

# Эффекты близости в структурах многозонный сверхпроводник–ферромагнитный металл

Е.А. Кошина, В.Н. Криворучко

*Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН*

*Украины пр. Науки, 46, г. Киев, 03028, Украина*

E-mail: elena\_koshina@inbox.ru

Статья поступила в редакцию 11 ноября 2016 г., опубликована онлайн 24 марта 2017 г.

Рассмотрены эффекты близости в структурах многозонный сверхпроводник/ферромагнитный металл (S/F). В случае, когда транспортные свойства обоих металлов отвечают диффузионному типу проводимости, сформулирован общий вид уравнений Узалея и квазиклассических граничных условий к ним. Для ряда предельных случаев получены аналитические решения уравнений Узалея. Показано, что наведенные (близостные) характеристики отражают многозонную структуру сверхпроводника и существенно зависят от состояния SF границы и величины обменного взаимодействия в F слое. Рассмотрены основные проявления магнитного эффекта близости в S слое вблизи SF границы: дополнительное подавление сверхпроводящего параметра порядка обменным полем, спиновое расщепление квазичастичных состояний, формирование локальных состояний внутри энергетической щели, индуцированное равновесное намагничение неспаренных электронов в S слое.

Розглянуто ефекти близькості в структурах багатозонний надпровідник/ферромагнітний метал (S/F). У випадку, коли транспортні властивості обох металів відповідають дифузійному типу провідності, сформульовано загальний вигляд рівнянь Узалея та квазікласичних граничних умов до них. Для ряду граничних випадків отримано аналітичні рішення рівнянь Узалея. Показано, що наведені (близькісні) характеристики відображають багатозонну структуру надпровідника і суттєво залежать від стану SF границі та величини обмінної взаємодії у F шарі. Розглянуто основні прояви магнітного ефекту близькості в S шарі поблизу SF границі: додаткове пригнічення надпровідного параметра порядку обмінним полем, спінове розщеплення квазічастинкових станів, формування локальних станів всередині енергетичної щілини, індуковане рівноважне намагнічення неспарених електронів в S шарі.

PACS: **74.45.+c** Эффекты близости; андреевское отражение; SN и SNS контакты;  
**74.78.Fk** Многослойники, сверхрешетки, гетероструктуры.

Ключевые слова: эффект близости, гетероструктуры сверхпроводник/ферромагнетик, многозонный сверхпроводник.

## 1. Введение

Структуры сверхпроводник/ферромагнетик (S/F) являются предметом интенсивных экспериментальных и теоретических исследований. Этот интерес обусловлен тем, что в таких системах возможно сосуществование и взаимовлияние двух взаимно антагонистических видов упорядочения — магнетизма и сверхпроводимости. А именно, когда между нормальным ферромагнитным металлом (F) и сверхпроводником (S) существует хороший электрический контакт, ферромагнетик приобретает сверхпроводящие свойства («сверхпроводящий»

эффект близости), а сверхпроводник — магнитные («магнитный» эффект близости). Сверхпроводящий эффект близости в S/F структурах в настоящее время достаточно подробно исследован (см., обзоры [1–4]). Значительно меньше внимания уделялось магнитному эффекту близости — возможности появления у сверхпроводника индуцированных магнитных свойств [5–23]. Вместе с тем, поскольку температура Кюри типичных ферромагнитных металлов много больше критической температуры сверхпроводящего перехода  $T_C$ , наведенные магнитные корреляции в S металле энергетически достаточно стабильны. То есть следует ожидать, что

для S/F структур эффекты, обусловленные проникновением магнетизма в S металл, играют существенную роль в формировании их свойств. Так, простые оценки показывают, что при инжекции из F в S металл электрон со спином, например, «вверх» теряет свою избыточную энергию  $\delta E \sim H_{\text{exс}}$  за время  $\tau \sim \hbar/H_{\text{exс}}$  на расстоянии  $\lambda_F \sim \hbar v_F/H_{\text{exс}}$  от SF границы (баллистический предел). (Здесь  $H_{\text{exс}}$  — энергия обменного взаимодействия в ферромагнетике,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $v_F$  — скорость Ферми.) При  $v_F \sim 10^5\text{--}10^6$  м/с и  $H_{\text{exс}} \sim 10^2$  К  $\sim 10^{-14}$  эрг  $\lambda_F$  достигает значений порядка  $10^3$  Å; для «грязных» металлов оценки дают  $\lambda_F \sim 10^2$  Å. Величина  $\lambda_F$  характеризует масштаб наведенных магнитных корреляций в соседнем слое и сопоставима с масштабом сверхпроводящей длины когерентности  $\xi_S$ . Эти простые оценки указывают, что для гибридных S/F систем важно учитывать «магнитную составляющую» эффекта близости.

Более строгий анализ показывает, что проявления магнитного эффекта являются: 1) дополнительное подавление сверхпроводящего параметра порядка вблизи SF границы [5,17]; 2) спиновое расщепление плотности квазичастичных состояний S слоя [5,16,21]; 3) появление локальных состояний внутри энергетической щели [18]; 4) формирование магнитного момента в S слое на расстояниях порядка  $\xi_S$  [18,21,22]; 5) дополнительный скачок фазы сверхпроводящей волновой функции на SF границе [7,8,11,12,19]; 6) неоднородное сверхпроводящее состояние, индуцированное в F слое [8,9,13,14], и другие эффекты [6,10,15,20,23]. В целом же близостную S/F структуру следует рассматривать как единую сильно коррелированную систему с магнитными и сверхпроводящими свойствами.

В настоящее время растет практический интерес к многозонным сверхпроводникам и гибридным структурам на их основе. Классическим примером многозонного сверхпроводника является диборид магния  $\text{MgB}_2$ , для которого экспериментально и теоретически доказано существование двух энергетических щелей (см., например, [24,25] и обзор [26]). В работе [27], по-видимому, впервые теоретически рассмотрен сверхпроводящий эффект близости в S/N бислое, где N — нормальный немагнитный металл, а S — многозонный сверхпроводник. Установлено, в частности, что благодаря многозонной природе сверхпроводника в плотности квазичастичных состояний N металла появляются дополнительные особенности, а на значение энергетических щелей на границе может влиять «межзонное» взаимодействие через N слой. Влияние многозонной природы сверхпроводимости на эффект близости в структурах многозонный сверхпроводник/ферромагнитный металл, насколько известно авторам, в литературе не обсуждалось. В частности, не рассматривались особенности «магнитной» составляющей эффекта близости в таких структурах. В данной работе сформулирована микро-

скопическая теория эффектов близости в S/F бислое, где S — многозонный сверхпроводник, а F — однозонный ферромагнитный металл.

Структура работы такова. В разд. 2 описана модель рассматриваемого S/F бислоя. Рассмотрен случай, когда транспортные свойства обоих металлов отвечают диффузионному типу проводимости. В разд. 3 дано обобщение предложенной в работе [27] модели на случай S/F систем. Сформулирован общий вид уравнений Узаделя и квазиклассических граничных условий к ним. В последующих разделах рассмотрены сверхпроводящие свойства, наведенные в ферромагнетике, и магнитные характеристики, наведенные в многозонном сверхпроводнике. Для ряда предельных случаев получены соответствующие аналитические выражения. Детально обсуждаются особенности индуцированных магнитных свойств многозонного сверхпроводника, обусловленные близостью с ферромагнетиком.

