

# Фриделевские осцилляции в 2D электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием в параллельном магнитном поле

И.В. Козлов, Ю.А. Колесниченко

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина  
E-mail: kolesnichenko@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 10 июля 2018 г., опубликована онлайн 26 октября 2018 г.

Теоретически исследуются эффекты, связанные с интерференцией электронных волн вокруг магнитного точечного дефекта в двумерном электронном газе с комбинированным спин-орбитальным взаимодействием Рашбы–Дрессельхауса в присутствии параллельного магнитного поля. Проанализировано влияние магнитного поля на анизотропное пространственное распределение локальной плотности состояний и локальной плотности намагниченности. Предсказываются существование осцилляций плотности намагниченности при рассеянии на немагнитном дефекте и вклада магнитного рассеяния (сопровождающегося поворотом спина) в локальную плотность электронных состояний.

Ключевые слова: спин-орбитальное взаимодействие, магнитный дефект, фриделевские осцилляции, двумерный электронный газ.

## 1. Введение

Интерес к исследованию квазидвумерных (далее, для краткости — двумерных (2D)) проводящих систем обусловлен новыми возможностями изучения разнообразных квантовых эффектов, которые отсутствуют либо очень малы в массивных проводниках. Одним из примеров таких эффектов являются теоретически предсказанные Фриделем [1] пространственные осцилляции плотности электронов  $n(\epsilon_F, r)$  в зависимости от расстояния  $r$  от точечного дефекта или границы проводника ( $\epsilon_F$  — энергия Ферми). Фриделевские осцилляции (ФО) связаны с интерференцией налетающих и отраженных электронных волн и в изотропном проводнике имеют период  $\Delta r = \pi\hbar / p_F$  ( $p_F$  — фермиевский импульс). Непосредственное наблюдение ФО стало возможным с развитием сканирующей туннельной микроскопии (СТМ) [2]. Так, в работах [3,4] при изучении поверхности (111) благородных металлов с помощью СТМ были обнаружены ФО локальной плотности состояний (ЛПС),  $\rho(\epsilon, r) = dn / d\epsilon|_{\epsilon=\epsilon_F}$ , возникающие в результате рассеяния 2D поверхностных состояний на единичных адсорбированных атомах. В дальнейшем было показано, что исследование периодов и контуров постоянной фазы ФО позволяет получить новую информацию о локальных характеристиках спектра носи-

телей заряда и процессе их рассеяния на единичном точечном дефекте известной природы (см. обзоры [5–7] и цитированную в них литературу).

При рассеянии электронов на магнитной примеси при температуре  $T$  ниже температуры Кондо  $T_K$  [8] в ФО электронной плотности  $n(\epsilon_F, r)$  появляется дополнительный сдвиг фазы осцилляций, зависящий от  $r / r_K$  ( $r_K = \hbar v_F / T_K$  — кондовская длина (Kondo length)), который, однако, отсутствует в измеряемых с помощью СТМ осцилляциях ЛПС  $\rho(\epsilon_F, r)$  [9]. Магнитный дефект, наряду с осцилляциями плотности электронов, приводит к осцилляциям локальной плотности намагниченности (ЛПН) электронного газа  $\mathbf{m}(\epsilon_F, r)$ , являющимися магнитным аналогом ФО [10] (далее для краткости будем использовать термин ФО ЛПН). Пространственные осцилляции ЛПН исследуются с помощью спин-поляризованного сканирующего туннельного микроскопа, имеющего контакт (tip) с магнитным покрытием [11].

Несимметричный удерживающий электрический потенциал (confinement potential), ограничивающий движение электронов вдоль нормали к границе (для поверхностных состояний) или к границе гетероперехода с квантовой ямой, а также отсутствие центра инверсии объемного кристалла приводят к спин-орбитальному взаимодействию (СОВ) (см. монографию [12]), существенно влияющему на термодинамические и кинети-

ческие характеристики таких 2D систем [13]. В работах [14–17] экспериментально наблюдались ФО вблизи единичного точечного дефекта в 2D электронном газе с СОВ Рашбы [18,19], и анализу осциллирующей зависимости ЛПС в этом случае посвящено достаточно большое число теоретических работ [20–27]. В работе [28] теоретически изучена ЛПН при рассеянии электронов поверхностных состояний Au(111) на адсорбированном атоме Со с учетом СОВ Рашбы и эффекта Кондо.

В целом ряде 2D систем на основе полупроводников типа цинковой обманки (III–V zincblende, wurtzite) и SiGe (см. [29,30]) реализуется комбинированное СОВ Рашбы [19] и Дрессельхауса [31] (СОВ Р-Д). При СОВ Р-Д закон дисперсии носителей заряда анизотропен, что приводит к существенной модификации ФО. Так, в работе [32] были предсказаны биения ФО, а в работе [33] показано, что ФО существенно анизотропны и при определенном соотношении констант СОВ содержат больше двух гармоник.

Вследствие зависимости в 2D системах с СОВ направления спина электрона от волнового вектора параллельное магнитное поле не только проводит к зеемановскому расщеплению, но и существенно изменяет энергетический спектр (см., например, [34,35]). Изменяя величину и направление магнитного поля, путем изменения спектра можно управлять всеми электронными характеристиками 2D проводника с СОВ Р-Д.

В настоящей работе мы исследовали ФО осцилляции вокруг точечного магнитного дефекта в 2D электронном газе с СОВ Р-Д, помещенном в параллельное магнитное поле. В рамках борновского приближения получены общие выражения для ЛПС и ЛПН и их асимптотические выражения на больших расстояниях от дефекта. Проанализированы зависимости ФО ЛПС и ЛПН от величины и направления магнитного поля. Предсказан эффект возникновения осцилляций плотности намагниченности при рассеянии на немагнитном дефекте и зависимость осцилляций плотности состояний от величины магнитного момента дефекта.

## 2. Постановка задачи

### 2.1. Гамильтониан

Используя калибровку  $\mathbf{A} = (0, 0, B_x y - B_y x)$ , запишем гамильтониан 2D электронного газа с СОВ Р-Д в параллельном магнитном поле  $\mathbf{B} = (B_x, B_y, 0)$  при отсутствии дефектов в линейном по оператору волнового вектора  $\hat{\mathbf{K}} = -i\nabla_{\mathbf{r}}$  приближении (см., например, [34,35]):

$$\hat{H}_0 = \frac{\hbar^2 (\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2)}{2m} \sigma_0 + \alpha (\sigma_x \hat{k}_y - \sigma_y \hat{k}_x) + \beta (\sigma_x \hat{k}_x - \sigma_y \hat{k}_y) + \frac{g^*}{2} \mu_B (B_x \sigma_x + B_y \sigma_y), \quad (1)$$

где  $m$  — эффективная масса электрона,  $\mathbf{B} = (B_x, B_y, 0)$  — индукция магнитного поля,  $\sigma_{x,y,z}$  — матрицы Паули,

$\hat{\sigma}_0$  — единичная матрица  $2 \times 2$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  — константы СОВ Рашбы ( $\alpha$ ) и Дрессельхауса ( $\beta$ ),  $\mu_B$  — магнетон Бора,  $g^*$  — эффективный  $g$ -фактор 2D системы, который может существенно отличаться от значения для свободных электронов  $g_0 = 2$  [12]. Для определенности будем полагать, что константы спин-орбитального взаимодействия положительны.

Собственные значения и собственные функции гамильтониана (1) имеют вид

$$\epsilon_{1,2}(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \pm A(k_x, k_y), \quad A = \sqrt{(h_x + \alpha k_y + \beta k_x)^2 + (h_y - \alpha k_x - \beta k_y)^2}, \quad (2)$$

$$\psi_{1,2}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\theta_{1,2}} \end{pmatrix} \equiv \frac{1}{2\pi} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \phi(\theta_{1,2}), \quad (3)$$

где  $\phi(\theta_{1,2})$  — спиновые части волновых функций (3),

$$\sin \theta_1(\mathbf{k}) = \frac{h_y - \alpha k_x - \beta k_y}{A}, \quad \cos \theta_1(\mathbf{k}) = \frac{h_x + \alpha k_y + \beta k_x}{A}, \quad (4)$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \pi.$$

Для сокращения записи дальнейших формул мы ввели обозначение

$$\mathbf{h} = \frac{g^*}{2} \mu_B \mathbf{B}. \quad (5)$$

Ориентация спина для каждой из ветвей спектра (2) определяется средним

$$s_{1,2}(\theta) = \phi^\dagger(\theta_{1,2}) \boldsymbol{\sigma} \phi(\theta_{1,2}) = (\cos \theta_{1,2}, \sin \theta_{1,2}, 0), \quad (6)$$

и, согласно формулам (4), при комбинированном СОВ Р-Д при наличии параллельного магнитного поля зависит не только от направления волнового вектора, но и от его величины.

### 2.2. Рассеяние на дефекте

Взаимодействие электронов с точечным магнитным дефектом, находящимся в точке  $\mathbf{r} = 0$ , будем моделировать двумерным  $\delta$ -потенциалом, часто используемым при рассмотрении различных физических задач [36]:

$$D(\mathbf{r}) = \left( \gamma \sigma_0 + \frac{1}{2} \mathbf{J} \boldsymbol{\sigma} \right) \delta(\mathbf{r}), \quad (7)$$

где  $\gamma > 0$  — константа потенциального взаимодействия электронов с дефектом,  $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$  — вектор Паули,  $\mathbf{J}$  — эффективный магнитный момент дефекта, который отличается от его истинной величины  $\mathbf{S}$  ( $S \geq 1$ ) вследствие эффекта Кондо, приводящего к частичному экранированию спина  $\mathbf{S}$  электронами проводимости. Считаем направление вектора  $\mathbf{J}$  фиксирован-

ным и не будем рассматривать процессы переворота и прецессии спина дефекта.

