

## Целочисленные каналы в неоднородных неравновесных 2D системах

В. Шикин

*Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка, 142432, Россия*

E-mail: shikin@issp.ac.ru

Статья поступила в редакцию 10 марта 2017 г., после переработки 11 мая 2017 г.,  
опубликована онлайн 28 ноября 2017 г.

Обсуждаются неравновесные свойства целочисленных каналов, возникающих в пространственно неоднородных 2D электронных (дырочных) системах при наличии квантующего магнитного поля. Полученные результаты используются для качественного объяснения деталей вольт-амперной характеристики (ВАХ) диска Корбино в режиме квантового эффекта Холла (КЭХ). Основное внимание уделено явлению, получившему специальное название «пробой КЭХ». Этот эффект с варьируемыми деталями уверенно наблюдается в Hall bar и Corbino геометриях используемых ячеек. Особенно нагляден «пробой КЭХ» в Корбино образцах, позволяющий объяснить целый ряд особенностей.

Обговорюються нерівноважні властивості цілочисельних каналів, що виникають в просторово неоднорідних 2D електронних (діркових) системах при наявності квантуючого магнітного поля. Отримані результати використовуються для якісного пояснення деталей вольт-амперної характеристики (ВАХ) диска Корбіно в режимі квантового ефекту Холла (КЕХ). Основна увага приділена явищу, що одержало спеціальну назву «пробою КЕХ». Цей ефект з деталями, що варіювалися, впевнено спостерігається в Hall bar та Corbino геометріях комірок, що використовуються. Особливо наочним є «пробій КЕХ» в Корбіно зразках, який дозволяє пояснити цілий ряд особливостей.

PACS: 52.20.-j Элементарные процессы в плазме.

Ключевые слова: 2D электронная система, квантовый эффект Холла.

### Введение

Целочисленные (integer) каналы, возникающие в пространственно неоднородных 2D электронных (дырочных) системах при наличии квантующего магнитного поля, были изобретены Шкловским с соавторами [1,2] в предположении о возможности образования плоских участков конечной ширины  $2w_l$  для распределения электронной плотности  $n(x)$  в окрестности целочисленных точек  $x_l$ :

$$v_l = \pi l_H^2 n(x_l), \quad l_H^2 = 2c\hbar/eH, \quad v_l = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

$c$  — скорость света,  $H$  — магнитное поле (спиновым вырождением для простоты пренебрегаем).

Дополняя краевой сценарий Халперна–Бюттикера [3–5] квантового эффекта Холла (КЭХ) деталями структуры целочисленных каналов, результаты [1,2] дают согласованное представление о разнообразных холловских проявлениях КЭХ в регулярно неоднородных 2D электронных (дырочных) системах. Примеры

такого согласования представлены в работах [6,7]. Что касается диагональной части магнитотранспорта в условиях КЭХ, идеи [1,2] нуждаются в развитии. Основное утверждение авторов [1,2] о существовании целочисленных полок с

$$\partial n(x)/\partial x = 0, \quad -w_l \leq x \leq +w_l \quad (2)$$

желательно не постулировать, а согласованно получать из общего условия равновесия

$$\nabla \mu = 0, \quad \mu = e\varphi(x) + \zeta[n(x)] \quad (3)$$

с выяснением физических причин уплощения (1), (2). Здесь  $\zeta(n)$  — химическая часть электрохимического потенциала  $\mu$  для электронов в квантующем магнитном поле. Положение дел при таком взгляде на происхождение многозарядных кластеров Шкловского со свойствами (1), (2) обсуждается в данной работе. На этом пути становится ясной и программа действий в описании неравновесных явлений с участием цело-

численных каналов. В основном речь идет об известном явлении — пробое квантового эффекта Холла в образцах с геометрией Корбино (пример диска Корбино см. на рис. 4). Этот круг явлений с достаточно общим названием отличается большим разнообразием в деталях, требуя специального обсуждения в каждом из проявлений.

### 1. Структура равновесного целочисленного канала

1. Анализируя условие (3) на предмет возникновения целочисленных полок, следует иметь в виду два важных обстоятельства. Во-первых, аномалия в поведении  $n(x)$  в точках (1) имеет энтропийное происхождение. Во-вторых, технически нетривиальна процедура электростатической «локализации», когда исходная задача, чувствительная в общем случае к латеральным размерам  $2d$  двумерного образца, сводится к решению интегродифференциального уравнения на интервале  $-w_l \leq x \leq +w_l$ ,  $w_l \ll d$ .

Первая из реплик связана с поведением  $\zeta(n) = T \ln S(H, v(x))$  в целочисленных точках (1). В рамках приближения среднего поля, полагая электронный спектр идеальным (плотность состояний имеет вид  $\delta$ -функций), спиновое расщепление уровней электронов в магнитном поле несущественным, температуру  $T$  конечной, чтобы избежать учета корреляций, ведущих к дробному КЭХ, но малой в смысле  $T \ll \hbar\omega_c$ , и ограничиваясь областью параметров в окрестности двух нижних уровней Ландау (только так можно определить в явном виде функцию  $\zeta(n) = T \ln S(H, v(x))$ , см. также комментарии к (9)), имеем (детали получения формул (4)–(6) собраны в Приложении, формулы (П5)–(П6))

$$\mu(H, v, x) = \hbar\omega_c + U(x) - T \ln S(H, v(x)), \quad (4)$$

$$S(H, v) = (1/2)(1/v - 1) + \sqrt{(1/4)(1/v - 1)^2 + \varepsilon(2/v - 1)},$$

$$-T \ln S = \begin{cases} 0, & v \rightarrow 1-0 \\ \hbar\omega_c/2, & v \rightarrow 1+0 \end{cases}, \quad (5)$$

$$\varepsilon = \exp\left(-\frac{\hbar\omega_c}{T}\right) \ll 1, \quad (6)$$

$v(x) = \pi l_H^2 n(x)$  — соответствующий фактор заполнения. Используемые приближения лишают рассмотрение общности, но сохраняют главный мотив: желание иметь согласованное решение задачи об integer-полоске в духе [1,2].

С учетом перечисленных упрощений и опуская электростатические манипуляции с общим требованием  $\nabla\mu = 0$ , изложенные в оригинальных работах [8,9], выражение для  $n'(x_l)$  в центре интервала ( $\pm w_l$ ) оказывается равным

$$n'(x_l) = \frac{n'_0(x_l)}{(1+\gamma)}, \quad n'(x_l) = \frac{\partial n(x_l)}{\partial x}, \quad \gamma = \frac{\pi\kappa T l_H^2}{4w_l e^2 \varepsilon^{1/2}} \gg 1, \quad (7)$$

$$w_l^2 = 2\kappa\hbar\omega_c / (\pi^2 e^2 dn(x_l)/dx). \quad (8)$$

В меру  $\gamma \gg 1$  производная  $n'(x_l) \ll n'_0(x_l)$ , символизируя возникновение полки, что и требовалось показать.

2. Аналогичная определением (3)–(8) и хорошо коррелирующая с ними программа действий выполнена численными средствами практически сразу вслед за публикациями [1,2] в работах [10–12] под началом Герхардса. Центральное место здесь (речь идет о последней работе [12] обсуждаемой серии) занимает квазиклассическая связь (Thomas–Fermi approximation, TFA, или Thomas–Fermi–Poisson approximation, TFPA) между  $n(x)$  и  $\mu$ , в рамках которой надо следить, как и выше, за требованием  $\mu = \text{const}$ :

$$n(x) = \int_E dE D(E) f(E + V(x) - \zeta),$$

$$\mu = V(x) - \zeta \equiv \text{const}, \quad (9)$$

где  $D(E)$  — плотность состояний (DOS), возникающая при квазиклассических упрощениях общего соотношения (quasiclassic Hartree–Fock approximation, QHA) между  $n(x)$  и  $\zeta$ :

$$n(x) = \frac{g_s}{\pi l_H^2} \sum_l \int_X dX f(E_l(X) - \zeta) |\phi_{l,X}(x)|^2, \quad (10)$$

$$D(E) = \frac{1}{\pi l_H^2} \sum_l \delta(E - E_l),$$

$$E_l(X) \approx \hbar\omega_c(l + 1/2) + V(x), \quad (11)$$

где  $\phi_{l,X}(x)$  — нормированная волновая функция электрона в магнитном поле. Определение (9) следует из (10), если  $|\phi_{l,X}(x)|^2 \approx \delta(x - X)$ .