## 2. Модель S/F бислоя

Рассмотрим бислое, состоящий из массивного многозонного сверхпроводника толщиной  $d_S$  и тонкого однозонного ферромагнитного металла толщиной  $d_F$ . Границу F и S металлов считаем плоской, а ее прозрачность может быть произвольной для каждой из зон сверхпроводника. Пусть для S и F металлов выполнены условия «грязного» предела, когда длина свободного пробега  $l_S^\alpha$  много меньше длины когерентности для каждой из зон сверхпроводника:  $\xi_S^\alpha, \xi_F \gg l_{S,F}^\alpha$  (здесь  $\alpha$  — индекс зоны). Считаем также, что критическая температура сверхпроводящего перехода  $T_C$  для F металла равна нулю. Будем предполагать, что область  $x \geq 0$  занята S металлом, слой  $-d_F \leq x < 0$  занят F металлом, и все величины зависят только от координаты  $x$  вдоль нормали к поверхности раздела. Ниже рассматривается наиболее интересный в практическом и теоретическом плане случай, когда толщины слоев удовлетворяют условию

$$d_S \gg \max(\xi_S^\alpha), \quad d_F \ll \min(\xi_F, \xi), \quad (1)$$

где  $\xi_S^\alpha = (D_S^\alpha / 2\pi T_C)^{1/2}$  и  $\xi_F = [D_F / 2H_{\text{exс}}]^{1/2}$ ,  $\xi = (D_F / 2\pi T_C)^{1/2}$  — эффективные длины когерентности для S и F металлов,  $D_S^\alpha$  и  $D_F$  — коэффициенты диффузии S и F металлов соответственно; здесь и далее принято  $\hbar = k_B = 1$ . Первое условие в (1) позволяет пренебречь уменьшением критической температуры S/F бислоя по сравнению с критической температурой массивного S металла, а второе условие позволяет считать все величины внутри F слоя пространственно независимыми. (Выбор «нужной» длины когерентности для F металла во втором условии (1) зависит от соотношения параметров  $T_C$  (критическая температура) и  $H_{\text{exс}}$  (параметр обменного взаимодействия); для типичных F металлов  $H_{\text{exс}} \gg T_C$ .)

### 3. Уравнения Узаделя и граничные условия на S/F границе

Как известно, сверхпроводимость «грязных» металлов удобно описывать квазиклассическими уравнениями Узаделя [28]. Для случая, когда все величины зависят от единственной координаты  $x$  и межзонным рассеянием можно пренебречь (как, например, для двухзонного сверхпроводника  $MgB_2$ ), уравнения Узаделя в S слое запишем в виде

$$\Phi_S^\alpha = \Delta_S^\alpha + (\xi_S^\alpha)^2 \frac{\pi T_C}{\omega G_S^\alpha} \frac{d}{dx} \left[ (G_S^\alpha)^2 \frac{d}{dx} \Phi_S^\alpha \right], \quad (2)$$

$$G_S^\alpha = \frac{\omega}{(\omega^2 + \Phi_S^\alpha \tilde{\Phi}_S^\alpha)^{1/2}}, \quad (3)$$

$$\Delta_S^\alpha \ln(T/T_C) + 2\pi T \sum_{\beta, \omega > 0} \left[ (\Delta_S^\alpha - \hat{\Lambda}_{\alpha\beta} \Phi_S^\alpha G_S^\alpha) / \omega \right] = 0. \quad (4)$$

Для нормального F металла соответствующие уравнения имеют вид

$$\Phi_F = \xi^2 \frac{\pi T_C}{\tilde{\omega} G_F} \frac{d}{dx} \left[ G_F^2 \frac{d}{dx} \Phi_F \right], \quad (5)$$

$$G_F = \frac{\tilde{\omega}}{(\tilde{\omega}^2 + \Phi_F \tilde{\Phi}_F)^{1/2}}. \quad (6)$$

Здесь  $\Phi_S^\alpha$  и  $\Phi_F$  — модифицированные функции Узаделя для  $\alpha$ -й зоны S металла и F металла соответственно, которые позволяют явно учесть нормировку функций Грина:  $G = \omega / (\omega^2 + \Phi \tilde{\Phi})^{1/2}$ ,  $F = G\Phi / \omega$  и  $\tilde{\Phi}(\omega, H_{\text{exc}}) = \Phi^*(\omega, -H_{\text{exc}})$ ;  $\Delta_S^\alpha(x)$  — сверхпроводящий параметр порядка для  $\alpha$ -й зоны S металла,  $\hat{\Lambda}_{\alpha\beta}$  — матрица эффективных констант связи,  $\tilde{\omega} = \omega + iH_{\text{exc}}$ ,  $\omega = \pi T(2n+1)$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$  — мацубаровские частоты,  $T$  — температура. Суммирование по частотам в (3) ограничено дебаевской частотой  $\omega_D$ .

Уравнения (2)–(6) должны быть дополнены граничными условиями для функций  $\Phi_S^\alpha$  и  $\Phi_F$ . Из (1) следует, что в глубине S слоя

$$\Phi_S^\alpha(\infty) = \Delta_S^\alpha(\infty) = \Delta_0^\alpha(T), \quad (7)$$

где  $\Delta_0^\alpha(T)$  — параметр порядка  $\alpha$ -й зоны пространственно-однородного сверхпроводника при температуре  $T$  в теории БКШ. На внешней границе ферромагнетика граничное условие имеет вид

$$\frac{d}{dx} \Phi_F(-d_F) = 0. \quad (8)$$

Несколько детальнее следует остановиться на граничных условиях на S/F границе. Как отмечалось в [27], для случая, когда межзонное рассеяние мало, можно полагать, что в сверхпроводнике существуют

независимые группы сверхпроводящих электронов, которые взаимодействуют друг с другом только через самосогласованные парные потенциалы в глубине сверхпроводника. Тогда при выводе граничных условий к уравнениям Узаделя применимы те же аргументы, что и в случае однозонного сверхпроводника [29]. Граничные условия для S/N бислоя, где S — двухзонный сверхпроводник, а N — однозонный сверхпроводящий или нормальный металл, были получены в [27]. Обобщим их на случай S/F бислоя. Следуя [27], введем для каждой из зон независимые граничные параметры, описывающие эффект близости и прозрачность границы.

Первое граничное условие к уравнениям Узаделя обеспечивает непрерывность протекающего через SF границу сверхтока при любых значениях прозрачности границы и имеет вид

$$\frac{1}{\tilde{\omega}} \xi G_F^2 \frac{d}{dx} \Phi_F \Big|_{x=0} = \frac{1}{\omega} \sum_{\alpha} \frac{1}{\gamma^\alpha} \xi_S^\alpha (G_S^\alpha)^2 \frac{d}{dx} \Phi_S^\alpha \Big|_{x=0}, \quad (9)$$

где  $\gamma^\alpha = \rho_S^\alpha x_S^\alpha / \rho_F \xi$  — параметр эффекта близости, характеризующий интенсивность сверхпроводящих корреляций, наведенных в F слое от  $\alpha$ -й зоны;  $\rho_F$ ,  $\rho_S^\alpha$  — сопротивления F металла и соответствующих зон S металла в нормальном состоянии.