Температуру  $T$  полагаем равной нулю. Такое приближение является вполне оправданным, поскольку квантовые интерференционные явления, к которым относятся ФО, обычно наблюдаются при низких температурах, когда рассеяние электронов на фононах достаточно мало. При  $T=0$  ЛПС  $\rho(\epsilon_F, \mathbf{r})$  и ЛПН  $\mathbf{m}(\epsilon_F, \mathbf{r})$  могут быть вычислены с помощью запаздывающей функции Грина  $\hat{G}^R(\epsilon_F, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  в координатном представлении

$$\rho(\epsilon_F, \mathbf{r}) = -\frac{1}{\pi} \text{Im Sp} \left[ \hat{G}^R(\epsilon_F, \mathbf{r}, \mathbf{r}) \right], \quad (8)$$

$$\mathbf{m}(\epsilon_F, \mathbf{r}) = -\frac{1}{\pi} \text{Im Sp} \left[ \hat{\sigma} \hat{G}^R(\epsilon_F, \mathbf{r}, \mathbf{r}) \right]. \quad (9)$$

Влияние рассеяния электронов на дефекте учтем в борновском приближении (см., например, [37]) по потенциалу рассеяния (7), представив функцию Грина в виде разложения

$$\hat{G}^R(\epsilon, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \approx \hat{G}_0^R(\epsilon, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \hat{G}_0^R(\epsilon, \mathbf{r}_1) D(\mathbf{r}) \hat{G}_0^R(\epsilon, -\mathbf{r}_2), \quad (10)$$

в котором запаздывающая функция Грина в отсутствие дефектов  $\hat{G}_0^R(E, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$  зависит только от разности координат  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ :

$$\hat{G}_0^R(\epsilon, \mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 k e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{\epsilon - \hat{H}_0 + i0}; \quad \epsilon \in \mathbb{R}. \quad (11)$$

Гамильтониан  $\hat{H}_0$  определен выражением (1). Естественно, формула (10) может быть использована для описания ФО лишь на достаточно больших расстояниях от дефекта  $r > r_D$ , когда связанное с рассеянием слагаемое мало. Величину  $r_D$  по порядку величины можно оценить как фермиевскую длину волны  $r_D \sim \lambda_F \sim \hbar / p_F$  для потенциального рассеяния и как кондовскую длину  $r_D \sim r_K = \hbar v_F / T_K$  для магнитного рассеяния.

### 3. Функция Грина

#### 3.1. Общие соотношения

Точные аналитические выражения для равновесной функции Грина при нуле температуры для системы 2D электронов со СОВ Р-Д и их асимптотики при больших значениях пространственной переменной были получены нами в работе [38]. Здесь мы приведем некоторые соотношения, основанные на ранее полученных результатах [38], которые будут необходимы для дальнейших вычислений.

Равновесная запаздывающая функция Грина (11) может быть представлена в виде разложения по матрицам Паули

$$\hat{G}_0^R(\epsilon, \mathbf{r}) = g_0(\epsilon + i0, \mathbf{r}) \hat{\sigma}_0 + g_x(\epsilon + i0, \mathbf{r}) \hat{\sigma}_x + g_y(\epsilon + i0, \mathbf{r}) \hat{\sigma}_y, \quad \epsilon \in \mathbb{R}, \quad (12)$$

где

$$g_0(\epsilon, \mathbf{r}) = \frac{1}{2(2\pi)^2} \sum_{j=1,2} \int d^2 k e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \frac{1}{\epsilon - \epsilon_j(\mathbf{k})}, \quad (13)$$

$$\begin{cases} g_x(\epsilon, \mathbf{r}) \\ g_y(\epsilon, \mathbf{r}) \end{cases} = \frac{1}{2(2\pi)^2} \sum_{j=1,2} \int d^2 k e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \begin{cases} \cos \theta_j(\mathbf{k}) \\ \sin \theta_j(\mathbf{k}) \end{cases} \frac{1}{\epsilon - \epsilon_j(\mathbf{k})}, \quad (14)$$

$\theta_j$  — угол, определяющий направление спина электрона (6). Его зависимость от импульса определена формулой (3). Каждое из слагаемых с  $j=1,2$  учитывает вклад в функцию Грина одной из ветвей энергетического спектра  $\epsilon_{1,2}$  (2). Компоненты  $g_{0,x,y}$  функции Грина (12) удовлетворяют соотношениям симметрии

$$g_0(\mathbf{r}, \mathbf{h}) = g_0(-\mathbf{r}, -\mathbf{h}), \quad g_{x,y}(\mathbf{r}, \mathbf{h}) = -g_{x,y}(-\mathbf{r}, -\mathbf{h}). \quad (15)$$

Далее при всех вычислениях полагаем  $\alpha \neq \beta$  за исключением специальных случаев, когда равенство констант СОВ оговорено отдельно. При  $\alpha \neq \beta$  удобно перейти к новым переменным интегрирования  $\tilde{k}, f$

$$k_x = k_{x0} + \tilde{k} \cos f, \quad k_y = k_{y0} + \tilde{k} \sin f, \quad (16)$$

где

$$k_{x0} = h \frac{\alpha \sin \varphi_h + \beta \cos \varphi_h}{\alpha^2 - \beta^2}; \quad k_{y0} = -h \frac{\alpha \cos \varphi_h + \beta \sin \varphi_h}{\alpha^2 - \beta^2} \quad (17)$$

— координаты точки касания ветвей спектра, энергия в которой

$$\epsilon_{1,2}(\mathbf{k}_0) = \frac{\hbar^2(k_{0x}^2 + k_{0y}^2)}{2m} = \hbar^2 \frac{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi_h}{2m(\alpha^2 - \beta^2)^2} = \epsilon_0 > 0, \quad (18)$$

угол  $\varphi_h$  задает направление магнитного поля  $\mathbf{h} = h(\cos \varphi_h, \sin \varphi_h, 0)$ . Волновой вектор  $\mathbf{k}_0 = (k_{x0}, k_{y0})$ , соответствующий точке с энергией  $\epsilon_0$ , определяется из условия  $A(k_{x0}, k_{y0}) = 0$  в выражениях (2).

В переменных (16) зависимость энергий  $\epsilon_{1,2}$  от  $\tilde{k}$  и  $f$  приобретает вид

$$\epsilon_{1,2}(\tilde{k}, f) = \frac{\hbar^2 \tilde{k}^2}{2m} - \frac{\hbar^2 \tilde{k}}{m} \lambda_{1,2}(f) + \epsilon_0, \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda^{(1,2)}(f) &= h \frac{\alpha \sin(f - \varphi_h) - \beta \cos(f + \varphi_h)}{\alpha^2 - \beta^2} \mp \\ &\mp \frac{m}{\hbar^2} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin(2f)}. \end{aligned} \quad (20)$$

В новых координатах (16) точке касания ветвей спектра соответствует  $\tilde{k} = 0$ .

Углы, определяющие направление спина,  $\theta_{1,2}(f)$  (4), после замены (16) зависят только от направления волнового вектора (угла  $f$ ) и констант СОВ:

$$\begin{aligned} \sin \theta_{1,2}(f) &= \mp \frac{\alpha \cos f + \beta \sin f}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2f}}, \\ \cos \theta_{1,2}(f) &= \pm \frac{\alpha \sin f + \beta \cos f}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2f}}. \end{aligned} \quad (21)$$

Таким образом, для каждой ветви спектра направления спина электрона  $s_{1,2}(f)$  (6) антисимметричны относительно точки  $k=0$ . Для каждого угла  $f$  направления спинов электронов, принадлежащих разным ветвям спектра, строго противоположны.

Подставляя выражения (16), (21) в формулы (13), (14), после интегрирования по  $k$  получаем

$$g_0(\epsilon, \mathbf{r}) = -\frac{m}{(2\pi\hbar)^2} \exp[i(k_{x0} \cos \varphi_r + k_{y0} \sin \varphi_r)r] \sum_{j=1,2} \oint df \sum_{\pm} \frac{k_{\pm}^{(j)}}{k_{\pm}^{(j)} - k_{\mp}^{(j)}} F(k_{\pm}^{(j)}, r \cos(f - \varphi_r)), \quad \epsilon \in \mathbb{C}, \quad (22)$$

$$\begin{cases} g_x(\epsilon, \mathbf{r}) \\ g_y(\epsilon, \mathbf{r}) \end{cases} = -\frac{m}{(2\pi\hbar)^2} \exp[i(k_{x0} \cos \varphi_r + k_{y0} \sin \varphi_r)r] \sum_{j=1,2} \oint df \begin{cases} \cos \theta_j(f) \\ \sin \theta_j(f) \end{cases} \sum_{\pm} \frac{k_{\pm}^{(j)}}{k_{\pm}^{(j)} - k_{\mp}^{(j)}} F(k_{\pm}^{(j)}, r \cos(f - \varphi_r)), \quad \epsilon \in \mathbb{C}, \quad (23)$$

где  $\tilde{k} = k_{\pm}^{(1,2)}(\epsilon)$  — корни уравнений

$$\epsilon_{1,2}(\tilde{k}, f) = \epsilon, \quad (24)$$

$$k_{\pm}^{(1,2)} = \lambda^{(1,2)} \pm \sqrt{\left(\lambda^{(1,2)}\right)^2 + \frac{2m(\epsilon - \epsilon_0)}{\hbar^2}}, \quad (25)$$

$$F(k, r) = \int_0^{\infty} \frac{d\tilde{k}}{\tilde{k} - k} e^{i\tilde{k}r} = e^{ikr} \left[ -Ci(-k|r|) + iSi(kr) + \frac{i\pi}{2} \operatorname{sgn} r \right], \quad r \in \mathbb{R}, \quad k \in \mathbb{C}, \quad (26)$$

угол  $\varphi_r$  в формулах (22), (23) определяет направление вектора  $\mathbf{r} = r(\cos \varphi_r, \sin \varphi_r, 0)$ .