Важная для рассмотрения ниже деталь — учет неидеальности 2D электронной системы — реализуется в [12] использованием самосогласованного борновского приближения (SCBA [13]). Полагая взаимодействие электронов с точечными примесями, имеющим форму

$$v(\mathbf{r}) = \frac{V_0}{\pi R^2} \exp\left(-\frac{r^2}{R^2}\right), \quad (12)$$

и следуя рекомендациям SCBA [13], в определении  $D(E)$  (11) заменим  $\delta$ -функции полуэллиптическими спектральными комбинациями, содержащими информацию относительно:  $V_0$  — амплитуды потенциала (12),  $R$  — радиуса взаимодействия,  $n_d$  — плотности рассеивающих центров, вводимой в формализм посредством соотношения  $\hbar/\tau_0 \approx n_d V_0^2 m/\hbar^2$ , где  $\tau_0$  — характерное время релаксации. В пределе сильного магнитного поля на выходе SCBA-формализма [13]

для уровней Ландау возникают колоколообразные плотности состояний  $A_l(E)$ , центрированные на данный уровень  $E_l$  с характерной шириной  $\Gamma$ :

$$A_l(E) = \frac{2}{\pi\Gamma_l} \sqrt{1 - (E - E_l)^2 / \Gamma_l^2},$$

$$\Gamma^2 = 4n_d V_0^2 / (2\pi l_H^2) = 2\hbar^2 \omega_c / (\pi\tau_0), \quad (13)$$

$$(\Gamma_l^{(j)})^2 = \Gamma^2 \int_0^\infty dx g_l^{(j)}(x) \exp(-[1 + \alpha^2]x), \quad \alpha = R/l_H,$$

$g_l^{(j)}(x)$  — безразмерные комбинации полиномов Лагерра, их явный вид выписан в цитируемой работе [12]. Выражения (13) справедливы в пределе  $R \ll l_H$ .

Имеется еще один нюанс в определении связи между  $n(x)$  и  $\zeta$ . При конечности общих размеров 2D системы  $d \gg l_H$ , часть уровней  $E_l(X)$  не имеет вида (11). Их структура должна определяться общими свойствами волнового уравнения

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{m}{2} \omega_c^2 (x - X)^2 + V(x) \right] \phi_{l,X}(x) = E_l(X) \phi_{l,X}(x) \quad (14)$$

с учетом близости центра орбиты  $X$  к положению геометрических границ  $\pm d$  двумерной системы (краевые состояния уравнения (14)). Это обстоятельство ведет к еще одному варианту связи между  $n(x)$  и  $\zeta$ , обозначенному ниже и на рисунках как ФНА (full Hartree approximation);  $\omega_c$  — циклотронная частота,  $m^*$  — эффективная масса.

Результаты численных расчетов [12], использующие определения (9)–(14) и дающие возможность сравнить их содержание с аналитическими ожиданиями (3)–(8), собраны на рис. 1–3.

В пояснениях к рис. 1 отметим, что классический профиль  $n(x)$  возникает в модели авторов, используемой ими начиная с [10]. Речь идет о сэндвиче, содержащем 2D слой доноров плотности  $n_{2d}$  общей шириной  $2d$ , двумерном слое электронов с промежутком  $h_1$  между электронами и донорами, а также управляющим электродом с промежутком  $h_2$  между ним и плоскостью доноров. Полное число электронов не фиксировано. Их должно быть достаточно, чтобы полностью экранировать поле в промежутке между 2D электронной системой и управляющим электродом. Пока внешнего поля нет, плотность электронов  $n(x)$  практически повторяет профиль доноров  $n_{2d}$ ; поле в промежутке  $h_2 - h_1$  отсутствует. С появлением  $V \neq 0$  плотность  $n(x) \neq n_{2d}$ . Интегральный недостаток электронов компенсируется уменьшением интервала  $b < d$ , на котором электронная плотность отлична от нуля, и появлением в профиле  $n(x)$  нулевых точек  $n(x \rightarrow \pm b) \rightarrow 0$ , как это

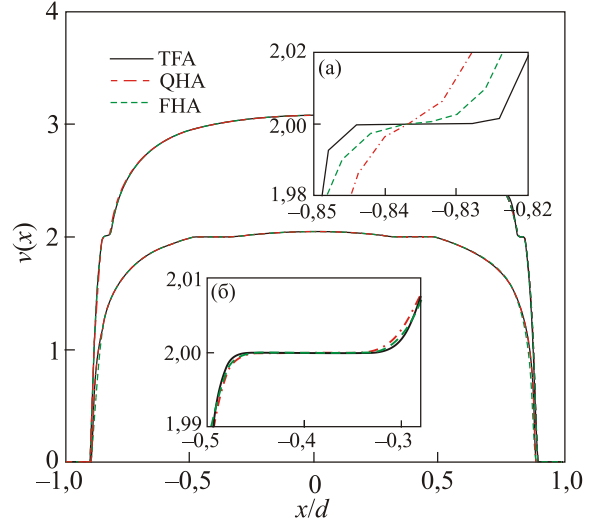


Рис. 1. (Онлайн в цвете) Электронные профили  $n(x) = \pi l_H^2 n(x)$  для двух значений магнитного поля ( $\hbar\omega_c/E_F^0 = 0,94; 0,65$ ) и разных приближений: Томас–Ферми (ТФА); Хартри ФНА; квази-Хартри QHA. Вставки — увеличение плоских участков: (а) плато на крутом левом склоне  $n(x)$ , (б) плато на более плавном склоне  $n(x)$ .  $T/E_F^0 = 0,0124$ ,  $E_F^0$  — эффективная энергия Ферми в однородной части 2D системы (рис. 1 из [12]).

изображено на рис. 1. В ряде случаев авторы [12] используют вместо информации о величине управляющего напряжения значение эффективной энергии электронов  $E_F^0$ , зависящей от  $V \neq 0$  (при  $V = 0$  энергия  $E_F^0$  максимальна). Аналитическое описание сэндвича, использованного в [10] без учета возможностей варьирования плотности электронов управляющим электродом, содержится в Приложении (формулы (П2)–(П4)).

Заметим также, что качество полки на верхней вставке рис. 1 «портится» в приближении ФНА и QHA на фоне ТФА в связи с относительной близостью к центру полки (по сравнению с магнитной длиной) нуля электронной плотности. Это предсказание ожидаемо, ибо теория [1,2] предполагает выполнение неравенства  $l_H \ll w_l$ . Ниже показано, что имеются и более существенные причины ухудшения качества integer-полок.

Пояснения к рис. 2. Нет особого смысла сравнивать ФНА и QHA расчеты [12] с предсказаниями CSG (Chklov, Shklov, Glazm) из [1] в области  $w_2/d \leq 1$ , ибо аналитическое выражение (8) получено в приближении  $w_2/d \ll 1$ , когда полоска одна, и граничные условия на электропотенциал вдали от ее центра нулевые. Возможность локализовать электростатическую задачу рамками интервала  $-w_l \leq x \leq +w_l$ ,  $w_l \ll d$ , отмеченная выше, как «манипуляции с электростатическими условиями», — залог получения аналитического решения задачи, пропадающий в неравновесных условиях. Что касается области  $w_2/d \ll 1$ , здесь согласие между [1] и [12] вполне приличное.

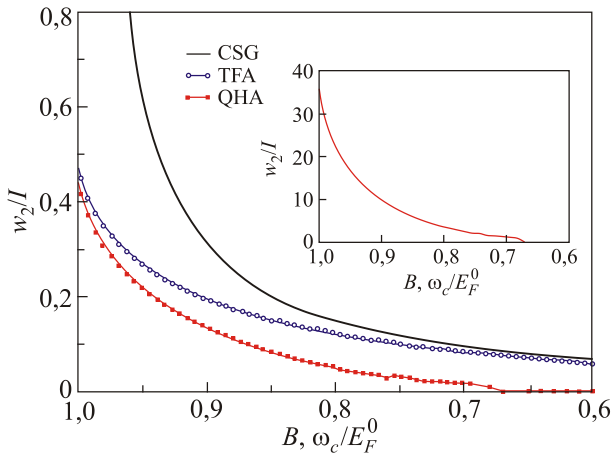


Рис. 2. Зависимости от магнитного поля ширины integer-полки  $w_2/d$  с  $\nu=2$  для трех различных приближений: аналитический результат CSG [1] (см. также формулу (8)); расчеты в TFA и QHA приближениях. Магнитное поле — в относительных единицах  $\omega_c/E_F^0$ . Ширина канала отнесена к общим размерам 2D системы  $2d$ . На вставке — отношение между шириной  $w_2/L_H$  и магнитной длиной (рис. 3 из [12]). Комментарий к рисунку см. в тексте.