Второе граничное условие учитывает эффекты конечной прозрачности SF границы. Обобщая результаты работы [27], имеем

$$\xi G_F \frac{d}{dx} \Phi_F \Big|_{x=0} = \tilde{\omega} \sum_{\alpha} \frac{1}{\gamma_{BF}^\alpha} G_S^\alpha \left( \Phi_S^\alpha / \omega - \Phi_F / \tilde{\omega} \right) \Big|_{x=0}, \quad (10)$$

где  $\gamma_{BF}^\alpha = R_B^\alpha / (\rho_F \xi)$  — параметр, учитывающий эффекты конечной прозрачности границы для данной зоны,  $R_B^\alpha$  — компоненты сопротивления, описывающие туннелирование электрона через SF границу в соответствующую зону проводимости сверхпроводника. При  $\gamma_{BF}^\alpha = 0$ , т.е. при полной прозрачности границы для каждой из зон сверхпроводника, условие (10) принимает вид

$$\sum_{\alpha} G_S^\alpha \left( \Phi_S^\alpha / \omega - \Phi_F / \tilde{\omega} \right) \Big|_{x=0} = 0. \quad (11)$$

Система уравнений Узаделя (2)–(6) и граничные условия к ним (7)–(10) составляют необходимый математический базис для описания эффекта близости в структурах многозонный сверхпроводник/ферромагнитный металл.

### 4. Краевая задача для S слоя

Покажем, что исследование наведенной сверхпроводимости в S/F структурах с тонким слоем F металла

( $d_F$  удовлетворяет условию (1)) можно свести к рассмотрению краевой задачи для S слоя. Действительно, дифференциальное уравнение (5) можно решать итерациями по малому параметру  $d_F/\xi$ . В первом приближении можно пренебречь неградиентным членом и, учитывая, что  $\frac{d}{dx}\Phi_F(-d_F) = 0$ , получить  $\Phi_F = \text{const}$ . В следующем приближении по  $d_F/\xi$ , линеаризуя уравнение (5), находим

$$\frac{d}{dx}\Phi_F(x) = \frac{\tilde{\omega}\Phi_F(0)(x+d_F)}{\xi^2\pi T_C G_F}. \quad (12)$$

Здесь при интегрировании учтено условие  $\frac{d}{dx}\Phi_F(-d_F) = 0$ . Определяя из (12)  $\frac{d}{dx}\Phi_F(x=0)$  и подставляя его в граничные условия (9) и (10), получаем граничное условие для функций  $\Phi_S^\alpha$  вида

$$\sum_{\alpha} \frac{1}{\gamma_M^\alpha} \xi_S^\alpha G_S^\alpha \frac{d}{dx}\Phi_S^\alpha \Big|_{x=0} = \tilde{\omega} \sum_{\alpha} \frac{\Phi_S^\alpha G_S^\alpha}{\gamma_B^\alpha} \Big/ \left( \left( \tilde{\omega} + \pi T_C \sum_{\alpha} \frac{G_S^\alpha}{\gamma_B^\alpha} \right)^2 + \left( \frac{\pi T_C}{\omega} \sum_{\alpha} \frac{\Phi_S^\alpha G_S^\alpha}{\gamma_B^\alpha} \right)^2 \right)^{1/2} \Big|_{x=0} \quad (13)$$

и уравнение, определяющее значение функции  $\Phi_F$  при  $x = 0$ :

$$\Phi_F(0) = \frac{\pi T_C}{\omega} \sum_{\alpha} \frac{\Phi_S^\alpha G_S^\alpha}{\gamma_B^\alpha} \Big/ \left( 1 + \frac{\pi T_C}{\omega} \sum_{\alpha} \frac{G_S^\alpha}{\gamma_B^\alpha} \right) \Big|_{x=0}, \quad (14)$$

где  $\gamma_M^\alpha = \gamma^\alpha d_F/\xi$ ,  $\gamma_B^\alpha = \gamma_{BF}^\alpha d_F/\xi$ . В частном случае  $\gamma_B^\alpha = 0$  (полная прозрачность границы) уравнения (13) и (14) примут вид

$$\sum_{\alpha} \frac{1}{\gamma_M^\alpha} \xi_S^\alpha G_S^\alpha \left( \frac{d}{dx}\Phi_S^\alpha \right) \Big|_{x=0} = \frac{\tilde{\omega}}{\pi T_C} \sum_{\alpha} \Phi_S^\alpha G_S^\alpha \Big/ \left( \left( \sum_{\alpha} G_S^\alpha \right)^2 + \left( \sum_{\alpha} \frac{\Phi_S^\alpha G_S^\alpha}{\omega} \right)^2 \right)^{1/2} \Big|_{x=0}, \quad (15)$$

$$\Phi_F(0) = \frac{\tilde{\omega}}{\omega} \sum_{\alpha} \Phi_S^\alpha G_S^\alpha \Big/ \sum_{\alpha} G_S^\alpha \Big|_{x=0} \quad (16)$$

соответственно. Пространственной зависимостью функций в F слое мезоскопической толщины  $d_F \ll \xi$  естественно далее пренебречь. В результате задача о сверхпроводящем эффекте близости в бислое массивный многозонный сверхпроводник–тонкий ферромагнетик сводится к решению уравнений (2)–(4) с граничными условиями (7), (13) для S слоя и к уравнению (14) для F слоя. Степень взаимовлияния S и F слоев зависит от граничных параметров для каждой из зон  $\gamma_M^\alpha$  и  $\gamma_B^\alpha$  и величины обменного взаимодействия  $H_{\text{ex}}$ . В общем случае задача может быть решена только численно. Однако в ряде частных пределов допустимо аналитическое решение. Так, удается найти аналитические решения системы уравнений Узаделя для случая слабого эффекта близости ( $\gamma_M^\alpha \ll 1$ ) и произвольной прозрачности границы. Далее приведем примеры анализа эффекта близости в S/F бислое для двухзонного сверхпроводника и будем использовать принятую для MgB<sub>2</sub> нумерацию зон:  $\alpha = \pi, \sigma$ .

## 5. Сверхпроводящий эффект близости

При  $\gamma_M^\alpha \ll 1$  (слабый эффект близости) в нулевом приближении по  $\gamma_M^\alpha$  из условия (13) следует, что  $\xi_S^\alpha \frac{d}{dx}\Phi_S^\alpha(0) = 0$  для  $\omega \ll \Omega_\gamma \approx \min(\pi T_C / \gamma_M^\alpha)$ . В этом приближении функции  $\Phi_S^\alpha$  и  $\Delta_S^\alpha$  можно считать пространственно однородными,  $\Phi_S^\alpha(x) = \Delta_S^\alpha(x) = \Delta_0^\alpha$  и, соответственно,  $G_S^\alpha = \omega / [(\Delta_0^\alpha)^2 + \omega^2]^{1/2}$  при  $\omega \ll \Omega_C \approx \pi T_C$  ( $\Omega_C \ll \Omega_g$ ).