В частном случае равенства констант СОВ  $\alpha = \beta$  и направления магнитного поля вдоль оси  $y = -x$ ,

$\mathbf{h} = \frac{\hbar}{\sqrt{2}}(-1, 1, 0)$ , интегралы в формулах (13), (14) могут быть выражены через функции Бесселя:

$$g_0(\epsilon + i0, \mathbf{r}) = \frac{1}{2}(G_+(\epsilon, \mathbf{r}) + G_-(\epsilon, \mathbf{r})), \quad \epsilon \in \mathbb{R}, \quad (27)$$

$$\begin{cases} g_x(\epsilon + i0, \mathbf{r}) \\ g_y(\epsilon + i0, \mathbf{r}) \end{cases} = \mp \frac{1}{2\sqrt{2}}(G_+(\epsilon, \mathbf{r}) - G_-(\epsilon, \mathbf{r})), \quad \epsilon \in \mathbb{R}, \quad (28)$$

где

$$G_{\pm}(\epsilon, \mathbf{r}) = \exp\left[\pm i \frac{\sqrt{2m\alpha}}{\hbar^2}(x+y)\right] G_{2D}^R\left(\epsilon + \frac{2m\alpha^2}{\hbar^2} \mp h, r\right), \quad (29)$$

$G_{2D}^R(\epsilon, r)$  — запаздывающая функция Грина свободных 2D электронов,

$$G_{2D}^R(\epsilon, r) = -\frac{m}{2\hbar^2} \begin{cases} iH_0^{(1)}(\sqrt{2m\epsilon}|r|/\hbar); & \epsilon > 0 \\ \frac{2}{\pi} K_0(\sqrt{2m|\epsilon|}|r|/\hbar); & \epsilon < 0 \end{cases}, \quad (30)$$

$H_0^{(n)}(x)$  — функция Ханкеля,  $K_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя второго рода.

### 3.2. Асимптотические формулы

При больших  $r$  метод стационарной фазы [39] позволяет получить весьма простые асимптотические выражения формул (22) и (23). Точки стационарной фазы  $f = f_{st}^{(j)}$  следует определить из уравнения

$$\frac{d}{df} \left( k_{\pm}^{(j)} \cos(f - \varphi_r) \right) \Big|_{f=f_{st}^{(j)}} = 0, \quad (31)$$

в котором  $k_{\pm}^{(j)}$  — вещественные положительные решения (25) уравнения (24) при  $\epsilon \in \mathbb{R}$ .

В результате стандартных вычислений [38] получаем следующие асимптотики компонент функции Грина (12)

$$g_0(\epsilon + i0, \mathbf{r}) \approx -\frac{i}{2\sqrt{2\pi}} \sum_{j=1,2} \sum_s \frac{1}{\hbar v^{(j)} \sqrt{|K_j|} r} \times \exp\left[ iS_j r - \frac{i\pi}{4} \operatorname{sgn} K_j \right] \Big|_{f=f_{st}^{(j)}}, \quad \epsilon \in \mathbb{R}, \quad (32)$$

$$\begin{cases} g_x(\epsilon + i0, \mathbf{r}) \\ g_y(\epsilon + i0, \mathbf{r}) \end{cases} \approx -\frac{i}{2\sqrt{2\pi}} \sum_{j=1,2} \sum_s \begin{cases} \cos \theta_j \\ \sin \theta_j \end{cases} \frac{1}{\hbar v^{(j)} \sqrt{|K_j|} r} \exp\left[ iS_j r - \frac{i\pi}{4} \operatorname{sign} K_j \right] \Big|_{f=f_{st}^{(j)}}, \quad \epsilon \in \mathbb{R}, \quad (33)$$

$$S_j(f, \varphi_r) = k_{\pm}^{(j)}(f) \cos(f - \varphi_r), \quad (34)$$

справедливые при  $S_j r \gg 1$ . Все функции должны быть вычислены в точках стационарной фазы  $f = f_{st}^{(j)}$ . Суммирование по  $s$  учитывает возможность существования на невыпуклом изоэнергетическом контуре, принадлежащем ветви спектра  $\epsilon_2(\mathbf{k})$ , нескольких точек стационарной фазы, соответствующих данному направлению вектора  $\mathbf{r}$ . В формулах (32), (33)  $K_{1,2}(f) \neq 0$  — кривизна изоэнергетической кривой  $\epsilon_{1,2}(f) = \epsilon$ ,

$$K_j(f) = \frac{k_{\pm}^{(j)}(f)^2 + 2\dot{k}_{\pm}^{(j)}(f)^2 - k_{\pm}^{(j)}(f)\dot{k}_{\pm}^{(j)}(f)}{\left(\dot{k}_{\pm}^{(j)}(f) + k_{\pm}^{(j)}(f)\right)^{3/2}}, \quad (35)$$

и  $v_j \neq 0$  — абсолютная величина скорости электрона  $\mathbf{v}^{(j)} = \nabla_{\mathbf{k}} \epsilon_j / \hbar$ . Здесь и далее точкой над функцией обозначено дифференцирование по углу  $f$  направления волнового вектора в сдвинутых координатах (16). Решения уравнения (31), удовлетворяющие неравенству  $S_j(f) > 0$  (см. формулу (34)), соответствуют условию параллельности векторов  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}^{(j)}$  (см. также [43])

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \mathbf{n}_v^{(j)} \Big|_{f=f_{st}^{(j)}} = r; \quad \mathbf{n}_v^{(j)}(f) = \frac{\mathbf{v}^{(j)}}{|\mathbf{v}^{(j)}|} = \\ = \mp \left( \frac{\dot{k}_{\pm}^{(j)} \sin f + k_{\pm}^{(j)} \cos f}{\sqrt{k_{\pm}^{(j)2} + \dot{k}_{\pm}^{(j)2}}, \frac{\dot{k}_{\pm}^{(j)} \cos f - k_{\pm}^{(j)} \sin f}{\sqrt{k_{\pm}^{(j)2} + \dot{k}_{\pm}^{(j)2}}} \right). \end{aligned} \quad (36)$$

Значения фазы  $\mathbf{k}\mathbf{r}$  быстро осциллирующих при  $r \rightarrow \infty$  функций в интегралах (13), (14) может быть интерпретировано [43] в терминах опорной функции (support function) [40] изоэнергетического контура  $\epsilon_{1,2}(\mathbf{k}) = \epsilon$ :

$$S_j(\mathbf{k}) = \mathbf{k} \mathbf{n}_v^{(j)}(\mathbf{k}); \quad \mathbf{k} \in \epsilon_i(\mathbf{k}) = \epsilon, \quad (37)$$

зная которую можно восстановить сам контур и найти его кривизну в любой точке.

#### 4. Фриделевские осцилляции

##### 4.1. Контуры Ферми

В работах [41–43] было показано, что геометрия линий постоянной фазы осцилляций ФО ЛПС и их период зависят от локальной геометрии поверхности Ферми. Поэтому в этом разделе приведем некоторые, необходимые в дальнейшем, сведения об энергетическом спектре исследуемой системы.

В случае 2D электронного газа со СОВ Р-Д, помещенного в параллельное магнитное поле, энергетический спектр содержит две ветви  $\epsilon_{1,2}(\mathbf{k}) \neq \epsilon_{1,2}(-\mathbf{k})$  (2), не обладающие центральной симметрией. Поверхность

$\epsilon = \epsilon_1(\mathbf{k})$  всегда выпуклая, в то время как поверхность  $\epsilon = \epsilon_2(\mathbf{k})$  для определенной области значений констант СОВ и магнитного поля содержит седловые точки и области отрицательной гауссовой кривизны (см., например, [34,35]). Существует критическое значение магнитного поля

$$h_c = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2}{\sqrt{\alpha^4 + 6\alpha^2\beta^2 + \beta^4 + 4\alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2) \sin 2\varphi_h}}, \quad (38)$$

при значениях меньше которого  $h < h_{c2}$  функция  $\epsilon = \epsilon_1(\mathbf{k})$  не имеет экстремумов и принимает наименьшее значение  $\epsilon = \epsilon_0$  (18) в точке касания ветвей спектра, а при  $h > h_c$   $\epsilon = \epsilon_1(\mathbf{k})$  имеет абсолютный минимум.

