

К теории сверхтекучести плотной нейтронной материи с анизотропным триплетным p -спариванием В СИЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

А.Н. Тарасов

*Институт теоретической физики им. А.И. Ахиезера, Национальный научный центр
«Харьковский физико-технический институт», г. Харьков, 61108, Украина
E-mail: antarasov@kipt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 5 июня 2017 г., опубликована онлайн 26 февраля 2018 г.

Полученные ранее нелинейные интегральные уравнения для компонент параметра порядка (ПП) плотной сверхтекучей нейтронной материи (СНМ) с анизотропным триплетным p -спариванием (подобным $^3\text{He-A}$) и с учетом воздействия магнитного поля и конечной температуры сведены к уравнениям для двух компонент ПП в пределе нулевой температуры. Здесь эти уравнения (которые справедливы для произвольной параметризации эффективного взаимодействия Скирма в нейтронной материи) конкретизированы и решены численно для обобщенной BSk21 параметризации сил Скирма (с дополнительными слагаемыми, зависящими от плотности n) в нейтронной материи. Главным результатом является вычисленное расщепление щели в энергетическом спектре нейтронов в СНМ (нелинейно растущее в умеренно сильном магнитном поле H), которое нелинейным образом зависит от плотности n в предельном случае нулевой температуры. Малая асимметрия (нелинейно возрастающая в магнитном поле) величины расщепления энергетической щели также получена для умеренно сильных полей, изменяющихся в интервале значений $10^{16} \text{ Гс} \leq H \leq 10^{17} \text{ Гс}$. Фазовые переходы в нейтронной материи в сверхтекучие состояния такого типа и столь сильные магнитные поля могут возникать (и существовать) при субъядерных и сверхъядерных плотностях, как и в нейтронной жидкости внешней части ядра (сердцевины) магнетаров (сильно намагниченных нейтронных звезд).

Отримані раніше нелінійні інтегральні рівняння для компонент параметра порядку (ПП) густої надплинної нейтронної матерії (ННМ) з анізотропним триплетним p -спарюванням (подібним до $^3\text{He-A}$) і з урахуванням впливу магнітного поля та скінченної температури зведено до рівнянь для двох компонент ПП у випадку нульової температури. Тут ці рівняння (що правдиві для довільної параметризації ефективної взаємодії Скірма в нейтронній матерії) конкретизовано та розв'язано числовим методом для узагальненої BSk21 параметризації сил Скірма (з додатковими доданками, що залежать від густини n) у нейтронній матерії. Головним результатом є обчислене розщеплення щілини в енергетичному спектрі нейтронів в ННМ (нелінійно зростаюче у помірно сильному магнітному полі H), яке нелінійним чином залежить від густини n у граничному випадку нульової температури. Малу асиметрію (нелінійно зростаючу у магнітному полі) розщеплення енергетичної щілини також отримано для помірно сильних полів, що змінюються в інтервалі значень $10^{16} \text{ Гс} \leq H \leq 10^{17} \text{ Гс}$. Фазові переходи в нейтронній матерії у надплинні стани такого типу та настільки сильні магнітні поля можуть виникати (та існувати) при суб'ядерних та над'ядерних густинах, як і у нейтронній рідині зовнішньої частини ядра (серцевини) магнетарів (сильно намагнічених нейтронних зірок).

PACS: 21.65.Cd Асимметричная материя, нейтронная материя;
26.60.Dd Ядро нейтронной звезды;
67.10.Fj Квантовая статистическая теория;
67.30.H– Сверхтекучая фаза ^3He .

Ключевые слова: сверхтекучая ферми-жидкость, спин-триплетное спаривание, плотная нейтронная материя, обобщенные силы Скирма, сильные магнитные поля.

1. Введение

Эта статья является продолжением наших предыдущих работ [1–4], посвященных теоретическому изучению свойств сверхтекучей плотной нейтронной материи (СНМ) в сильном постоянном однородном магнитном поле H . СНМ при субъядерных ($n < n_0$, где $n_0 = 0,17 \text{ фм}^{-3}$ — ядерная плотность) и сверхъядерных плотностях ($n > n_0$) может находиться в состояниях подобных сверхтекучим фазам жидкого ${}^3\text{He}$ [5] с анизотропным триплетным p -спариванием (типа ${}^3\text{He-A}$) в магнитном поле. Ранее в работах [1–4] мы уже отмечали, что эти исследования важны в связи с изучением сверхтекучих свойств нейтронов во внешнем слое ядра (сердцевины) особой разновидности одиночных (изолированных) медленно вращающихся нейтронных звезд (НЗ), обладающих сильным магнитным полем (которое внутри таких НЗ может превышать значение 10^{17} Гс). Эти НЗ получили название «магнетары» (magnetars) (см. подробнее в [6–17]). В качестве взаимодействия между нейтронами мы здесь используем (как и в [1–4]) так называемые обобщенные силы Скирма [18–21], которые содержат три слагаемых, зависящих от плотности числа частиц n нейтронной материи. Введение сразу трех (вместо одного) слагаемых, зависящих от плотности, позволяет более адекватно описывать взаимодействие в плотном ядерном веществе и, в частности, учитывать многочастичные взаимодействия нуклонов. В отличие от этого в жидком ${}^3\text{He}$ роль многочастичных (в частности, трехчастичных) взаимодействий между атомами ${}^3\text{He}$ является менее существенной и обычно не учитывается.

Отметим, что в [1] использована BSk18 параметризация сил Скирма, т.е. самая первая из обобщенных BSk параметризаций (введенная впервые в [18]). В [2,3] использовали также BSk19, BSk20 и BSk21 обобщенные параметризации Скирма (см. [19]), а в [4] мы учли обобщенные параметризации BSk21 и BSk24 (см. [20,21]). Выбор в [4] именно BSk21 и BSk24 параметризаций не случаен, а обусловлен тем, что эти две параметризации приводят к более «жестким» уравнениям состояния вещества в нейтронных звездах, которые допускают существование достаточно массивных нейтронных звезд (устойчивых по отношению к коллапсу в черную дыру), их масса $M \gtrsim 2 M_{\text{Sun}}$, где M_{Sun} — масса Солнца. Это согласуется с недавними наблюдаемыми астрономическими данными, полученными достаточно точно для наиболее тяжелых из известных в настоящее время пульсаров, а именно, для PSR J1614–2230 [22] (с массой $M \approx (1,97 \pm 0,04)M_{\text{Sun}}$) и для PSR J0348–0432 [23] (с массой $M \approx (2,01 \pm 0,04)M_{\text{Sun}}$).

