

## Вольт-амперная характеристика диска Корбино в условиях квантового эффекта Холла

В. Шикин

*ИФТТ РАН, Черноголовка, Россия*

E-mail: shikin@issp.ac.ru

Статья поступила в редакцию 16 сентября 2015 г., после переработки 9 октября 2015 г., опубликована онлайн 23 ноября 2015 г.

Обсуждаются детали вольт-амперной характеристики (ВАХ) 2D диска Корбино с однородной плотностью подвижных носителей на холловских плато квантового эффекта Холла. Показано, что одной из причин разнообразия в поведении ВАХ может служить участие диффузии в ее формировании. Аномальная роль диффузии в формировании ВАХ диска Корбино определяется не только мерностью задачи, но и «качеством» плотности состояний замагниченной 2D проводящей системы. Диффузионная гипотеза доведена до конкретных результатов, дающих возможность объяснить наблюдаемую разницу между ВАХ рис. 1, рис. 2.

Обговорюються деталі вольт-амперної характеристики (ВАХ) 2D диска Корбіно з однорідною густиною рухливих носіїв на холлівських плато квантового ефекту Холла. Показано, що однією з причин різноманітності в поведінці ВАХ може служити участь дифузії в її формуванні. Аномальна роль дифузії у формуванні ВАХ диска Корбіно визначається не тільки мірністю завдання, а й «якістю» густини станів замагніченої 2D провідної системи. Дифузійна гіпотеза доведена до конкретних результатів, що дають можливість пояснити спостережувану різницю між ВАХ рис. 1, рис. 2.

PACS: 73.20.-r Электронные состояния на поверхностях и границах раздела;  
71.70.Di Уровни Ландау.

Ключевые слова: квантовый эффект Холла, диск Корбино, плотность электронов, диффузия.

1. Целочисленный квантовый эффект Холла (КЭХ) в двумерных (2D) проводящих средах, открытый фон Клитцингом в начале 80-х [1], трактовался на ранних этапах освоения этой проблемы в предположении об однородности электронной плотности без участия в происходящем граничных эффектов. Успешная практика обнаружения КЭХ в заведомо неоднородных образцах заставила искать альтернативу однородному сценарию этого эффекта. Возникла более реалистичная (во всяком случае, для целочисленной части формализма [2]) краевая версия КЭХ. Ее основу составляют квантовые свойства проводимости квазиодномерных магнитных краевых состояний (МКС) вдоль границ 2D систем. При этом для качественной трактовки КЭХ достаточен, как правило, сам факт существования МКС с интересными общими свойствами квантовой универсальности их проводимости [3]. На этом уровне топологическая теория КЭХ достигла большой степени общности. Актуальности проблеме в целом добавляет имеющая место дискуссия о физическом содержании понятия топологических инвариантов, важную «проб-

ную» роль в определении которых играет наличие краевых состояний (заряженных или спиновых), возникающих здесь из совершенно общих соображений на границах двух сред с разными значениями топологических индексов [4,5].

На фоне общих утверждений [2–5] ряд важных деталей в поведении целочисленного КЭХ имеют структурное происхождение, требующее информации о характере (происхождении) неоднородности 2D системы. Регулярно неоднородными мы называем образцы, электронная плотность  $n(x)$  которых зависит от координат контролируемым образом. Причины регулярного нарушения ее однородности разнообразны: геометрическая ограниченность 2D системы, формирование плотности  $n(x)$  управляющими электродами (gated structures) либо, что более всего привлекает внимание в данной работе, нарушение однородности электронной плотности, связанное с пропусканием через образец электрического тока.