В следующем приближении по  $\gamma_M^\alpha$ , линеаризуя уравнение Узаделя (2) для  $\Phi_S^\alpha(x)$  и учитывая, что  $\Phi_S^\alpha(\infty) = \Delta_0^\alpha$ , получаем общее решение (2) для каждой из зон в виде

$$\Phi_S^\alpha(x) = \Delta_0^\alpha + C^\alpha \exp(-\beta^\alpha x / \xi_S^\alpha),$$

где  $C^\alpha = \text{const}$ ,  $\beta^\alpha = [((\Delta_0^\alpha)^2 + \omega^2)^{1/2} / \pi T_C]^{1/2}$ . Подставляя это решение в граничное условие (13), для  $\Phi_S^\alpha(\omega, x)$  получаем

$$\Phi_S^\alpha(\omega, x) = \Delta_0^\alpha \left( 1 - \frac{\gamma_M^\alpha \beta^\alpha \tilde{\omega} \exp(-\beta^\alpha x / \xi_S^\alpha)}{\gamma_M^\alpha \beta^\alpha \tilde{\omega} + \omega A} \right), \quad (17)$$

где

$$A(\omega) = \left[ \left( \frac{\tilde{\omega}}{\pi T_C} \right)^2 + \frac{2(\omega^2 + \Delta_0^\pi \Delta_0^\sigma)}{(\pi T_C)^2 \gamma_B^\pi \gamma_B^\sigma (\beta^\pi)^2 (\beta^\sigma)^2} + \sum_{\alpha=\pi, \sigma} \frac{1}{(\gamma_B^\alpha)^2} + \frac{2\omega \tilde{\omega}}{(\pi T_C)^2} \sum_{\alpha=\pi, \sigma} \frac{1}{\gamma_B^\alpha (\beta^\alpha)^2} \right]^{1/2}. \quad (18)$$

Определяя значение функции  $\Phi_S^\alpha(\omega, x=0)$  из (17) и подставляя его в уравнение (14), получаем функцию  $\Phi_F(0)$ , характеризующую наведенную в F слое сверхпроводимость (явный вид выражения для  $\Phi_F(0)$  не приводим ввиду его громоздкости).

При полной прозрачности границы для каждой из зон сверхпроводника ( $\gamma_B^\pi = \gamma_B^\sigma = 0$ ) решение ищем с помощью аналогичной процедуры линеаризации уравнений Узалея (2), используя граничное условие (15). Получаем решение для  $\Phi_S^\alpha(\omega, x)$  в виде (17), где

$$A(\omega) = \left( 2 \left( 1 + \frac{(\omega^2 + \Delta_0^\pi \Delta_0^\sigma)}{(\pi T_C)^2 (\beta^\pi)^2 (\beta^\sigma)^2} \right) \right)^{1/2}. \quad (19)$$

В этом случае функцию  $\Phi_F(0)$  найдем, подставляя полученное решение  $\Phi_S^\alpha(\omega, x=0)$  в (16).

В общем случае, зная функции  $\Phi_S^\alpha(\omega, x)$  и используя уравнение (4), численными методами можно определить пространственное поведение сверхпроводящего параметра порядка  $\Delta_S^\alpha(x)$  для каждой из зон сверхпроводника. В численных расчетах, результаты которых приведены ниже, принимали отношение  $\hbar\omega_D / \pi T_C = 150$ , а для величин эффективных констант взаимодействия были взяты значения, соответствующие MgB<sub>2</sub>:  $\Lambda_{11} = 0,81$ ;  $\Lambda_{22} = 0,278$ ;  $\Lambda_{12} = 0,115$ ;  $\Lambda_{21} = 0,091$  (см., например, [27,30]).

На рис. 1 приведены примеры пространственной зависимости щели  $\Delta_S^\alpha(x)$  при  $\gamma_M^\sigma = \gamma_M^\pi = 0,2$ ,  $\gamma_B^\sigma = \gamma_B^\pi = 0,1$  при  $T/T_C = 0,5$  и различных значениях параметра обменного взаимодействия  $H_{\text{exc}}$  (здесь и на рис. 2(а), 3(б) соответствующие зависимости в отсутствие обменного поля показаны штриховой линией). Пространственная зависимость параметра порядка для  $\pi$ -зоны,  $\Delta_S^\pi(x)$ , от  $H_{\text{exc}}$  имеет аналогичный вид. Как и в случае двузонного сверхпроводника в S/N структуре [27], БКШ значение параметра порядка для каждой из зон достигается в глубине S слоя на расстоянии порядка нескольких  $\xi_S$ . Однако для S/F бислоя вблизи SF границы величина параметра порядка  $\Delta_S^\alpha(0)$  дополнительно подавляется обменным полем  $H_{\text{exc}}$ : ср. значение  $\Delta_S^\pi(0, H_{\text{exc}} \neq 0)$  для кривых 2–4 на рис. 1 со значением  $\Delta_S^\pi(0, H_{\text{exc}} = 0)$  для кривой 1 на рис. 1.

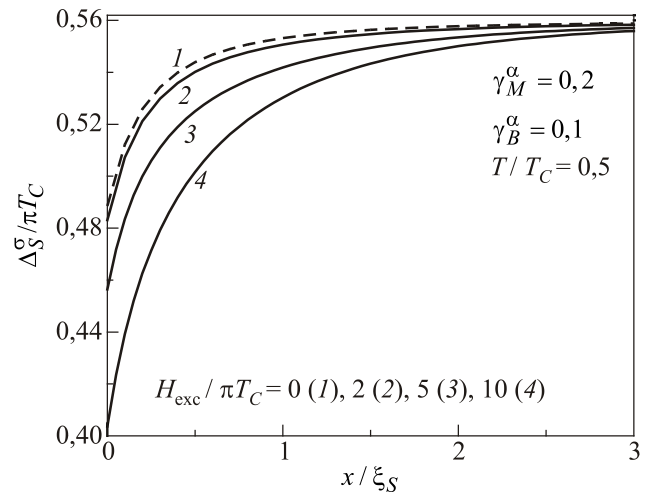


Рис. 1. Пространственная зависимость параметра порядка в S слое  $\Delta_S^\alpha(x)$  вблизи SF границы при различных значениях величины обменного поля. Здесь и на рис. 2–4 результаты получены для эффективных констант взаимодействия MgB<sub>2</sub> [27,29].

Зависимость величины параметра порядка для каждой из зон на SF границе,  $\Delta_S^\alpha(0)$ , от состояния границы (параметров, описывающих эффект близости  $\gamma_M$  и прозрачность границы  $\gamma_B$ ) полностью аналогично ситуации для S/N систем с двузонным сверхпроводником (детали см. в [27]): рост прозрачности границы приводит к уменьшению скачка амплитуды куперовских пар при переходе из S в F слой. При малых значениях параметра  $\gamma_M$  уменьшение прозрачности границы (т.е. рост  $\gamma_B$ ) приводит к увеличению скачка сверхпроводящих свойств на границе; с ростом эффекта близости  $\gamma_M$  значение  $\Delta_S^\alpha(0)$  для каждой из зон уменьшается.

Как уже отмечалось, в случае тонкого слоя F металла,  $d_F \ll \min(\xi_F, \xi)$ , индуцированный в нем параметр порядка не зависит от расстояния от SF границы:  $\Delta_F(x) = \text{const}$ .

