома. Авторы [16] написали, что полученный ими в [6] результат (1) является ошибочным и изложили причины возникновения ошибки.

В работах [17,18] была построена микроскопическая теория электрической поляризации, обусловленной неоднородностью сверхтекучих разряженных газов: электрон-дырочного и щелочных металлов. К сожалению, в настоящее время непонятно, как можно сопоставить полученные в [17,18] результаты с формулами (1) и (4).

Вычисления, аналогичные приведенным в [14,15], исходя из результата (4) дают следующие выражения для линейной плотности квадрупольного момента вихря:

$$\bar{q}_7 = \bar{q}\,(d_a = d_{a7}) = -\frac{56\pi d_{07} r_0^2}{3a_0^2} \ln\frac{r_c}{r_0}\,, \tag{5}$$

где

$$d_{07} = d_{a7}(R = a_0) = (2{,}03\cdot 10^{-5}\,\text{Å})\,e\,. \tag{6}$$

Из равенств (1) и (6) следует, что ошибочное значение d_{04} больше истинного d_{07} в 20 раз. Тогда, согласно (3) и (5), ошибочное значение $\bar{q}_4$ больше истинного $|\bar{q}_7|$ в 11 раз. При этом при истинных значениях d_{07} и $\bar{q}_7$ вклад в квадрупольный момент КВК флексоэлектрической поляризации оказывается на порядок больше вклада инерционной поляризации [15]. В дальнейшем при расчетах будем исходить из результата (2), где $\bar{q} = \bar{q}_7$ дается равенством (5).

Квантовые вихревые кольца являются квазичастицами He II с относительно большими значениями энергии и импульса. Свойствам вихрей посвящена достаточно обширная литература — от учебников и монографий до многочисленных статей (см., например, [13–15,19,20] и цитируемую там литературу).

Энергия КВК ε — изотропная функция его импульса p. Зависимость задается параметрически (r_c — параметр) равенствами

$$\varepsilon = \frac{2\pi^2 n_0 \hbar^2}{m} r_c \left(\ln\frac{8r_c}{r_0} - 2\right),\quad p = 2\pi^2 n_0 \hbar r_c^2\,, \tag{7}$$

где $n_0 = 2{,}17\cdot 10^{22}\,\text{см}^{-3}$ — атомная плотность ^{4}He, $m = 6{,}69\cdot 10^{-24}$ г — масса атома ^{4}He. Импульс КВК $\mathbf{p}$ направлен перпендикулярно плоскости КВК. Скорость движения КВК дается соотношением

$$\mathbf{v} = \frac{\partial\varepsilon}{\partial\mathbf{p}} = \frac{\hbar}{2r_c m}\left(\ln\frac{8r_c}{r_0} - \frac{1}{2}\right)\frac{\mathbf{p}}{p}\,. \tag{8}$$

Квазичастицы КВК — бозоны с функцией распределения Бозе

$$n_B(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\varepsilon/k_B T} - 1} \tag{9}$$

с равным нулю химпотенциалом, поскольку число КВК не сохраняется, а определяется температурой T. Плотность числа КВК n_v при заданной температуре дается равенством

$$n_v = \int n_B[\varepsilon(r_c)]\frac{d^3 p(r_c)}{(2\pi\hbar)^3}\,. \tag{10}$$

В соотношении (10) основной вклад дадут КВК с минимально возможным радиусом r_{0c}. Из теории и экспериментов (см. [19] и цитируемую там литературу) следует, что энергетический спектр КВК ограничен значениями $r_c \ge r_{0c} = 2{,}5$ Å. Для КВК с минимальным радиусом r_{0c}, согласно (7), получим

$$\varepsilon_0 = 1{,}785\cdot 10^{-15}\,\text{эрг} \approx 12{,}9\ \text{К}\,,$$

$$p_0 = 2{,}68\cdot 10^{-19}\,\text{г}\cdot\text{см/с} = 2{,}68\ \text{Å}^{-1}\,. \tag{11}$$

Заметим, что минимальный радиус КВК $r_{0c} = 2{,}5$ Å меньше межатомного расстояния $a_0 = n_0^{-1/3} = 3{,}58$ Å. Согласно [21], такая ситуация возможна только в квантовой жидкости, которой является He II, где делокализация атомов позволяет ввести параметры сплошной среды на любых расстояниях, включая математическую точку.