Параметр  $\lambda$  среди обозначений, используемых на рис. 3, возникает в теории [12] тестом на устойчивость для применимости так называемого локального приближения (local equilibrium в интерпретации [12]). Основные определения в этом приближении — плотность

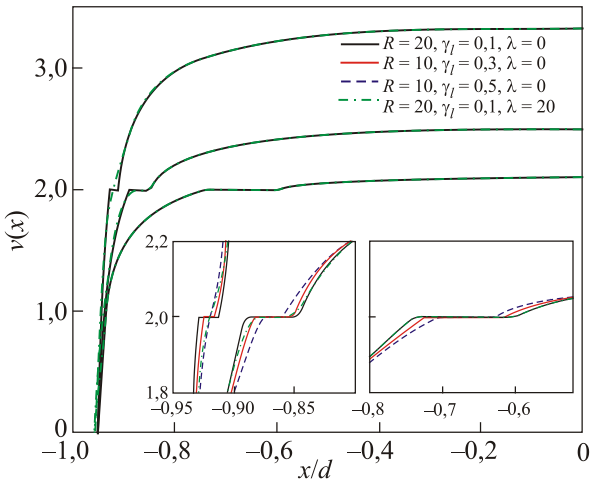


Рис. 3. (Онлайн в цвете) Фактор заполнения  $\nu(x)$  на левом крыле симметричного распределения  $n(x)$  для холловского образца шириной  $d = 1,5$  мкм при трех значениях магнитного поля  $\hbar\omega_c/E_F^0 = 0,60; 0,80; 0,95$  и разных величинах  $\Gamma$ . Для  $\Gamma$  используется безразмерная комбинация  $\gamma_l = \Gamma/l/\hbar\omega_c$ . Радиус  $R$  — из (12). Параметр  $\lambda$ , характеризующий степень нелокальности закона Ома, использованного в расчетах [12], комментируется в объяснениях к рис. 3 (см. формулу (15)). На вставках — увеличенные изображения областей с целочисленными плато, дающие возможность проследить за влиянием уширения уровней Ландау на качество целочисленных плато (рис. 4 из [12]).

$n(x)$ , химический потенциал  $\zeta(x)$ , тензор проводимости  $\sigma_{ik}(x)$  — локальны по смыслу. Авторы, среди прочего, волнует, насколько оправданно локальное приближение, используемое в задаче с явно нелокальной электростатикой (плотность электронов интегрально связана с электростатическим потенциалом). С этой целью в расчетах [12] предполагается в качестве проверочной процедура квазиусреднения, имеющая форму (см. формулу (22) из [12])

$$\langle \hat{\sigma}(x) \rangle = \frac{1}{2\lambda} \int_{-\lambda}^{+\lambda} d\xi \hat{\sigma}(x+\xi) \quad (15)$$

с варьированием параметра  $\lambda$ . Смысл этой процедуры плохо определен. Сама же проблема весьма существенна особенно в разговорах о проводимости. Данные рис. 3 говорят о том, что в равновесных расчетах нелокальность задачи (конечные значения параметра  $\lambda$ ) не отражаются заметно на поведении плотности  $n(x)$  (чего не скажешь о расчетах проводимости, собранных ниже на рис. 6).

Комментируя в целом результаты [12], собранные на рис. 1–3, отметим хорошее соответствие аналитических ожиданий (3)–(8) свойствам более последовательной системы определений (9)–(14), в «недрах» которой не так уж и просто угадать причины возникновения целочисленных полок. Важный вывод рассмотрения (9)–(14) касается чувствительности качества полок к степени идеальности плотности состояний. Данные рис. 3 не оставляют сомнений на этот счет. Паспортная DOS-информация к образцам, как правило, отсутствует. Авторы ограничиваются данными о подвижности. Насколько реальная DOS может быть неидеальной, можно судить, например, по измерениям [14].

Еще один источник неидеальности integer-полк возникает при уточнении понятия «сдвиг положения центра орбиты» электрона в магнитном поле, обозначенный в формулах (10), (11) символом  $X$ . Как отмечено в свое время авторами [15], в неоднородных задачах эту роль играет величина

$$X' = X - \frac{mc^2}{e^2 H^2} e\varphi(X'). \quad (16)$$

Уточнение (15) позволило авторам [15] предложить картину распределения электростатических полей в Hall-bar образце без экрана, популярную до настоящего времени. Кроме того, это замечание оказывается важным в задаче о минимальной ширине integer-полки в условиях с относительно большими значениями  $dn(x)/dx$  (см. [16–18]). Показательно определение  $n'(x_l)$ , альтернативное (7):

$$n'(x_l) \approx \frac{n'_0(x_l)}{(1+\tilde{\gamma})}, \quad \tilde{\gamma} = \kappa\omega_l \hbar\omega_c / (8e^2). \quad (17)$$



Параметр  $\tilde{\gamma}$  (17) содержит  $w_l$  в числителе, в то время как  $\gamma$  (7) имеет этот множитель в знаменателе. Кроме того, в определении  $\tilde{\gamma}$  отсутствует параметр  $\varepsilon \ll 1$  (6), являющийся определяющим для больших значений  $\gamma$  (7).

3. Среди экспериментальных результатов, имеющих отношение к предмету дискуссии (речь идет об ухудшении с ростом степени неоднородности плотности  $n(x)$  «качества» целочисленных полосок, см. верхнюю вставку на рис. 1), приведем данные [19,20] распределения экранирующих полей  $U(x) \neq 0$  на краях 2D Корбино диска с металлическими контактами (см. рис. 3). Исходной причиной неоднородности  $n_0(x)$  в данном случае является практически всегда существующий скачок контактной разности потенциалов  $W$  на границах 2D системы с металлическими контактами и, как следствие, деформация 2D плотности вида

$$n_0(x) = \frac{n_0}{\sqrt{1-x^2/w^2}}, \quad n_0 = \frac{\kappa W}{\pi^2 e^2 w},$$

$$(R_2 - R_1) / (R_2 + R_1) \ll 1, \quad (18)$$

$2w = (R_2 - R_1)$  — ширина квазиодномерной (в смысле пренебрежения кривизной диска,  $2w \ll (R_2 + R_1)/2$ ) 2D полосы между металлическими берегами,  $W$  — контактная разность потенциалов,  $R_2$  и  $R_1$  — внешний и внутренний радиусы диска.

Имея в виду предсказания (17), можно ожидать отсутствия integer-полосок вблизи периметров профиля (18).

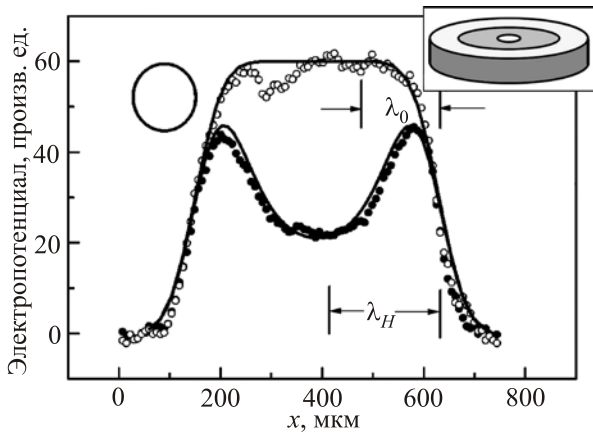


Рис. 4. Электростатическая «топография» диска Корбино лазерным пучком при его сканировании в радиальном направлении с двумя разными значениями магнитного поля: 8,5 (●), 7,9 (○) Тл. Стрелками отмечены глубины проникновения внешнего поля, формирующего 2D систему, в ее массив:  $\lambda_0$  — нормальное состояние,  $\lambda_H$  — диск в режиме КЭХ. Области, лишенной integer-полосок, отвечают края распределения  $\varphi(r)$ , в окрестности которых черные и белые кружки перекрываются между собой [19,20]. Справа вверху — геометрия диска Корбино, слева — размер сканирующего лазерного пятна.

