

Перенос возбужденного состояния между двумя кубитами через открытый волновод

А.Н. Султанов, Я.С. Гринберг

Новосибирский государственный технический университет

пр. К. Маркса, 20, г. Новосибирск, 630073, Россия

E-mail: yakovgreenberg@yahoo.com

Статья поступила в редакцию 12 октября 2017 г., опубликована онлайн 25 января 2018 г.

Рассчитаны амплитуды вероятности процессов, соответствующих переносу возбужденного состояния от одного кубита к другому, посредством непрямого взаимодействия через открытый волновод. Рассматриваемая система состоит из двух кубитов, расположенных на произвольном расстоянии друг от друга. Используемый метод эффективного неэрмитового гамильтониана позволяет решить задачу вне марковских приближений. Получены аналитические выражения, описывающие вероятность переноса возбужденного состояния между кубитами, при разных начальных состояниях системы.

Розраховано амплітуди ймовірності процесів відповідних переносу збудженого стану від одного кубіта до іншого, за допомогою непрямої взаємодії через відкритий хвилевід. Система, що розглядається, складається з двох кубітів, розташованих на відстані один від одного. Використаний метод ефективного неермітового гамільтоніана дозволяє розв'язати задачу поза марковських наближень. Отримано аналітичні вирази, що описують ймовірність перенесення збудженого стану між кубітами при різних початкових станах системи.

PACS: 42.50.Hz Сильные возбуждения оптических переходов в квантовых системах; многофотонные процессы; динамический штарковский сдвиг;
85.25.Am Характеристики сверхпроводящих устройств, конструирование, моделирование;
85.25.Hv Сверхпроводящие логические элементы и запоминающие устройства; микрорезонаторные схемы.

Ключевые слова: кубит, сверхпроводящий резонатор, микроволновый фотон.

1. Введение

В протоколах квантовой обработки информации требуется наличие большого числа связанных квантовых битов (кубитов). Одной из основных составляющих этих протоколов является когерентная передача состояния между кубитами [1]. Для этого необходимо иметь различные варианты физических систем, в которых можно осуществить данную передачу. Один из вариантов передачи состояния — квантовая телепортация, когда мы предварительно создаем запутанное состояние [2]. Иным вариантом передачи состояния является непосредственный перенос самого кубита, что может быть реализовано в квантовой оптике с реальными атомами [3]. Другим вариантом является использование фотонов для обеспечения передачи состояния посредством непрямого взаимодействия между кубитами. С точки зрения быстродействия и надежности при передаче информации на

большие расстояния фотоны служат наиболее перспективными и успешными кандидатами на роль переносчика состояния кубита. Для масштабируемых структур наиболее перспективны твердотельные квантовые системы на кристалле. В работах [4–7] рассмотрены системы с двумя кубитами, помещенными каждый в свой резонатор. В [8,9] исследована система, в которой реализуется передача состояния между двумя потоковыми кубитами в одном резонаторе. Реализация робастного переноса состояния в системе с взаимодействующими квантовыми точками представлена в работе [10]. Таким образом, осуществление надежного и контролируемого переноса состояния между кубитами, лежащего в основе квантовых вычислительных алгоритмов, остается актуальной задачей.

В данной статье рассмотрена система с двумя разнесенными в пространстве кубитами в открытом волноводе. В такой системе отсутствует дополнительное

ограничение на частоты фотонов, связанное с наличием резонаторов с определенной фундаментальной частотой. С помощью метода неэрмитового гамильтониана, который подробно описан в приложении к квантовым электромагнитным цепям в работах [11,12], нами получены аналитические выражения, описывающие вероятность процесса передачи возбужденного состояния от одного кубита к другому без введения марковских приближений, что позволяет учесть эффекты запаздывания и влияние расстояния между кубитами на исследуемые характеристики.

2. Описание системы и метода

Исследуемая система состоит из открытого волновода, по которому могут распространяться фотоны с произвольной частотой ω_k . Наличие фотона с этой частотой описывается вектором $|k\rangle$. Таким образом, волновод можно описать с помощью бозонных операторов рождения c_k^\dagger и уничтожения c_k гамильтонианом H_{wg} :

$$H_{wg} = \sum_k \hbar\omega_k c_k^\dagger c_k.$$

Два кубита с частотами перехода Ω_1 и Ω_2 из основного $|g_i\rangle$ в возбужденное $|e_i\rangle$ состояние, расположенных на расстоянии d друг от друга (координата первого кубита $x_1 = -d/2$, координата второго кубита $x_2 = d/2$; $x_2 - x_1 = d$), взаимодействуют с открытым волноводом с константой взаимодействия ξ_1 и ξ_2 соответственно. Таким образом, полный гамильтониан системы можно записать в следующем виде:

$$H = \sum_k \hbar\omega_k c_k^\dagger c_k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \hbar\Omega_i \sigma_z^{(i)} + \sum_k \sum_{i=1}^2 \hbar\xi_i \left(c_k^\dagger \sigma_-^{(i)} \exp(-jkx_i) + c_k \sigma_+^{(i)} \exp(jkx_i) \right), \quad (1)$$

где σ_z, σ_x — спиновые операторы Паули, а $\sigma_+^{(i)} = |e_i\rangle\langle g_i|$, $(\sigma_-^{(i)} = |g_i\rangle\langle e_i|)$ — операторы повышения (понижения) состояния i -го кубита.