В системе координат (16) уравнения ферми-контуров  $k(\epsilon_F, f) = k_{\pm}^{(1,2)}$  определяются формулами (25) при  $\epsilon = \epsilon_F$  в области значений параметров, при которых  $k_{\pm}^{(1,2)} \geq 0$ . В случае, когда выполнено неравенство  $\epsilon_F > \epsilon_0$ , функции  $k_{+}^{(1,2)}(\epsilon_F, f) > 0$  при любых значениях  $f$ , в то время как корни  $k_{-}^{(1,2)}(\epsilon_F, f) < 0$  всегда отрицательны. Каждой ветви спектра соответствует один ферми-контур  $k(\epsilon_F, f) = k_{+}^{(1,2)}$ . При  $\epsilon_F < \epsilon_0$  вещественные корни уравнений (24) существуют при выполнении неравенства

$$\frac{2m(\epsilon_0 - \epsilon_F)}{\hbar^2} \leq \left(\lambda^{(j)}\right)^2,$$

и оба корня  $k_{\pm}^{(j)}$  принимают положительные значения в некотором интервале углов, для которых  $\lambda_j \geq 0$ . В этом случае ферми-контур не охватывают начало координат  $(k_{x0}, k_{y0})$  (17), а одному направлению угла  $f$  соответствуют две точки  $k = k_{\pm}^{(j)}$  на одном ферми-контуре. В силу зависимости энергии в точке касания ветвей спектра  $\epsilon_0$  (18) и функции  $\lambda^{(j)}(f)$  (20) от  $\mathbf{h}$ , варьируя величину и направление магнитного поля, можно плавно менять энергетический спектр и, следовательно, геометрию изоэнергетических контуров.

##### 4.2. Осцилляции ЛПС

Используя выражения (8) и (10), представим ЛПС в виде суммы двух слагаемых:

$$\rho(\epsilon_F, \mathbf{r}) = \rho_0(\epsilon_F) + \Delta\rho(\epsilon_F, \mathbf{r}), \quad (39)$$

где  $\rho_0(\epsilon_F)$  — плотность состояний двумерного вырожденного газа со СОВ Р-Д в отсутствие дефектов [34,38]:

$$\rho_0(\epsilon_F) = \begin{cases} \frac{m}{\pi\hbar^2}; & \epsilon_F \geq \epsilon_0 \\ \frac{m}{2\pi^2\hbar^2} \sum_{j=1,2} \oint df \frac{\lambda^{(j)}}{\sqrt{\xi^{(j)}}} \Theta(\lambda^{(j)}) \Theta(\xi^{(j)}); & \epsilon_F \leq \epsilon_0, \end{cases} \quad (40)$$

$$\xi^{(1,2)} = \left( \lambda^{(1,2)} \right)^2 + \frac{2m(\epsilon_F - \epsilon_0)}{\hbar^2}. \quad (41)$$

Зависящая от рассеяния часть ЛПС  $\Delta\rho(\epsilon_F, \mathbf{r})$  описывает ФО. Используя разложение (12) функции Грина по матрицам Паули, получаем

$$\begin{aligned} \Delta\rho(\mathbf{r}) = & -\frac{2}{\pi} \text{Im} \left\{ \gamma \left[ g_0(\mathbf{r}) g_0(-\mathbf{r}) + g_x(\mathbf{r}) g_x(-\mathbf{r}) + g_y(\mathbf{r}) g_y(-\mathbf{r}) \right] + \right. \\ & + J_x \left[ g_0(\mathbf{r}) g_x(-\mathbf{r}) + g_x(\mathbf{r}) g_0(-\mathbf{r}) \right] + J_y \left[ g_0(\mathbf{r}) g_y(-\mathbf{r}) + g_y(\mathbf{r}) g_0(-\mathbf{r}) \right] + \\ & \left. + iJ_z \left[ g_y(\mathbf{r}) g_x(-\mathbf{r}) - g_x(\mathbf{r}) g_y(-\mathbf{r}) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (42)$$

Отсутствие центра инверсии закона дисперсии электронов (2) приводит к появлению в  $\Delta\rho$  (42) слагаемых, пропорциональных компонентам  $J_{x,y,z}$  магнитного момента дефекта, которые обращаются в нуль при  $\hbar = 0$ .

Используя асимптотические выражения для функций Грина на больших расстояниях от дефекта (32), (33), получаем

$$\begin{aligned} \Delta\rho(\mathbf{r}) = & - \sum_{i,j=1,2} \sum_s Q_{ij} \left\{ \left( 2\gamma \cos^2 \left( \frac{\theta_i - \bar{\theta}_j}{2} \right) + J \sin \theta_J \left( \cos(\varphi_J - \theta_i) + \cos(\varphi_J - \bar{\theta}_j) \right) \right) \times \right. \\ & \left. \times \sin \left( (S_i + \bar{S}_j) r + \phi_{ij} \right) - J \cos \theta_J \sin(\theta_i - \bar{\theta}_j) \cos \left( (S_i + \bar{S}_j) r + \phi_{ij} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (43)$$

$$Q_{ik} = \frac{1}{2\pi^2 \hbar v^{(i)}_{\bar{v}}(j)} \left| K_i \bar{K}_j \right| r; \quad \phi_{ij} = -\frac{\pi}{4} \left( \text{sign } K_i + \text{sign } \bar{K}_j \right). \quad (44)$$

Углы  $\varphi_J, \theta_J$  задают направление вектора магнитного момента дефекта

$$\mathbf{J} = J \left( \cos \varphi_J \sin \theta_J, \sin \varphi_J \sin \theta_J, \cos \theta_J \right). \quad (45)$$

Черта над функцией означает, что ее значение берется в точке  $\mathbf{k} = \bar{\mathbf{k}}_{st}^{(1,2)}$ , для которой скорость электрона  $\mathbf{v}^{(1,2)}$  направлена в противоположном вектору  $\mathbf{r}$  направлении,  $\mathbf{n}_v^{(1,2)}(\bar{\mathbf{k}}_{st}^{(1,2)}) = -\mathbf{n}_v^{(1,2)}(\mathbf{k}_{st}^{(1,2)})$ . Таким образом, каждое из слагаемых в сумме (43) учитывает вклад в ЛПС обратного рассеяния электрона с переходом между двумя точками с противоположным направлением скорости на одном ( $i = j$ ) или разных ( $i \neq j$ ) ферми-контрамах.

Асимптотическая формула (43) позволяет легко интерпретировать причину появления магнитного вклада

в плотность состояний: в силу связи между направлениями спина и волнового вектора магнитное рассеяние, приводящее к повороту спина на некоторый угол  $\Delta\theta_i = \theta_i - \bar{\theta}_j \neq 0, \pm\pi$  и соответствующее изменению скорости электрона на противоположное, изменяет поток электронов, рассеянных в обратном направлении.

#### 4.3. Осцилляции ЛПН

Представим выражение для ЛПН  $\mathbf{m}(\mathbf{r})$  в виде суммы не зависящего от координат слагаемого  $\mathbf{m}_0$  и осциллирующей добавки  $\Delta\mathbf{m}(\mathbf{r})$

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}) = \mathbf{m}_0 + \Delta\mathbf{m}(\mathbf{r}). \quad (46)$$

Очевидно, что в силу общих соотношений (12) и (9) компонента плотности намагниченности  $m_{0z} \equiv 0$ . Однако компоненты  $m_{0x,y}$  могут быть отличны от нуля при энергии Ферми  $\epsilon_F \leq \epsilon_0$ :

$$m_{x,y} = \begin{cases} 0, & \epsilon_F \geq \epsilon_0, \\ \frac{m}{2\pi^2 \hbar^2} \sum_{j=1,2} \oint df \begin{cases} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{cases} \frac{\lambda^{(j)}}{\sqrt{\xi^{(j)}}} \Theta(\lambda^{(j)}) \Theta(\xi^{(j)}), & \epsilon_F \leq \epsilon_0. \end{cases} \quad (47)$$

Используя представление функции Грина в виде разложения по матрицам Паули (12), запишем выражения для компонент вектора  $\Delta\mathbf{m}(\mathbf{r})$  в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta m_x(\mathbf{r}) = & -\frac{2}{\pi} \text{Im} \left\{ J_x \left[ g_0(\mathbf{r}) g_0(-\mathbf{r}) + g_x(\mathbf{r}) g_x(-\mathbf{r}) - g_y(\mathbf{r}) g_y(-\mathbf{r}) \right] + \right. \\ & + J_y \left[ g_x(\mathbf{r}) g_y(-\mathbf{r}) + g_y(\mathbf{r}) g_x(-\mathbf{r}) \right] - i J_z \left[ g_0(\mathbf{r}) g_y(-\mathbf{r}) - g_y(\mathbf{r}) g_0(-\mathbf{r}) \right] + \\ & \left. + \gamma \left[ g_0(\mathbf{r}) g_x(-\mathbf{r}) + g_x(\mathbf{r}) g_0(-\mathbf{r}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \Delta m_y(\mathbf{r}) = & -\frac{2}{\pi} \text{Im} \left\{ J_y \left[ g_0(\mathbf{r}) g_0(-\mathbf{r}) - g_x(\mathbf{r}) g_x(-\mathbf{r}) + g_y(\mathbf{r}) g_y(-\mathbf{r}) \right] + \right. \\ & + J_x \left[ g_y(\mathbf{r}) g_x(-\mathbf{r}) + g_x(\mathbf{r}) g_y(-\mathbf{r}) \right] + i J_z \left[ g_0(\mathbf{r}) g_x(-\mathbf{r}) - g_x(\mathbf{r}) g_0(-\mathbf{r}) \right] + \\ & \left. + \gamma \left[ g_0(\mathbf{r}) g_y(-\mathbf{r}) + g_y(\mathbf{r}) g_0(-\mathbf{r}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \Delta m_z(\mathbf{r}) = & -\frac{2}{\pi} \text{Im} \left\{ J_z g_0(\mathbf{r}) g_0(-\mathbf{r}) - g_x(\mathbf{r}) g_x(-\mathbf{r}) - g_y(\mathbf{r}) g_y(-\mathbf{r}) \right\} + \\ & + i J_x \left[ g_0(\mathbf{r}) g_y(-\mathbf{r}) - g_y(\mathbf{r}) g_0(-\mathbf{r}) \right] - i J_y \left[ g_0(\mathbf{r}) g_x(-\mathbf{r}) - g_x(\mathbf{r}) g_0(-\mathbf{r}) \right] + \\ & + i \gamma \left[ g_x(\mathbf{r}) g_y(-\mathbf{r}) - g_y(\mathbf{r}) g_x(-\mathbf{r}) \right]. \end{aligned} \quad (50)$$