Среди конкретных задач в этом направлении — объяснение ряда наблюдаемых деталей в поведении

вольт-амперной характеристики (ВАХ) 2D диска Корбино в условиях КЭХ. Эта зависимость, связывающая транспортный ток  $I$  с напряжением  $V$  на бортах диска, уже в области малых  $V \ll V_{\text{break}}$  ( $V$  — транспортная разность потенциалов между бортами диска,  $V_{\text{break}}$  — пробойное напряжение КЭХ) демонстрирует разнообразные свойства: от  $dI/dV = \text{const}$  (закон Ома) до  $dI/dV = 0$  (начальная часть ВАХ диска Корбино в условиях, предшествующих пробое КЭХ) — в зависимости от степени однородности электронной плотности  $n(x)$  исследуемой 2D системы. Одна из таких задач детально обсуждается в данной работе.

2. Начнем с работы [6]. Используя закон Ома в форме

$$j_i = \sigma_{ik} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k}, \quad (1)$$

$$\sigma_{xx}(v_l) = 0, \quad v = \pi l^2_H n_s = \text{integer} = v_l = 1, 2, 3, \dots,$$

$$l_H^2 = 2c\hbar/eB, \quad (2)$$

( $\sigma_{ik}$  — тензор проводимости,  $\varphi(\mathbf{r})$  — электростатический потенциал задачи; его значения 0,  $V$  задаются на бортах ячейки в правой нижней части рис. 1,  $B$  — магнитное поле (спиновым вырождением для простоты пренебрегаем)) и предположение об активационной зависимости диагональной части  $\sigma_{ik}$  от локального значения  $\varphi(\mathbf{r})$ , авторы [6] построили ВАХ диска Корбино в форме  $\Delta U(I, v)$ , представленной на рис. 1. Теоретическая форма ВАХ [6] прекрасно соответствует наблюдениям, выполненным в этой же работе.

Экспериментальная ВАХ получена авторами [6] с использованием схемы рис. 1 (нижняя правая часть рисунка) и кремния в качестве базы для 2D системы. Подвижность носителей имеет масштаб  $\mu \sim 2 \cdot 10^4$  см<sup>2</sup>/В·с. Экспериментальные точки количественно следуют рекомендациям расчета [6]. Отметим нестандартность представления данных, использованную авторами [6]. Как правило, геометрия Корбино используется для определения диагональной составляющей тензора проводимости (1). Это означает предъявление графиков ВАХ в форме: ток  $I$  — вдоль ординаты, изменение фактора заполнения  $v$  — вдоль абсциссы при фиксированном значении  $\Delta U$ . У авторов [6] имеются соображения, заставляющие производить измерения ВАХ в режиме с фиксированным значением тока  $I$  (величина  $\Delta U$  в функции от фактора заполнения  $v$  при фиксированном значении тока  $I$ ). Причины использования этой технической тонкости см. в [6]. ВАХ в правой верхней части рис. 1 фиксирует поведение  $\Delta U(I, v_{\text{max}})$  в экстремальных точках по фактору заполнения. Сплошная линия на этом графике — результат расчета [6] с одним подгоночным параметром — плотностью состояний 2D системы.