Кроме того, отметим, что в [1–3] изучали сверхтекучие свойства плотной нейтронной материи (НМ) с анизотропным триплетным p -спариванием (типа ${}^3\text{He-A}$) в сильном магнитном поле вблизи температуры фазо-

вого перехода при $T \lesssim T_{c0}(n)$ (где $T_{c0}(n)$ — температура фазового перехода НМ из нормального в сверхтекучее состояние при $H = 0$), а в [4] исследовали более подробно сверхтекучие свойства СНМ с триплетным спариванием при конечных температурах из интервала $0 < T \lesssim T_{c0}(n)$, но в отсутствие магнитного поля, т.е. при $H = 0$. В настоящей статье изучен предельный случай $T = 0$, но при наличии «умеренно» сильных магнитных полей, изменяющихся в интервале значений $10^{16} \text{ Гс} \leq H \leq 10^{17} \text{ Гс}$.

Отметим также, что, как и в наших работах [1–4], мы используем здесь ферми-жидкостной подход, обобщенный на сверхтекучие системы. Впервые этот подход (метод) в обобщенной для сверхтекучих систем форме был предложен С.В. Пелетминским (см. обзоры [24,25], а также гл. 2 в монографии [26] и ссылки приведенные там). В работе [27] этот же теоретический метод применен к описанию свойств симметричной ядерной материи (без учета магнитного поля) и с использованием в качестве взаимодействия обыкновенных («традиционных») сил Скирма, которые содержат лишь одно слагаемое, зависящее от плотности (см., например, [28], а также монографии [29,30], обзорную статью [31] и ссылки там).

Использование обыкновенных сил Скирма приводит к некоторым известным трудностям в описании свойств плотной нейтронной материи и, в частности, к ферромагнитной неустойчивости НМ при ядерных и сверхъядерных плотностях (см., например, [32], а также наши статьи [33–35] и многочисленные ссылки там). Использование же обобщенных сил Скирма (типа BSk21, BSk24 и др. упомянутых выше) устраняет эту ферромагнитную неустойчивость не только в нормальной плотной НМ [19–21], но и в СНМ с триплетным p -спариванием (см. подробнее [2,3] и ссылки там).

В дальнейшем мы рассмотрим только предельный случай нулевой температуры ($T = 0$) и для определенности ограничимся здесь изучением СНМ только с BSk21 обобщенной параметризацией сил Скирма (для параметризации BSk24, упомянутой выше, результаты будут качественно подобны и близки в количественном выражении, что ясно из сравнения между собой графиков для энергий Ферми $\varepsilon_{F,BSk21}(n)$ и $\varepsilon_{F,BSk24}(n)$, см. рис. 1 из [4], а также графиков для температур фазового перехода НМ в триплетное сверхтекучее состояние $T_{c0,BSk21}(n)$ и $T_{c0,BSk24}(n)$ (см. рис. 2, 3 там же в [4]). Сначала преобразуем нелинейные интегральные уравнения (9) из [3] для компонент анизотропного параметра порядка СНМ (типа ${}^3\text{He-A}$) в магнитном поле к другому более удобному для численного решения виду. Далее, так как нахождение с достаточной точностью приближенных решений нелинейных интегральных уравнений в аналитическом виде представляет собой довольно значительные трудности с математической точки зрения, мы здесь численно решим эти нелинейные ин-

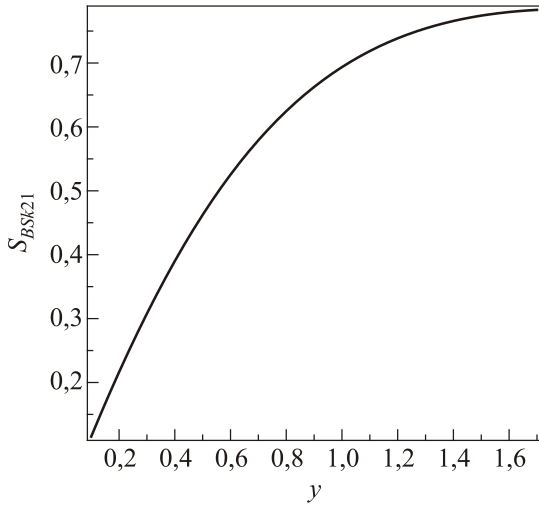


Рис. 1. Функция $S_{BSk21}(y)$ (см. (27)), зависящая от приведенной плотности $y \equiv n/n_0$, для плотной НМ с обобщенными BSk21 силами Скирма.

тегральные уравнения при трех фиксированных значениях плотности НМ, а именно, при $n = 0,3n_0$, $n = 0,6n_0$ и $n = n_0$ (т.е. при субъядерных и ядерной плотностях нейтронной материи). Будут вычислены величины расщепления компонент анизотропного параметра порядка (ПП) для каждой из этих плотностей при трех значениях умеренно сильного магнитного поля из интервала изменения $10^{16} \text{ Гс} \leq H \leq 10^{17} \text{ Гс}$ (а именно, при $H = 10^{16} \text{ Гс}$, $H = 5 \cdot 10^{16} \text{ Гс}$ и $H = 10^{17} \text{ Гс}$) и представлены результаты для наглядности в виде графиков и таблиц. В заключение будут сформулированы выводы из полученных результатов расчетов.

2. Общие уравнения для компонент ПП и эффективного магнитного поля в СНМ с обобщенным взаимодействием Скирма и анизотропным спин-триплетным спариванием нейтронов в пределе $T = 0$

Ранее в [3] была выписана общая система уравнений (9) для компонент $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T, n, \xi)$ параметра порядка в СНМ с анизотропным триплетным p -спариванием (типа ${}^3\text{He-A}$) в магнитном поле H . Эти компоненты ПП зависят от температуры T (где $0 < T < T_{c0}(n)$), плотности n числа нейтронов и величины эффективного магнитного поля, $\xi(p) \equiv |\mu_n| H_{\text{eff}}(p)$, где $\mu_n < 0$ — магнитный дипольный момент нейтрона [36], $H_{\text{eff}}(p)$ — эффективное магнитное поле, которое перенормируется в плотной НМ за счет ферми-жидкостных эффектов (см. уравнение (2) в [3]) и действует на нейтрон с импульсом p . В пределе нулевой температуры эта система уравнений для определения искомым функций $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T = 0, n, \xi) \neq 0$ приобретает следующий вид:

$$-\frac{8\pi^2 \hbar^3}{c_3(n)} = J_{(\pm)}(a; T = 0, n, \xi). \quad (1)$$

Функции $J_{(\pm)}(a; T = 0, n, \xi)$ представляют собой двойные интегралы:

$$J_{(\pm)}(a; T = 0, n, \xi) = \int_{p_{\min}}^{p_{\max}} dq q^4 \int_0^1 dx \frac{(1-x^2)}{E_{(\pm)}(q, x^2; \xi)}. \quad (2)$$