Использование метода неэрмитового гамильтониана требует определения набора состояний из пространства Гильберта. Мы ограничимся рассмотрением однофотонных процессов, что позволяет выделить из всего гильбертова пространства следующий набор векторов состояний:

$$\begin{aligned} |k\rangle \otimes |g_1, e_2\rangle &\equiv |k\rangle \otimes |a\rangle, \\ |k\rangle \otimes |e_1, g_2\rangle &\equiv |k\rangle \otimes |b\rangle, \\ |k\rangle \otimes |g_1, g_2\rangle &\equiv |k\rangle \otimes |c\rangle; \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} |0\rangle \otimes |e_1\rangle \otimes |e_2\rangle &\equiv |0\rangle \otimes |1\rangle, \\ |0\rangle \otimes |g_1\rangle \otimes |g_2\rangle &\equiv |0\rangle \otimes |2\rangle, \\ |0\rangle \otimes |e_1\rangle \otimes |g_2\rangle &\equiv |0\rangle \otimes |3\rangle, \\ |0\rangle \otimes |g_1\rangle \otimes |e_2\rangle &\equiv |0\rangle \otimes |4\rangle. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Состояния $|k\rangle \otimes |a\rangle$ и $|k\rangle \otimes |b\rangle$ соответствуют ситуации, когда мы подготовили один кубит в возбужденном состоянии и посылаем один фотон в волновод. В состоянии $|k, c\rangle$ оба кубита находятся в основном состоянии и в волноводе имеется фотон. Данные состояния в рассматриваемом формализме являются внешними, поскольку представляют собой непрерывный спектр энергий:

$$\begin{aligned} E_a &= \omega_k - \frac{1}{2}\Omega_1 + \frac{1}{2}\Omega_2, \quad E_b = \omega_k + \frac{1}{2}\Omega_1 - \frac{1}{2}\Omega_2, \\ E_c &= \omega_k - \frac{1}{2}\Omega_1 - \frac{1}{2}\Omega_2, \end{aligned}$$

что обусловлено произвольной энергией фотона в волноводе. Здесь и далее мы полагаем $\hbar = 1$. В рамках обозначенных взаимодействий возможен переход из внешних состояний, в которых имеется фотон произвольной частоты в волноводе (состояния (2.1)), в одно из внутренних состояний (состояния (2.2)) с дискретным энергетическим спектром. Внешние состояния $|k\rangle \otimes |a\rangle, |k\rangle \otimes |b\rangle$ и $|k\rangle \otimes |c\rangle$ формируют проекционный оператор $P = \sum_{j,k} |k\rangle \otimes |j\rangle \langle j| \otimes \langle k|$, (или в интегральном представлении

$$P = \frac{L}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \sum_j |k\rangle \otimes |j\rangle \langle j| \otimes \langle k|,$$

где $j = a, b, c$, L — длина волновода. Состояния $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle$ формируют проекционный оператор на подпространство внутренних состояний $Q = \sum_{m=1}^4 |m\rangle \langle m|$.

Таким образом, закрытая система, описываемая набором состояний (2.2), распадается вследствие взаимодействия с континуумом, представленным набором внешних состояний (2.1) с непрерывным спектром. Распад закрытой системы, взаимодействующей с континуумом, описывается эффективным неэрмитовым гамильтонианом, собственные значения которого представляют собой комплексные энергии, действительные и мнимые части которых в общем случае зависят от частоты налетающего фотона (эффект запаздывания). При этом эффективный гамильтониан записывается через проекции полного гамильтониана (1) на выбранные проекционные операторы P и Q [11]:

$$H_{\text{eff}} = H_{QQ} + H_{QP} \frac{1}{E - H_{PP} + i\epsilon} H_{PQ}, \quad (3.1)$$

где $H_{XY} = XHY$ ($X, Y = Q, P$).

В (3.1) E — полная энергия системы до рассеяния, которая может соответствовать энергиям системы в исходном состоянии $|k\rangle \otimes |a\rangle, |k\rangle \otimes |b\rangle, |k\rangle \otimes |c\rangle$ или их суперпозиции.

Рассчитывая проекции гамильтониана, приходим к следующему виду эффективного гамильтониана:

$$H_{\text{eff}}(E) = \sum_{n=1}^4 E_n |n\rangle\langle n| + \sum_q \left(\frac{\xi_1^2 |1\rangle\langle 1|}{E - E_a + i\varepsilon} + \frac{\xi_2^2 |1\rangle\langle 1|}{E - E_b + i\varepsilon} + \frac{\xi_1^2 |3\rangle\langle 3|}{E - E_c + i\varepsilon} \right) + \sum_q \left(\frac{\xi_1 \xi_2 |3\rangle\langle 4| \exp(jk(x_1 - x_2))}{E - E_c + i\varepsilon} + \frac{\xi_1 \xi_2 \exp(-jk(x_1 - x_2)) |4\rangle\langle 3|}{E - E_c + i\varepsilon} + \frac{\xi_2^2 |4\rangle\langle 4|}{E - E_c + i\varepsilon} \right). \quad (3.2)$$

В выражении (3.2) слагаемое во второй сумме связано с наличием связи внутренних состояний с континуумом. Поэтому в рамках выбранных однофотонных взаимодействий в нем отсутствуют матричные элементы с состоянием $|2\rangle$.