Поскольку во всей области температур $T < T_\lambda = 2{,}17$ К отношение $\varepsilon/k_B T \gg 1$, при всех вычислениях можно исходить не из распределения Бозе (9), а из распределения Больцмана

$$n(\varepsilon) = e^{-\varepsilon/(k_B T)}. \tag{12}$$

Интегрирование в (10) с функцией распределения (12) дает

$$n_v = 8\pi\left(\frac{p_0}{2\pi\hbar}\right)^3 \frac{k_B T}{\varepsilon_0} e^{-\varepsilon_0/(k_B T)} g(T)\,, \tag{13}$$

где $g(T)$ — вычисленная в [19] безразмерная функция температуры, которая при $T \le 2$ К слабо зависит от температуры, увеличиваясь от 0,5 при $T = 0$ К до 0,7 при $T = 2$ К. Численное значение $n_v(T = 2\ \text{К}) = 3{,}28\cdot 10^{20}\,\text{см}^{-3}$ меньше числа ротонов при той же температуре в 5,6 раза.

С функцией распределения (12), аналогично тому, как это делается для ротонов, можно вычислить вклад КВК в термодинамические величины He II [19]. При этом при $T = 2$ К вклад КВК в плотность нормальной компоненты He II оказывается в 4,7 раза меньше вклада ротонов. С понижением температуры вклад КВК во все термодинамические величины экспоненциально уменьшается по сравнению с вкладом ротонов и фононов. Таким образом, при $T \le 2$ К вкладом КВК во все термодинамические величины He II можно пренебречь. Однако, как следует из расчетов, приведенных ниже, КВК определяют электрические свойства He II.

3. Электрическое поле, обусловленное движением сверхтекучей компоненты He II относительно квантованных вихрей

В масштабах времен эксперимента, согласно [20,22], быстро устанавливается равновесие между КВК и ротон-фононным газом He II. Поэтому при относительном движении нормальной и сверхтекучей компонент со скоростью $\mathbf{w} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$ КВК движутся вместе с ротон-фононным газом со скоростью $\mathbf{v}_n$.

Подобно ротонам и фононам КВК являются безмассовыми квазичастицами He II, поскольку их появление и исчезновение не меняют массу He II. Поэтому импульс КВК и его закон дисперсии $\varepsilon(p)$ определены только в системе координат, где сверхтекучая компонента покоится. Если скорость относительного движения $\mathbf{w}$ отлична от нуля, то подобно ротонам КВК описываются функцией распределения

$$n(\varepsilon - \mathbf{pw}) = \mathrm{e}^{-(\varepsilon - \mathbf{pw})/(k_B T)} . \qquad (14)$$

Найдем плотность тензора квадрупольного момента, обусловленную относительной скоростью $\mathbf{w}$. Для этого введем лабораторную систему координат x_1, x_2, x_3 так, чтобы направление оси x_3 совпадало с направлением вектора $\mathbf{w}$. Далее запишем тензор квадрупольного момента КВК (2) в лабораторной системе координат. Ориентация собственной системы координат КВК $x_1^{(c)}, x_2^{(c)}, x_3^{(c)}$ относительно лабораторной системы координат x_1, x_2, x_3 задается тремя углами, в качестве которых возьмем эйлеровы углы φ, ψ и θ. Ввиду симметрии выбор направления осей $x_1^{(c)}, x_2^{(c)}$ в плоскости кольца произвольный. Пусть ось $x_1^{(c)}$ совпадает с линией узлов, которая задается пересечением плоскостей $x_1^{(c)}, x_2^{(c)}$ и x_1, x_2. Тогда угол $\psi = 0$ и ориентация системы координат $x_1^{(c)}, x_2^{(c)}, x_3^{(c)}$ относительно x_1, x_2, x_3 задается двумя углами: углом φ между осями $x_1^{(c)}$ и x_1, а также углом θ между осями $x_3^{(c)}$ и x_3.

