

Влияние деформации аэрогеля на спиновую диффузию в жидком ^3He : как учитывать корреляции?

Л.А. Мельниковский

*Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН
ул. Косыгина, 2, г. Москва, 119334, Россия*

E-mail: leva@kapitza.ras.ru

Статья поступила в редакцию 6 июня 2018 г., опубликована онлайн 28 августа 2018 г.

Получен закон преобразования корреляционной функции нематического аэрогеля при его деформации. Предложен метод описания спиновой диффузии в ^3He , заполняющем деформированный аэрогель для слабокоррелированного случая. Анизотропия коэффициента диффузии в плоскости, перпендикулярной направлению нитей, остается малой даже при заметных деформациях аэрогеля.

Ключевые слова: нематический аэрогель, спиновая диффузия, жидкий ^3He .

1. Введение

Аэрогель — искусственно вносимая в ^3He примесь, приводит к ряду интересных явлений. Анизотропия аэрогеля существенно расширяет спектр таких явлений. Это относится не только к сверхтекучим фазам ^3He , но и к нормальному состоянию — ферми-жидкости. Анизотропный характер рассеяния квазичастиц в такой системе проявляется экспериментально в зависимости коэффициента спиновой диффузии от направления. В работе [1] приведены результаты измерения и построена теория для описания спиновой диффузии в нематическом аэрогеле при низкой температуре. Этот аэрогель характеризуется высокой одноосной анизотропией: он состоит из практически параллельных нитей (выберем ось Oz в этом направлении).

Оказывается, что нематический аэрогель допускает заметную деформацию (одноосное сжатие) в направлении, перпендикулярном направлению нитей. При этом происходит перераспределение нитей, сами нити, конечно, не деформируются. В настоящей работе предложен способ описания спиновой диффузии в деформированном нематическом аэрогеле и оценена ее анизотропия в плоскости xu , перпендикулярной направлению нитей.

2. Преобразование корреляционной функции

Заметим, что при пренебрежении корреляциями в исходном расположении нитей, дополнительной анизотропии спиновой диффузии от такой деформации не возникает: эта деформация не нарушает аксиальную

симметрию системы. Действительно, изменения ориентации нитей при этом не происходит, поэтому достаточно следить за расположением центров нитей в плоскости xu . Рассмотрим корреляционную функцию $w(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)$, определяющую плотность вероятности обнаружения центра нити в точке \mathbf{p}_2 при условии, что в точке \mathbf{p}_1 находится центр другой нити. Здесь $\mathbf{p} = (x, y)$ — двумерный радиус-вектор. Отсутствию корреляции [2] соответствует

$$w(\mathbf{p}) = N = \frac{4(1-p)}{\pi d^2},$$

где d — диаметр нитей, N — их двумерная концентрация, а p — коэффициент пористости. При сжатии в α раз по оси Ox

$$(x, y) \rightarrow (\tilde{x}, \tilde{y}) = \left(\frac{x}{\alpha}, y \right), \quad (1)$$

такая корреляционная функция останется изотропной

$$\tilde{w}(\tilde{\mathbf{p}}) = \det \left(\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \tilde{\mathbf{p}}} \right) w(\mathbf{p}) = \alpha N.$$

При учете корреляций аксиальная симметрия деформированного состояния разрушается. Рассмотрим однородный недеформированный (аксиально симметричный) нематический аэрогель. Корреляционная функция в нем $w(\mathbf{p}) = w(\sqrt{x^2 + y^2})$ зависит только от модуля аргумента. Если эта зависимость не сводится к константе, то после деформации (1) изотропия в плоскости xu исчезает:

$$\tilde{w}(x, y) = \alpha w(\alpha x, y),$$

или в полярных координатах

$$\begin{aligned} \tilde{w}(\phi, \rho) &= \alpha w \left(\rho \sqrt{\alpha^2 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi} \right) = \\ &= \alpha w \left(\rho \sqrt{1 + (\alpha^2 - 1) \cos^2 \phi} \right) \equiv \alpha w(\beta \rho), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\beta(\phi) = \sqrt{1 + (\alpha^2 - 1) \cos^2 \phi}$. Существенно, что на больших расстояниях корреляционная функция выходит на константу $w(\rho) \rightarrow N$ и угловая зависимость пропадает $\tilde{w}(\rho, \phi) \rightarrow \alpha N$.