В матричном виде эффективный гамильтониан имеет следующий вид:

$$H_{\text{eff}}(E) = \begin{bmatrix} H_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_{33} & H_{34} \\ 0 & 0 & H_{43} & H_{44} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

где

$$H_{11}(E) = \frac{1}{2}(\Omega_1 + \Omega_2) + \frac{L}{2\pi} \int dq \left(\frac{\xi_1^2}{E - E_a(q) + i\varepsilon} + \frac{\xi_2^2}{E - E_b(q) + i\varepsilon} \right);$$

$$H_{22}(E) = -\frac{1}{2}(\Omega_1 + \Omega_2);$$

$$H_{33}(E) = \frac{1}{2}(\Omega_1 - \Omega_2) + \frac{L}{2\pi} \int dq \frac{\xi_1^2}{E - E_c(q) + i\varepsilon};$$

$$H_{44}(E) = \frac{1}{2}(\Omega_2 - \Omega_1) + \frac{L}{2\pi} \int dq \frac{\xi_2^2}{E - E_c(q) + i\varepsilon};$$

$$H_{34}(E) = \frac{L}{2\pi} \int dq \frac{\xi_1 \xi_2 \exp(iq(x_1 - x_2))}{E - E_c(q) + i\varepsilon};$$

$$H_{43}(E) = \frac{L}{2\pi} \int dq \frac{\xi_1 \xi_2 \exp(-iq(x_1 - x_2))}{E - E_c(q) + i\varepsilon};$$

Значения интегралов в недиагональных матричных элементах зависят от начального состояния системы. Пример взятия таких интегралов показан в работе [11]. Например, один из интегралов, соответствующий начальному состоянию $|k\rangle \otimes |a\rangle$, будет равен

$$H_{43}(E_a) = \frac{L}{2\pi} \int dq \frac{\xi_1 \xi_2 \exp(-iq(x_2 - x_1))}{\omega_k - \omega_q + \Omega_2 + i\varepsilon} = -i\sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2} \exp\left(i \left(k + \frac{\Omega_2}{v_g} \right) |x_2 - x_1| \right). \quad (3.4)$$

Полная волновая функция системы представима в следующем виде:

$$|\Psi_{in}(E_{in})\rangle = |in\rangle + RH_{QP}|in\rangle + \frac{1}{E_{in} - H_{PP} + i\varepsilon} H_{PQ}RH_{QP}|in\rangle = |in\rangle + |\Psi_Q(E_{in})\rangle + |\Psi_P(E_{in})\rangle, \quad (4)$$

где введена матрица $R = \frac{1}{E - H_{\text{eff}}}$, которая имеет вид, аналогичный (3.3):

$$R(E) = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{33} & R_{34} \\ 0 & 0 & R_{43} & R_{44} \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

Состояние $|in\rangle$ является начальным состоянием системы до рассеяния и может быть одним из состояний непрерывного спектра или же их суперпозиций, а волновая функция $|\Psi_Q(E)\rangle = RH_{QP}|in\rangle$ представляет собой внутреннюю часть волновой функции.

Для примера зададимся начальным состоянием $|k\rangle \otimes |a\rangle$. В этом случае матричные элементы обратной матрицы R равны

$$R_{11} = \frac{1}{E_a - H_{11}} = \frac{1}{\omega_k - \Omega_1 + i\Gamma_1 + i\Gamma_2}; \quad (5.2)$$

$$R_{22} = \frac{1}{E_a - H_{22}} = \frac{1}{\omega_k + \Omega_2}; \quad (5.3)$$

$$R_{33} = \frac{E_a - H_{44}}{D(\omega_k)}; \quad (5.4)$$

$$R_{44} = \frac{E_a - H_{33}}{D(\omega_k)}; \quad (5.5)$$

$$R_{34} = \frac{-H_{34}(E_a)}{D(\omega_k)}; \quad (5.6)$$

$$R_{43} = \frac{-H_{43}(E_a)}{D(\omega_k)}, \quad (5.7)$$

где

$$D(\omega_k) = \left(\omega_k - \frac{1}{2}\Omega_1 + i\Gamma_1 \right) \left(\omega_k - \frac{1}{2}\Omega_2 + i\Gamma_2 \right) + \Gamma_1 \Gamma_2 \exp\left(2i \left(k + \frac{\Omega_2}{v_g} \right) |x_2 - x_1| \right), \quad (6)$$

и мы ввели скорость спонтанного испускания фотона i -м кубитом $\Gamma_i = \frac{\xi_i^2 L}{v_g}$, v_g — групповая скорость фотона в волноводе.

Остальные случаи рассчитываются аналогично, и поэтому в дальнейшем для них мы приведем лишь конечный результат.

$$\begin{aligned} \langle x | \Psi_a(E_a) \rangle = & \exp(ikx) |a\rangle - j\Gamma_1 \exp(jk|x-x_1|) \exp(jkx_1) R_{11}(E_a) |a\rangle - \\ & - j \exp(jkx_1) \exp\left(j\left(k + \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{v_g}\right)|x-x_2|\right) \sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2} R_{11}(E_a) |b\rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

Область $x > x_2$ соответствует прошедшему фотону, а область $x < x_1$ — отраженному фотону.

Первые два слагаемых в (7) описывают фотон после рассеяния, в результате которого конфигурация кубитов сохранилась в состоянии $|a\rangle$. Третье слагаемое в (7) описывает ситуацию, когда конфигурация кубитов изменилась от состояния $|a\rangle$ к состоянию $|b\rangle$. В соответствии с этим амплитуды вероятности обнаружения фотона в области $x > x_2$ с сохранением исходной конфигурации (S_{aa}) и с изменением исходной конфигурации (S_{ba}) запишутся следующим образом:

$$S_{aa} = 1 - i\Gamma_1 R_{11}(E_a), \quad (8.1)$$

$$S_{ba} = -i \exp(-ikd) \exp\left(-i\left(\frac{\Omega_2 - \Omega_1}{v_g}\right)\frac{d}{2}\right) \sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2} R_{11}(E_a). \quad (8.2)$$

Амплитуды вероятности обнаружения фотона в области $x < x_1$ будут следующими:

$$S_{aa}^R = -i \exp(-ikd) \Gamma_1 R_{11}(E_a); \quad (8.3)$$

Для определения амплитуды перехода между состояниями (2.1) при исходном состоянии $|k\rangle \otimes |a\rangle$ нам необходимо переходить в конфигурационное пространство путем умножения (4) с правой стороны на $\langle x|$. В результате, используя определение $\langle x|k\rangle = e^{ikx}$, мы получим волновую функцию в конфигурационном пространстве

$$S_{ba}^R = -i \exp\left(i\left(\frac{\Omega_2 - \Omega_1}{v_g}\right)\frac{d}{2}\right) \sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2} R_{11}(E_a). \quad (8.4)$$

Чтобы подчеркнуть тот факт, что эти амплитуды имеют и амплитуду, и фазу, которые могут быть экспериментально измерены, мы в дальнейшем изложении будем называть их коэффициентами прохождения и отражения соответственно.