Стандартное преобразование матрицы b_{ik} тензора (2) при повороте декартовой системы координат дает следующее выражение для тензора квадрупольного момента КВК в лабораторной системе координат:

$$q_{ik}^{(l)} = \frac{\pi}{2} r_c \bar{q}_7 b_{ik}^{(l)} , \qquad (15)$$

где элементы симметричной матрицы $b_{ik}^{(l)}$ даются равенствами

$$b_{11}^{(l)} = 3\sin^2\varphi \sin^2\theta - 1 ; \quad b_{12}^{(l)} = -\frac{3}{2}\sin 2\varphi \sin^2\theta ;$$

$$b_{13}^{(l)} = \frac{3}{2}\sin\varphi \sin 2\theta ; \quad b_{22}^{(l)} = 3\cos^2\varphi \sin^2\theta - 1 ;$$

$$b_{23}^{(l)} = -\frac{3}{2}\cos\varphi \sin^2\theta ; \quad b_{33}^{(l)} = 3\cos^2\theta - 1 . \qquad (16)$$

Плотность тензора квадрупольного момента определяется равенством

$$Q_{ik} = \int q_{ik}^{(l)} n\,(\varepsilon - pw\cos\theta)\, \frac{p^2 \sin\theta\, dp\, d\theta d\varphi}{(2\pi\hbar)^3} . \qquad (17)$$

После интегрирования по углу φ выражение (17) приводится к виду

$$Q_{ik} = \int \frac{\pi^2}{2} r_c \bar{q}_7 b_{ik}^{(\theta)} n(\varepsilon - pw\cos\theta) \frac{p^2 \sin\theta\, dp\, d\theta}{(2\pi\hbar)^3} , \qquad (18)$$

где элементы диагональной матрицы $b_{ik}^{(\theta)}$ даются равенствами

$$b_{11}^{(\theta)} = b_{22}^{(\theta)} = 3\sin^2\theta - 2; \quad b_{33}^{(\theta)} = 6\cos^2\theta - 2. \qquad (19)$$

Скорость w — относительно малая величина. Разлагая в ряд функцию $n(\varepsilon - pw\cos\theta)$ с точностью до квадратичных членов по малой w, преобразуем выражение (18) к виду

$$Q_{ik} = \int_{p_0}^{\infty} \frac{p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\pi^2}{2} r_c \bar{q}_7 \Bigg(\int_0^{\pi} b_{ik}^{(\theta)} n(\varepsilon) \sin\theta\, d\theta - \int_0^{\pi} b_{ik}^{(\theta)} \frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial\varepsilon} pw\cos\theta \sin\theta d\theta + \frac{1}{2}\int_0^{\pi} b_{ik}^{(\theta)} \frac{\partial^2 n(\varepsilon)}{\partial\varepsilon^2} p^2 w^2 \cos^2\theta \sin\theta d\theta \Bigg) . \qquad (20)$$

Первый интеграл по θ в (20) равен нулю. Такой результат согласуется с тем фактом, что в изотропной жидкости плотность тензора квадрупольного момента равна нулю. Равным нулю оказывается и второй интеграл по θ в (20). Таким образом, плотность тензора квадрупольного момента пропорциональна w^2.

Выполняя интегрирование по θ в третьем слагаемом в (20), получаем

$$Q_{ik} = \frac{4}{15} \int_{p_0}^{\infty} \frac{\pi^2}{2} r_c \bar{q}_7 \frac{\partial^2 n(\varepsilon)}{\partial\varepsilon^2} p^2 w^2 \frac{p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} b_{ik} . \qquad (21)$$

Подставляя выражение (12) в (21) и учитывая, что $\varepsilon_0 >> k_B T$, результат приведем к виду

$$Q_{ik} = \frac{1}{30} q_0 n_v \left(\frac{w}{v_T}\right)^2 b_{ik}\,, \qquad (22)$$

где $q_0 = \pi r_{0c} \bar{q}_7 (r_c = r_{0c})$ — квадрупольный момент минимального вихревого кольца, $v_T = k_B T / p_0$ — температурная скорость КВК с минимальными размерами и импульсом p_0. Численные значения приведенных параметров равны: $q_0 = -(2{,}14 \cdot 10^{-4}\,\text{Å}^2)e$, $v_T = 5{,}15 \cdot 10^2 T$ см/(с·К). Отметим, что экспериментальные значения w много меньше v_T. Это подтверждает корректность выполненного выше разложения в ряд по малому параметру w. Результат (22) имеет простой физический смысл: плотность тензора квадрупольного момента КВК содержит произведение квадрупольного момента q_0 минимального вихревого кольца, плотность числа КВК n_v, квадрат малого безразмерного параметра анизотропии w/v_T и диагональную матрицу b_{ik}, элементы которой выписаны после равенства (2).