3. Спиновая диффузия

Вычисление коэффициента спиновой диффузии [3] подразумевает решение уравнение Больцмана для квазичастиц. Последние подчиняются статистике Ферми, поправку к их функции распределения можно искать в форме

$$\delta \tilde{n} = \frac{\partial n_0}{\partial \epsilon} \chi(\hat{\mathbf{p}}), \quad \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p} / p,$$

где χ зависит только от направления вектора \mathbf{p} . Само линейризованное кинетическое уравнение [1] принимает вид

$$-(\Psi \hat{\mathbf{p}}) = \int (\chi' - \chi) d\sigma(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{p}}'),$$

где

$$\Psi^m = \left(1 + F_0^a \right) \frac{2\pi^2 \hbar^3}{p_F m^*} \frac{\partial M}{\partial x^m}.$$

При достаточно низкой температуре можно пренебречь столкновениями квазичастиц друг с другом и учитывать только рассеяние на аэрогеле. Соответствующее дифференциальное сечение рассеяния зависит от направлений импульсов до и после рассеяния

$$d\sigma(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{p}}') \equiv \frac{Nd}{4} S(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{p}}') d\hat{\mathbf{p}}'. \quad (3)$$

Таким образом введенная функция $S(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{p}}')$ является безразмерной усредненной характеристикой вероятности рассеяния одной нитью на разные углы. Например, для случая зеркального отражения [1]

$$S(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{p}}') = \left| \sin \frac{\phi - \phi'}{2} \right| \delta(\theta' - \theta),$$

где углы (θ, ϕ) и (θ', ϕ') задают вектора $\hat{\mathbf{p}}$ и $\hat{\mathbf{p}}'$.

При пренебрежении корреляциями, сечение рассеяния (3) зависит только от средней концентрации нитей N . Если длина свободного пробега много больше корреляционной длины аэрогеля a (т.е. $a\alpha Nd \ll 1$), то учет корреляций можно произвести следующий образом.

Будем следить за проекцией движения на плоскость xz . Рассмотрим частицу, проекция которой движется в направлении, задаваемом углом ϕ , после рассеяния на нити в точке $\rho = 0$. Обозначим $G(\phi, \rho)$ — вероятность того, что частица долетит до точки ρ не рассеявшись

$$\frac{dG(\phi, \rho)}{d\rho} = -G(\phi, \rho) \tilde{w}(\phi, \rho) d. \quad (4)$$

Это уравнение легко решается

$$G(\phi, \rho) = \exp \left(-d \int_0^\rho \tilde{w}(\phi, \rho') d\rho' \right).$$

Усредняя $\tilde{w}(\phi, \rho)$ по ρ с весом, пропорциональным $G(\phi, \rho)$, получаем «кажущуюся концентрацию нитей»

$$\tilde{N}(\phi) = \frac{\int_0^\infty G(\phi, \rho) \tilde{w}(\phi, \rho) d\rho}{\int_0^\infty G(\phi, \rho) d\rho},$$

которую следует подставить в (3) вместо N . Подынтегральное выражение в числителе, с точностью до константы, совпадает с правой частью (4). Учитывая граничные условия $G(\phi, 0) = 1$ и $G(\phi, \infty) = 0$, получаем

$$\begin{aligned} \tilde{N}(\phi) &= \left(d \int_0^\infty G(\phi, \rho) d\rho \right)^{-1} = \\ &= \left(d \int_0^\infty \exp \left(-d \int_0^\rho \tilde{w}(\phi, \rho') d\rho' \right) d\rho \right)^{-1}. \end{aligned}$$

Подставим сюда корреляционную функцию деформированного аэрогеля из (2)

$$\begin{aligned} (\tilde{N}(\phi)d)^{-1} &= \int_0^\infty \exp \left(-\alpha d \int_0^\rho w(\beta \rho') d\rho' \right) d\rho = \\ &= \frac{1}{\beta} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{\alpha d}{\beta} \int_0^\rho w(\rho') d\rho' \right) d\rho. \end{aligned} \quad (5)$$