### 6. Магнитные корреляции, индуцированные в S слое

Важной особенностью выражений, полученных для модифицированных функций Грина каждой из зон S слоя  $\Phi_S^\alpha(\omega, x)$  (см., например, (17)), является то, что они явно зависят от величины обменного поля F металла. Благодаря этому можно говорить об обменных корреляциях, которые индуцируются в S слое, т.е. о существовании в S/F структурах не только сверхпроводящего, но и магнитного эффекта близости. Особенности магнитного эффекта близости для S/F структур в случае, когда S — однозонный сверхпроводник, детально обсуждались в работах [18–23]. В случае, когда S — многозонный сверхпроводник, как это следует из уравнений Узалея и граничных условий к ним, при разных значениях зонных параметров  $\gamma_M^\alpha$  и  $\gamma_B^\alpha$  магнитный эффект близости для каждой из зон сверхпро-



водника будет различным. (Вопрос об экспериментальной реализации такого эффекта близости требует отдельного рассмотрения.) Ниже, используя аналитические решения уравнений Узаделя для случая слабого эффекта близости, будут продемонстрированы такие проявления наведенного в S слое магнетизма, как спиновое расщепление плотности квазичастичных состояний, появление локальных состояний внутри энергетической щели и равновесное намагничение неспаренных электронов, которое индуцируется в S слое.

### 6.1. Спиновое расщепление плотностей состояний квазичастиц в S слое

Как уже отмечалось, функции Грина для спиновых подзон каждой из зон S слоя  $G_{S\uparrow\uparrow}^{\alpha}(\omega, x)$  и  $G_{S\downarrow\downarrow}^{\alpha}(\omega, x)$  могут быть получены, используя аналитические решения (17)–(19) для функций  $\Phi_S^{\alpha}(\omega, x)$  при  $\tilde{\omega} = \omega + iH_{\text{exc}}$  и  $\tilde{\omega} = \omega - iH_{\text{exc}}$  соответственно. Зная  $G_{S\uparrow\uparrow}^{\alpha}(\omega, x)$  и  $G_{S\downarrow\downarrow}^{\alpha}(\omega, x)$  и выполняя аналитическое продолжение на комплексную плоскость подстановкой  $\omega \rightarrow -i\varepsilon$ , можно вычислить плотность квазичастичных состояний в S слое для каждой спиновой подзоны. По определению, имеем

$$N_{S\uparrow(\downarrow)}(\varepsilon, x) = N_{S\uparrow(\downarrow)}^{\pi}(\varepsilon, x) + N_{S\uparrow(\downarrow)}^{\sigma}(\varepsilon, x) = \text{Re} \left\{ G_{S\uparrow\uparrow(\downarrow\downarrow)}^{\pi}(\varepsilon, x) \right\} + \text{Re} \left\{ G_{S\uparrow\uparrow(\downarrow\downarrow)}^{\sigma}(\varepsilon, x) \right\}. \quad (20)$$

Из-за эффекта близости обменное расщепление поверхности Ферми в F металле приводит к спиновому расщеплению плотности квазичастичных состояний и в S слое, так что  $N_{S\uparrow}(\varepsilon, x) \neq N_{S\uparrow}(-\varepsilon, x)$  [31–33]. Заметим, что с учетом симметрии относительно инверсии времени имеем  $N_{S\downarrow}(\varepsilon, x) = N_{S\uparrow}(-\varepsilon, x)$ .

Рисунок 2(а) иллюстрирует зависимость (суммарной) плотности состояний электронов со спином «вверх» в S слое на SF границе,  $N_{S\uparrow}(\varepsilon, 0)$ , от энергии для различных значений энергии обменного поля  $H_{\text{exc}}$  (значения  $H_{\text{exc}}$  и  $\varepsilon$  нормированы на  $\pi T_C$ ). Видно, что при  $H_{\text{exc}} \neq 0$  в плотности состояний  $N_{S\uparrow}(\varepsilon, 0)$  в области  $\varepsilon < 0$  формируются три особенности. Две из них соответствуют БКШ значениям для каждой из зон двузонного сверхпроводника  $|\varepsilon| = \Delta_0^{\alpha}(T)$ . Третья особенность при наименьшем значении  $|\varepsilon|$  обусловлена наличием истинной щели  $|\varepsilon| = \Delta_S(T)$  в спектре одночастичных возбуждений и отражает перенормировку щели в S слое с учетом эффекта близости. С ростом обменного поля  $\Delta_S(T)$  уменьшается по абсолютной величине. При  $\varepsilon > 0$  наблюдаются две особенности, соответствующие БКШ значениям для каждой из зон двузонного сверхпроводника.

На рис. 2(б) представлена зависимость плотности состояний квазичастиц для спиновой подзоны  $N_{S\uparrow}(\varepsilon, 0)$  в S слое на SF границе от энергии при различных значениях прозрачности границ. На рисунке видно, что с ростом прозрачности особенность, определяющая зна-

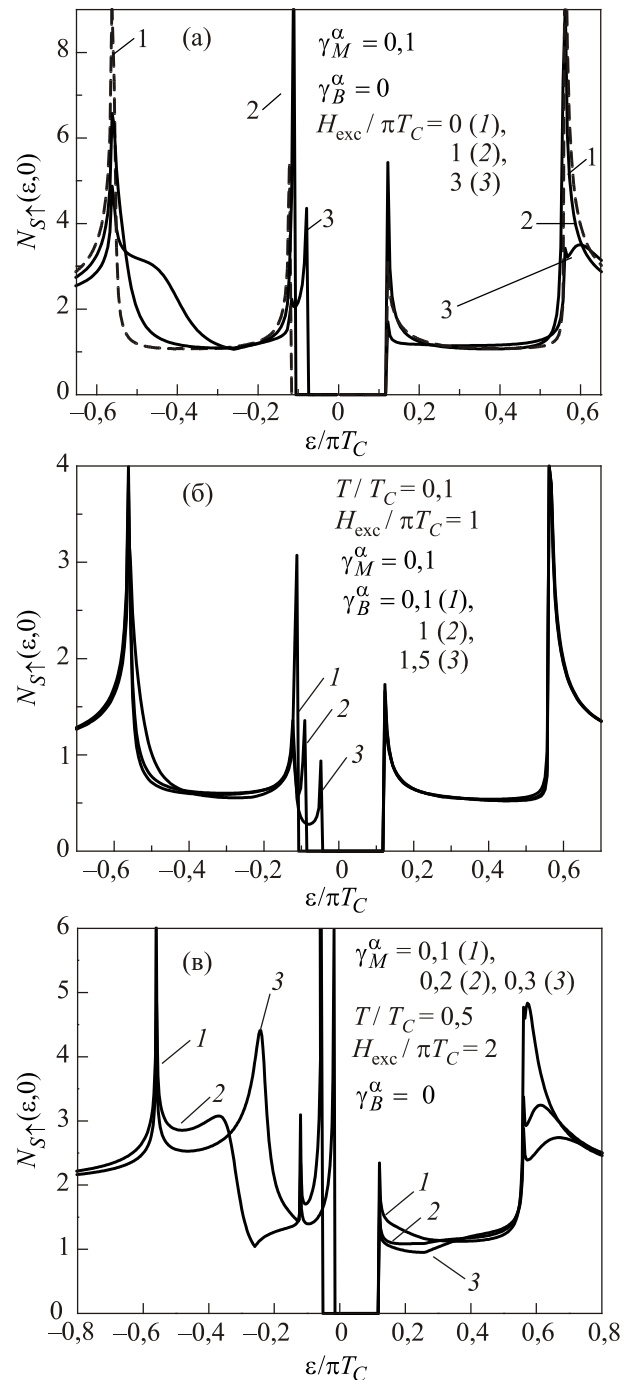


Рис. 2. Суммарная плотность квазичастичных состояний для спиновой подзоны «вверх» в S слое S/F бислоя на SF границе при различных значениях: величины обменного поля (а); прозрачности SF границы (б); параметра эффекта близости (в).