Наблюдения [19,20], выполненные с использованием методики, чувствительной к распределению электропотенциала вдоль поверхности диска и представленные на рис. 4, подтверждают эти ожидания.

## 2. Отклонения от равновесия при наличии внешнего электрического поля, нормального оси канала

Равновесные свойства целочисленных каналов нарушаются разными путями. Речь идет, к примеру, о появлении внешней разности потенциалов на бортах системы полосок при измерениях вольт-амперной характеристики (ВАХ) неоднородного диска Корбино в режиме КЭХ. Качественно иначе влияет на их свойства вихревое поле, возникающее в диске Корбино при варьировании со временем амплитуды магнитного поля  $H(t)$ , нормального поверхности диска. Возможны силовые возмущения равновесия integer-полосок при их вовлечении в динамику краевых магнитоплазмов и т.п. В данной работе говорится о свойствах ВАХ для регулярно неоднородного диска Корбино, содержащего на профиле своей плотности  $n(\mathbf{r})$  целочисленные полоски. (Регулярно неоднородным мы называем диск, 2D плотность электронов которого контролируемо деформирована внешними условиями: влиянием граничных условий, полем управляющего электрода и т.п.; пример диска с контролируемо деформированной плотностью приведен на рис. 4.)

1. Одним из достоинств аналитики (3)–(8) является сравнительно простая возможность обобщения ее результатов на случай слабого возмущения равновесного состояния отдельной полоски внешним полем на бортах полосы.

Рассмотрим отдельный канал шириной  $2w_l$  с разностью потенциалов  $\pm V \ll \hbar\omega_c$  на его бортах. Закон Ома в диффузионном представлении (т.е. с учетом возможного вклада диффузии) определяет плотность тока  $j_x$  формулой

$$j_x = \frac{\sigma_{xx}}{e} \frac{\partial \mu}{\partial x}, \quad \mu(x) = e\varphi(x) + \zeta(x). \quad (19)$$

Здесь  $\varphi(x)$  — электродпотенциал задачи,  $\zeta(x)$  — химическая часть электрохимического потенциала  $\mu(x)$  (3) для идеальных электронов в сильном магнитном поле,  $\sigma_{xx}$  — проводимость в омическом приближении.

Согласно общим положениям КЭХ [3–5], диагональная составляющая проводимости  $\sigma_{xx}(H)$  — осциллирующая функция  $H$ , которая при низких температурах  $T \ll \hbar\omega_c$  обращается в нуль для целочисленных значений фактора заполнения. В интересующей нас пространственно неоднородной задаче целочисленный фактор заполнения исходно имеет лишь одна точка с координатой  $x_l$  (1). Но именно здесь в равновесных условиях  $\partial\mu/\partial x = 0$ , и точка с целочисленными свойст-

вами размывается в конечный интервал  $-w_l \leq x \leq +w_l$ . Возникает integer-полоска, на которой, по определению, фактор заполнения целочислен. Следовательно, в омическом приближении ток (19) равен нулю по двум причинам:  $\sigma_{xx}(v_l) = 0$  и  $\partial\mu/\partial x = 0$ . Канал дважды непроницаем для тока  $j_x$  в направлении, нормальном его оси:

$$\sigma_{xx}^\perp \equiv \sigma_{xx}(v_l) \equiv 0, \quad (20)$$

что и подтверждается формулой (20). С одной оговоркой. Появление внешней разности потенциалов  $\pm V$  не должно нарушать равновесных свойств канала (имеется в виду обращение в нуль градиента электрохимического потенциала), что, собственно, и должно проверяться аналитически в духе (3)–(8) (см. [21]) либо численно на пути (9)–(14) (см. [12,22]).

Внешнее поле поляризует все проводящие прослойки между целочисленными полосками, что приводит к изменению их потенциалов и, как следствие, возникновению дополнительных разностей потенциалов

$$\delta\phi_l = \phi_l - \phi_{l+1} \quad (21)$$

на берегах каждого из целочисленных каналов. Эти разности не затрагивают решения интегрального уравнения (7), но уже в линейном приближении меняют ширину каналов [21]:

$$w_l^2(V) = 2\kappa(\hbar\omega_c \pm e\delta\phi_l)/(\pi^2 e^2 dn(x_l)/dx). \quad (22)$$

Знаки  $\pm$  в определении (22) зависят от того, способствует  $\delta\phi_l \neq 0$  разделению зарядов в данном канале или препятствует ему (напомним, что энергия  $\hbar\omega_c$  всегда стимулирует этот процесс).

Очевидно,

$$w_l^2(V) = 0, \quad (23)$$

если

$$(\hbar\omega_c \pm e\delta\phi_l) = 0. \quad (23a)$$

Конечно, достижение области (23) — нелинейный эффект с возмущением порядка циклотронной энергии:  $|V|/\hbar\omega_c \leq 1$ . При таких нагрузках формализм (19)–(22) перестает быть надежным. Аргументы (22), (23) дают лишь основания ожидать несимметричности ВАХ для отдельной целочисленной полосы, что и подтверждается экспериментально данными рис. 5. Соответствующие измерения выполнены в [23].

Для нахождения  $\phi_l$  следует ввести понятие емкостей  $C_l$  на единицу длины integer-полоски. В терминах  $C_l$  на «склоне» профиля  $n(x)$  имеется цепочка уравнений

$$C_l \phi_l = C_{l+1}(\phi_{l+1} - \phi_l), \quad (24)$$

которая вместе с требованием

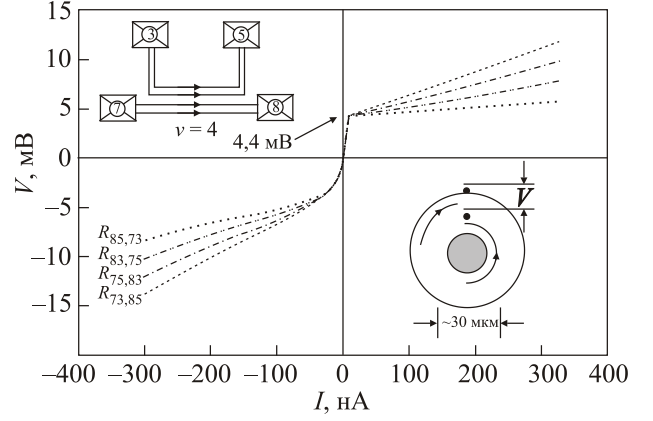


Рис. 5. Корбино диск со специальной конфигурацией управляющих электродов, позволяющей создать условия для измерений ВАХ отдельного целочисленного канала. Речь идет об измерениях ВАХ отдельного канала с использованием 2-х точек, положение которых иллюстрируется схемой в правом нижнем углу рис. 4. Данные из [23].

$$\sum_l^L \phi = V \quad (25)$$

достаточна для определения всех  $\phi_l$  в терминах  $C_l$ .

2. Продолжая тему, авторы [12,22] решают задачу (19)–(22), пользуясь своей схемой рассуждений, называемой ими локальным приближением (local equilibrium). Реально предлагается следующее. Обратимся к известному выражению [13] для  $\sigma_{xx}(v)$ , определяющему осцилляции магнитопроводимости в пространственно однородной задаче при произвольных значениях  $v$ . Приближение local equilibrium позволяет надеяться, что выражение  $\sigma_{xx}(v)$  из [13] остается локально справедливым, если фактор заполнения плавно зависит от координат:  $v \rightarrow v(x)$ . Располагая решением рис. 1 для  $v(x)$ , можно далее построить  $\sigma_{xx}(v(x))$ , т.е. реализовать программу (19)–(22) средствами [12,22] в омическом квазилокальном приближении без специальных усилий на проверку его корректности (кроме теста (15)).

Для реализации намеченного плана используются определения из [13]:

$$j_x = \sigma_{xx} \frac{\partial\phi}{\partial x},$$

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2 g_s}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} dE \left[ -\frac{df}{dE} \right] \sum_{l=0}^{\infty} \left( 2l + \frac{1}{2} \right) [\sqrt{\pi} \Gamma A_l(E)]^2, \quad (26)$$

$A_l(E)$  и  $\Gamma$  — из (13),  $g_s$  — спиновый фактор.