Используя полученные формулы (48)–(50) и асимптотические выражения (32)–(33) для компонент функции Грина (12) при больших  $r$ , находим осциллирующие с расстоянием от дефекта компоненты ЛПН

$$\begin{aligned} \Delta m_x(\mathbf{r}) = & - \sum_{i,j=1,2} \sum_s Q_{ij} \left\{ \left[ J \sin \theta_J \left( \cos \varphi_J \cos^2 \left( \frac{\theta_i + \bar{\theta}_j}{2} \right) + \sin \varphi_J \sin(\theta_i + \bar{\theta}_j) \right) \right] + \right. \\ & + J \cos \theta_J \left( \sin \theta_i - \sin \bar{\theta}_j \right) \cos \left( (S_i + \bar{S}_j) r + \phi_{ij} \right) + \\ & \left. + \gamma \left( \cos \theta_i + \sin \theta_i + \cos \bar{\theta}_j + \sin \bar{\theta}_j \right) \right\} \times \sin \left( (S_i + \bar{S}_j) r + \phi_{ij} \right), \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \Delta m_y(\mathbf{r}) = & - \sum_{i,j=1,2} \sum_s Q_{ij} \left\{ J \sin \theta_J \left[ 2 \sin \varphi_J \sin^2 \left( \frac{\theta_i + \bar{\theta}_j}{2} \right) + \cos \varphi_J \sin(\theta_i + \bar{\theta}_j) \right] - \right. \\ & - J \cos \theta_J \left( \sin \theta_i - \sin \bar{\theta}_j \right) \cos \left( (S_i + \bar{S}_j) r + \phi_{ij} \right) + \\ & \left. + \gamma \left( \cos \theta_i + \sin \theta_i + \cos \bar{\theta}_j + \sin \bar{\theta}_j \right) \right\} \sin \left( (S_i + \bar{S}_j) r + \phi_{ij} \right), \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \Delta m_z(\mathbf{r}) = & - \sum_{i,j=1,2} \sum_s Q_{ij} \left\{ 2J \cos \theta_J \sin^2 \left( \frac{\theta_i - \bar{\theta}_j}{2} \right) \sin \left( (S_i + \bar{S}_j) r + \phi_{ij} \right) - \right. \\ & - \left[ J \sin \theta_J \left( \sin \varphi_J \left( \sin \theta_i - \sin \bar{\theta}_j \right) - \cos \varphi_J \left( \cos \theta_i - \cos \bar{\theta}_j \right) \right) + \right. \\ & \left. \left. + \gamma \sin(\theta_i - \bar{\theta}_j) \right] \cos \left( (S_i + \bar{S}_j) r + \phi_{ij} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (53)$$

Полученные результаты (51)–(53) определяют зависимость ФО ЛПН от внешнего магнитного поля. Так же, как и в случае ЛПС, немагнитный вклад в ЛПН может быть легко интерпретирован на основании асимптотических формул (51)–(53): обратное рассеяние на немагнитном дефекте сопровождается переходом в состояние с направлением спина, повернутым относительно исходного на угол  $\Delta\theta_i = \theta_i - \bar{\theta}_j \neq 0, \pm\pi$ , что приводит к изменению локальной плотности намагниченности во-круг дефекта.

#### 4.4. Частный случай $\mathbf{a} = \mathbf{\beta}$ , $h_x = -h_y$ . Аналитическое решение

В частном случае  $\alpha = \beta$  и  $\mathbf{h} = h\sqrt{2}(-1, 1, 0)$  две ветви спектра пересекаются вдоль параболы

$$\epsilon = \frac{\hbar^2 k_{y1}^2}{2m} + \frac{\hbar^2 h^2}{8m\alpha^2}, \quad k_{x1} = \frac{k_x + k_y}{\sqrt{2}} = \frac{h}{2\alpha}, \quad k_{y1} = \frac{k_x - k_y}{\sqrt{2}}. \quad (54)$$

При  $\epsilon_F > \hbar^2 h^2 / 8m\alpha^2$  ферми-контуры имеют две общие точки и каждый из них состоит из двух дуг окружностей радиуса  $k^{(\pm)} = \sqrt{2m\epsilon_{\pm}} / \hbar$  (см. рис. 5):

$$k^{(\pm)} = \sqrt{2m|\epsilon_{\pm}|} / \hbar, \quad \epsilon_{\pm} = \epsilon_F + \frac{2m\alpha^2}{\hbar^2} \mp h. \quad (55)$$

Направления спина на каждой из дуг, составляющих один контур, противоположны:  $\theta_+ = 3\pi/4$  или  $\theta_- = -\pi/4$ , а дуги, имеющие одинаковые направления спина  $\theta_{\pm}$  образуют полные окружности (см. рис. 5(а)).

Используя выражения для функций Грина (27), (28), получаем следующее выражение для осциллирующей части ЛПС:

$$\Delta\rho(r) = \left( \gamma + \frac{J_y - J_x}{2\sqrt{2}} \right) R_+ + \left( \gamma - \frac{J_y - J_x}{2\sqrt{2}} \right) R_-, \quad (56)$$

где

$$R_{\pm}(r) = \frac{m^2}{4\pi\hbar^4} J_0(k^{(\pm)}r) Y_0(k^{(\pm)}r) \Theta(\epsilon_{\pm}), \quad (57)$$

$J_0(x)$  и  $Y_0(x)$  — функции Бесселя первого и второго рода соответственно. При больших значениях аргументов  $k^{(\pm)}r \gg 1$  имеем

$$R_{\pm}(r) \approx -\frac{m^2}{4\pi^2\hbar^4 k^{(\pm)}r} \cos\left(2k^{(\pm)}r\right). \quad (58)$$

Компоненты осциллирующей части ЛПН  $\Delta\mathbf{m}(\mathbf{r})$  определяются следующими выражениями:

$$\Delta m_x(\mathbf{r}) = \frac{\gamma}{\sqrt{2}} R_+ + \left( \frac{\gamma}{\sqrt{2}} - \frac{J_y - J_x}{2} \right) R_- - \frac{J_z}{2} R, \quad (59)$$

$$\Delta m_y(\mathbf{r}) = \left( \frac{\gamma}{\sqrt{2}} + \frac{J_y - J_x}{2} \right) R_+ - \frac{\gamma}{\sqrt{2}} R_- - \frac{J_z}{2} R, \quad (60)$$

$$\Delta m_z(\mathbf{r}) = \frac{J_z}{2} (R_+ - R_-) + \frac{J_y - J_x}{2\sqrt{2}} R, \quad (61)$$

где обозначения  $R_{\pm}(r)$  определены выражением (57), а

$$R(\mathbf{r}) = \frac{m^2}{2\pi\hbar^4} \sin\left[\frac{2\sqrt{2}m\alpha}{\hbar^2}(x+y)\right] \left\{ J_0(k^{(+)}r) Y_0(k^{(-)}r) + J_0(k^{(-)}r) Y_0(k^{(+)}r) \right\} \Theta(\epsilon_+) \Theta(\epsilon_-), \quad (62)$$

$$R(\mathbf{r}) \approx -\frac{4m^2}{\pi^2\hbar^4 r \sqrt{k^{(+)}k^{(-)}}} \left\{ \sin\left[\left(k^{(+)} + k^{(-)} + \frac{4m\alpha}{\hbar^2} \sin\left(\varphi_r + \frac{\pi}{4}\right)\right)r\right] - \sin\left[\left(k^{(+)} + k^{(-)} - \frac{4m\alpha}{\hbar^2} \sin\left(\varphi_r + \frac{\pi}{4}\right)\right)r\right] \right\}; \quad k^{(\pm)}r \gg 1. \quad (63)$$

В рассмотренном случае ФО ЛПС (56) изотропны и на больших расстояниях от дефекта содержат две гармоники с периодами  $\Delta r = \pi / k^{(\pm)}$ , связанные с обратным рассеянием между состояниями, принадлежащими различным ферми-контуром, в то время как в осцилляции ЛПН (59)–(61) вносят вклад переходы между состояниями одного ферми-контра, приводящие к появлению гармоник ФО с периодами

$$\Delta r = \frac{2\pi}{k^{(+)} + k^{(-)} \pm \frac{4m\alpha}{\hbar^2} \sin\left(\varphi_r + \frac{\pi}{4}\right)}, \quad (64)$$

зависящими от направления  $\varphi_r$  в координатном пространстве. Из формулы (63) следует, что линии постоянной фазы для осцилляций ЛПН с периодом (64) представляют собой эллипсы (при  $k^{(+)} + k^{(-)} > 4m\alpha / \hbar^2$ ) или гиперболы (при  $k^{(+)} + k^{(-)} < 4m\alpha / \hbar^2$ ), а точка  $r = 0$  совпадает с одним из фокусов.