Непосредственным расчетом можно убедиться в справедливости следующего тождества:

$$|S_{aa}|^2 + |S_{aa}^R|^2 + |S_{ba}|^2 + |S_{ba}^R|^2 = 1. \quad (9)$$

Выражение (9) отражает тот факт, что полная вероятность всех возможных исходов рассеяния фотона должна быть равна единице.

Приведем выражения волновых функций в конфигурационном пространстве для двух оставшихся исходных состояний

$$\begin{aligned} \langle x | \Psi_b(E) \rangle = & \exp(ikx) |b\rangle - i\Gamma_2 \exp(ikx_2) \exp(ik|x-x_2|) R_{11}(E_b) |b\rangle - \\ & - i\sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2} \exp(ikx_2) \exp\left(i\left(k + \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{v_g}\right)|x-x_1|\right) R_{11}(E_b) |a\rangle, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \langle x | \Psi_c(E_c) \rangle = & \exp(ikx) |c\rangle - i\sqrt{\Gamma_1 \Gamma_2} \left(\exp(ikx_1) \exp(ik|x-x_2|) R_{43}(E_c) + \exp(ikx_2) \exp(ik|x-x_1|) R_{34}(E_c) \right) |c\rangle - \\ & - i\left(\Gamma_2 \exp(ikx_2) \exp(ik|x-x_2|) R_{44}(E_c) + \Gamma_1 \exp(ikx_1) \exp(ik|x-x_1|) R_{33}(E_c) \right) |c\rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

Выражение (10) соответствует исходному состоянию $|b\rangle$, а выражение (11) — исходному состоянию $|c\rangle$.

Следует обратить внимание, что в выражения (7) и (10) входит экспонента, описывающая фотон с измененной частотой $\omega_k \pm (\Omega_2 - \Omega_1)$, что является прямым следствием закона сохранения энергии. В зависимости от

произошедшего процесса и конфигурации системы мы должны регистрировать в спектре выходного сигнала три различные частоты. Вероятность этих процессов и изменения фазы исходного сигнала определяются выражениями (7), (10), (11). Следовательно, нам необходимо выделить в этих выражениях члены, отвечающие

за распространяющиеся фотоны и стоящие при них амплитуды прохождения (отражения).

3. Основные результаты численного моделирования

Приведем результаты численного моделирования, по которым можно будет оценить вероятности каждого из процессов в зависимости от частоты рассеиваемого фотона. Рассмотрим две ситуации, когда имеется система из двух идентичных кубитов с одинаковыми параметрами, с частотами ($\Omega_1 = \Omega_2 = 2\pi \cdot 3$ ГГц и параметрами связи $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 2\pi \cdot 1$ МГц), и с различными параметрами (с частотами

$$\Omega_1 = 2\pi \cdot 3 \text{ ГГц}, \quad \Omega_2 = 2\pi \cdot 2,99 \text{ ГГц},$$

$$\Gamma_1 = \Gamma_2 = 2\pi \cdot 1 \text{ МГц}; \text{ и } \Omega_1 = 2\pi \cdot 3 \text{ ГГц},$$

$$\Omega_2 = 2\pi \cdot 2,99 \text{ ГГц}, \quad \Gamma_1 = \Gamma_2 = 2\pi \cdot 50 \text{ МГц}) [13,14].$$

При этом для каждого случая мы рассмотрим систему, в которой кубиты расположены на расстоянии, много меньшем характерной длины волны $\lambda_i = v_g / \Omega_i$ (рис. 1, 3, 5), и на расстоянии, соразмерном с ней (рис. 2, 4, 6). На последующих рисунках приведена амплитудная зависимость элементов матрицы рассеяния от частоты налетающего фотона и их представление в полярных координатах (часть (а)), где радиусы окружностей соответствуют модулям комплексного числа S , а угловая координата — его фазе. Таким образом, для рассматриваемого диапазона частот мы получаем геометрическое множество точек, соответствующее тем или иным процессам. Так, например, на рис. 1 мы видим, что фазы процессов S_{ab} и S_{ba} лежат во второй и третьей четвертях полярного угла, а фазы процессов S_{aa} и S_{bb} — в первой и четвертой четвертях.

На рис. 1 и рис. 2 видно, что в такой системе процессы передачи состояния и сохранения, при частоте фотона,

равной частоте кубита, являются равновероятными. И как только расстояние становится соизмеримым с характерной длиной волны, начинают проявляться интерференционные эффекты, когда вероятность обнаружить фотон на выходе системы зависит от расстояния между «переизлучающими» объектами. Расстояние между кубитами на рис. 2 соответствует примерно 20 см, что вполне можно реализовать на чипе размером 6×30 мм, используя меандровую структуру волновода.

Мы видим, что при расстояниях, много меньших длины волны (рис. 3), фазовая характеристика не отличается от характеристики для идентичных кубитов, но вероятности данных процессов существенно зависят от частоты налетающего фотона. В спектре также должны появиться частоты, разнесенные на 10 МГц друг от друга.

В случае, когда ширина резонансных пиков много больше разницы между частотами резонансов, система ведет себя как система с идентичными кубитами, с той лишь разницей, что вблизи частоты кубита появляется пик, соответствующий полному прохождению фотона (рис. 5).