Вместе с

$$v = 2\pi l_m^2 \int dE f(E - \mu) D(E) \quad (27)$$

и зависимостью  $v(x)$  (рис. 1) можно построить искомое выражение для  $\sigma_{xx}(v(x))$ , что и сделано в совокупности графиков на рис. 6.

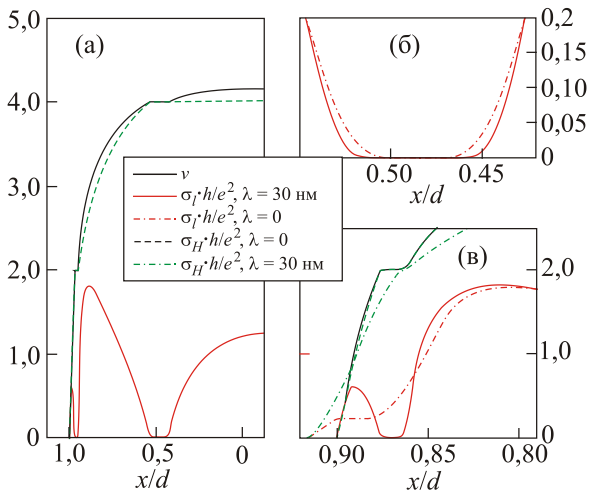


Рис. 6. Филлинг-фактор (верхние части рисунков (а), (б)) и профили проводимости  $\sigma_{xx}$  (нижние части рисунков (а), (б)) для левой половины симметричного образца с  $d = 1,5$  мкм,  $n_s = 4 \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup>,  $b = 0,9d$ , рассчитанные в рамках приближения TFPА–SCBA (рис. 5 из [12]).

Комментируя результаты [12] (рис. 6), прежде всего отметим интересное для приложений свойство  $\sigma_{xx}(\nu(x))$  иметь нулевые значения в областях, где расположены integer-полоски (результат, коррелирующий со свойством (20)). Это не удивительно, ибо затравочное определение  $\sigma_{xx}(\nu)$  (26) [13] имеет такие нулевые точки при целочисленных значениях фактора заполнения, а локальное приближение [12] растягивает эти точки в полосы  $2w_l$  конечной ширины.

Настораживает «неустойчивость» расчетов для проводимости при изменении параметра  $\lambda$  от нулевого значения до масштаба  $\lambda \approx 3$  нм (правая нижняя вставка на рис. 6).

3. Разобравшись со свойствами проводимости  $\sigma_{xx}^\perp$  с точностью, следующей из определений (26), (27), поговорим о возможных приложениях этой информации. Важное из них — влияние целочисленных каналов на ВАХ диска Корбино в режиме КЭХ, называемое 2D-сообществом «магнитный пробой КЭХ».

Примеры нелинейности ВАХ с общим названием «магнитный пробой КЭХ» широко известны. Явление обнаружено впервые на Hall bar образцах [24] почти сразу после открытия КЭХ. Типичная ВАХ для образца в форме диска Корбино приведена на рис. 7 (основа взята из [25]). Характерна широкая «полка» с  $dI(V)/dV \rightarrow 0$  в области  $0 \leq V \leq V_{\text{break}}$  и наличие конечного значения  $V_{\text{break}}$  в окрестности  $V_{\text{min}}$ , начиная с которого ток  $I(V)$  резко увеличивается.

Происхождение  $V_{\text{break}}$  (рис. 7) в магнитном пробое КЭХ интересовало в разное время многих авторов. Пробой Зинера [26], термоэффекты [24,27–29], переходы между электронными уровнями с излучением фононов [30,31]. Положение дел к концу 90-х представлено в обзоре [32].

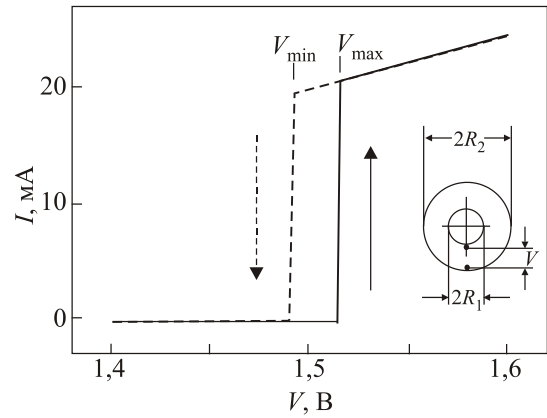


Рис. 7. Типичный пример ВАХ для образца в форме диска Корбино. Основа взята из [25]. Гистерезис в окрестности полей  $V \leq V_{\text{break}}$  связан с дополнительными внешними возмущениями ВАХ, использованными в [25] и не влияющими на происходящее в ее начальной стадии. Внизу справа — цилиндрически симметричный диск Корбино. Точки съема напряжения  $V$  находятся на берегах диска.

Реально область малых  $V \ll V_{\text{break}}$  может определять индивидуальность данного вида магнитного пробоя КЭХ. Так, ВАХ (рис. 7) содержат дополнительно информацию о четном поведении ВАХ( $V$ ):

$$I(V) = I(-V). \quad (28)$$

На самом рисунке четная часть  $IVC(V)$  опущена. Вставка на рис. 7 содержит схему Корбино диска с размерами  $R_2$  и  $R_1$ , определяющими его внешний и внутренний радиусы. Измерительные точки  $V$  находятся на бортах диска (что немаловажно для симметричных утверждений типа (28)).

Кроме того, важны параллельные измерения  $\sigma_{xx}(H)$ , свидетельствующие о наличии конечных интервалов  $H$ , на которых

$$d\sigma_{xx}(H)/dH = 0, \quad H_{\text{min}} \leq H \leq H_{\text{max}}. \quad (29)$$

Для наглядности эти детали в зависимости  $\sigma_{xx}(H)$  из [25] приведены на рис. 8.

На языке integer-полосок четность ВАХ( $V$ ) (28) (ВАХ отдельного канала на рис. 5 устроена иначе) объясняется симметричностью по отношению к бортам распределения плотности  $n(x) = n(-x)$ , см. вставку на рис. 8. Неоднородность такого типа, как правило, присутствует в дисках Корбино с измерительными электродами (см. также рис. 3). При этом целочисленные каналы возникают парами. Схематически пара каналов на фоне неоднородного профиля  $n(x)$  изображена на вставке на рис. 8. Каждая из полосок содержит внутренние поля:  $E_{\uparrow}$ ,  $E_{\downarrow}$  — одинаковые по величине и противоположные по направлению. Локализация этих полей на схеме рис. 8 маркирована стрелками: ( $\Rightarrow$ ), ( $\Leftarrow$ ).

Внешнее возмущение  $2V$  прикладывается между бортами Корбино диска. При этом падение напряже-

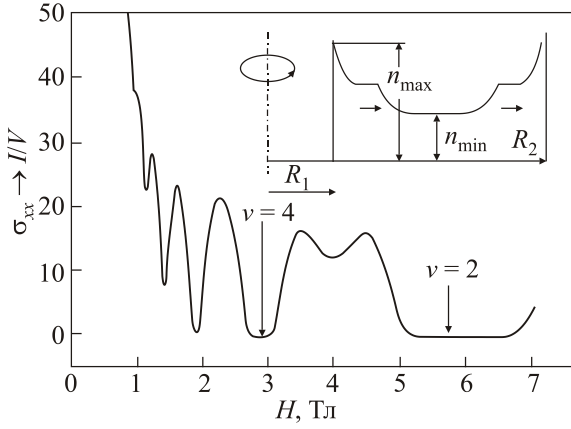


Рис. 8. Пример поведения отношения  $I/V$  для диска Корбино в зависимости от напряженности магнитного поля, нормального плоскости диска. Согласно комментариям к формуле (19), данные вдоль ординаты говорят не о поведении  $\sigma_{xx}(H)$ , а о радиальном токе  $I(V)$  через диск Корбино, что и отмечено в замене  $\sigma_{xx} \rightarrow I/V$  на оси ординат. Его значения могут быть нулевыми в областях с  $\partial\mu/\partial x_k = 0$ . Две такие конечные области с факторами заполнения  $\nu = 2$  и  $\nu = 4$ , отмеченные стрелками, взяты из [25]. Вставка иллюстрирует разрез диска в радиальном направлении. (Радиусы  $R_1$ ,  $R_2$  отсчитаны от оси симметрии.) Детали профиля  $n(x)$ , положение целочисленных полок на нем между экстремальными значениями  $n_{\min}$  и  $n_{\max}$  с электрическими полями внутри полосок в форме «белых» стрелок и возмущение полей за счет внешней разности потенциалов в форме «черных» стрелок.