Здесь $p_{\max} = p_F \sqrt{1+a}$, $p_{\min} = p_F \sqrt{1-a}$ с параметром обрезания $0 < a < 1$, $a = E_c / \varepsilon_F(n)$; где E_c — энергия обрезания, $\varepsilon_F(n) = p_F^2 / 2m_n^*$ и $p_F(n)$ — энергия и импульс Ферми соответственно; m_n^* — эффективная масса нейтрона, которая зависит от плотности n числа нейтронов в СНМ и от обобщенных параметров $t'_1(n)$ и $t'_2(n)$ Скирма [18–21] согласно общей формуле (см. (10) в [3] и (29) в [4]):

$$\frac{m}{m_n^*} = 1 + \frac{m y n_0}{4\hbar^2} [t'_1(n) + 3t'_2(n)], \quad (3)$$

где $m = (m_p + m_n) / 2$ — среднее значение массы свободного нуклона [36]. Обобщенные параметры

$$t'_1(n) = t_1(1 - x_1) + t_4(1 - x_4)n^\beta, \quad (4)$$

$$t'_2(n) = t_2(1 + x_2) + t_5(1 + x_5)n^\gamma \quad (5)$$

имеют конкретный явный вид для каждой обобщенной параметризации сил Скирма. Например, для «лучших» (для астрофизических приложений, как уже отмечалось во Введении) BSk21 и BSk24 обобщенных параметризаций сил Скирма [19,20] явный вид функций $m_{n,BSk21}^*(y)$ и $m_{n,BSk24}^*(y)$ (см. (3)–(5)) был уже выписан в [4] в виде формул (31) и (32) (см. в [4] также явные формулы (33) и (34) для энергии Ферми $\varepsilon_{F,BSk21}(y)$ и $\varepsilon_{F,BSk24}(y)$, где $y \equiv n/n_0$ — приведенная плотность нейтронной материи и $n_0 = 0,17 \text{ фм}^{-3}$). Однако в этом разделе статьи для большей общности не будем пока конкретизировать параметризацию сил Скирма. Важно отметить, что фигурирующая в уравнении (1) функция $c_3(n) \equiv t'_2(n) / \hbar^2 < 0$ является зависящей от плотности n «константой взаимодействия», которая приводит к спин-триплетному p -спариванию нейтронов в СНМ.

В общую формулу (2) также входит энергия $E_{(\pm)}(q, x^2; \xi)$ квазичастиц (нейтронов) в СНМ с анизотропным спин-триплетным p -спариванием (типа ${}^3\text{He-A}$) в магнитном поле (с двумя противоположными значениями проекции спина $S = 1$ куперовской пары нейтронов вдоль и против магнитного поля; как и в ${}^3\text{He-A}$ в магнитном поле, где для суммарного спина ядер атомов ${}^3\text{He}$, образующих куперовские пары, проекции равны ± 1 в отличие от квазиизотропной сверхтекучей фазы ${}^3\text{He-B}$, где кроме ± 1 есть еще проекция спина пары, равная нулю):

$$E_{(\pm)}(q, x^2; \xi) = E_{(\pm)}(q, x^2; T = 0, \xi) = \sqrt{q^2 \Delta_{\uparrow(\downarrow)}^2(T = 0, n, \xi)(1 - x^2) + (z(q) \pm \xi(q, H))^2}, \quad (6)$$

где $z(q, T = 0) = q^2 / 2m^* - \mu(T = 0) \approx \varepsilon(q) - \varepsilon_F \equiv z(q)$.

Для функции $\xi(q, H)$, связанной с эффективным магнитным полем в СНМ, справедливо уравнение (2) из [3], которое имеет вид

$$\xi(p, H) = -\mu_n H + (r + sp^2)K_2(\xi) + sK_4(\xi). \quad (7)$$

Здесь $r(n)$ и $s(n)$ — функции, зависящие от плотности числа нейтронов ($n \equiv yn_0$):

$$r(n) \equiv t'_0 + (t'_3 / 6)n^\alpha, \quad s(n) \equiv (t'_1(n) - t'_2(n)) / (4\hbar^2), \quad (8)$$

$$t'_0 = t_0(1 - x_0), \quad t'_3 = t_3(1 - x_3), \quad (9)$$

а для обобщенных параметров Скирма $t'_1(n)$ и $t'_2(n)$ см. (4) и (5) выше. Принципиально важно, что теперь коэффициент $s(n)$ в уравнении (7) зависит от плотности n в отличие от обыкновенных (традиционных) сил Скирма (см. Введение выше и [34]). Это обстоятельство приводит к качественным различиям в результатах по сравнению со случаем обыкновенных сил Скирма, для которых только коэффициент $r(n)$ зависел от плотности (см. (8)).

Функционалы $K_2(\xi)$ и $K_4(\xi)$ в уравнении (7) при конечных температурах из интервала $0 < T < T_{c0}(n)$ были уже ранее выписаны в [3] (см. (6), (7) там). Теперь в пределе $T = 0$ функционалы $K_2(\xi)$ и $K_4(\xi)$ приобретают следующий вид:

$$K_\sigma(\xi) = \frac{1}{8\pi^2 \hbar^3} \int_{p_{\min}}^{p_{\max}} dq q^\sigma \int_0^1 dx \kappa(q, x; \xi), \quad (10)$$

где

$$\kappa(q, x; \xi) = \frac{z(q) + \xi(q)}{E_+(q, x^2; \xi)} - \frac{z(q) - \xi(q)}{E_-(q, x^2; \xi)}. \quad (11)$$

В результате решения уравнения (7), с учетом (10), (11) был получен следующий результат при $T = 0$ (см. формулу (10) в [35] для обобщенных сил Скирма; ср. также с формулой (7) в [33] для обыкновенных сил Скирма в нейтронной материи):

$$\gamma_{BSk}(y, H) \equiv \frac{|\mu_n| H_{\text{eff}}(p_F, H)}{\varepsilon_{F, BSk}(y)} = \frac{h_{\text{ext}, BSk}(y, H)}{1 - R_{BSk}(y) - 2S_{BSk}(y)} \ll 1 \quad (y \equiv n / n_0), \quad (12)$$

где

$$h_{\text{ext}, BSk}(y, H) \equiv \frac{|\mu_n| H}{\varepsilon_{F, BSk}(y)} \ll a < 1. \quad (13)$$

Здесь $h_{\text{ext}, BSk}(y, H)$ — приведенная (безразмерная) энергия Зеемана нейтрона в магнитном поле H . Введенная

в (12) функция $\gamma_{BSk}(y, H)$ представляет собой приведенную (безразмерную) энергию Зеемана нейтрона в эффективном магнитном поле $H_{\text{eff}}(p_F, H)$ в нейтронной материи. Индексы «BSk» обозначают обобщенные силы Скирма (см. [18–21]), которые мы пока не конкретизируем.