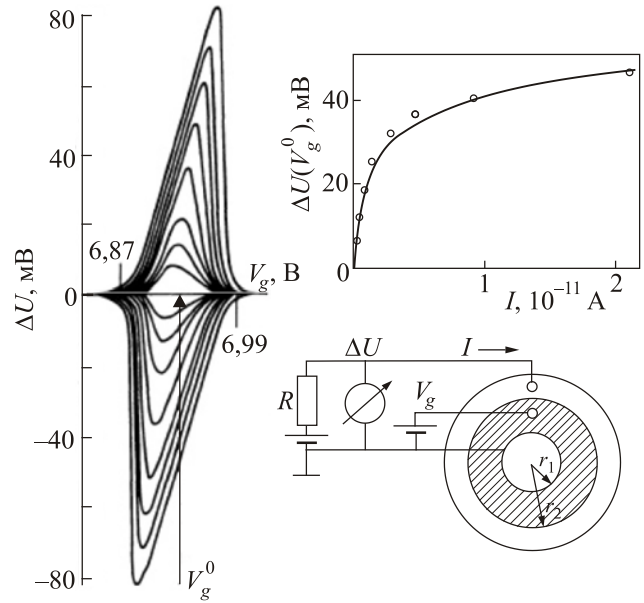


Рис. 1.  $\Delta U(I, v)$  для диска Корбино в схеме, представленной в правом нижнем углу рис. 1 [6]. Фактор заполнения  $v$  меняется с помощью управляющего напряжения  $V_g$ . При фиксированном значении  $I$  измеряется  $\Delta U$  в функции от  $v$ . Совокупность данных  $\Delta U(I, v)$  представлена в левой части рис. 1. Справа сверху  $\Delta U_{\text{max}}(I)$  — связь между максимальным значением измеряемого напряжения и током через диск Корбино. В начальной стадии этой зависимости явно виден закон Ома. Характерным признаком ВАХ [6] является чувствительность  $\Delta U_{\text{max}}(I, v)$  к значениям  $v$  (с ростом  $I$  положение максимума смещается вправо. При смене направления тока максимум ползет влево).

Иначе устроены детали ВАХ, представленной в [7]. Пользуясь устройством, аналогичным [6] (см рис. 2 справа внизу, размеры диска Корбино примерно в 2 раза превосходят параметры [6]), с арсенидом галлия вместо кремния и возможностью манипулировать магнитным фактором заполнения с помощью магнитного поля (а не управляющим напряжением как в [6]), авторы [7] получили информацию о свойствах ВАХ, представленную на рис. 2. Прежде всего (если иметь в виду сравнение с данными рис. 1) рис. 2 содержит не  $\Delta U(I, v)$ , а производную  $d\Delta U(I, v)/dI$ . Далее с учетом общих целей работы [7], где наряду с измерениями Корбино в геометрии обсуждаются данные с использованием Hall-bar-образцов, авторы отложили вдоль ординаты рис. 2 величину  $\tilde{\rho}_{xx}$ , рассчитанную по формуле

$$\tilde{\rho}_{xx} = \sigma_{xx} \rho_{xy}^2, \quad \rho_{xx} \ll \rho_{xy}.$$

При этом значения  $\sigma_{xx}$  берутся из реальных корбино-измерений. А величина  $\rho_{xy}$  следует из данных для Hall-bar-образцов. Смысл манипуляции [7] в получении максимально точных значений  $\tilde{\rho}_{xx}$  в окрестности минимумов, чего нельзя достичь измерениями  $\rho_{xx}$