### 5. Обсуждение результатов

Влияние параллельного магнитного поля на ФО 2D электронного газа со СОВ Рашбы–Дресселхауса обусловлено двумя основными причинами. Во-первых, маг-

нитное поле  $\mathbf{B}$  нарушает центральную симметрию ферми-контуров и меняет их локальную геометрию. Обратное рассеяние электронов, дающее основной вклад в ФО, соответствует переходам между состояниями с противоположным направлением скорости, которая, в свою очередь, зависит от поля  $\mathbf{B}$ . В результате изменение величины и направления вектора  $\mathbf{B}$  меняет как период ФО (вследствие изменения величины волнового вектора, отвечающего точке стационарной фазы, см. (34)), так и их амплитуду (вследствие изменения кривизны ферми-контра, см. (35)). Вторым важным обстоятельством является изменение под действием поля направления спина электрона (см. (6)). Поскольку при СОВ спин электрона и его волновой вектор взаимосвязаны, матричные элементы переходов между двумя квантовыми состояниями при обратном рассеянии зависят от направления спинов до и после рассеяния. При  $\mathbf{B} = 0$  замена направления волнового вектора на противоположное приводит к перевороту спина для состояний на том же ферми-контуре и к сохранению его направления при переходе на другой ферми-контур. В результате вследствие правил отбора по спину в ФО ЛПС отсутствуют слагаемые, зависящие от магнитного



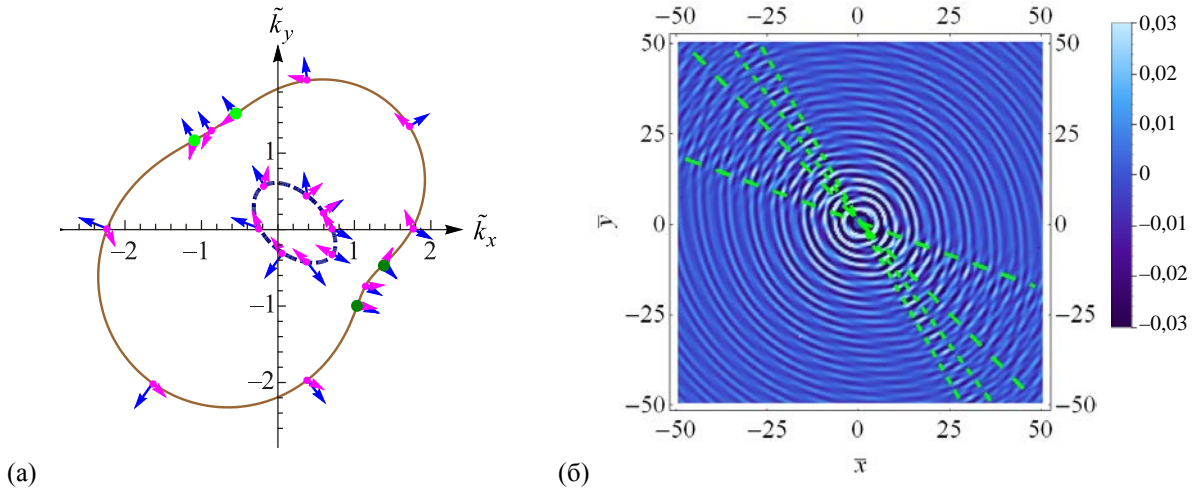


Рис. 1. (Онлайн в цвете) (а) Типичная форма ферми-контуров при  $\epsilon_F > \epsilon_0$  в параллельном магнитном поле. (б) Осциллирующая часть ЛПС  $\Delta\rho(\bar{x}, \bar{y})$  при рассеянии на немагнитном дефекте ( $J = 0$ ). Использованы следующие значения параметров:  $\bar{\alpha} = 0,7$ ,  $\bar{\beta} = 0,3$ ,  $\bar{h} = 0,6$ ,  $\varphi_h = 2,0$ .

момента дефекта, а ФО ЛПН при рассеянии на немагнитном дефекте, естественно, отсутствуют (см. [23,26,33]). В параллельном магнитном поле при обратном рассеянии становятся разрешенными состояния, соответствующие повороту спина на некоторый, зависящий от поля  $\mathbf{B}$ , угол. В результате в ФО ЛПС появляются новые гармоники, периоды которых зависят только от характеристик одного из ферми-контуров, а также слагаемые, пропорциональные магнитному моменту дефекта  $J$ . По той же причине ФО ЛПН содержат гармоники, пропорциональные константе потенциального взаимодействия электрона с дефектом  $\gamma$ . Отметим, что перечисленные выводы остаются справедливыми при наличии только одного типа СОВ (Рашбы или Дресселхауса), а все наши аналитические результаты позволяют положить одну из констант СОВ равной нулю. Асимптоти-

ческие формулы (43) и (51)–(53) дают полное качественное описание всех гармоник ФО ЛПН и ЛПС, зависимости их периодов и амплитуд от поля  $\mathbf{B}$ .

Пространственные распределения локальных плотностей состояний и намагниченности на рис. 1–5, полученные с помощью общих выражений (42), (48)–(50), представляют собой лишь несколько частных примеров, иллюстрирующих разнообразие характера анизотропии фриделевских осцилляций в рассмотренной системе. При построении графиков мы используем следующие безразмерные величины:

$$\bar{\alpha} = \frac{m\alpha}{\hbar^2 k_F}, \quad \bar{\beta} = \frac{m\beta}{\hbar^2 k_F}, \quad \bar{h} = \frac{h}{\epsilon_F} = \frac{2mh}{\hbar^2 k_F^2}, \quad (65)$$

$$\bar{k} = \frac{k}{k_F}, \quad \bar{r} = k_F r, \quad \bar{\epsilon} = \frac{\epsilon}{\epsilon_F},$$

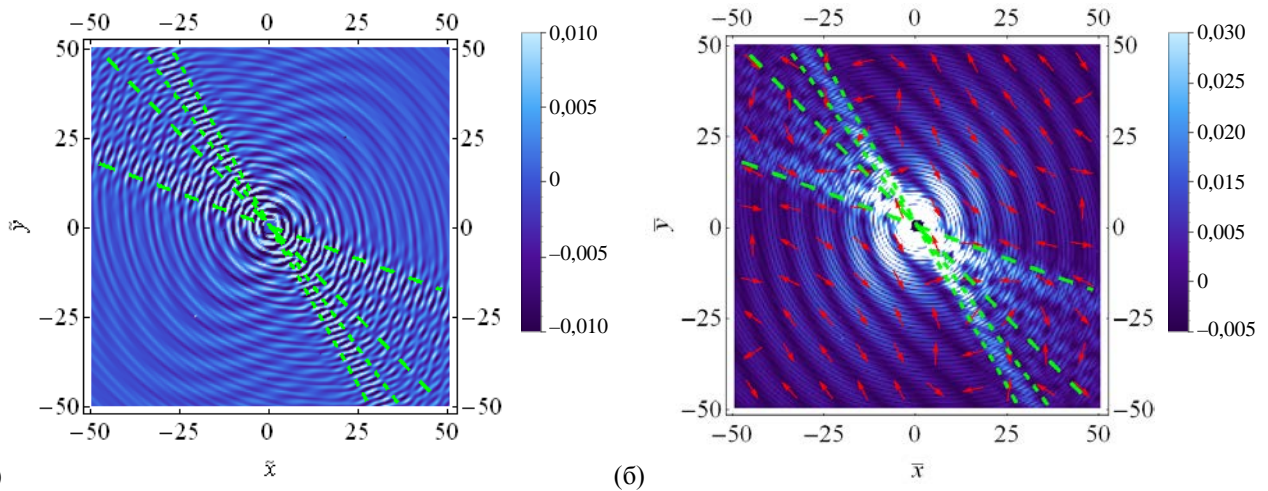


Рис. 2. (Онлайн в цвете) ФО ЛПН при рассеянии на немагнитном дефекте при  $\epsilon_F > \epsilon_0$ . (а) Распределение нормальной к плоскости компоненты  $\Delta\bar{m}_z$ . (б) Распределение абсолютной величины  $\sqrt{\Delta\bar{m}_x^2 + \Delta\bar{m}_y^2}$  компоненты ЛПН в плоскости. Стрелками показано направление вектора  $\Delta\bar{\mathbf{m}} = (\Delta\bar{m}_x, \Delta\bar{m}_y)$ . Значения параметров совпадают с приведенными на рис. 1.