Функции $R_{BSk}(y)$ и $S_{BSk}(y)$ в (12) выражаются через $r(n)$ и $s(n)$ (см. (8)) следующими формулами (индексы «BSk» здесь опустим для упрощения записи формул):

$$R(y) \equiv \frac{v_F(n)}{2} r(n), \quad S(y) \equiv \frac{v_F(n)}{2} s(n) p_F^2(n), \quad (14)$$

где

$$v_F(n) = \frac{3n}{2\varepsilon_F(n)} = \frac{m^* p_F}{\pi^2 \hbar^3} \quad (15)$$

представляет собой плотность состояний на поверхности Ферми в нейтронной материи с плотностью числа нейтронов $n = yn_0$. Величина $n_0 = 0,17 \text{ фм}^{-3}$ — характерная ядерная плотность, которая играет здесь лишь роль «единицы измерения» удобной при больших плотностях, свойственных нейтронным звездам (НЗ) в их глубинных областях (в ядре НЗ).

Теперь преобразуем два нелинейных интегральных уравнения (1) к виду более удобному для нахождения их решений относительно искомым функций $\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T = 0, n, \xi)$. Для этого введем по определению новые величины:

$$\Delta_{\uparrow(\downarrow)}(T = 0, n, \xi) \equiv \frac{G_{F\uparrow(\downarrow)}(T = 0, n, \xi)}{p_F(n)} \equiv \frac{\varepsilon_F(n) g_{\uparrow(\downarrow)}(T = 0, n, \xi)}{p_F(n)} \equiv \frac{\varepsilon_F g_{x_{1,(2)}}}{p_F}. \quad (16)$$

Введенные здесь обозначения

$$g_{\uparrow(\downarrow)}(T = 0, y, \xi) \equiv g(T = 0, y) x_{1,(2)}(y, H), \quad (17)$$

ср. с аналогичными обозначениями, которые использованы при $H = 0$ и $0 < T < T_{c0}(n)$ в предыдущей статье [4]. А именно, после формулы (7) в [4] мы отмечали, что при $H = 0$ функция $p_F(n) \Delta(T, n) \equiv G_F(T, n)$ — это максимальная величина щели в анизотропном энергетическом спектре нейтронов в СНМ. А функция $g(T, n) \equiv G_F(T, n) / \varepsilon_F(n)$ — редуцированная (приведенная) энергетическая щель при $H = 0$. При $H = 0$ и $T = 0$ функция $g(a; T = 0, y)$, которая зависит еще и от параметра обрезания $0 < a < 1$, связана с приведенной температурой

$$t_{c0}(a; y) \equiv \frac{T_{c0}(a; y)}{\varepsilon_F(y)} \ll a < 1$$

фазового перехода НМ из нормального в сверхтекучее состояние с триплетным анизотропным p -спариванием

типа ${}^3\text{He-A}$ (при $H = 0$) следующей формулой (см. (23) в [4]):

$$g(a; T = 0, y) = \frac{\pi}{2} \exp\left(\frac{5}{6} - C\right) t_{c0}(a; y), \quad (18)$$

где $C = 0,5772156649\dots$ — постоянная Эйлера [37]. Причем, отношение функций $g(a; T = 0, y)$ и $t_{c0}(a; y)$ является универсальной величиной, т.е. не зависит ни от параметра обрезания $0 < a < 1$, ни от природы взаимодействия в сверхтекучей ферми-жидкости с анизотропным триплетным p -спариванием (в частности, формула (18) справедлива для произвольной параметризации сил Скирма в СНМ) и в точности совпадает с аналогичным соотношением для сверхтекучей ${}^3\text{He-A}$ фазы (см., например, [5]). Соотношение (18) зависит только от симметрии ПП сверхтекучей системы.

В формулах (16), (17) учтено наличие магнитного поля (в пределе нулевой температуры) и две проекции спина ($S = 1$) на направление поля триплетной куперовской пары нейтронов в СНМ типа ${}^3\text{He-A}$ (о чем подробнее уже упоминали перед (6)). Таким образом, необходимо решить два нелинейных интегральных урав-

нения (1) относительно двух новых неизвестных функций $x_{1,(2)}(n, H)$, которые не равны между собой, и это свидетельствует о «расщеплении» энергетической щели в СНМ в магнитном поле. Очевидно, что

$$x_1(n, H = 0) = x_2(n, H = 0) = 1. \quad (19)$$

Подставляя (16) в формулу (6) для $E_{(\pm)}(q, x^2; \xi)$ и затем в (2), получим для двойных интегралов $J_{(\pm)}(a; T = 0, n, \xi)$ следующие выражения:

$$J_{(\pm)}(a; T = 0, n, \xi) = \frac{p_F^5(n)}{\varepsilon_F(n)} \int_{\sqrt{1-a}}^{\sqrt{1+a}} du u^4 \times \int_0^1 dx \frac{1-x^2}{\sqrt{u^2 g^2 x_{1,(2)}^2 (1-x^2) + [u^2 (1 \pm \gamma S(y)) - 1 \pm \gamma (1 - S(y))]^2}}. \quad (20)$$

Эти выражения для функций $J_{(\pm)}(a; T = 0, n, \xi)$ можно привести к виду, содержащему лишь однократные интегралы:

$$J_{(\pm)}(a; T = 0, n, \gamma) = \frac{p_F^5(n)}{\varepsilon_F(n)} \frac{1}{g x_{1,(2)}} \times \int_{\sqrt{1-a}}^{\sqrt{1+a}} du \left\{ \left[u^3 \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{g^2 x_{1,(2)}^2} (\gamma^2 S(y)(1-S(y)) \pm \gamma(1-2S(y)) - 1) \right] - \right. \right. \\ \left. \left. - u^5 \frac{(1 \pm \gamma S(y))^2}{2g^2 x_{1,(2)}^2} - u \frac{(\pm \gamma(1-S(y)) - 1)^2}{2g^2 x_{1,(2)}^2} \right] \arctg \left(\frac{u g x_{1,(2)}}{(1 \pm \gamma S(y)) \left| u^2 - 1 \pm \frac{\gamma}{1 \pm \gamma S(y)} \right|} \right) + \right. \\ \left. + u^2 \frac{1 \pm \gamma S(y)}{2g x_{1,(2)}} \left| u^2 - 1 \pm \frac{\gamma}{1 \pm \gamma S(y)} \right| \right\}. \quad (21)$$

Сюда входят известные уже нам функции: $0 < a(n) = E_c / \varepsilon_F(n) < 1$ (где энергия обрезания $E_c = \text{const}$ не зависит от плотности n); $\gamma(y, H) \equiv \xi(p_F, H) / \varepsilon_F(n) \ll 1$ вида (12), а также $S(y)$ вида (14) (см. (8) и (15)) и $g(a; T = 0, y)$ (см. (18)).