чение сверхпроводящей щели в S слое, сдвигается в сторону меньших значений  $|\varepsilon|$ . При  $\varepsilon > 0$  наблюдаются две особенности, соответствующие БКШ значениям для каждой из зон двузонного сверхпроводника, на которые при данных значениях параметров SF бислоя изменение прозрачности существенно не влияет.

На рис. 2(в) приведена зависимость плотности состояний квазичастиц для данной спиновой подзоны в S

слое на SF границе от энергии при различных значениях эффекта близости. Из рисунка следует, что с ростом  $\gamma_M$  особенность, определяющая щель, сдвигается в сторону меньших значений  $|\varepsilon|$ . Видно также, что при конечных величинах  $\gamma_M^\pi = \gamma_M^\sigma > 0,1$  (и для приведенных на рисунке значениях прозрачности и величины обменного взаимодействия) в плотности состояний квазичастиц в области  $\varepsilon < 0$  появляется еще одна особенность, которая с ростом  $\gamma_M$  сдвигается вправо и становится более ярко выраженной. При  $\varepsilon > 0$  наблюдаются две особенности, соответствующие БКШ значениям для каждой из зон двузонного сверхпроводника. Кроме того, в этой области появляется еще одна слабая особенность при  $\varepsilon > \Delta_0^\sigma$ , которая с ростом  $\gamma_M$  размывается.

6.2. Локальные энергетические состояния квазичастиц в S слое

Рассмотрим поведение плотности состояний квазичастиц в глубине S слоя. На рис. 3 представлены зависимости  $N_{S\uparrow}(\varepsilon, x)$  на различных расстояниях от SF границы и при различных значениях обменной энергии. На рисунках видно, что и на некотором расстоянии от границы в плотности состояний  $N_{S\uparrow}(\varepsilon, x)$  сохраняются

особенности, сформировавшиеся при  $H_{exc} \neq 0$  на SF границе. Так, при  $\varepsilon < 0$  наблюдаются особенности, соответствующие БКШ значениям щели для каждой из зон сверхпроводника  $|\varepsilon| = \Delta_0^\alpha(T)$  ( $\alpha = \pi, \sigma$ ), а также особенность (при наименьшем значении  $|\varepsilon|$ ), обусловленная наличием истинной щели  $|\varepsilon| = \Delta_S(T)$ . В общем случае, при  $H_{exc} \neq 0$  и  $\gamma_M^\pi = \gamma_M^\sigma \neq 0$ , плотность квазичастичных состояний расщеплена по спину в S слое на расстоянии нескольких  $\xi_S$  от SF границы:  $N_{S\downarrow}(\varepsilon, x) \neq N_{S\uparrow}(\varepsilon, x)$  и  $N_{S\uparrow}(\varepsilon, x) \neq N_{S\uparrow}(-\varepsilon, x)$ . Как уже отмечалось, электроны со спином «вверх/вниз» и дырки со спином «вниз/вверх» имеют одинаковую плотность состояний. Спиновое расщепление уменьшается с ростом расстояния от границы и исчезает в глубине S слоя (см. штриховую кривую 3 на рис. 3(a)). Эти особенности существуют благодаря первоначальному спиновому расщеплению электронов на поверхности Ферми в F металле и характеризуют S/F бислою как единую систему.

Другой важной особенностью поведения плотности квазичастичных состояний, показанных на рис. 3, является существование локальных состояний внутри энергетической щели на расстояниях порядка нескольких  $\xi_S$  от SF границы. Формирование локальных энергетических состояний в S/F бислое, которые аналогичны локализованным уровням в сверхпроводнике с парамагнитными примесями [34,35], впервые, по-видимому, было предсказано в работе [18] для случая однозонного сверхпроводника. При  $H_{exc} \neq 0$  состояния внутри энергетической щели отсутствуют на SF границе (т.е. при  $x = 0$ , см. рис. 2) и в глубине S слоя (см. штриховую кривую 3 на рис. 3(a)). Локальные состояния внутри энергетической щели также отсутствуют при  $H_{exc} = 0$ . При  $H_{exc} \neq 0$  на конечных расстояниях от границы внутри щели формируются локальные состояния, расщепленные по спину. Характерной особенностью S/F системы, где S — многозонный сверхпроводник, является то, что соответствующие локальные состояния формируются внутри щели каждой из энергетических зон сверхпроводника. На рис. 3 две области локальных состояний внутри энергетической щели — кривые 2 на рисунке (a) и кривые 3 на рисунке (б) — есть локальные состояния от разных зон. При этом, как и в случае однозонного сверхпроводника [18], пространственная (в глубь S слоя) и энергетическая области существования локальных состояний увеличиваются с ростом величины обменного поля.

В работах [18,36] показано, что рост области существования локальных состояний с увеличением  $H_{exc}$  свидетельствует о том, что эти состояния существуют благодаря разрушению куперовских пар в S слое наведенными магнитными корреляциями. В отсутствие рассеяния с опрокидыванием спина (например, спин-орбитального) состояния внутри щели доступны только для квазичастиц с одним направлением спина. Учет спин-

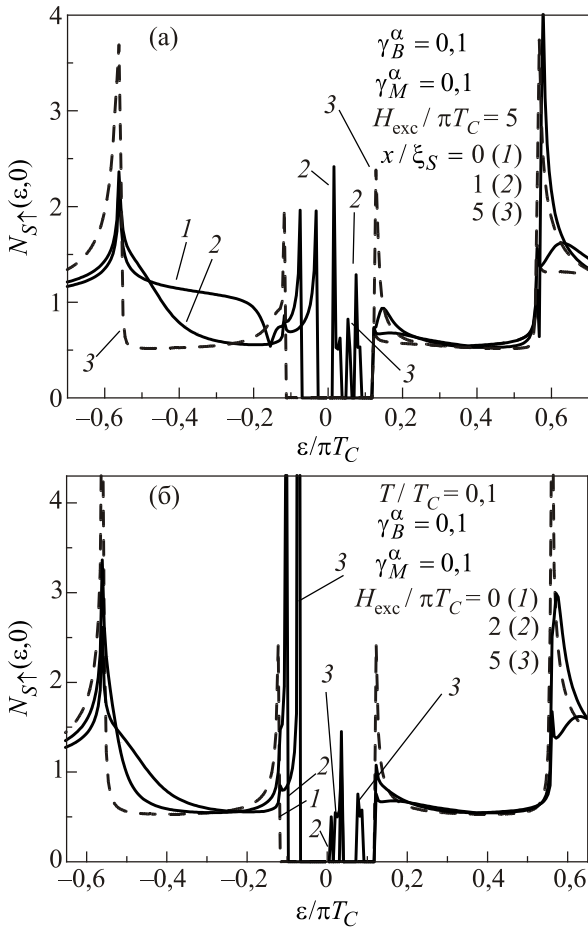


Рис. 3. Зависимость плотности квазичастичных состояний для спиновой подзоны «вверх» в S слое от: расстояния от SF границы (a); величины обменного поля ферромагнетика (б).