Электрическое поле $\mathbf{E}_Q$, обусловленное Q_{ik}, отлично от нуля при зависимости Q_{ik} от координат и, согласно [23], дается равенством

$$E_{Qi} = 4\pi \frac{\partial Q_{ik}}{\partial x_k}\,. \qquad (23)$$

В соответствии с экспериментами будем считать, что отличная от нуля третья компонента $w_3 = w$ зависит только от x_3. Тогда отлична от нуля только третья компонента электрического поля

$$E_{Q3} = 4\pi \frac{\partial}{\partial x_3} Q_{33}(w(x_3))\,. \qquad (24)$$

Согласно (24), потенциалом электрического поля можно считать функцию

$$\varphi_Q = -4\pi Q_{33}(x_3)\,. \qquad (25)$$

В работе [6] выдвинута гипотеза о существовании у КВК дипольного момента $\mathbf{d}_c$, который направлен вдоль импульса кольца. В [6] рассматривались два возможных механизма возникновения $\mathbf{d}_c$: инерционный и основанный на различии градиентов плотности перед и за кольцом.

Нулевое значение дипольного момента КВК, полученное в [13–15], авторы [6] объясняли тем, что все расчеты в [13–15] фактически основаны на формулах классической физики. Квантовость вихревого кольца в [13–15] учитывалась только в квантовании циркуляции скорости движения жидкости вокруг оси вихря. Такой упрощенный подход, по мнению авторов работы [6], не мог учесть два предложенных ими механизма возникновения нескомпенсированного дипольного момента $\mathbf{d}_c$ у КВК.

Как отмечалось в работе [6], вихревое кольцо с минимальным значением $r_{0c} = 2{,}5$ Å является существенно квантовым объектом и корректное описание такого КВК можно сделать лишь исходя из N-частичной волновой функции, которая позволит установить наличие или отсутствии $\mathbf{d}_c$ у КВК. Однако эта волновая функция неизвестна. Авторы [6] признают, что приведенные ими рассуждения не являются строгим доказательством наличия $\mathbf{d}_c$ у КВК, но качественно обосновывают такую возможность.

Авторы [6] приводят еще одну аргументацию в пользу возможности существования $\mathbf{d}_c$ у КВК. Так, согласно [24], вихри в сверхтекучем ^{3}He имеют нескомпенсированный дипольный момент, обусловленный взаимной поляризацией атомов и асимметрией трехатомных конфигураций в сердцевине вихря. Авторы работы [6] считают, что такая возможность не исключена в КВК сверхтекучего ^{4}He, вследствие чего КВК будет иметь нескомпенсированный дипольный момент $\mathbf{d}_c$.

Проведем расчеты исходя из гипотезы, что у КВК есть дипольный момент $\mathbf{d}_c = d_c \mathbf{p}/p$, ориентированный вдоль направления импульса КВК. Тогда плотность дипольного момента $\mathbf{P}_c$, общепринятое название которой — вектор поляризации, при наличии относительного движения $\mathbf{w}$ нормальной и сверхтекучей компонент He II определяется равенством

$$\mathbf{P}_c = \int d_c \frac{\mathbf{p}}{p} n\,(\varepsilon - \mathbf{pw}) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}\,. \qquad (26)$$

Разлагая в ряд функцию $n(\varepsilon - \mathbf{pw})$ с точностью до линейного члена по w, получаем

$$\mathbf{P}_c = \int d_c \frac{\mathbf{p}}{p} n(\varepsilon) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} - \int d_c \frac{\mathbf{p}}{p} \frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} (\mathbf{pw}) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}\,. \qquad (27)$$

Первый интеграл в правой части равенства (27) равен нулю. Такой результат согласуется с тем фактом, что в изотропной жидкости вектор поляризации равен нулю. Выполняя интегрирование по углам, во втором интеграле (27) получаем

$$\mathbf{P}_c = -\frac{\mathbf{w}}{3} \int d_c\, p \frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}\,. \qquad (28)$$

Подставляя в (28) функцию распределения (12), имеем

$$\mathbf{P}_c = \frac{\mathbf{w}}{3 k_B T} \int d_c\, p n(\varepsilon) \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}\,. \qquad (29)$$

Нижний предел интегрирования в (29) по модулю импульса — это импульс p_0 КВК минимального размера. Учитывая, что $\varepsilon_0/k_B T >> 1$, выражение (29) можно представить в виде

$$\mathbf{P}_c = \frac{1}{3} d_{0c} n_v \frac{\mathbf{w}}{v_T}. \quad (30)$$

Результат (30) имеет простой физический смысл: вектор поляризации, обусловленный дипольными моментами КВК, содержит произведение дипольного момента d_{0c} вихревого кольца минимального размера, плотность числа КВК n_v и малый безразмерный параметр анизотропии $\mathbf{w}/v_T$. Согласно (30), в отличие от плотности квадрупольного момента (22), вектор поляризации (плотность дипольного момента) линейно зависит от малого параметра анизотропии и направлен по **w**.