Введем теперь по определению следующие интегралы ($k = 1, 3, 5$):

$$I_k(a; x_{1,(2)}, y, \pm \gamma) \equiv \int_{\sqrt{1-a}}^{\sqrt{1+a}} du u^k \arctg \left(\frac{u g x_{1,(2)}}{(1 \pm \gamma S(y)) \left| u^2 - 1 \pm \frac{\gamma}{1 \pm \gamma S(y)} \right|} \right). \quad (22)$$

Используя это определение интегралов $I_k(a; x_{1,(2)}, y, \pm \gamma)$ и формулу (21) для $J_{(\pm)}(a; T = 0, n, \gamma)$, запишем нелинейные интегральные уравнения (1) относительно искомым неизвестных функций $x_{1,(2)}(y, H)$ в следующем общем виде (в котором обобщенная параметризация сил Скирма BSk пока не конкретизирована):

$$\begin{aligned}
 1 = & -\frac{t'_2(n)}{\hbar^2} \frac{3n_0 y m_n^*(y)}{4g x_{1,(2)}} \left\{ \left[\frac{1}{2} - \frac{\gamma^2 S(y)(1-S(y)) \pm \gamma(1-2S(y)) - 1}{g^2 x_{1,(2)}^2} \right] \times \right. \\
 & \times I_3(a; x_{1,(2)}, y, \pm\gamma) - \frac{1}{2g^2 x_{1,(2)}^2} \left[(1 \pm \gamma S(y))^2 I_5(a; x_{1,(2)}, y, \pm\gamma) + \right. \\
 & \left. \left. + (1 \mp \gamma(1-S(y)))^2 I_1(a; x_{1,(2)}, y, \pm\gamma) \right] + \frac{1 \pm \gamma S(y)}{2g x_{1,(2)}} \frac{1}{5} \left((1+a)^{5/2} + (1-a)^{5/2} \right) + \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1 \pm \gamma(S(y)-1)}{2g x_{1,(2)}} \frac{1}{3} \left[\frac{4}{5} \left(1 \mp \frac{\gamma}{1 \pm \gamma S(y)} \right)^{3/2} - (1+a)^{3/2} - (1-a)^{3/2} \right] \right\}. \quad (23)
 \end{aligned}$$

Чтобы решить приближенно (с достаточной точностью) два нелинейных интегральных уравнения (23) относительно неизвестных функций $x_1(y, H) \neq x_2(y, H)$, определяющих расщепление компонент ПП в магнитном поле (см. (16)), ограничимся рассмотрением конкретной обобщенной параметризации BSk21 сил Скирма в СНМ [19]. Нахождению этих решений посвящен следующий раздел.

3. Численное решение интегральных уравнений для компонент ПП в СНМ с обобщенными BSk21 силами Скирма и анизотропным триплетным p -спариванием в умеренно сильных магнитных полях при $T = 0$

Для случая обобщенной BSk21 параметризации сил Скирма [19] имеем из общей формулы (3) следующее явное выражение для эффективной массы нейтрона в плотной нейтронной материи (см. (31) в [4]):

$$\begin{aligned}
 m_{n,BSk21}^*(y) & \approx \\
 & \approx \frac{m}{1 + y(3,97930y^{1/12} + 0,0422618\sqrt{y} - 3,89571)}, \quad (24)
 \end{aligned}$$

где $m = (m_p + m_n) / 2 \approx 938,9187$ МэВ/с² — среднее значение массы свободного нуклона [36]. С учетом (24) получим уточненное выражение для энергии Ферми в НМ с BSk21 силами Скирма (ср. с (33) в [4], где общий множитель был округлен с точностью лишь до 5 значащих цифр):

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{F,BSk21}(y) & \approx y^{2/3} [1 + y(3,97930y^{1/12} + \\
 & + 0,0422618\sqrt{y} - 3,89571)] 60,90152 \text{ (МэВ)}. \quad (25)
 \end{aligned}$$

Здесь в общем множителе 60,90152 (МэВ) специально сохранено 7 значащих цифр. Повышенная точность вычислений (по ср. с [4]) связана с тем, что точность результата приближенного решения двух нелинейных интегральных уравнений (23), как оказалось, очень сильно

зависит от точности вычисления всех величин, которые входят в (23).

Приведем для удобства уточненное значение фундаментальной величины $(\hbar c)^2$ (см. [36]), которая входит в знаменатель общего множителя перед {...} в уравнениях (23) и учтена при выводе уточненного общего множителя в (25), а именно:

$$(\hbar c)^2 \approx 38937,9304 \text{ (МэВ}^2 \cdot \text{фм}^2). \quad (26)$$

Теперь, используя уточненные выражения (24)–(26), получим из формул (14), (15) с учетом (8), что функция $S_{BSk21}(y)$ (которая входит в (23) и является, как легко убедиться, безразмерной величиной) имеет следующий явный вид:

$$\begin{aligned}
 S_{BSk21}(y) & \approx \\
 & \approx \frac{0,001537217y[1760,82 + 41,2311\sqrt{y} - 1294,08y^{1/12}]}{1 + y(3,97930y^{1/12} + 0,0422618\sqrt{y} - 3,89571)}. \quad (27)
 \end{aligned}$$

См. также график (рис. 1) этой монотонной функции $S_{BSk21}(y)$ на интервале изменения приведенной плотности $0,1 \leq y \leq 1,7$ (т.е. при субъядерных и сверхъядерных плотностях НМ).