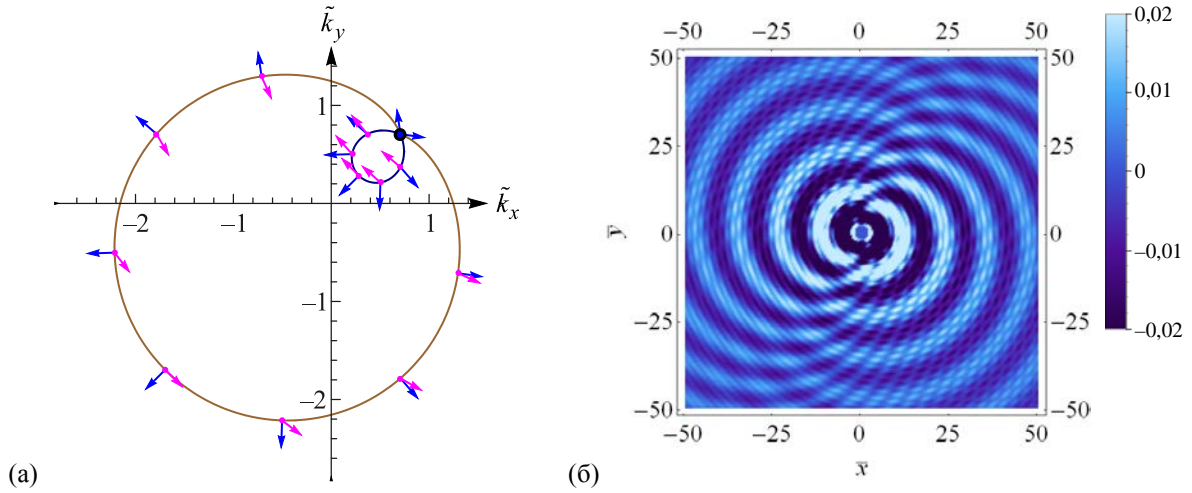


Рис. 3. (Онлайн в цвете) (а) Ферми-контуры при  $\epsilon_0 = \epsilon_F$  (18),  $h > h_c$  (38),  $\varphi_h = 3\pi/4$ . Черной точкой показана  $\mathbf{k}_0$ , точка касания ветвей спектра (17). (б) ЛПС при рассеянии на магнитном дефекте  $\mathbf{J} = (J, 0, 0)$ ,  $\gamma = 0$  (7). Использованы следующие значения параметров:  $\bar{\alpha} = 0,5$ ,  $\bar{\beta} = 0,2$ ,  $\bar{h} = 1,4$ .

$$\Delta\bar{\rho}(\bar{\mathbf{r}}) = \left( \frac{\pi^2 \hbar^4}{m^2(\gamma + J)} \right) \Delta\rho(\mathbf{r}); \quad \Delta\bar{\mathbf{m}}(\bar{\mathbf{r}}) = \left( \frac{\pi^2 \hbar^4}{m^2(\gamma + J)} \right) \Delta\mathbf{m}(\mathbf{r}), \quad (66)$$

где  $k_F = \sqrt{2m\epsilon_F} / \hbar$ . Стрелками на ферми-контурах, помещенных на рисунках, показано направление вектора скорости (стрелки, направленные перпендикулярно линии ферми-контура) и направление спина электрона.

Рисунок 1(а) демонстрирует нарушение центральной симметрии ферми-контуров и изменение направления спинов под действием параллельного магнитного поля в условиях СОВ Р-Д. При рассеянии на немагнитном дефекте ФО ЛПС  $\Delta\bar{\rho}(\bar{\mathbf{r}})$  (рис. 1(б)) сохраняют центральную симметрию, однако уже не имеют симметрии относительно осей  $x = y$  и  $x = -y$ , которая существ-

ует в отсутствие поля  $\mathbf{B} = 0$  [33]. Штриховые линии на рис. 1(б) показывают направления максимальной амплитуды ФО, совпадающие с направлением скорости в точках перегиба ферми-контура, принадлежащего ветви  $\epsilon_2$ . Каждые две линии (с одинаковой длиной штриха) ограничивают «веер» направлений, в котором ФО имеют больше двух гармоник. В нулевом поле оба «веера» совпадают.

Рисунок 2 иллюстрирует существующий только в магнитном поле эффект возникновения неоднородного распределения плотности намагниченности при рассеянии на немагнитном дефекте. Интересно отметить, что потенциальное рассеяние приводит к ненулевой плотности намагниченности не только в плоскости 2D электронов (рис. 1(б)), в которой лежит вектор  $\mathbf{B}$ , но и

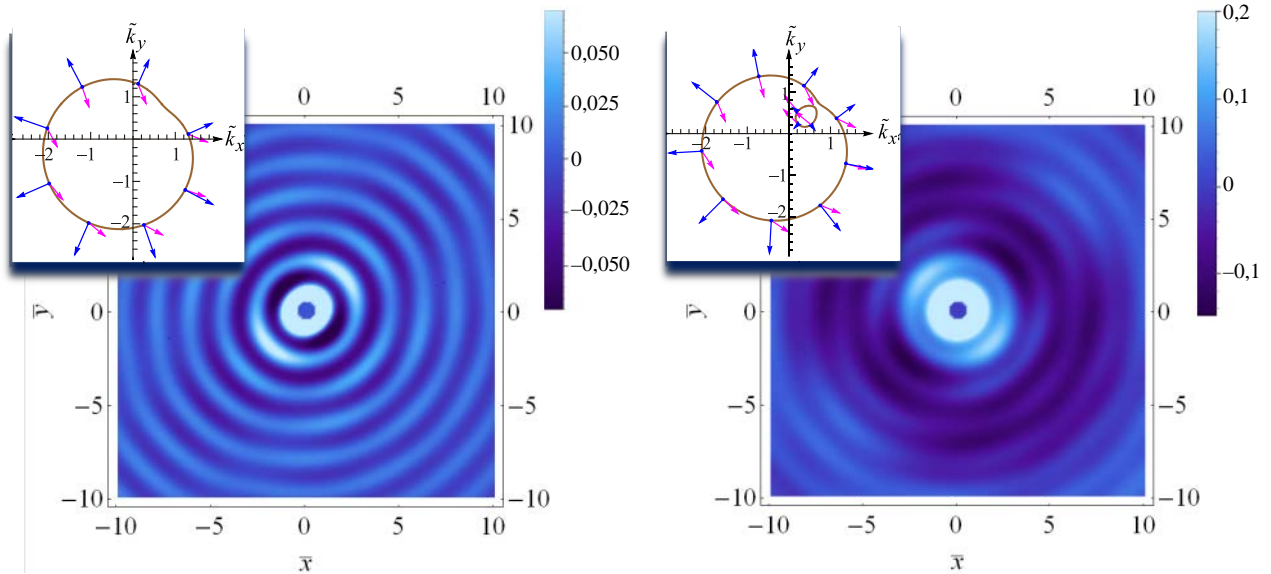


Рис. 4. (Онлайн в цвете) ФО ЛПС  $\Delta\bar{\rho}(\bar{\mathbf{r}})$  при рассеянии на магнитном дефекте,  $\mathbf{J} = (1, -1, 0)J_0 / \sqrt{2}$ ,  $\gamma = 0$ , вблизи значения магнитного поля  $\bar{h}_{\min 1} = 1,36$ , при котором уровень Ферми проходит через точку минимума ветви спектра  $\epsilon_1$ . (а)  $\bar{h}_{\min 1} < \bar{h} = 1,4$ . (б)  $\bar{h}_{\min 1} > \bar{h} = 1,28$ . Использованы следующие значения параметров:  $\bar{\alpha} = 0,5$ ,  $\bar{\beta} = 0,1$ ,  $\varphi_h = 3\pi/4$ .

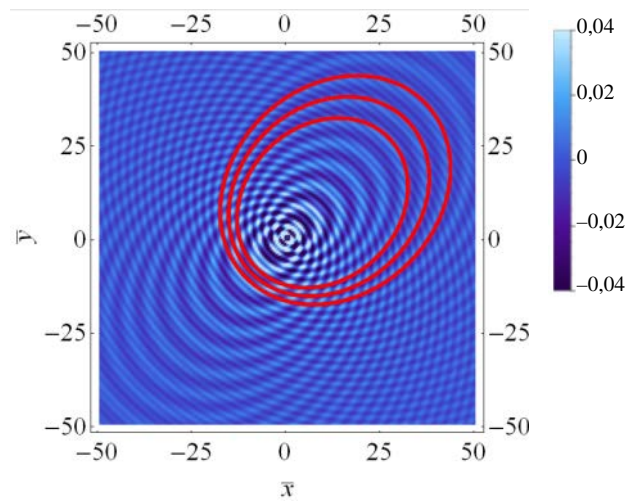
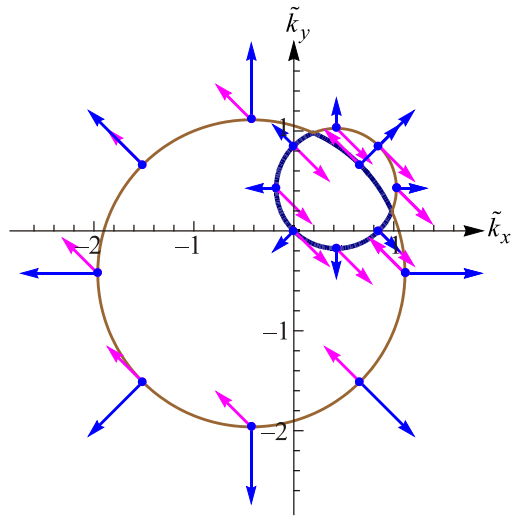


Рис. 5. (Онлайн в цвете) ФО ЛПС  $\bar{\rho}$  в случае равенства констант СОВ Р-Д при рассеянии на немагнитном дефекте,  $\gamma \neq 0$ ,  $\mathbf{J} = 0$ . (а) Ферми-контуры, (б) осцилляции  $z$ -компоненты ЛПН,  $\bar{m}_z$ , при рассеянии на магнитном дефекте,  $\gamma = 0$ ,  $\mathbf{J} = (0, 0, J)$ . При построении графиков использовались следующие значения параметров:  $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = 0,3$ ,  $\bar{h} = 1$ ,  $\varphi_h = 3\pi/4$ .

в направлении, перпендикулярном этой плоскости (рис. 1(a)).

На рис. 3 приведены ФО ЛПС, обусловленные магнитным рассеянием для специального случая, когда энергия Ферми совпадает с энергией в точке касания ветвей спектра  $\epsilon_0$  (18), а магнитное поле больше критического  $h_c$  (38), т.е. ветвь спектра  $\epsilon = \epsilon_1(\mathbf{k})$  имеет абсолютный минимум с энергией  $\epsilon_1^{\min} < \epsilon_0$ .