Электрическое поле $\mathbf{E}_P$, обусловленное вектором поляризации $\mathbf{P}_c$, дается выражением (см., например, [23,25])

$$\mathbf{E}_P = -4\pi \mathbf{P}_c. \quad (31)$$

Полагая, как и прежде, компоненты вектора **w** соответственно равными $w_1 = w_2 = 0$, $w_3 = w$, получаем

$$E_{P1} = 0; \quad E_{P2} = 0; \quad E_{P3} = -4\pi P_{c3}(x_3). \quad (32)$$

В последнем равенстве в (32) учтено, что в соответствии с экспериментами $w = w(x_3)$.

Потенциал электрического поля φ_P, обусловленный вектором $\mathbf{P}_c$, дается равенством

$$\mathbf{E}_P = -\nabla \varphi_P. \quad (33)$$

Из соотношений (32) и (33) следует

$$\varphi_P = 4\pi \int P_{c3}(x_3)\, dx_3. \quad (34)$$

В эксперименте [1] реализовалась стоячая волна второго звука, для которой

$$w(x_3) = w_A \cos(kx_3 + \alpha_x)\cos(\omega t + \beta_t), \quad (35)$$

где w_A — амплитуда, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, ω — частота, α_x и β_t — фазы. Из равенств (30), (34) и (35) получим

$$\varphi_P = \frac{2}{3}\lambda d_{0c} n_v \frac{w_A}{v_T} \sin(kx_3 + \alpha_x)\cos(\omega t + \beta_i). \quad (36)$$

Найдем, каким должен быть дипольный момент d_{0c} КВК, чтобы возникающий электрический потенциал (36) был равен электрическому потенциалу (25), обусловленному квадрупольным моментом Q_{33}. Для этого найдем отношение амплитуд $|\varphi_P/\varphi_Q|_A$ исходя из равенств (25) и (36). Для сравнения удобно Q_{33}, который содержится в (25) и определяется в (22), переписать в виде

$$Q_{33} = \frac{1}{15}\pi r_{0c} \bar{q}_{07} n_v \left(\frac{w}{v_T}\right)^2, \quad (37)$$

где $\bar{q}_{07} = \bar{q}_7(r_c = r_{0c})$. Численное значение $\bar{q}_{07}$, согласно (5), запишем в виде $\bar{q}_{07} = -1{,}34 d_{07}$. Подстановка (37) в (25) дает

$$\varphi_Q = \frac{4\pi^2}{15} r_{0c} 1{,}34 d_{07} n_v \left(\frac{w}{v_T}\right)^2. \quad (38)$$

Взяв отношение амплитуд (36) к (38), получим

$$\left|\frac{\varphi_P}{\varphi_Q}\right|_A = \frac{5}{2{,}68\pi^2} \frac{\lambda}{r_{0c}} \frac{v_T}{w_A} \frac{d_{0c}}{d_{07}}. \quad (39)$$

В эксперименте [1] длина волны λ была близка к длине ячейки, равной 2,8 см. Тогда можно считать, что $\lambda/r_{0c} = 10^8$. Малый параметр w_A/v_T положим равным 10^{-2}. Подстановка в (39) приведенных численных значений дает

$$\left|\frac{\varphi_P}{\varphi_Q}\right|_A = 1{,}89 \cdot 10^9 \frac{d_{0c}}{d_{07}}. \quad (40)$$

Из соотношения (40) следует, что дипольный электрический потенциал порядка квадрупольного, если дипольный момент d_{0c} КВК на девять порядков меньше дипольного момента d_{07} атома ^{4}He, который находится на расстоянии, равном межатомному a_0, от другого атома.

4. Сопоставление теории с экспериментами

Найдем характерные значения скорости относительного движения w, которые реализовались в экспериментах [1]. Согласно [26], соотношение между w и колебаниями температуры T' в волне второго звука дается равенством

$$w = \frac{\sigma\rho}{u_2 \rho_n} T', \quad (41)$$

где σ — энтропия единицы массы ^{4}He, ρ_n/ρ — относительная плотность нормальной компоненты, u_2 — скорость второго звука.