Выражение для плотности состояний $\nu_{F,BSk21}(y)$ нейтронов на поверхности Ферми в НМ с обобщенной BSk21 параметризацией сил Скирма имеет, согласно формулам (15), (25), вид

$$\begin{aligned}
 \nu_{F,BSk21}(y) & = \frac{3n_0 y}{2\varepsilon_{F,BSk21}(y)} \approx \\
 & \approx \frac{0,004187088y^{1/3}}{1 + y(3,97930y^{1/12} + 0,0422618\sqrt{y} - 3,89571)} \frac{1}{(\text{МэВ} \cdot \text{фм}^3)}. \quad (28)
 \end{aligned}$$

С учетом этого выражения для $\nu_{F,BSk21}(y)$, а также формул (14), (8) и (9), получим для немонотонной функции $R_{BSk21}(y)$ (которая, как и $S_{BSk21}(y)$, является

безразмерной величиной и входит в формулу (12) для функции $\gamma_{BSk21}(y, H)$ следующую формулу:

$$R_{BSk21}(y) \approx -\frac{0,002093544y^{1/3}[454,645 + 127,577y^{1/12}]}{1 + y(3,97930y^{1/12} + 0,0422618\sqrt{y} - 3,89571)} \quad (29)$$

Теперь из формулы (12) с учетом (13), (25), а также (27) и (29) для $S_{BSk21}(y)$ и $R_{BSk21}(y)$ можно получить явное выражение для функции $\gamma_{BSk21}(y, H)$ (которая линейным образом зависит от H , нелинейно зависит от $y \equiv n/n_0$ и входит в уравнения (23), которые ниже решены численно). Учтем при этом также уточненное значение магнитного дипольного момента нейтрона: $\mu_n \approx -0,603077 \cdot 10^{-17}$ МэВ/Гс (см. [36]). Не будем здесь выписывать нелинейную по y функцию $\gamma_{BSk21}(y, H)$ из-за ее громоздкого явного вида, но приведем график функции $\gamma_{BSk21}(y, H = 10^{16}$ Гс) (см. рис. 2).

Отметим также, что обобщенный параметр Скирма $t'_{2,BSk21}(y)$ (см. общий множитель в уравнениях (23) перед {...}) имеет согласно формуле (5) следующий вид (см. также [19]):

$$t'_{2,BSk21}(y) = (-1390,38 + 1294,08y^{1/12}) \text{ (МэВ} \cdot \text{фм}^5 \text{)}. \quad (30)$$

Причем в интервале изменения приведенной плотности НМ $0,1 \leq y \leq 2,0$, который здесь исследуется, функция $t'_{2,BSk21}(y) < 0$ принимает отрицательные значения. Это приводит к притяжению нейтронов и к их триплетному p -спариванию (см. выше общее замечание после формулы (5)).

Заметим, что параметр обрезания $0 < a_{BSk21}(y) = E_c / \varepsilon_{F,BSk21}(y) < 1$ является нелинейной функцией от приведенной плотности $y \equiv n/n_0$ (см. (25) для $\varepsilon_{F,BSk21}(y)$) и чтобы его конкретизировать выберем энергию обрезания $E_c = 10$ МэВ, как и в статьях [1–4].

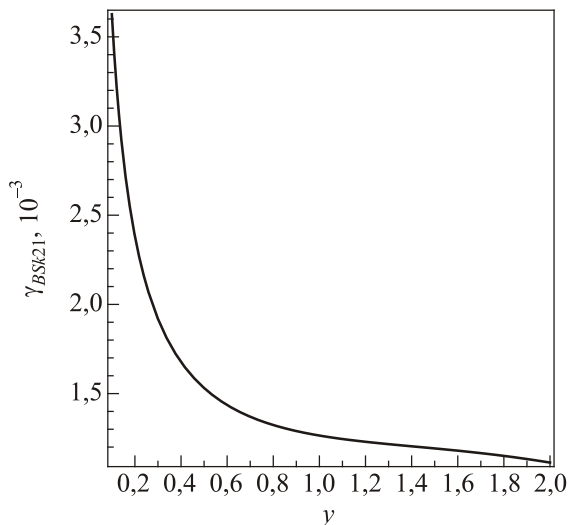


Рис. 2. Функция $\gamma_{BSk21}(y, H = 10^{16}$ Гс) (см. (12)) при $H = 10^{16}$ Гс для плотной НМ с обобщенными BSk21 силами

Наконец, приведем выражение для функции $g_{BSk21}(E_c; T = 0, y)$ (см. (17), (18) и см. ее график (рис. 3) при $E_c = 10$ МэВ):

$$g_{BSk21}(E_c; T = 0, y) \approx e^{5/6} \frac{E_c}{\varepsilon_{F,BSk21}(y)} \times \exp \left[\frac{3}{16} \left(\frac{E_c}{\varepsilon_{F,BSk21}(y)} \right)^2 + \frac{3}{512} \left(\frac{E_c}{\varepsilon_{F,BSk21}(y)} \right)^4 \right] \times \exp \left[\frac{1 + y(3,97930y^{1/12} + 0,0422618\sqrt{y} - 3,89571)}{y(2,65286y^{1/12} - 2,85028)} \right] \quad (31)$$

(ср. с формулой (35) в [4] для функции $T_{c0,BSk21}(E_c; y)$).

Таким образом, для случая СНМ с BSk21 силами Скирма приведены выше выражения для всех величин и функций, которые входят в интегральные уравнения (23). Заметим, что уравнения (23) можно свести к решению системы двух трансцендентных уравнений. Однако это не приводит к заметному упрощению задачи из-за громоздкого вида этих уравнений, а при удержании в трансцендентных уравнениях лишь главных по порядку величины слагаемых (и пренебрежении остальными слагаемыми) теряется точность полученных решений настолько, что существенно искажает искомые решения и приводит к неправильным результатам. Так как решение этих двух нелинейных интегральных уравнений (23) в общем аналитическом виде для искомых функций $x_{1,(2)}(y, H)$ получить математически сложно, то ограничимся здесь нахождением $x_{1,(2)}(y, H)$ при трех фиксированных значениях приведенной плотности: $y = 0,3$, $y = 0,6$ и $y = 1,0$, а также при трех значениях умеренно сильного магнитного поля: $H = 10^{16}$ Гс,

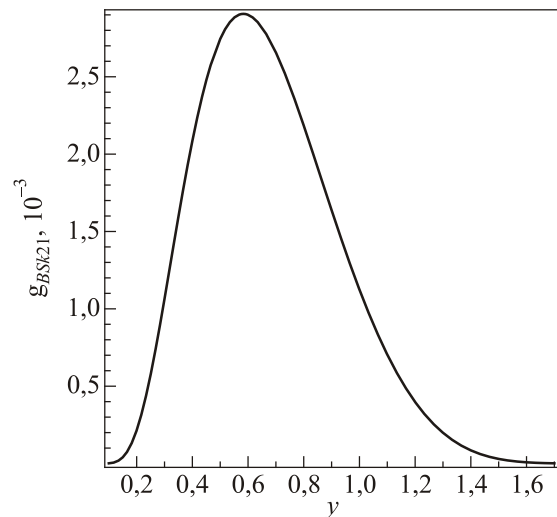


Рис. 3. $g_{BSk21}(10; T = 0, y)$ — редуцированная щель (как функция приведенной плотности $y \equiv n/n_0$ при $H = 0$, см. (17), (19) и (31)) в энергетическом спектре СНМ с BSk21 силами Скирма при $E_c = 10$ МэВ в пределе $T = 0$.