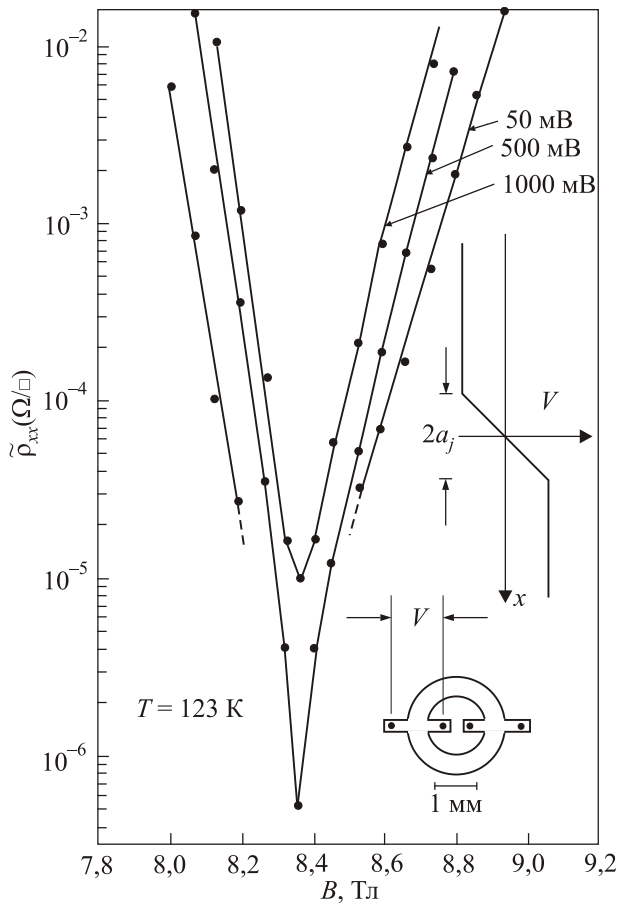


Рис. 2. Свойства ВАХ для «массивного» образца в форме диска Корбино с привлечением данных [7]. Вдоль оси ординат — эффективное сопротивление образца  $\tilde{\rho}_{xx}(v, \Delta U)$ , рассчитанное с привлечением данных о  $\sigma_{ik}$  в функции от фактора заполнения  $\nu$ , варьируемого магнитным полем  $B$ , для трех значений тянущего напряжения  $\Delta U$ , мВ: 50, 500, 1000. Справа — качественная картина распределения транспортного напряжения. Показано, что его основное падение приходится на область с целочисленной полоской ширины  $2a_j$ .

в Hall-bar-представлении. Для нашего сравнения данных рис. 1 и рис. 2 точность измерений [6,7] по ординате равноценна.

Основная часть рис. 2 содержит три графика  $\tilde{\rho}_{xx}(v, \Delta U)$  для трех значений  $\Delta U$ : 50, 500, 1000 мВ. Переменная  $\nu$  вдоль оси абсцисс меняется с помощью магнитного поля  $B$  (на рис. 1 эти манипуляции осуществляются изменением управляющего напряжения  $V_g$ ; в силу определения фактора  $\nu$  формулой (2) его изменения могут осуществляться магнитным полем  $B$  при фиксированном значении  $n_s$  (как на рис. 2) либо управляющим напряжением  $V_g$  при фиксированном значении  $B$  (как на рис. 1)). Все три графика  $\tilde{\rho}_{xx}(v, \Delta U)$  проходят через ожидаемые резкие минимумы, связанные с природой КЭХ (следствие определений (1), (2)). Такие же экстремумы содержит совокупность графиков  $\Delta U(v, I)$  в левой части рис. 1. Но на

рис. 1 эти экстремумы заметно смещаются направо (или налево) при изменении  $\nu$  для разных транспортных нагрузок (при изменении параметра  $I$  максимумы ползут направо, а при смене знака  $I$  эти смещения меняют знак). А на рис. 2 положение экстремумов  $\tilde{\rho}_{xx}(v, \Delta U)$  вдоль оси абсцисс не зависит от значений транспортной нагрузки (вариации  $\Delta U$ : 50, 500, 1000 мВ практически не смещают положения экстремумов вдоль оси абсцисс.)

Еще одна качественно важная разница в определениях транспортных характеристик образцов рис. 1 и рис. 2 заслуживает внимания. ВАХ рис. 1 в правой верхней части этого рисунка имеет достаточно хорошо выраженную омическую часть с  $d\Delta U/dI = \text{const}$ . Что касается данных рис. 2, здесь очевидна зависимость  $\tilde{\rho}_{xx}(v_{\min}, \Delta U)$  от значений  $\Delta U$ , чего не может быть в омическом режиме. Одно из двух, либо измерения в работе [7] сразу же находились в нелинейной по  $\Delta U$  области, либо ВАХ [7] вообще не имеет омической области.

3. Очевидно, транспортные свойства систем рис. 1, рис. 2 качественно различны. Скорее всего, ВАХ рис. 2 не имеет омического участка (для этого  $\tilde{\rho}_{xx}$  не должно зависеть от  $V$ , это не просматривается). Если же эти данные отвечают нелинейной области, они, в отличие от ситуации рис.1, имеют экстремумы по магнитному полю (читай, фактору заполнения  $\nu$ ), мало чувствительные к значениям тянущего поля. Можно было бы отнести эту разницу к условиям выполнения измерений в [6,7]. Она заметна лишь при сравнении подвижностей:  $2 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$  в [6],  $8 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$  в [7]. Конечно, различны эффективные массы. Возможно, по разному устроена плотность состояний. Но ничего радикального. Спрашивается, что имеется в резервах теории КЭХ для объяснения разницы между ВАХ рис. 1 и рис. 2? Ниже предлагается вариант рассуждений, принимающий во внимание диффузионные явления, сопровождающие протекание тока в режиме КЭХ.