ния распределяется поровну между полосками. Внутри них возникают комбинации внутренних и внешних полей:  $E_{\uparrow} + E_{\downarrow}$ ,  $-E_{\uparrow} + E_{\downarrow}$  — одна из которых суммарно растет, а другая падает. Очевидно, при включении  $2V$  между бортами (как это представлено на рис. 8) суммарная ВАХ( $V$ ) должна быть симметричной. Эксперимент (рис. 8) подтверждает это свойство: ВАХ, измеряемая между бортами диска, симметрична относительно точки  $V = 0$ .

Свойство (29) также содержится среди характеристик ВАХ с неоднородной плотностью  $n(x) = n(-x)$ . Integer-полоски возникают в зоне  $n_{\min} \leq n_{\uparrow} \leq n_{\max}$  (рис. 8). При этом радиальный ток должен оставаться нулевым на конечном интервале магнитных полей:  $H_{\min} \leq H_{\uparrow} \leq H_{\max}$ . Полагая, что все происходящее связано с рождением и перемещением вдоль профиля  $n(x)$  одной пары каналов, для одного из интервалов магнитного поля (например, с  $\nu = 4$ ) имеем

$$n_{\min} l_{\min}^2 = 4, \quad n_{\max} l_{\max}^2 = 4, \quad l_i^2 = \text{const}/H_i^{(4)}, \quad (30)$$

$$(l_{\min}^2 - l_{\max}^2)^{(4)} = 4 \frac{(n_{\max} - n_{\min})}{n_{\max} n_{\min}}, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} (l_{\min}^2 - l_{\max}^2)^{(4)} &= \frac{2c\hbar}{e} \left( \frac{1}{H_{\min}^{(4)}} - \frac{1}{H_{\max}^{(4)}} \right) = \\ &= \text{const} \frac{(H_{\max}^{(4)} - H_{\min}^{(4)})}{H_{\max}^{(4)} H_{\min}^{(4)}}. \end{aligned} \quad (32)$$

Комбинация вида (32) для  $\nu = 2$  выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} (l_{\min}^2 - l_{\max}^2)^{(2)} &= \frac{2c\hbar}{e} \left( \frac{1}{H_{\min}^{(2)}} - \frac{1}{H_{\max}^{(2)}} \right) = \\ &= \text{const} \frac{(H_{\max}^{(2)} - H_{\min}^{(2)})}{H_{\max}^{(2)} H_{\min}^{(2)}}. \end{aligned} \quad (33)$$

Используя далее (30), (31) и предположение о сохранении формы  $n(x)$  при переходе от одной степени  $\nu = 4$  целочисленного заполнения к другой  $\nu = 2$ , имеем

$$\frac{1}{4} (l_{\min}^2 - l_{\max}^2)^{(4)} = \frac{1}{2} (l_{\min}^2 - l_{\max}^2)^{(2)},$$

или

$$\frac{1}{4} \frac{(H_{\max}^{(4)} - H_{\min}^{(4)})}{H_{\max}^{(4)} H_{\min}^{(4)}} = \frac{1}{2} \frac{(H_{\max}^{(2)} - H_{\min}^{(2)})}{H_{\max}^{(2)} H_{\min}^{(2)}},$$

или

$$\frac{(H_{\max}^{(2)} - H_{\min}^{(2)})}{(H_{\max}^{(4)} - H_{\min}^{(4)})} = 2 \frac{H_{\max}^{(2)} H_{\min}^{(2)}}{H_{\max}^{(4)} H_{\min}^{(4)}} > 1. \quad (34)$$

Соотношение (34) показывает, что интервал магнитных полей с нулевыми значениями тока в окрестности  $\nu = 2$  должен быть значительно шире аналогичного «люка» в области  $\nu = 4$ , что и наблюдается. Информация содержится среди данных рис. 8. Ординату на этом рисунке следует понимать в смысле  $\sigma_{xx}(H) \rightarrow I(H)/V$ , где  $I(H) \propto j_x$  — полный ток через структуру Корбино, плотность тока  $j_x$  — из (19).

Резюмируя, формализм с использованием формул (19), (20) содержит естественное объяснение деталей ВАХ, представленной на рис. 8. Нелинейность ВАХ( $V$ ) в начальной стадии по  $V$  связана с непроницаемостью (20) для тока, нормального оси integer-полоски. Свойство  $d\sigma_{xx}(H)/dH = 0$  (29) означает, что полоска непроницаема для тока в интервале магнитных полей, перемещающих ее вдоль профиля  $n(x)$  в интервале полей  $H_{\min} \leq H \leq H_{\max}$ .

Совокупность утверждений (19), (29), (34) выглядит согласованной, позволяя трактовать ВАХ диска Корбино в терминах, использующих регулярную неоднородность его электронной плотности.

4. Среди возмущений, способных реагировать на присутствие в образце integer-полосок, могут быть перемен-



ные поля, сопровождающие возбуждение краевых магнитоплазмонных (КМП). Повод для такого заключения дают эксперименты Кукушкина с соавторами [33–35]. Их основная цель — систематическое изучение свойств так называемых мягких, или «акустических», КМП в полупроводящих образцах.

Одним из необходимых условий существования акустических КМП является «мягкость» профиля заряженных частиц на периметре ограниченной 2D заряженной системы,  $n(r)|_{r=R} \rightarrow 0$ . Пример такого поведения плотности дает рис. 1. Специальное внимание к условиям  $n(r)|_{r=R} \rightarrow 0$  в задачах о свойствах КМП вполне объяснимо. Необходимым в постановке всех классических задач с краевыми плазменными колебаниями является требование обращения в нуль на границе образца нормальной компоненты возбуждаемого тока:

$$j_n(r \rightarrow R) = 0. \quad (35)$$

Здесь  $R$  — радиус 2D проводящего диска в простейшей постановке задачи о свойствах КМП, когда плотность заряда  $n(\mathbf{r})$  предполагается однородной вплоть до границы  $r = R$ . Если же граница «мягкая», т.е.  $n(r)|_{r=R} \rightarrow 0$  (что вполне актуально в 2D системах с управляющими электродами), условие (35) выполняется автоматически. И это обстоятельство не может оставаться без последствий для общего спектра КМП в системах с мягким профилем  $n(\mathbf{r})$ .

Расчет деталей классического спектра КМП в системе с «эллиптическим» профилем плотности [36] подтверждает эти предположения. На фоне дискретного плазменного спектра для диска с конечным радиусом  $R$  и зеемановским расщеплением в магнитном поле  $H$  каждой из собственных частот возникает акустическая мода, растущая при возрастании  $H$  от нуля до некоего максимума (отсюда название «акустическая»,  $ac$ -мода), после чего начинается ее убывание примерно как  $H^{-1}$ .  $Ac$ -мода была обнаружена в свое время Вайненом с соавторами [37] на диске из поверхностных ионов в жидком гелии именно в ее акустической стадии прохождения через максимум в функции от магнитного поля. Различные (перечисленные в [33–35]) попытки реализовать такие эксперименты в системах с вырожденным электронным газом пока безуспешны.