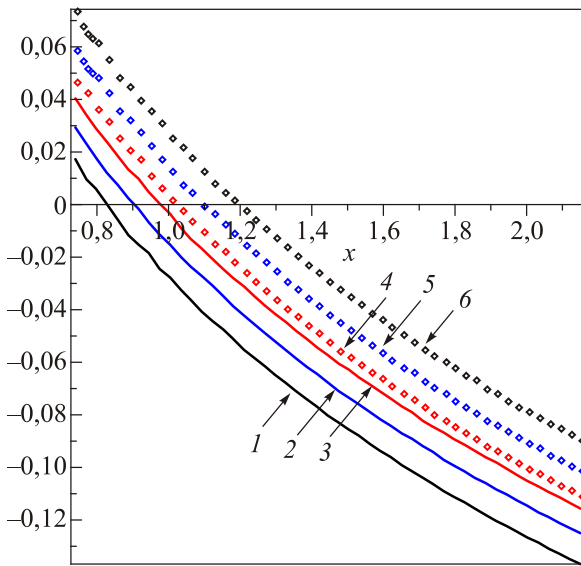


Рис. 4. (Онлайн в цвете) Решения $x_{1,2}(y=0,3,H)$ (см. (17)) в пределе $T=0$ системы двух нелинейных интегральных уравнений (23) (с верхними (нижними) знаками соответственно) при $E_c = 10$ МэВ для СНМ (с BSk21 силами Скирма) субъядерной плотности $n = 0,3n_0$ при трех значениях умеренно сильного магнитного поля. Решения $x_{1,2}(y=0,3,H)$ определяются точками пересечения оси абсцисс сплошными линиями (линиями из точек), соответствующими трем значениям поля: для $H = 10^{16}$ Гс — 3 (4), $H = 5 \cdot 10^{16}$ Гс — 2 (5) и $H = 10^{17}$ Гс — 1 (6).

$H = 5 \cdot 10^{16}$ Гс и $H = 10^{17}$ Гс. Сначала найдем графическим способом приближенные решения $x_{1,2}(y,H)$ при этих фиксированных значениях плотности и магнитного поля (см., например, рис. 4, 5, на которых представлены результаты графического решения уравнений (23) при $y = 0,3$ и при $y = 1,0$, т.е. при субъядерной и ядерной плотностях, и при трех выбранных выше

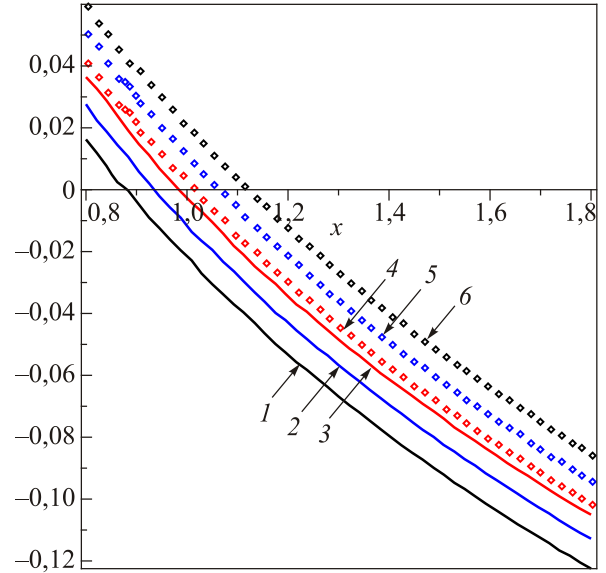


Рис. 5. (Онлайн в цвете) Аналогичные (как на рис. 4) решения $x_{1,2}(y=1,0,H)$ (см. (17)) в пределе $T=0$ системы двух нелинейных интегральных уравнений (23) при $E_c = 10$ МэВ для СНМ (с BSk21 силами Скирма) ядерной плотности $n_0 = 0,17 \text{ фм}^{-3}$ при трех значениях умеренно сильного магнитного поля: для $H = 10^{16}$ Гс — 3 (4), $H = 5 \cdot 10^{16}$ Гс — 2 (5) и $H = 10^{17}$ Гс — 1 (6).

значениях магнитного поля H), а затем прямой подстановкой в уравнения (23) уточним численные значения полученных решений и представим их в виде таблицы (см. табл. 2). Полученные таким способом результаты расчетов иллюстрируют основные особенности решений нелинейных уравнений (23), которые мы проанализируем в Заключение.

Результаты численных расчетов по формулам (25) для энергии Ферми $\epsilon_{F,BSk21}(y)$, (27) для функции $S_{BSk21}(y)$ (см. также рис. 1), (31) для $g_{BSk21}(10;T=0,y)$ (при

Таблица 1. Значения функций, которые входят в нелинейные уравнения (23) (при $T=0$), при фиксированных значениях приведенной плотности $y = n/n_0$ для СНМ с BSk21 силами Скирма (см. [19]) и при $E_c = 10$ МэВ

y	$\epsilon_{F,BSk21}(y)$, МэВ	$S_{BSk21}(y)$	$g_{BSk21}(10;T=0,y)$	$\gamma_{BSk21}(y,H)$, ([H] = Гс)
0,3	25,0561	0,3078548	0,001064179	$0,01918614 \cdot 10^{-17} H$
0,6	42,0370	0,5252933	0,002900552	$0,01435668 \cdot 10^{-17} H$
1,0	68,5661	0,6935742	0,001124166	$0,01264630 \cdot 10^{-17} H$

Таблица 2. Результаты численного решения нелинейных уравнений (23) (при $T=0$ и наличии умеренно сильных магнитных полей, $10^{16} \text{ Гс} \leq H \leq 10^{17} \text{ Гс}$) для СНМ с BSk21 силами Скирма и при $E_c = 10$ МэВ

y	$H = 10^{16}$ Гс $x_1(y,H)$	$H = 10^{16}$ Гс $x_2(y,H)$	$H = 5 \cdot 10^{16}$ Гс $x_1(y,H)$	$H = 5 \cdot 10^{16}$ Гс $x_2(y,H)$	$H = 10^{17}$ Гс $x_1(y,H)$	$H = 10^{17}$ Гс $x_2(y,H)$
0,3	0,975	1,025	0,906	1,100	0,828	1,202
0,6	0,987	1,012	0,942	1,058	0,885	1,119
1,0	0,981	1,015	0,937	1,060	0,875	1,122

$E_c = 10$ МэВ — см. рис. 3), а также значения, которые принимает функция $\gamma_{BSk21}(y, H)$ (см. (12) и рис. 2, где $H = 10^{16}$ Гс) при $y = 0, 3, 0, 6, 1, 0$ приведены в табл. 1. Эти значения подставляем затем в уравнения (23) и полученные уточненные решения для $x_1(y, H) \neq x_2(y, H)$ при трех выбранных значениях умеренно сильного магнитного поля (см. табл. 2).