Стационарный ток в 2D системах ведет к нарушению пространственной однородности электронной плотности. Для закона Ома в форме (1)  $j_x = \text{const} = \sigma_{xx} d\phi/dx$  в ячейке [7] без управляющего электрода

$$\phi'(x) = \frac{e}{\kappa} \int_{-l}^{+l} \frac{\delta n_0(s) ds}{x-s}, \quad \delta n_0(x) = \frac{\kappa j_x}{\pi e \sigma_{xx}} \frac{x}{\sqrt{l^2 - x^2}},$$

$$(R_2 - R_1)/(R_2 + R_1) \ll 1. \quad (3)$$

Здесь  $\kappa$  — диэлектрическая постоянная среды, в которую погружен диск Корбино,  $2l$  — ширина 2D проводящей части диска, определяемая разностью между внешним  $R_2$  и внутренним  $R_1$  радиусами диска Корбино, изображенного в правой нижней части рис. 2, индекс  $\delta n_0$  подчеркивает отсутствие в (3) диффузионной составляющей тока.

Появление  $\delta n_0(x)$  стимулирует диффузионные явления, аномальные на холловских плато. Для их учета определяем закон Ома в форме

$$j_i = \frac{\sigma_{ik}}{e} \frac{\partial \mu}{\partial x_k}, \quad \mu(x) = e\varphi(x) + \zeta(x), \quad (4)$$

$\zeta(x)$  — химическая часть электрохимического потенциала  $\mu$ , дающей возможность говорить о диффузии в линейном транспорте (при выполнении соотношений Эйнштейна). И подведем с помощью магнитного поля исходно однородную систему плотности  $n_s = \text{const}$  к состоянию  $\pi l_H^2 n_s = \text{integer}$ . Включение транспортного тока трансформирует плотность электронов к виду

$$n(x) = n_s + \delta n(x), \quad \nu = \pi l_H^2 n_s = \text{integer}. \quad (5)$$

Согласно (3), в условиях  $j_x = \text{const} \neq 0$  добавка к плотности  $\delta n(x)$  нечетна на интервале  $\pm l$ . Это означает, что при конечных значениях плотности тока, нарушающей, согласно (3), пространственную однородность 2D системы, в точке  $x = 0$  сохраняется целочисленность фактора заполнения. В таких условиях на некоем конечном от центра  $x = 0$  интервале  $\pm a_j$  замагниченная 2D электронная система с идеальной плотностью состояний аномально сильно мешает появлению конечного градиента плотности. Как и в [8,9], компромисс между «желанием» транспортного поля максимально поляризовать 2D систему и ее термодинамическим «сопротивлением» росту поляризации в окрестности точки  $x = 0$  ведет к образованию «транспортной целочисленной полоски» шириной  $2l \gg 2a_j \gg l_H$ , положение которой качественно изображено на рис. 2.

Для оценки  $a_j$  используем закон Ома (4) с плотностью (5) и вычтем из него выражение (3) с тем же значением плотности тока  $j_x$ . Результат вычитания для интегральной части разности

$$\frac{e}{\kappa} \int_{-l}^{+l} ds \frac{[\delta n(s) - \delta n_0(s)]}{x-s}$$

допускает серьезное упрощение

$$\frac{e}{\kappa} \int_{-l}^{+l} ds \frac{[\delta n(s) - \delta n_0(s)]}{x-s} \rightarrow \frac{e}{\kappa} \int_{-a_j}^{+a_j} ds \frac{[\delta n(s) - \delta n_0(s)]}{x-s},$$