Множитель $\sigma\rho/u_2\rho_n$ слабо зависит от температуры в интервале температур $1{,}4\ \text{К} \le T \le 2\ \text{К}$, в котором проводились эксперименты [1]. При T = 2 К этот множитель равен $9{,}85 \cdot 10^3$ см/(с·К), а при T = 1,4 К он равен $8{,}76 \cdot 10^3$ см/(с·К). Характерное амплитудное значение T'_A в экспериментах [1] было $T'_A \approx 10^{-3}$ К. Согласно (41), такому T'_A отвечает характерное значение амплитуды относительной скорости $w_A \approx 10$ см/с.

В экспериментах [1,2] измерялась разность потенциалов, которую нужно сопоставлять с амплитудным значением электрического потенциала, полученного в настоящей работе. Следуя терминологии [1,2], наблюдаемую разность потенциалов будем называть потенциалом.

При T = 1,8 К и w_A = 10 см/с из равенства (38) получим амплитуду характерного значения квадрупольного потенциала $|\varphi_Q|_A \approx 10^{-1}$ нВ. Полученный расчетный квадрупольный потенциал на три порядка меньше наблюдаемого в [1] характерного значения потенциала $u \approx \approx 10^2$ нВ. Кроме того, потенциал (38) не меняет знак при изменении направления скорости **w**, что противоречит результатам [1]. Таким образом, квадрупольный потенциал, возникающий при относительном движении нормальной и сверхтекучей компонент, не может объяснить экспериментальные данные [1].

Результаты экспериментов [1] может объяснить дипольный потенциал (36), который меняет знак при изменении направления скорости относительного движения **w**. Исходя из экспериментальных данных [1] найдем численное значение дипольного момента d_{0c} КВК. Для этого амплитудное значение дипольного потенциала (36) запишем в виде

$$|\varphi_P|_A = \frac{2}{3}\lambda d_{07} n_v \frac{w_A}{v_T} \frac{d_{0c}}{d_{07}}. \qquad (42)$$

В экспериментах [1] при T = 1,8 К и амплитудном значении $T'_A = 9\cdot 10^{-4}$ К, которому, согласно (41), отвечает w_A = 9,6 см/с, был зарегистрирован потенциал $u^{(\mathrm{exp})} = 40$ нВ. Из условий эксперимента положим $\lambda = 2{,}8$ см. Подставляя все численные значения в (42) при T = 1,8 К, для теоретического значения $|\varphi_P^{(\mathrm{theor})}|_A$ получаем

$$|\varphi_P^{(\mathrm{theor})}|_A = 8{,}16\cdot 10^7 \frac{d_{0c}}{d_{07}} \text{ нВ}. \qquad (43)$$

Взяв отношение теоретического значения (43) к экспериментальному $u^{(\mathrm{exp})} = 40$ нВ и приравнивая его к единице, получаем величину d_{0c}:

$$\frac{|\varphi_P^{(\mathrm{theor})}|_A}{u^{(\mathrm{exp})}} = 2{,}04\cdot 10^6 \frac{d_{0c}}{d_{07}} = 1,$$

тогда

$$d_{0c} = 4{,}9\cdot 10^{-7} d_{07}. \qquad (44)$$

Полученное значение d_{0c} КВК на шесть–семь порядков (!) меньше дипольного момента d_{07}. Последний в свою очередь мал, поскольку d_{07} обусловлен взаимодействием двух атомов ^{4}He, находящихся на расстоянии друг от друга, равном межатомному.

Столь малый дипольный момент может возникнуть у КВК в экспериментальных условиях по ряду причин. Одной из них может быть воздействие электрического поля, которое на начальном этапе обусловлено квадрупольным потенциалом за счет $w = w(x_3)$. Несомненный интерес представляют измерения и вычисления потенциала, вызванного существованием относительной скорости w, при наличии внешнего электрического поля.

В пределах погрешности экспериментов [1] отношение u/T' не зависит от температуры. Это не согласуется с результатом (36), согласно которому такая зависимость есть и определяется в основном зависимостью $n_v(T)$. Такое расхождение теоретического результата (36) с наблюдаемым, возможно, связано с тем, что дипольный потенциал φ_P определяется не только тепловыми КВК, но и вихрями, рожденными при относительном движении нормальной и сверхтекучей компонент. Тогда, согласно всей схеме выполненных выше расчетов, в формуле (36) под n_v нужно понимать сумму плотностей тепловых и рожденных вихрей.