Рисунок 4 наглядно демонстрирует кардинальное изменение характера ФО ЛПС, связанных с магнитным рассеянием, в узком интервале магнитных полей вблизи значения

$$h = h_{\min}^{(1)} = \frac{m}{2\hbar^2}(\alpha + \beta)^2 + \epsilon_F, \quad \varphi_h = \frac{3\pi}{4}, \quad (67)$$

соответствующего совпадению минимума ветви спектра  $\epsilon_1$  с уровнем Ферми  $\epsilon_F$ . При  $h > h_{\min}^{(1)}$  существует только один ферми-контур, принадлежащий ветви  $\epsilon_2$  (вставка на рис. 4(a)) и определяющий единственную гармонику ФО, рис. 4(a). При магнитных полях ниже поля минимума  $h < h_{\min}^{(1)}$  возникает второй ферми-контур (вставка на рис. 4(б)), принадлежащий ветви  $\epsilon_1$  (2D аналог топологического перехода Лифшица с появлением новой полости поверхности Ферми), что приводит к появлению второй гармоники ФО, имеющей бóльшие период и амплитуду, рис. 4(б). Распределения ЛПС построены для случая, когда  $h > h_c$  (38) и  $\epsilon_F < \epsilon_0$  (18).

Рисунок 5 относится к специальному случаю  $\alpha = \beta$  и  $\mathbf{h} = h/\sqrt{2}(-1, 1, 0)$ , рассмотренному в разд. 5.3. При выбранных значениях параметров ферми-контуры имеют две общие точки, т.е.  $\epsilon_F > \hbar^2 h^2 / 8m\alpha^2$  (рис. 5(a)). В соответствии с асимптотической формулой (63) на рис. 5(б) хорошо видны эллипсы линий постоянной фазы в пространственном распределении компоненты ЛПС  $\bar{m}_z$  вокруг магнитного дефекта.

## 6. Заключение

Мы исследовали влияние параллельного магнитного поля на фриделевские осцилляции локальных плотностей состояний и намагниченности в 2D электронном газе со СОВ Р-Д, которые связаны с рассеянием на магнитном дефекте. Показано, что магнитное поле, нарушающее центральную симметрию закона дисперсии, приводит к появлению в ФО ЛПС гармоник, обусловленных магнитным рассеянием, а немагнитная примесь порождает ФО ЛПН. Предсказанный эффект открывает возможность исследования магнитного рассеяния с помощью обычного, а не спин-поляризованного СТМ. Зависимость периодов ФО от величины и направления вектора магнитного поля может служить независимым способом определения констант СОВ.

1. J. Friedel, *Philos. Mag.* **43**, 153 (1952); *Nuovo Cimento* **7**, 287 (1958).
2. C. Bai, *Scanning Tunneling Microscopy and its Applications*, New York, Springer Verlag (2000).
3. M.F. Crommie, C.P. Lutz, and D.M. Eigler, *Nature (London)* **363**, 524 (1993); *Science* **262**, 218 (1993).
4. Y. Hasegawa and P. Avouris, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1071 (1993).
5. L. Simon, C. Bena, F. Vonau, M. Cranney, and D. Auel, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **44**, 464010 (2011).
6. Ye.S. Avotina, Yu.A. Kolesnichenko, and J.M. van Ruitenbeek, *Fiz. Nizk. Temp.* **36**, 1066 (2010) [*Low Temp. Phys.* **36**, 849 (2010)].
7. Lan Chen, Peng Cheng, and Kehui Wu, *J. Phys.: Condens. Matter* **29**, 103001 (2017).
8. J. Kondo, *Prog. Theor. Phys.* **32**, 37 (1964).
9. I. Affleck, L. Borda, and H. Saleur, *Phys. Rev. B* **77**, 180404 (2008).

10. K. Yosida, *Phys. Rev.* **106**, 893 (1957).
11. M. Bode, *Rep. Prog. Phys.* **66**, 523 (2003).
12. R. Winkler, *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (2003).
13. D. Bercioux and P. Lucignano, *Report Progress Phys.* **78**, 106001 (2015).
14. J.I. Pascual, G. Bihlmayer, Yu.M. Koroteev, H.-P. Rust, G. Ceballos, M. Hansmann, K. Horn, E.V. Chulkov, S. Blügel, P.M. Echenique, and Ph. Hofmann, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 196802 (2004).
15. O. Pietzsch, S. Okatov, A. Kubetzka, M. Bode, S. Heinze, A. Lichtenstein, and R. Wiesendanger, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 237203 (2006).
16. C.R. Ast, G. Wittich, P. Wahl, R. Vogelgesang, D. Pacilé, M.C. Falub, L. Moreschini, M. Papagno, M. Grioni, and K. Kern, *Phys. Rev. B* **75**, 201401 (2007).
17. A. Stróżecka, A. Eiguren, and J.I. Pascual, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 186805 (2011).
18. E.I. Rashba, *Fiz. Tverd. Tela* **2**, 1224 (1960) [*Sov. Phys. Solid State* **2**, 1109 (1960)].
19. Yu. Bychkov and E.I. Rashba, *JETP Lett.* **39**, 78 (1984).
20. L. Petersen and P. Hedegard, *Surf. Sci.* **459**, 49 (2000).
21. S. Lounis, A. Bringer, and S. Blugel, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 207202 (2012).
22. J. Fransson, *Phys. Rev. B* **92**, 125405 (2015).
23. N.V. Khotkevych, Yu.A. Kolesnichenko, and J.M. van Ruitenbeek, *arXiv:1601.03154* (2016).
24. V. Kaladzhyan, P. Simon, and C. Bena, *Phys. Rev. B* **94**, 134511 (2016).
25. J. Hutchinson and J. Maciejko, *Phys. Rev. B* **93**, 245309 (2016).
26. Н.В. Хоткевич, Н.Р. Вовк, Ю.А. Колесниченко, *ФНТ* **42**, 387 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 298 (2016)].
27. Y. Kohsaka, T. Machida, K. Iwaya, M. Kanou, T. Hanaguri, and T. Sasagawa, *Phys. Rev. B* **95**, 115307 (2017).
28. R. Chirila, C.P. Moca, and I. Weymann, *Phys. Rev. B* **87**, 245133 (2013).
29. S.D. Ganichev and L.E. Golub, *Phys. Status Solidi B* **251**, 1801 (2014).
30. A. Manchon, H.C. Koo, J. Nitta, S.M. Frolov, and R.A. Duine, *Nature Mater.* **14**, 871 (2015).
31. G. Dresselhaus, *Phys. Rev.* **100**, 580 (1955).
32. S.M. Badalyan, A. Matos-Abiague, G. Vignale, and J. Fabian, *Phys. Rev. B* **81**, 205314 (2010).
33. И.В. Козлов, Ю.А. Колесниченко, *ФНТ* **43**, 1067 (2017) [*Low Temp. Phys.* **43**, 855 (2017)].
34. Ю.Я. Ткач, *Письма в ЖЭТФ* **104**, 103 (2016).
35. О.Н. Шевченко, А.И. Копелиович, *ФНТ* **42**, 254 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 196 (2016)].
36. I.V. Krive, S. Naftulin, and A.S. Rozhavsky, *Annals Phys.* **232**, 225 (1994).
37. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1989).
38. I.V. Kozlov and Yu.A. Kolesnichenko, *arxiv.org.1805.05699v1* (2018).
39. М.В. Федорюк, *Метод перевала*, Наука, Москва (1977).
40. H.W. Guggenheimer, *Differential Geometry*, General Publishing Company (1997).
41. Ye.S. Avotina, Yu.A. Kolesnichenko, A.F. Otte, and J.M. Ruitenbeek, *Phys. Rev. B* **74**, 085411 (2006).
42. Ye.S. Avotina, Yu.A. Kolesnichenko, S.B. Roobol, and J.M. Ruitenbeek, *Fiz. Nizk. Temp.* **34**, 268 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 207 (2008)].
43. N.V. Khotkevych-Sanina, Yu. A. Kolesnichenko, and J.M. van Ruitenbeek, *New J. Phys.* **15**, 123013 (2013).

### Фріделевські осциляції в 2D електронному газі із спин-орбітальною взаємодією у паралельному магнітному полі

І.В. Козлов, Ю.О. Колесніченко

Теоретично досліджуються ефекти, що пов'язані з інтерференцією електронних хвиль навколо магнітного точкового дефекту в двовимірному електронному газі з комбінованою спин-орбітальною взаємодією Рашби-Дресельхауса у присутності паралельного магнітного поля. Проаналізовано вплив магнітного поля на анізотропний просторовий розподіл локальної густини станів і локальної густини намагніченості. Передбачено існування осциляцій густини намагніченості при розсіянні на немагнітному дефекті та вкладу магнітного розсіювання (що супроводжується поворотом спіна) у локальну густину електронних станів.

Ключові слова: спин-орбітальна взаємодія, магнітний дефект, фріделевські осциляції, двовимірний електронний газ.

### Friedel oscillations in 2D electron gas with spin-orbit interaction in parallel magnetic field

I.V. Kozlov and Yu.A. Kolesnichenko

Effects related with the interference of electron waves around a magnetic point defect in two-dimensional electron gas with the combined Rashba–Dresselhaus spin-orbit interaction in parallel magnetic field are investigated theoretically. The influence of the magnetic field on the space distribution of the local density of states and the local density of magnetization is analyzed. The occurrence of local density magnetization oscillations at the scattering by non-magnetic defect and the contribution of magnetic scattering (accompanied by spin rotation) in the local density of states are predicted.

Keywords: Friedel oscillations, spin-orbit interaction, magnetic point defect, two-dimensional electron gas.