ибо за пределами небольшого интервала  $2a_j$ , охватывающего начало координат, распределения  $\delta n(x)$  и  $\delta n_0(x)$  практически совпадают между собой. В результате возникает интегральное уравнение на  $\delta n(x)$  при известном значении  $\delta n_0(x)$ :

$$\frac{e}{\kappa} \int_{-a_j}^{+a_j} ds \frac{[\delta n(s) - \delta n_0(s)]}{x-s} + \frac{\partial \zeta}{\partial n} \frac{d\delta n}{dx} = 0. \quad (6)$$

Распределение  $\delta n_0(x)$  берется из (3) (в этом смысл индекса «0»).

Уравнение (6) аналогично определениям, возникающим при расчете целочисленных полок на профиле  $n(x)$  в равновесных условиях [9]. Пользуясь этими рассуждениями, имеем из (6)

$$\delta n' = \frac{\delta n'_0}{(1+\gamma)}, \quad \gamma = \frac{\pi \kappa T l_H^2}{8 a_j e^2 \varepsilon^{1/2}} \gg 1,$$

$$\varepsilon = \exp(-\hbar \omega_c / T) \ll 1, \quad \omega_c = eB / mc. \quad (7)$$

Формулы (7) показывают, что  $\delta n' \ll \delta n'_0$ . В пределе  $\varepsilon \rightarrow 0$  производная  $\delta n' \rightarrow 0$  обращается в нуль, демонстрируя возникновение целочисленной полки на профиле  $\delta n_0(x)$  (3).

Ширина полоски

$$a_j^2 = \frac{2 \kappa \hbar \omega_c}{\pi^2 e^2 \delta n'_0}. \quad (8)$$

В определении  $a_j$  величина  $\delta n'_0(0)$  из (3) определена в точке  $x = 0$ .

В рамках теории [8] падение транспортного напряжения на пути, пересекающем целочисленную полоску, происходит в основном на ее бортах. Это свойство экспериментально подтверждено серией работ по исследованию свойств поперечной ВАХ отдельной целочисленной полоски (см. обзор [10]). Учитывая это обстоятельство, имеем

$$j_x = \sigma_{xx} E_x, \quad E_x = V / a_j, \quad a_j^2 \propto \delta n'_0(0)^{-1},$$

$$\delta n_0(0) = \frac{\kappa j_x}{\pi e \sigma_{xx} l} \propto j_x.$$

Следовательно,

$$a_j^2 \propto j_x^{-1}, \quad j_x = \sigma_{xx} V / a_j \propto V j_x^{1/2}, \quad j_x \propto V^2. \quad (9)$$

Согласно (9), в дисках Корбино с однородной плотностью  $n_s = \text{const}$ , идеальной плотностью состояний и целочисленным фактором заполнения  $\pi l_H^2 n_s = \text{integer}$  в равновесных условиях целочисленность заполнения 2D системы при наличии тока  $j_x = \text{const}$  сохраняется лишь в полоске шириной  $2a_j$  (8) центральной части диска Корбино. Трансформация плотности (5)–(8) стимулируется прохождением через образец транспортного тока и лишает ВАХ диска Корбино ее омической части.

Сценарий (3)–(9) естественно привлечь к интерпретации данных [7], рис. 2. В обоих случаях зависимость  $\tilde{\rho}_{xx}(B, V)$  проходит через резкие минимумы как функция фактора заполнения (в данном случае как функция  $B$ ), величина этого сопротивления в минимумах зависит от  $V$  (следствие нелинейности ВАХ), а положение магнитных экстремумов не зависит от  $V$ , в связи с тем, что манипуляции с транспортным током не меняют свойств 2D системы в точке  $x = 0$ .