Обсудим результаты эксперимента [2], где относительная скорость достигалась за счет движения нормальной компоненты He II, увлекаемой стенкой торсионного осциллятора. Эксперименты [2] проводились в насыщенных и ненасыщенных тонких пленках сверхтекучего гелия, которые покрывали стенки торсионного осциллятора. В таких пленках силы Ван-дер-Ваальса поляризуют гелий, что, по-видимому, приводит к возникновению дополнительного дипольного момента у вихрей, находящихся в сверхтекучей пленке. Возможно, именно с этим обстоятельством связан тот факт, что в экспериментах [2] при относительной скорости $w \approx 10^{-1}$ см/с, которая на два порядка меньше относительной скорости движения в волне второго звука [1], величина возникающего потенциала u в [2] близка к наблюдаемой в [1]. Исходя из приведенных численных значений можно ожидать, что дипольный момент $d_{0c}^{(f)}$ КВК в тонких поляризованных пленках He II будет примерно на два порядка больше значения d_{0c}, полученного в (44). При этом $d_{0c}^{(f)}$ примерно на четыре порядка (!) меньше малого d_{07}. Задачу о дипольном моменте КВК в поляризованной пленке He II, по-видимому, можно решить до конца.

Отметим, что все перечисленные в этом разделе задачи сводятся к расчету дипольного момента КВК во внешних полях. Облегчающим обстоятельством для таких расчетов служит то, что в работе [14] уже найден дипольный момент КВК, обусловленный наличием внешнего электрического поля.

Не исключена возможность вклада в дипольный потенциал, возникающий в волне второго звука [1], границы раздела He II–твердое тело, вблизи которой гелий поляризован. Для проверки вклада поверхности раздела в экспериментах [1] представляет интерес измерение потенциала на боковых стенках резонатора, вдоль которых распространяется волна первого звука. В экспериментах [1] при возбуждении первого звука потенциал измерялся на торцевых поверхностях резонатора, где $w = 0$ и, соответственно, потенциал оказывался равным нулю. Первый звук вблизи боковых поверхностей резонатора трансформируется в четвертый звук [27], в котором колеблется сверхтекучая компонента и, соответственно, $w \neq 0$. Если при распространении первого звука потенциал будет равен нулю не только на торцевых, но и на боковых поверхностях резонатора, то вклад границы раздела в измеряемый в [1] потенциал в волне второго звука, по-видимому, исключается.

В экспериментах [2] зависимость u от скорости w квадратичная, в отличие от [1] и теории, где зависимость линейная. Возможно, это связано с тем, что при увеличении w увеличивается число рожденных в пленке вихрей за счет движения сверхтекучей компоненты He II относительно стенки резонатора.

В экспериментах [2] в соответствии с теорией, но в отличие от [1], потенциал уменьшался при понижении температуры. Различная температурная зависимость потенциала в [1,2], возможно, связана с тем, что в пленках He II, в отличие от объемного сверхтекучего гелия, тепловые вихри дают относительно большой вклад.

5. Заключение

Перечислим основные результаты работы:

1. Показано, что при относительном движении нормальной и сверхтекучей компонент He II со скоростью **w** возникает электрическое поле, обусловленное электрическими свойствами квантованных вихрей и анизотропией жидкости за счет наличия **w**.

2. Решение задачи показало, что эффект сугубо квантовый, поскольку определяется квантованными вихрями, для которых избранной системой координат является система координат, в которой сверхтекучая компонента покоится.

3. Из расчетов следует, что электрический потенциал (25), обусловленный квадрупольным моментом квантованных вихревых колец, не может объяснить наблюдаемые в [1,2] потенциалы.

4. Вычислен электрический потенциал (36), обусловленный возможным дипольным моментом КВК. Путем сопоставления расчетных и экспериментальных значений электрического потенциала найден дипольный момент КВК (44), который оказался на шесть–семь порядков меньше дипольного момента d_{07}. Последний, в свою очередь, очень мал, поскольку обусловлен взаимодействием двух атомов ^{4}He, находящихся на расстоянии, равном межатомному.

5. Из сопоставления экспериментальных результатов [1,2] и проведенных расчетов следует, что дипольный момент вихрей в тонкой сверхтекучей пленке, поляризованной силами Ван-дер-Ваальса, на два порядка больше, чем в объемном He II, но на четыре порядка меньше малого дипольного момента d_{07}.

6. Проведено достаточно подробное сравнение расчетных значений с наблюдаемыми в [1,2].

7. Обсуждаются возможные новые теоретические задачи и новые эксперименты, которые должны помочь до конца разобраться в удивительном явлении, наблюдавшемся в экспериментах [1,2].