В рассматриваемом приближении малой корреляционной длины можно вычислить первый член в разложении $\tilde{N}(\phi)$ по a . Будем считать, что при $\rho > a$, корреляционная функция выходит на константу $w(\rho) = N$. Тогда выражение (5) преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} (\tilde{N}(\phi)d)^{-1} &= \frac{1}{\beta} \int_0^\infty \exp \left(\frac{\alpha d}{\beta} \int_0^\rho (N - w(\rho')) d\rho' \right) \exp \left(-\frac{\alpha Nd}{\beta} \rho \right) d\rho = \\ &= \frac{1}{\beta} \int_0^\infty \left(1 + \frac{\alpha d}{\beta} \int_0^\rho (N - w(\rho')) d\rho' \right) \exp \left(-\frac{\alpha Nd}{\beta} \rho \right) d\rho = \frac{1}{\alpha Nd} \left(1 - \frac{\alpha d}{\beta} \int_0^\infty (w(\rho') - N) d\rho' \right). \end{aligned}$$

Замена верхнего предела внутреннего интегрирования от $(N - w(\rho'))$ на бесконечность приводит к ошибке, пропорциональной a^2 .

Окончательно для «кажущейся концентрации» в первом приближении по a получаем

$$\tilde{N}(\phi) = \alpha N + \frac{\alpha^2 N K d}{\beta(\phi)} = \alpha N + \frac{\alpha^2 N K d}{\sqrt{1 + (\alpha^2 - 1) \cos^2 \phi}}, \quad (6)$$

где все корреляционные свойства аэрогеля содержатся в константе

$$K = \int_0^{\infty} (w(\rho) - N) d\rho \sim aN. \quad (7)$$

По-видимости, знак этой константы зависит от конкретных свойств аэрогеля. Из общих соображений определить его не представляется возможным.

Второй член в (6) определяет угловую зависимость сечения рассеяния. Используя (7) и полагая, что в неупорядоченной среде корреляции исчезают на масштабе $a \sim N^{-1/2}$, можно оценить анизотропию коэффициента диффузии

$$\frac{D_x - D_y}{D_x} \sim (\alpha^2 - 1) \alpha K d \sim (\alpha^2 - 1) \alpha \sqrt{\frac{4(1-p)}{\pi}}. \quad (8)$$

Видно, что даже при значительной деформации ($\alpha^2 - 1 \sim 1$) аэрогеля с высокой пористостью ($1 - p \ll 1$), анизотропия оказывается малой.

Я благодарен А.Ф. Андрееву, В.В. Дмитриеву и В.И. Марченко за полезное обсуждение. Работа подготовлена при частичной поддержке Программы Президиума РАН 1.4. «Актуальные проблемы физики низких температур».

1. V.V. Dmitriev, L.A. Melnikovsky, A.A. Senin, A.A. Soldatov, and A.N. Yudin, *JETP Lett.* **101**, 808 (2015).
2. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1995), ч. 1, § 116.
3. D. Hone, *Phys. Rev.* **121**, 669 (1961).

Вплив деформації аерогелю на спінову дифузію у рідкому ^3He : як враховувати кореляції?

Л.А. Мельниковський

Отримано закон перетворення кореляційної функції нематичного аерогелю при його деформації. Запропоновано метод опису спінової дифузії у ^3He , що заповнює деформований аергель для слабкокорельованого випадку. Показано, що анизотропія коефіцієнта дифузії залишається малою навіть при помітних деформаціях аерогелю.

Ключові слова: нематичний аергель, спінова дифузія, рідкий ^3He .

Influence of aerogel deformation on spin diffusion in liquid ^3He : how to take correlations into account?

L.A. Melnikovsky

Transformation law for the correlation function of nematic aerogel under deformation is found. We propose an approach to describe spin diffusion in ^3He confined in deformed aerogel assuming weak correlations. The spin diffusion coefficient anisotropy in the plane, perpendicular to aerogel strands, remains small even for significant deformation.

Keywords: nematic aerogel, spin diffusion, liquid ^3He .