Мы полагаем, что возможно изготовить систему с двумя кубитами в открытом волноводе, имеющими одинаковую энергетическую щель, но разные геометрические размеры [15]. Отличие в размерах будет определять различную чувствительность к внешнему магнитному полю смещения. Тогда при отсутствии внешнего магнитного поля мы, согласно выражениям (7), (10), (11) и рис. 1; 2, будем видеть при частоте фотона $\omega = \Omega_1$ полное поглощение фотона, что и наблюдалось в большинстве экспериментов. Если возбуждать первый кубит, то с вероятностью 0,5 мы будем обнаруживать фотон на выходе системы. Если смотреть усредненную картину, то мы полагаем обнаружить уменьшение глубины провала на частоте кубита. В проходящем спектре мы будем

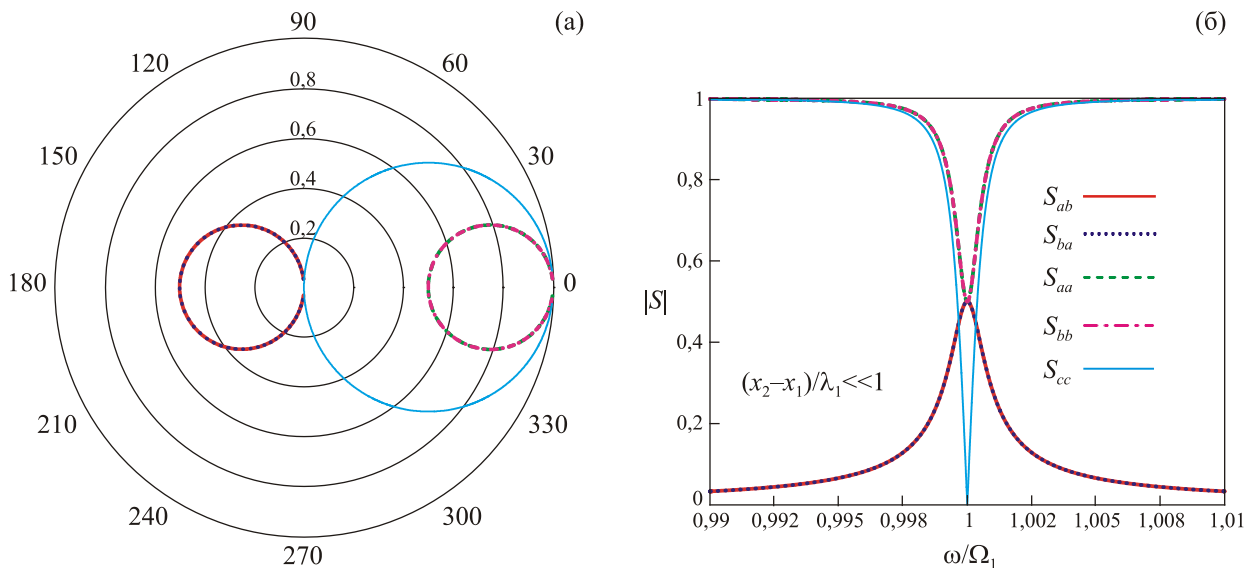


Рис. 1. Амплитуды прохождения фотона для различных исходов в зависимости от частоты в системе с идентичными кубитами, расстояние между которыми много меньше характерной длины волны.

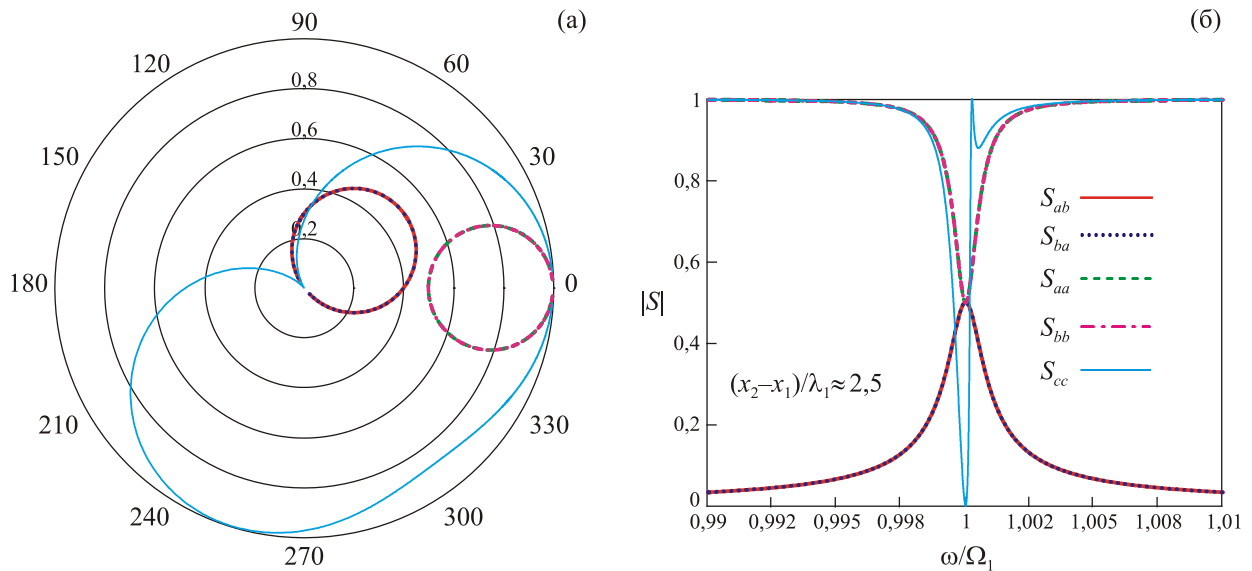


Рис. 2. Амплитуды прохождения фотона для различных исходов в зависимости от частоты в системе с идентичными кубитами, расстояние между которыми соизмеримо с характерной длиной волны.