На практике в ожидаемом для  $\omega_{ac}$  интервале частот видна мода с частотой, монотонно убывающей при увеличении магнитного поля, но не в режиме  $\omega_{ac}(H) \propto H^{-1}$ , а с исчезновением пороговым образом до нуля в магнитных полях, отвечающих целочисленному заполнению однородной части 2D системы [33–35],

$$\omega_{ac}^j(H) \propto (H - H_j)^{\alpha_j}, \quad \alpha_j < 1. \quad (36)$$

Для объяснения наблюдений (36) в работе Шикина, Назина [38] предложено использовать механизм с уча-

стием integer-полосок. При монотонном возрастании магнитного поля очередная integer-полка возникает вблизи «мягкого» периметра (см. рис. 1), постепенно с ростом  $H$  перемещаясь в глубь 2D системы. Допуская, что одновременно на профиле  $n(\mathbf{r})$  реализована лишь одна ступенька, и вспоминая о ее проводящих свойствах (20), нетрудно прийти к заключению о резком изменении граничного условия на эффективном периметре  $R^*$  диска в динамике КМП. Вместо требования (35) на мягкой границе, когда  $n(r)|_{r=R} \rightarrow 0$ , возникает, согласно (20), условие

$$j_n(r \rightarrow R^*) = 0, \quad R^* < R, \quad n(r)|_{r=R^*} \neq 0, \quad (37)$$

где  $R^* < R$  — положение только что возникшей integer-полоски, плотность электронов  $n(x_i)$  (1) на которой отлична от нуля. Другими словами, с появлением полки «мягкое» граничное условие, содержащее динамику с модой  $\omega_{ac}(H)$ , сменяется «жестким» требованием (37), мешающим ее существованию.

### Заключение

В предлагаемом цикле, начиная с работ [38,39], систематизируется информация о нелинейных свойствах ВАХ в диске Корбино с регулярно неоднородным распределением плотности электронов в условиях, достаточных для различных проявлений КЭХ. В данном случае речь идет об эффекте, называемом «пробой квантового эффекта Холла». В измерениях с ярко выраженными признаками:  $dI(V)/dV \rightarrow 0$  в области  $0 \leq V \leq V_{break}$  и, одновременно, наличием «окон» с  $d\sigma_{xx}(H)/dH = 0$  в интервалах  $H_{min} \leq H \leq H_{max}$ , использование проводящих свойств integer-каналов для объяснений деталей ВАХ оказывается весьма эффективным (см. рис. 5, 7, 8 и комментарии к этим рисункам). Практически однозначно в этих условиях за детали ВАХ, называемыми «пробой квантового эффекта Холла», ответственны целочисленные полки Шкловского, цилиндрически симметрично расположенные в «теле» диска Корбино (как это изображено на рис. 4).

В обширной «КЭХ» литературе встречаются и более сложные варианты ВАХ для дисков Корбино, содержащие омическую часть и нарастающую с увеличением транспортной разности потенциалов нелинейность. Понятным оказалось сравнение двух результатов [40,41] для ВАХ в условиях «КЭХ» пространственно однородных дисков Корбино, примерно одинаковых по параметрам, но с качественно разными деталями ВАХ в функции от магнитного фактора заполнения (регулируется управляющим напряжением либо магнитным полем, нормальным поверхности 2D системы). Разницу удается объяснить [38], если плотности состояний 2D систем в образцах [40,41] качественно различны. В этом случае, как следует из расчетов [10–12] (см. также рис. 1), диффузионные части задачи ведут себя по-

разному, что и служит, согласно [38], причиной различий ВАХ [40,41].

Еще один пример, требующий более аккуратного (чем в рамках (26), (27)) обсуждения свойств ВАХ диска Корбино, возникает из анализа работы [41]. Здесь приведены совместные данные о величине  $\sigma_{xx}(H)$  для диска Корбино в экстремальной по магнитному полю области. И одновременно выполнены измерения  $\rho_{xx}(H)$  в Hall bar геометрии для тех же значений магнитного поля. Согласно (26) и данным рис. 6, оба типа измерений, легко пересчитываемые из одного представления к другому в однородном случае и с такой же степенью соответствия эквивалентные друг другу в образцах с регулярной неоднородностью электронной плотности, должны выдавать одинаковый результат. В действительности все не так. Измерения  $\rho_{xx}(H)$  в Hall bar геометрии качественно не совпадают с данными Корбино геометрии. Разобраться с этим парадоксом можно, обращая внимание на разницу определений плотности тока в представлениях (19) и (26). Этот анализ будет выполнен в отдельной работе.

### Приложение

Исходной в предлагаемых выкладках является общая связь между  $n(x)$  и микрохарактеристиками электронной системы в приближении среднего поля (в задачах, подобных обсуждаемой, связь интересующего нас типа использовалась, например, в [13,42])

$$n(x) = \frac{g}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_y \sum_l |\psi_l(x-x_0)|^2 f[\varepsilon_l(p_y) - \mu], \quad (\text{П1})$$

$$x_0 = -l_H^2 q_y, \quad p_y = \hbar q_y, \quad \int |\psi_l(x)|^2 dx = 1, \quad T \ll \hbar\omega_c.$$

Здесь  $g$  — спиновое вырождение,  $|\psi_l(x-x_0)|^2$  — квадрат  $l$ -й волновой функции,  $\varepsilon_l(p_y)$  — электронный спектр для волнового уравнения в скрещенных магнитном и электростатическом  $U(x)$  полях,  $f(x)$  — функция Ферми,  $\mu$  — положение электрохимического потенциала. Для определенности поле  $U(x)$  выписано для гетероструктуры, состоящей из двух слоев. В одном из них собраны полностью ионизированные доноры с плотностью  $n_d$ . Латеральные размеры этого слоя  $-w \leq x \leq +w$  фиксированы. В другом, отстоящем от первого на расстоянии  $2h$ , расположена 2D электронная система с плотностью  $n_0(x)$ . Ее латеральные размеры  $\pm b$  определяются общим условием нейтральности. Аналитические детали в определении поля  $U(x)$  и распределения электронной плотности  $n_0(x)$  в отсутствие магнитного поля приведены для их сравнения с численными расчетами, представленными на рис. 1.

Одно из дополнительных (наряду с использованием среднего поля) упрощений, систематически используемых для описания свойств замагниченных электронов в неоднородных средах, — приближение дрейфовой

скорости. Полагается, что в сильных полях в поисках общей, достаточно гладкой картины неоднородных полей можно пренебрегать быстрыми осцилляциями электронного движения вокруг дрейфовой орбиты (см., например, [43,44]). Кроме того, лишь в этом приближении можно «добраться» до картины целочисленных полосок из [1,2]. Итак,

$$\varepsilon_l(p_y) \approx \hbar\omega_c \left(l + \frac{1}{2}\right) + U(x_0),$$

$$U(x) = e\varphi_1(x, +d) + e\varphi_2(x, +d), \quad (\text{П2})$$

$$n_d = \text{const}, \quad z = -h, \quad -w \leq x \leq +w,$$

$$e\varphi_1(x, z) + e\varphi_2(x, z) = \text{const}, \quad z = +h, \quad -b \leq x \leq +b,$$

$$\varphi_1'(x, z) = \frac{2e}{\kappa} \int_{-b}^{+b} \frac{(x-s)n_0(s)}{(x-s)^2 + (z-h)^2} ds,$$

$$\varphi_2'(x, z) = -\frac{2e}{\kappa} \int_{-w}^{+w} \frac{(x-s)n_d}{(x-s)^2 + (z+h)^2} ds,$$

$$N = \int_{-b}^{+b} n_0(x) dx = 2wn_d. \quad (\text{П3})$$

Отсюда

$$\frac{e^2}{\kappa} n_0(x) = -\frac{1}{\pi^2} \sqrt{b^2 - x^2} \int_{-b}^{+b} \frac{\Phi'(s) ds}{\sqrt{b^2 - s^2} (s-x)}, \quad (\text{П4})$$

$$\Phi(x) = \ln \frac{w+x}{w-x} - \ln \sqrt{\frac{(w+x)^2 + 4h^2}{(w-x)^2 + 4h^2}},$$

$\kappa$  — диэлектрическая постоянная среды,  $w \gg h$  — один из латеральных размеров сэндвича, структура в целом нейтральна. Располагая (П4) и условием (П.3), нетрудно посчитать величину  $2b \neq 2w$  в терминах  $2wn_d$  и деталей поведения  $\Phi(x)$ . Как и ожидалось (в силу общей нейтральности задачи), плотность  $n_0(x)$  (П4) вместе с подложкой из доноров образовали в окрестности точек  $\pm w$  дипольные окончания с плечом диполей порядка  $h \ll w$ . Подобное свойство:  $dn_0/dx|_{x \rightarrow \pm b} \neq 0$  — частное проявление обычного устройства границы 2d металла: в окрестности точек  $\pm w$ , фиксирующих границы распределения доноров  $n_d$ , электронная плотность  $n_0(x)$  теряет свою однородность.