орбитального взаимодействия приводит к перемешиванию состояний из разных спиновых подзон и, в целом, к ослаблению эффектов обменного поля в S слое [23,36].

### 6.3. Наведенная намагниченность S слоя

Как было отмечено выше, влияние ферромагнетика на сверхпроводник проявляется в том, что вблизи SF границы плотности состояний электронов со спином «вверх» и «вниз»,  $N_{S\uparrow}(\varepsilon, x)$  и  $N_{S\downarrow}(\varepsilon, x)$ , не равны друг другу. Такое спиновое расщепление плотностей состояний неспаренных электронов вызывает появление неоднородной спиновой плотности в S металле, т.е. возникновение эффективного магнитного момента  $M_S(x)$ , величину которого можно найти, используя стандартное выражение (см., например, [37])

$$M_S(x) = M_0 \int_0^{\infty} d\varepsilon \{N_{S\uparrow}(\varepsilon, x) - N_{S\downarrow}(\varepsilon, x)\} f(\varepsilon), \quad (21)$$

где  $M_0 = gS_e\mu_B$  — магнитный момент квазичастицы,  $S_e = 1/2$ ,  $g = 2$  и  $f(\varepsilon) = 1/[\exp(\varepsilon/T) + 1]$  — функция распределения Ферми. При  $T \ll T_C$   $f(\varepsilon) = 1$ , т.е. все состояния ниже уровня Ферми заполнены, а состояния выше уровня Ферми пусты. Благодаря ненулевой разнице плотностей состояний квазичастиц из разных спиновых подзон S слой приобретает ненулевой магнитный момент. Заметим, что восприимчивость неспаренных электронов отрицательна, т.е. сверхпроводник приобретает магнитный момент противоположного направления по отношению к направлению намагничивания ферромагнетика [21].

Эта физика подтверждается результатами численных расчетов  $M_S(x)$ . На рис. 4(а) приведена зависимость намагничивания сверхпроводника от расстояния до SF границы при фиксированных граничных параметрах для каждой зоны и при различных величинах энергии обмена. Рисунок 4(б) демонстрирует пространственную зависимость индуцированной в сверхпроводнике намагниченности в случае фиксированного значения  $H_{\text{exc}}$ , высокой прозрачности SF границы для обеих зон, малого параметра эффекта близости  $\sigma$ -зоны и при различных величинах параметра эффекта близости  $\pi$ -зоны. Рисунок 4(в) иллюстрирует поведение индуцированной намагниченности в случае малого параметра эффекта близости, высокой прозрачности SF границы  $\pi$ -зоны при различных значениях прозрачности SF границы для  $\sigma$ -зоны. (Вопрос об экспериментальной реализации такого эффекта близости требует отдельного рассмотрения.) Как следует из выражения (18), при  $\gamma_B^\sigma \gg 1$  (туннельный режим проводимости SF границы) параметр  $A(\omega) \rightarrow \tilde{\omega}/\pi T_C$ , и индуцированная в сверхпроводнике намагниченность выходит на насыщение.

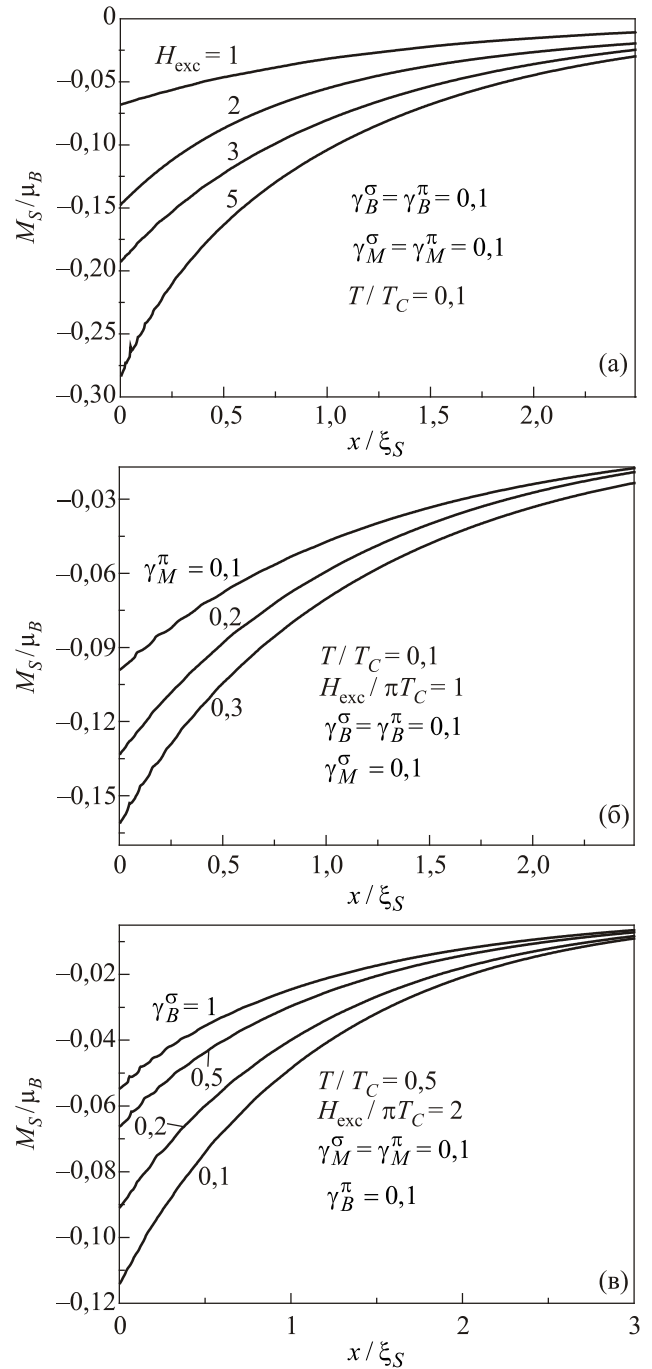


Рис. 4. Зависимость проникновения намагничивания в S металл от расстояния от SF границы при: различных значениях величины обменного поля ферромагнетика (а); различных значениях параметра эффекта близости для  $\pi$ -зоны (б); различных значениях прозрачности границы для  $\sigma$ -зоны (в).

Полученные зависимости  $M_S(x)$  показывают, что магнитный момент, индуцированный в S слое, убывает с расстоянием от SF границы, растет с ростом величины обменного взаимодействия в ферромагнетике  $H_{\text{exc}}$ , возрастает с ростом эффекта близости и выходит на насыщение с уменьшением прозрачности границ.