видеть пики только на той частоте, на которой мы будем возбуждать систему. Зная ширину этих пиков, мы сможем определить такие параметры, как Γ_1, Γ_2 .

При воздействии на систему постоянным магнитным полем из-за разной чувствительности к внешнему полю фактические частоты возбуждения кубитов будут отличаться. Это означает, что вероятности процессов будут отличаться в зависимости от частоты налетающего фотона и от расстояния между кубитами, а также параметров Γ_1, Γ_2 . Полагаем, для примера, что мы будем посылать фотон на частоте $\omega \approx 0,966\Omega_1$ и при

этом возбуждать первый кубит, то есть, иными словами, инициализируем систему в состоянии $|b\rangle$. С вероятностью 0,5 у нас кубит останется в том же состоянии $|b\rangle$, и с вероятностью 0,5 система перейдет в состояние $|a\rangle$ (при условии, что время жизни возбужденного состояния кубита больше времени, требуемого на регистрацию сигнала). При этом в спектре мы будем видеть два равновероятных сигнала на частоте $\omega \approx 0,966\Omega_1$ (S_{bb}) и на частоте $\omega \approx 0,966\Omega_1 + \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{2}$ (S_{ab}).

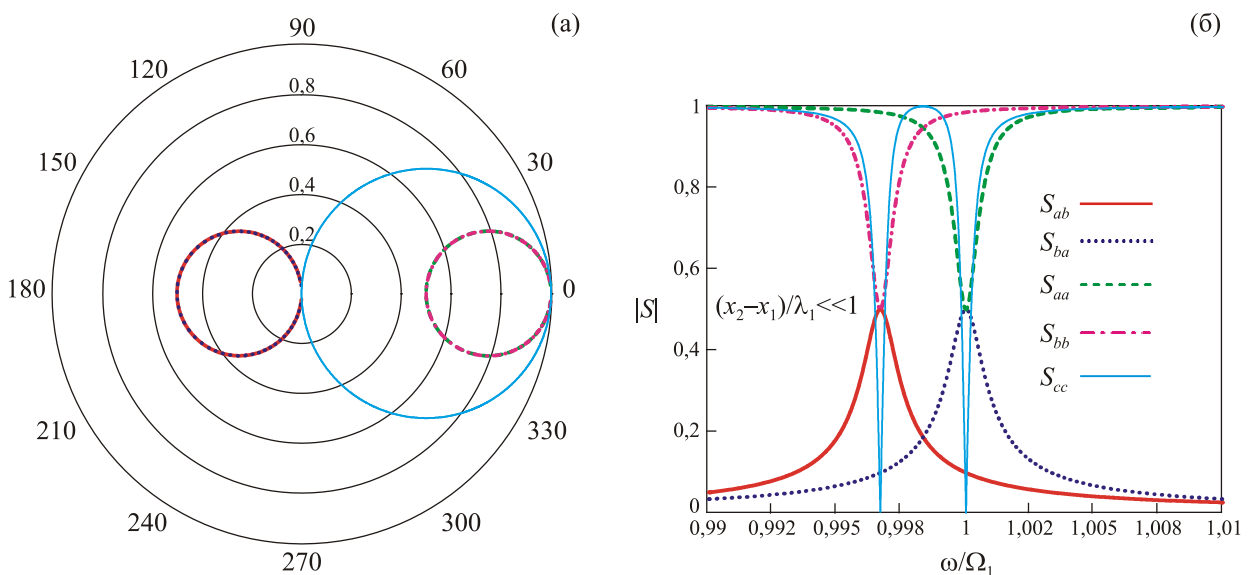


Рис. 3. Амплитуды прохождения фотона для различных исходов в зависимости от частоты в системе с различными кубитами ($\Omega_1 = 2\pi \cdot 3$ ГГц, $\Omega_2 = 2\pi \cdot 2,99$ ГГц и $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 2\pi \cdot 1$ МГц), расстояние между которыми много меньше характерной длины волны.