Спектр (П2) имеет интуитивно ожидаемый вид: в глубине 2D металла, где  $U(x) = \text{const}$ , дисперсия  $\varepsilon_l(p_y)$  пропадает. Если же выходить за пределы  $\pm b$  на большие расстояния, энергия  $\varepsilon_l(p_y)$  приобретает дисперсию  $\propto U'$ .

Считая для низколежащих уровней  $l \geq 1$  функцию  $|\psi_l(x-x_0)|^2$  обладающей  $\delta$ -функционными свойствами, выполним в (П1) (с учетом (П2)) интегрирование по  $dp_y$ :

$$v(x) = \sum_{l=1}^N f[\hbar\omega_c(l + \frac{1}{2}) + U(x) - \mu], \quad \int_{-\infty}^{+\infty} v(x) dx = \pi l_H^2 N. \quad (\text{П5})$$

Ограничившись в (П1), (П5) двумя нижними уровнями Ландау, инвертируем полученное выражение относительно  $\mu$ :

$$\mu(H, v, x) = \hbar\omega_c + U(x) - T \ln S(H, v(x)), \quad (\text{П6})$$

$$S(H, v) = 1/2(1/v - 1) + \sqrt{(1/4)(1/v - 1)^2 + \varepsilon(2/v - 1)},$$

$$-T \ln S = \begin{cases} 0, & v \rightarrow 1-0 \\ \hbar\omega_c/2, & v \rightarrow 1+0 \end{cases}, \quad (\text{П7})$$

$$\varepsilon = \exp\left(-\frac{\hbar\omega_c}{T}\right) \ll 1, \quad (\text{П8})$$

$v(x) = \pi l_H^2 n(x)$  — соответствующий фактор заполнения. Результаты (П6)–(П8) приведены в основном тексте формулами (4)–(6).

Процедура (П6)–(П8) лишает наше рассмотрение общности по индексу  $l$ , но сохраняет главный мотив: желание иметь согласованное решение задачи об integer-полоске в духе [1,2]. В этой задаче согласование оказывается качественно важным, особенно в специальных точках  $x_l$  на профиле  $n(x)$ , имеющих целочисленное значение фактора заполнения  $v_l$ :

$$\pi l_H^2 n(x_l) = v_l, \quad v_l = 1, 2, 3, 4... \quad (\text{П9})$$

( $l_H^2$  — квадрат магнитной длины). В их окрестности разыгрывается энергетически выгодная автоперестройка локальной плотности вплоть до создания полуконечной ширины  $2w_l$  с целочисленным фактором заполнения. Определение  $w_l$  — см. формулу (8) основного текста.

1. D. Chklovskii, B. Shklovskii, and L. Glazman, *Phys. Rev. B* **46**, 4026 (1992).
2. D. Chklovskii, K. Matveev, and B. Shklovskii, *Phys. Rev. B* **47**, 12605 (1993).
3. V. Halpern, *Phys. Rev. B* **25**, 2185 (1982).
4. M. Butiker, *Phys. Rev. B* **38**, 937523 (1988).
5. M. Butiker, *J. Research and Develop.* **32**, 31719 (1988).
6. В. Шикин, С. Назин, *ЖЭТФ* **140**, 350 (2011).
7. S. Nazin and V. Shikin, *Phys. Rev. B* **84**, 153310 (2011).
8. В. Шикин, Ю. Шикина, *ФТТ* **39**, 742 (1997).
9. В. Шикин, *Письма в ЖЭТФ* **73**, 283 (2001); *ibid.* **73**, 605 (2001).
10. K. Lier and R. Gerhardts, *Phys. Rev. B* **50**, 7757 (1994).
11. J. Oh and R. Gerhardts, *Phys. Rev. B* **56**, 13519 (1997).
12. A. Siddiki and R. Gerhardts, *Phys. Rev. B* **70**, 195335 (2004).

13. T. Ando, A. Fauler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).
14. I. Kukushkin and V. Timofeev, *Adv. Phys.* **45**, 147 (1996).
15. A. MacDonald, T. Rice, and W. Brincman, *Phys. Rev. B* **47**, 3648 (1983).
16. В. Шикин, *ФНТ* **20**, 1158 (1994) [*Low Temp. Phys.* **20**, 910 (1994)].
17. V. Shikin, *Phys. Rev. B* **64**, 245335 (2001).
18. В. Шикин, *ФТТ* **45**, 696 (2003).
19. W. Dietsche, K. von Klitzing, K. Ploog, and K. Eberl, *Semicond. Sci. Technol.* **10**, 117 (1995).
20. W. Dietsche, K. von Klitzing, and K. Ploog, *Surf. Sci.* **361**, 117 (1996).
21. В. Шикин, *Письма в ЖЭТФ* **84**, 29 (2006).
22. K. Guven and R. Gerhardts, *Phys. Rev. B* **67**, 115327 (2003).
23. A. Wurtz, R. Wildfeuer, A. Lorke, E.V. Deviatov, and V.T. Dolgoplov, *Phys. Rev. B* **65**, 075303 (2002).
24. G. Ebert, K. von Klitzing, K. Ploog, and G. Weimann, *J. Phys. C* **16**, 5441 (1983).
25. N. Kalugin, B. Sagol, A. Bus, A. Hirsch, C. Stellmach, G. Hein, and G. Nachtwei, *Phys. Rev. B* **68**, 125313 (2003).
26. M. Cage, R. Dziuba, B. Field, E.R. Williams, S.M. Girvin, A.C. Gossard, D.C. Tsui, and R.J. Wagner, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1374 (1983).
27. S. Komijama, T. Takamsau, S. Hiyamizu, and S. Sasa, *Solid State Commun.* **54**, 479 (1985).
28. А.Вл. Гуревич, Р.Г. Минц, *Письма ЖЭТФ* **39**, 381 (1984).
29. P. Streda, *J. Phys. C* **19**, L155 (1986).
30. O. Heinonen, P. Taylor, and S. Girvin, *Phys. Rev. B* **30**, 3016 (1984).
31. P. Streda and K. von Klitzing, *J. Phys. C* **17**, 1483 (1984).
32. Для обзора см. G. Nachtwei, *Physica E (Amsterdam)* **4**, 79 (1999) (и ссылки там).
33. Д. Сметнев, В. Муравьев, И. Андреев, И. Кукушкин, *Письма ЖЭТФ* **94**, 141 (2011).
34. И. Андреев, В. Муравьев, И. Кукушкин, *Письма ЖЭТФ* **96**, 588 (2012).
35. I. Andreev, V. Muravev, D. Smetnev, and I. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **86**, 125315 (2012).
36. С. Назин, В. Шикин, *ФНТ* **15**, 227 (1989) [*Low Temp. Phys.* **15**, 127 (1989)].
37. P. Elliott, C. Pakes, L. Skrbek, and W. Winen, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3713 (1995).
38. В. Шикин, *ФНТ* **42**, 23 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 17 (2016)].
39. В. Шикин, С. Назин, *ФНТ* **43**, 143 (2017) [*Low Temp. Phys.* **43**, 120 (2017)].
40. A. Shahkin, V. Dolgoplov, and S. Dorojkin, *Sov. Phys. JETP* **64**, 1124 (1986).
41. D. Tsui, H. Stormer, and A. Gossard, *Phys. Rev. B* **25**, 1405 (1982).
42. S. Laux, D. Frank, and F. Stern, *Surf. Sci.* **196**, 101 (1988).
43. S. Iordansky, *Solid State Commun.* **43**, 1 (1982).
44. A. MacDonald, T. Rice, and W. Brinkman, *Phys. Rev. B* **28**, 3648 (1983).

**Integer channels in nonuniform nonequilibrium  
2D systems**

V. Shikin

Nonequilibrium properties of integer channels in nonuniform 2D electron (hole) systems in presence of strong magnetic field are discussed. The results of this consideration are used for the qualitative explanation of

Corbino disk current-voltage characteristics (IVC) under quantum Hall effect (QHE) condition. This effect with varying details is confidently observed in Hall bar and Corbino geometries of the used cells. Especially evident “breakdown of the QHE” in the Corbino samples, allowing an explanation of a number of features.

PACS: 52.20.-j Elementary processes in plasmas.

Keywords: 2D electron system, quantum Hall effect.