Становится ясной и подоплека разной структуры ВАХ рис. 1, рис. 2 в одних и тех же схемах и примерно одинаковых характеристиках 2D систем. Разной может быть структура плотности состояний. Для идеальной  $\delta$ -образной плотности состояний химический потенциал 2D системы в сильном магнитном поле имеет серьезные скачки, сохраняющие свою диффузионную значимость в транспортных задачах. Это обстоятельство иллюстрируется выкладками (3)–(9). Если же плотность состояний размыта, роль диффузии в двумерном транспорте перестает быть аномальной. В этом случае для объяснения данных о свойствах ВАХ рис. 1 годится формализм [6], в котором диффузия не учитывалась вообще. Нелинейность ВАХ в этом случае происходит в основном из-за нарушения омических свойств проводимости 2D системы, имеющих место в режиме КЭХ. Более конкретно, наблюдаемые на рис. 1 детали ВАХ Корбино диска в режиме КЭХ свидетельствуют о зарождении в нелинейном режиме эффектов шнурования тока (детали см. в [6]).

Влияние формы плотности состояний на формирование целочисленных полосок исследовалось авторами [11,12]. Из этих в основном численных расчетов следует заметная чувствительность эффектов перестройки плотности  $n(x)$  в окрестности целочисленных точек к качеству плотности состояний, что подтверждает излагаемую точку зрения на причины различия свойств ВАХ рис. 1 и рис. 2.

**4. Резюме.** Обсуждаются возможные причины качественно разной структуры ВАХ (рис. 1 и рис. 2) для дисков Корбино примерно одинаковой геометрии и паспортных данных в условиях КЭХ. Показано, что одной из причин для такого различия может оказаться разный уровень участия процессов диффузии в формировании ВАХ. Роль диффузии в формировании ВАХ диска Корбино определяется, в частности, «качеством» плотности состояний замагниченной 2D проводящей системы. Диффузионная гипотеза доведена до конкретных утверждений, позволяющих объяснить наблюдаемую разницу между ВАХ рис. 1 и рис. 2.

Работа выполнена в рамках Гранта Президиума РАН «Физика Низких Температур».

1. Kvon Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).
2. B. Halperin, *Phys. Rev. B* **25**, 2185 (1982).
3. R. Landauer, *IBM J. Res. Dev.* **1**, 223 (1957); *Philos. Mag.* **21**, 863 (1970); *Z. Phys. B* **21**, 247 (1975).
4. Г. Воловик, *Письма ЖЭТФ* **55**, 363 (1992).
5. M. Hasan and C. Kane, *arXiv:1002.3895*.
6. А. Шашкин, В. Долгополов, С. Дорожкин, *ЖЭТФ* **91**, 1897 (1986).
7. D. Tsui, H. Stormer, and A. Gossard, *Phys. Rev. B* **25**, 1405 (1982).
8. D. Chklovskii, B. Shklovskii, and L. Glazman, *Phys. Rev. B* **46**, 4026 (1992).
9. В. Шикин, С. Назин, *ЖЭТФ* **140**, 350 (2011).
10. Э. Девятов, *УФН* **177**, 207 (2007).
11. K. Guven and R. Gerhardt, *Phys. Rev. B* **67**, 115327 (2003).
12. A. Siddiki and R. Gerhardt, *Phys. Rev. B* **70**, 195335 (2004).

### The current-voltage characteristics of Corbino disk in the quantum Hall effect regime

V. Shikin

Discussed are the details of the current-voltage curve (IVC) of 2D Corbino disk with uniform density of mobile carriers within the quantum Hall effect plateau. It is demonstrated that diffusion, among other reasons, can be responsible for variety of observed IVCs. Anomalous role of diffusion in formation of Corbino disk IVC is determined not only by the problem dimensionality but also by the “quality” of density of states of the magnetized 2D conducting system. The diffusion hypothesis is advanced to specific results allowing to explain the difference between IVCs presented in Figs. 1 and 2.

PACS: **73.20.-r** Electron states at surfaces and interfaces;  
**71.70.Di** Landau levels.

Keywords: quantum Hall effect, disk Corbino, electron density, diffusion.