## 7. Заключение

В работе развита микроскопическая теория эффекта близости в гетероструктурах многозонный сверхпроводник/однозонный ферромагнитный металл. Рассмотрен случай, когда транспортные свойства обоих металлов отвечают диффузионному типу проводимости. Для таких структур сформулирован общий вид уравнений Узаделя и квазиклассических граничных условий к ним. Обсуждаются магнитные характеристики, наведенные в многозонном сверхпроводнике, и сверхпроводящие свойства, наведенные в ферромагнетике. Для ряда предельных случаев получены соответствующие аналитические выражения. Показано, что основным проявлением магнитного эффекта близости в S слое является: 1) дополнительное подавление сверхпроводящего параметра порядка обменным полем ферромагнетика, 2) спиновое расщепление плотности квазичастичных состояний, 3) образование локальных состояний внутри энергетической щели, 4) индуцированное равновесное намагничивание неспаренных электронов в S слое. Магнитные корреляции проникают в сверхпроводник на расстояние порядка сверхпроводящей длины корреляций и определяются величиной обменного поля ферромагнетика и граничными параметрами для каждой из зон. С ростом величины обменного взаимодействия спиновое расщепление плотности состояний, область существования локальных состояний внутри щели и наведенная намагниченность S слоя возрастают. Таким образом, в структурах многозонный сверхпроводник/ферромагнетик возникает достаточно богатая физика сверхпроводящего и магнитного эффектов близости, обусловленная многозонной природой сверхпроводника, магнитными свойствами ферромагнетика и состоянием SF границы.

1. Ю.А. Изюмов, Ю.И. Прошин, М.Г. Хусаинов, *УФН* **172**, 113 (2002) [*Phys. Usp.* **45**, 109 (2002)].
2. A.I. Buzdin, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 935 (2005).
3. F.S. Bergeret, A.F. Volkov, and K.B. Efetov, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 1321 (2005).
4. Y.C. Tao and J.G. Hu, *J. Appl. Phys.* **107**, 041101 (2010).
5. Е.А. Кошина, В.Н. Криворучко, *ФНТ* **26**, 157 (2000) [*Low Temp. Phys.* **26**, 115 (2000)].
6. Е.А. Кошина, В.Н. Криворучко, *Письма в ЖЭТФ* **71**, 182 (2000) [*JETP Lett.* **71**, 123 (2000)].
7. Е.А. Koshina and V.N. Krivoruchko, *Phys. Rev. B* **63**, 224515 (2001).
8. V.V. Ryazanov, V.A. Oboznov, A.Yu. Rusanov, A.V. Veretennikov, A.A. Golubov, and J. Aarts, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2427 (2001).
9. T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, and X. Grison, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 304 (2001).

10. F.S. Bergeret, A.F. Volkov, and K.B. Efetov, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3140 (2001).
11. V.N. Krivoruchko and E.A. Koshina, *Phys. Rev. B* **64**, 172511 (2001).
12. V.V. Ryazanov, V.A. Oboznov, A.V. Veretennikov, and A.Yu. Rusanov, *Phys. Rev. B* **65**, 020501 (2002).
13. Y. Blum, A. Tsukernik, M. Karpovski, and A. Palevski, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 187004 (2002).
14. T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genet, B. Stephanidis, and R. Boursier, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 137007 (2002).
15. A.A. Golubov, M.Yu. Kupriyanov, and Ya.V. Fominov, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 709 (2002) [*JETP Lett.* **75**, 588 (2002)].
16. A. Cottet, *Phys. Rev. B* **76**, 224505 (2007).
17. D. Yoshizaki, A.A. Golubov, Y. Tanaka, and Y. Asano, *Jpn. J. Appl. Phys.* **51**, 010108 (2012).
18. V.N. Krivoruchko and E.A. Koshina, *Phys. Rev. B* **66**, 014521 (2002).
19. W. Guichard, M. Aprili, O. Bourgeois, T. Kontos, J. Lesueur, and P. Gandit, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 167001 (2003).
20. Е.А. Кошина, В.Н. Криворучко, *ФНТ* **29**, 858 (2003) [*Low Temp. Phys.* **29**, 642 (2003)].
21. F.S. Bergeret, A.F. Volkov, and K.B. Efetov, *Phys. Rev. B* **69**, 174504 (2004).
22. F.S. Bergeret, A. Levy Yeyati, and A. Martín-Rodero, *Phys. Rev. B* **72**, 064524 (2005).
23. V.N. Krivoruchko and R.V. Petryuk, *Phys. Rev. B* **66**, 134520 (2002).
24. C. Buzea and T. Yamashita, *Supercond. Sci. Technol.* **14**, 1 (2001).
25. A.Y. Liu, I.I. Mazin, and J. Kortus, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 087005 (2001).
26. X.X. Xi, *Rep. Prog. Phys.* **71**, 116501 (2008).
27. M.Yu. Kupriyanov, A. Brinkman, and A.A. Golubov, *Phys. Rev. B* **69**, 214407 (2004).
28. D. Uzadel, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 507 (1970).
29. М.Ю. Куприянов, В.Ф. Лукичев, *ЖЭТФ* **94**, 139 (1988) [*Sov. Phys. JETP* **67**, 1163 (1988)].
30. A.A. Golubov, J. Kortus, O.V. Dolgov, O. Jepsen, Y. Kong, O.K. Andersen, B.J. Gibson, K. Ahn, and R.K. Kremer, *J. Phys.: Condens. Matter* **14**, 1353 (2002).
31. K. Halterman and O.T. Valls, *Phys. Rev. B* **65**, 014509 (2002); *Phys. Rev. B* **69**, 014517 (2004).
32. T. Yokoyama, Y. Tanaka, and A.A. Golubov, *Phys. Rev. B* **73**, 094501 (2006).
33. A. Konstandin, J. Kopu, and M. Eschrig, *Phys. Rev. B* **72**, 140501(R) (2005).
34. L. Yu, *Acta Phys. Sin.* **21**, 75 (1965).
35. H. Shiba, *Prog. Theor. Phys.* **40**, 435 (1968).
36. В.Н. Криворучко, П.В. Петрюк, *ФТТ* **47**, 1745 (2005) [*Phys. Solid State* **47**, 1814 (2005)].
37. N.W. Ashcroft and N.D. Mermin, *Solid State Physics*, Holt, Rinehart and Winston, New York (1976), Chap. 31.

Proximity effects in structures of multiband superconductor–ferromagnetic metal

E.A. Koshina and V.N. Krivoruchko

Proximity effects in multiband superconductor/ferromagnetic metal (S/F) structures are discussed. In the limit when transport properties of the both metals correspond to a diffusion type of conductivity, the quasi-classical Usadel equations and related boundary conditions are formulated. The analytical solutions of the Usadel equations are obtained in some cases of boundary parameters magnitude. It is shown that induced (proximity) characteristics reflect the multiband structure of the superconductor and essentially depend on the SF boundary parameters and the F layer ex-

change interaction magnitude. Main manifestations of the magnetic proximity effect in the S layer have been considered. Namely: additional suppression of the order parameter near the SF boundary, spin splitting of the quasiparticle density of states in the S layer, an appearance of local states inside the energy gap of the S layer, and induced magnetization of unpaired electrons in the S layer.

PACS: **74.45.+c** Proximity effects; Andreev reflection; SN and SNS junctions;  
74.78.Fk Multilayers, superlattices, heterostructures.

Keywords: proximity effects, superconductor/ferromagnetic heterostructures, multiband superconductor.