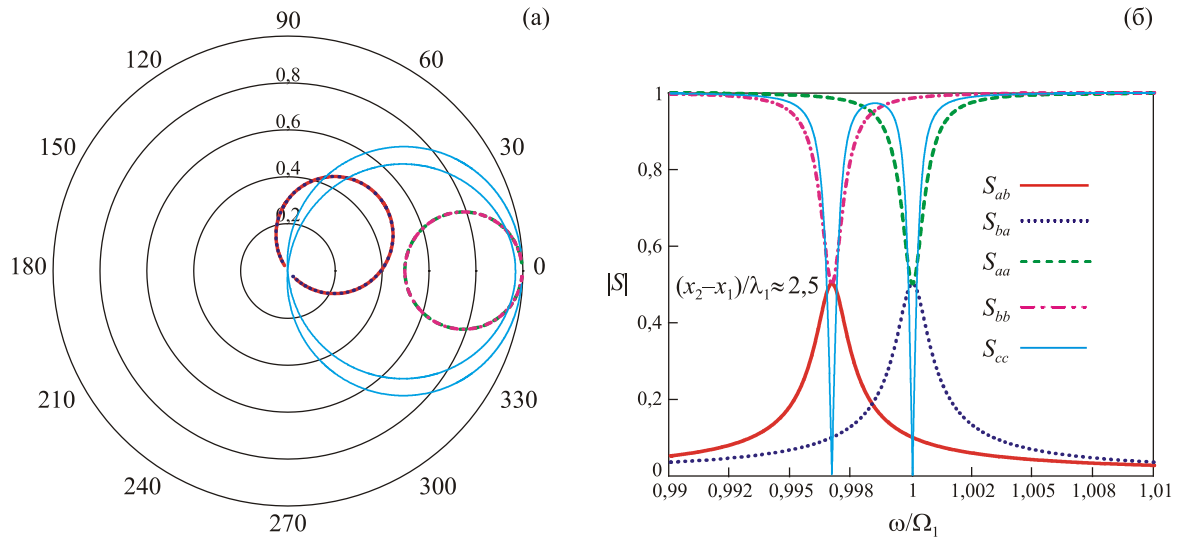


Рис. 4. Амплитуды прохождения фотона для различных исходов в зависимости от частоты в системе с различными кубитами ($\Omega_1 = 2\pi \cdot 3$ ГГц, $\Omega_2 = 2\pi \cdot 2,99$ ГГц и $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 2\pi \cdot 1$ МГц), расстояние между которыми соизмеримо с характерной длиной волны.

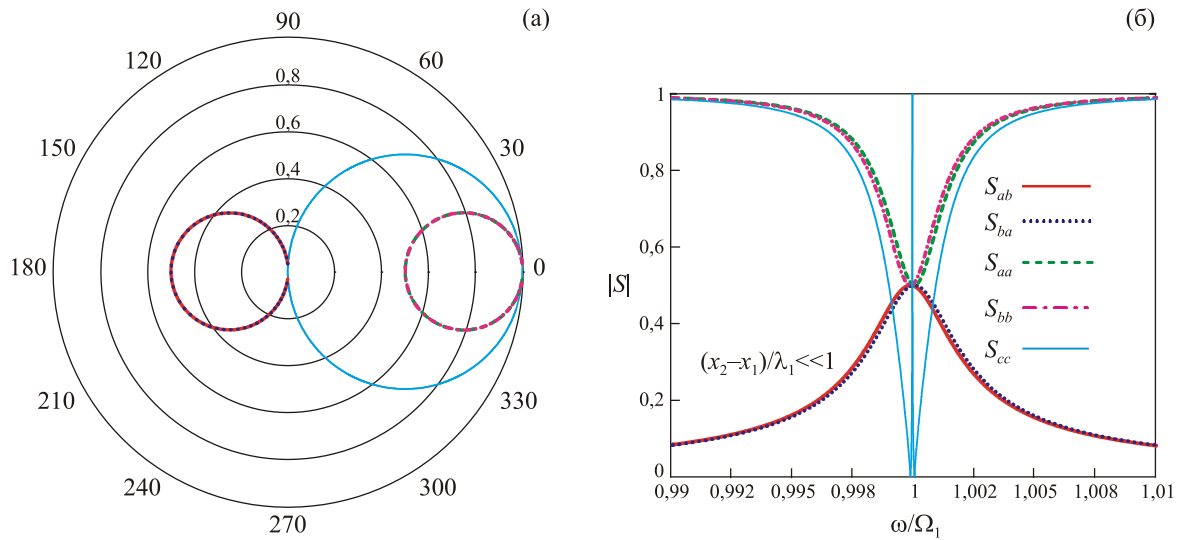


Рис. 5. Амплитуды прохождения фотона для различных исходов в зависимости от частоты в системе с различными кубитами ($\Omega_1 = 2\pi \cdot 3$ ГГц, $\Omega_2 = 2\pi \cdot 2,99$ ГГц и $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 2\pi \cdot 50$ МГц), расстояние между которыми много меньше характерной длины волны.

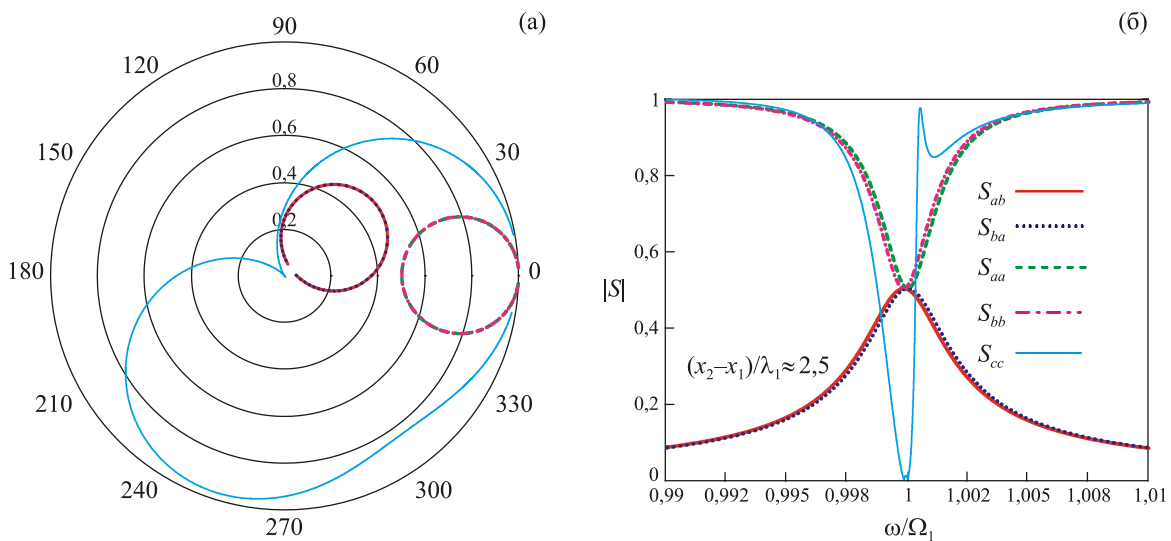


Рис. 6. Амплитуды прохождения фотона для различных исходов в зависимости от частоты в системе с различными кубитами ($\Omega_1 = 2\pi \cdot 3$ ГГц, $\Omega_2 = 2\pi \cdot 2,99$ ГГц и $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 2\pi \cdot 50$ МГц), расстояние между которыми соизмеримо с характерной длиной волны.