Авторы выражают благодарность А.С. Рыбалко за многочисленные обсуждения его экспериментов [1,2], которые стимулировали выполнение этой работы. Авторы благодарны В.Д. Нацику за неоднократные полезные обсуждения результатов его работ [13–15].

1. А.С. Рыбалко, *ФНТ* **30**, 1321 (2004) [*Low Temp. Phys*. **30**, 994 (2004)].
2. А.С. Рыбалко, С.П. Рубец, *ФНТ* **31**, 820 (2005) [*Low Temp. Phys*. **31**, 623 (2005)].
3. А.М. Косевич, *ФНТ* **31**, 50 (2005) [*Low Temp. Phys*. **31**, 37 (2005)].
4. L.A. Melnikovsky, *J. Low Temp. Phys*. **148**, 559 (2007).
5. Э.А. Пашицкий, С.М. Рябченко, *ФНТ* **33**, 12 (2007) [*Low Temp. Phys*. **33**, 8 (2007)].
6. В.М. Локтев, М.Д. Томченко, *ФНТ* **34**, 337 (2008) [*Low Temp. Phys*. **34**, 262 (2008)].
7. Е.Д. Гутлянский, *ФНТ* **35**, 956 (2009) [*Low Temp. Phys*. **35**, 748 (2009)].
8. Э.А. Пашицкий, А.А. Гурин, *ЖЭТФ* **138**, 1103 (2010).
9. V.P. Mineev, *J. Low Temp. Phys*. **16**2, 686 (2011).
10. Ю.М. Полуэктов, *ФНТ* **40**, 1021 (2014) [*Low Temp. Phys*. **40**, 796 (2014)].
11. М.Д Томченко, *Доп. НАН України* №1, 64 (2011).
12. M.D. Tomchenko, *Phys. Rev. B* **83**, 094512 (2011).
13. В.Д. Нацик, *ФНТ* **31**, 1201 (2005) [*Low Temp. Phys*. **31**, 915 (2005)].
14. В.Д. Нацик, *ФНТ* **3**3, 1319 (2007) [*Low Temp. Phys*. **33**, 999 (2005)].
15. В.Д. Нацик, *ФНТ* **34**, 625 (2008) [*Low Temp. Phys*. **34**, 493 (2008)].
16. В.М. Локтев, М.Д. Томченко, *Доп. НАН України* №5, 76 (2010).
17. С.И. Шевченко, А.С. Рукин, *Письма в ЖЭТФ* **90**, 46 (2009)
18. С.И. Шевченко, А.С. Рукин, *ФНТ* **36**, 186 (2010) [*Low Temp. Phys*. **36**, 146 (2010)].
19. М.Д. Томченко, *ФНТ* **31**, 483 (2005) [*Low Temp. Phys*. **31**, 365 (2005)].
20. S.K. Nemirovskii, *Phys. Rep*. **524**, 85 (2013).
21. I.N. Adamenko, K.E. Nemchenko, and I.V. Tanatarov, *Phys. Rev. B* **67**, 104513 (2003).
22. G.B. Hess, *Phys. Rev. B* **161**, 189 (1967).
23. D. Adu-Gyamfi, *Physica* **93**A, 553 (1978).
24. Г.Е. Воловик, *Письма в ЖЭТФ* **39**, 169 (1984).
25. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Физматиз, Москва (1982).
26. И.М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Наука, Москва (1971).
27. И.Н. Адаменко, М.И. Каганов, *ЖЭТФ* **53**, 615 (1967).

The electric polarization of He II by quantized vortices

I.N. Adamenko and E.K. Nemchenko

It is shown that when the superfluid component of ^{4}He moves relative to quantized vortices of superfluid helium (He II) there appears an electric field caused by the electrical properties of quantized vortices. The electrical properties of a quantized vortex are due to polarization of the liquid moving around the vortex core. At the thermodynamic equilibrium state the electric field due to quantized vortices equals zero in an isotropic and homogeneous fluid, which is superfluid ^{4}He. However, anisotropy arises due to the relative motion of the superfluid and normal components that includes also quantized vortices. The anisotropy and the electrical properties of quantized vortices give rise to the electric field in He II. The calculated results given in the article are compared with the experimental data.

PACS: 67.25.D– Superfluid phase;
67.25.dk Vortices and turbulence.

Keywords: superfluidity, helium, vortices, polarization, quadrupole and dipole moments, electric field.