4. Заключение

В настоящей работе рассмотрен процесс рассеяния фотона на двухкубитной структуре в открытом волноводе. Вычислены амплитуды вероятности переходов $|g_1, e_2\rangle \rightarrow |g_1, e_2\rangle$; $|g_1, e_2\rangle \rightarrow |e_1, g_2\rangle$ при начальном состоянии двухкубитной структуры $|g_1, e_2\rangle$, а также переходов $|e_1, g_2\rangle \rightarrow |e_1, g_2\rangle$; $|e_1, g_2\rangle \rightarrow |g_1, e_2\rangle$ при начальном состоянии $|e_1, g_2\rangle$. Проанализированы амплитуды прохождения фотона, отвечающие переносу состояния при переходах $|g_1, e_2\rangle \rightarrow |e_1, g_2\rangle$; $|e_1, g_2\rangle \rightarrow |g_1, e_2\rangle$.

Дальнейшее исследование подобной системы должно быть направлено на включение диполь-дипольного взаимодействия, которое должно быть достаточно большим, как показано в ряде работ, посвященных квантовым точкам и квантовой оптике [10,15,16]. Также необходимо учитывать влияние релаксационных процессов, причем учесть наличие как общего термостата, так и локальных.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 16-09-10069.

1. C.H. Bennett and D.P. DiVincenzo, *Nature* **404**, 247 (2000).
2. J.P. Barjaktarevic, R.H. McKenzie, J. Links, and G.J. Milburn, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 230501 (2005).
3. J. Beugnon, C. Tuchendler, H. Marion A. Gaëtan, Y. Miroshnychenko, Y.R.P. Sortais, A.M. Lance, M.P.A. Jones, G. Messin, A. Browaeys, and P. Grangier, *Nature Phys.* **3**, 696 (2007).
4. D.E. Browne, M.B. Plenio, and S.F. Huelga, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 067901 (2003).
5. B. Vermersch, P.O. Guimond, H. Pichler, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 133601 (2017).
6. D.S. Karpov, G. Oelsner, S.N. Shevchenko, Ya.S. Greenberg, and E. Il'ichev, *Fiz. Nizk. Temp.* **42**, 246 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 189 (2016)].
7. A.H. Султанов, Д.С. Карпов, Я.С. Гринберг, С.Н. Шевченко, А.А. Штыгашев, *ФНТ* **43**, 1003 (2017) [*Low Temp. Phys.* **43**, 799 (2017)].
8. C.P. Yang, *Phys. Rev. A* **82**, 054303 (2010).
9. S.N. Shevchenko, A.N. Omelyanchouk, and E. Il'ichev, *Fiz. Nizk. Temp.* **38**, 360 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 283 (2012)].
10. M.-T. Cheng, J. Xu, and G.S. Agarwal, *Phys. Rev. A* **95**, 053807 (2017).
11. Ya.S. Greenberg and A.A. Shtygashev, *Phys. Rev. A* **92**, 063835 (2015).
12. Ya.S. Greenberg and A.N. Sultanov, *Phys. Rev. A* **95**, 053840 (2017).
13. T. Niemczyk, F. Deppe, H. Huebl, E.P. Menzel, F. Hocke, M.J. Schwarz, J.J. Garcia-Ripoll, D. Zueco, T. Hümmer, E. Solano, A. Marx, and R. Gross, *Nature Physic.* **6**, 772 (2010).

14. J. Majer, J.M. Chow, J.M. Gambetta, Jens Koch, B.R. Johnson, J.A. Schreier, L. Frunzio, D.I. Schuster, A.A. Houck, A. Wallraffl, A. Blais, M.H. Devoret, S.M. Girvin, and R.J. Schoelkopf, *Nature* **449**, 443 (2007).
15. P. Forn-Díaz, J.J. García-Ripoll, B. Peropadre, J.-L. Orgiazzi, M.A. Yurtalan, R. Belyansky, C.M. Wilson, and A. Lupascu, *Nature Physic.* **13**, 39 (2017).
16. X. Shi, H. Yuan, X. Mao, Y. Ma, and H.Q. Zhao, *Phys. Rev. A* **95**, 052332 (2017).
17. J.I. Cirac, P. Zoller, H.J. Kimble, and H. Mabuchi, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3221 (1997).
18. C.H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres, and W.K. Wooster, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993).
19. D. Bouwmeester, J.W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Nature* **390**, 575 (1997).
20. C.H. Bennett and D.P. DiVincenzo, *Nature* **404**, 247 (2000).

Transfer of excited state between two qubits in an open waveguide

N. Sultanov and Ya.S. Greenberg

In this paper probability amplitudes, referred to a qubit's excited state transfer from one to another qubit due to non-direct interaction with a waveguide, are calculated. The system under study consists of two qubits, located at an arbitrary distance from each other.

Non-Hermitian Hamiltonian approach is used, and allows to solve the problem without markovian approximations. Analytical equations, describing probability of excited state transfer for different initial states, are found.

We study the photon mediated transfer of excited state between two qubits, which are located in an open waveguide at arbitrary distance from one another. We have used a method of effective non Hermitian Hamiltonian which allows for the explicit account of the retardation effects. We obtain the analytic expressions for the probability amplitudes which describe the process of the excited state transfer between two qubits under different initial state of the system.

PACS: 42.50.Hz Strong-field excitation of optical transitions in quantum systems, multiphoton processes, dynamic Stark shift;
 85.25.Am Superconducting device characterization, design, and modeling;
 85.25.Hv Superconducting logic elements and memory devices; microelectronic circuits.

Keywords: qubit, superconducting cavity, microwave photon.