4. Заключение

Проанализируем результаты расчетов, иллюстрирующих основные особенности решений нелинейных уравнений (23). Отметим, что из математической структуры интегральных уравнений (23) (справедливых в пределе $T = 0$ для произвольных обобщенных BSk параметризаций сил Скирма) для компонент ПП следует, что расщепление решений в магнитном поле, $\Delta_\uparrow(y, H) \neq \Delta_\downarrow(y, H)$ (см. (16), (17)), имеет, очевидно, место при всех субъядерных и сверхъядерных значениях плотности, при которых в СНМ может существовать анизотропное триплетное p -спаривание типа ${}^3\text{He-A}$ (см., например, для BSk21 рис. 3 для функции $g_{BSk21}(10; T = 0, y)$). Величина этого расщепления определяется значениями функций $x_1(y, H) < 1, 0 < x_2(y, H)$ (см. (16), (17), (19)), которые мало отличаются от 1,0 (см., например, для BSk21 обобщенных сил Скирма табл. 2) даже в умеренно сильных магнитных полях $10^{16} \text{ Гс} \leq H \leq 10^{17} \text{ Гс}$. Более сильные магнитные поля $H > 10^{17} \text{ Гс}$ специально здесь не рассматривали, так как в используемом в этой работе ферми-жидкостном подходе предполагаем, что справедливы неравенства вида $|\mu_n| H \ll E_c < \varepsilon_{F, BSk}(n)$. Аналогичное рассмотрение в принципе можно провести и для более сложного случая любого фиксированного значения температуры из интервала $0 < T < T_{c0, BSk}(n)$ существования СНМ при наличии магнитного поля. Главное, что это расщепление решений $x_1(y, H) \neq x_2(y, H)$ интегральных уравнений для компонент ПП свидетельствует о возникновении в магнитном поле «новой» фазы сверхтекучей нейтронной материи с анизотропным триплетным p -спариванием (аналог фазы ${}^3\text{He-A}_{1,2}$, возникающей в сверхтекучем ${}^3\text{He}$ в магнитном поле). Вблизи $T_{c0, BSk}(n)$ при $H \neq 0$ мы уже провели аналогичное исследование в работе [3]. Но вблизи $T_{c0, BSk}(n)$ (при $T \lesssim T_{c0, BSk}(n)$) компоненты ПП становятся малыми по величине и интегральные уравнения (9) из [3] можно упростить (линеаризовать) в отличие от предельного случая $T = 0$, рассмотренного в настоящей работе.

Подчеркнем, что хотя некоторая аналогия со сверхтекучими фазами ${}^3\text{He-A}_{1,2}$ имеет место, но конкретный характер зависимости поверхностей на фазовой диаграмме, которые разграничивают разные фазы для случая СНМ с анизотропным триплетным p -спариванием, имеет качественно и количественно другую зависимость и от плотности (немонотонную), и от магнитного поля. Отметим также, что, как следует из

структуры общих интегральных уравнений (23) (при $T = 0$), само расщепление $1, 0 - x_1(y, H) \neq x_2(y, H) - 1, 0$ является слабо асимметричным (как и в сверхтекучем ${}^3\text{He}$, см. [5], [38] и ссылки там) из-за разной величины интегралов $I_k(a; x, y, \gamma) \neq I_k(a; x, y, -\gamma)$ (где $k = 1, 3, 5$; см. определение (22)), хотя различие их мало (для значений x близких к $x = 1$). Малое различие этих интегралов, как функций от x , может быть наглядно продемонстрировано, если построить их графики при фиксированных значениях плотности и умеренно сильного магнитного поля. Для этого нужно предварительно вычислить значения функций, которые входят в формулы (22) (см., например, табл. 1). Причем, малая асимметрия расщепления решений уравнений (23) слабо нелинейно возрастает с ростом магнитного поля. Смотри численные результаты в табл. 2 для найденных решений $x_1(y, H)$ и $x_2(y, H)$ (а также рис. 4, 5), которые иллюстрируют наглядно эти утверждения и о малой асимметрии решений относительно $x_1(y, H = 0) = x_2(y, H) = 1, 0$ (см. (19)), и о слабо нелинейной зависимости этой асимметрии от H (которая проявляется уже в умеренно сильных магнитных полях из интервала $10^{16} \text{ Гс} \leq H \leq 10^{17} \text{ Гс}$).

Отметим также, что величина расщепления решений при $y = 0, 3$ больше по величине, чем при $y = 1, 0$ (ср. между собой рис. 4 и 5, а также уточненные результаты численных расчетов в табл. 2). Это объясняется тем, что энергия Ферми в НМ (25) монотонно возрастает с плотностью и по сравнению с ней энергия Зеемана в эффективном магнитном поле играет более заметную роль при меньших плотностях (см. (12) и рис. 2, например, для монотонно убывающей функции $\gamma_{BSk21}(y, H)$ при $H = 10^{16}$ Гс). Заметим здесь еще, что особенностью уравнений (23) является то, что зависящие от магнитного поля слагаемые $\pm\gamma(1 - 2S(y))$ в числителе дроби внутри множителя вида [...] перед интегралом $I_3(a; x_{1,(2)}, y, \pm\gamma)$ в уравнениях (23) становятся малыми по величине вблизи максимума функции $g_{BSk21}(10; T = 0, y)$ (см. (31) и рис. 3). Это объясняется тем, что функция $S_{BSk21}(y) \approx 0, 500002$ при $y = 0, 558$ (см. (27) и рис. 1). Поэтому расщепление решений уравнений (23) (для случая BSk21 параметризации сил Скирма в НМ) при $y = 0, 6$ оказалось меньше по величине не только по сравнению с расщеплением решений при $y = 0, 3$, но и по сравнению с $y = 1, 0$ (см. табл. 2).

Наконец отметим, что открытый еще в 1948 году английскими астрономами М. Райлом (M. Ryle) и Ф.Г. Смитом (F.G. Smith) в созвездии Кассиопеи самый яркий источник радиоизлучения в нашей Галактике «Млечный путь», названный ими «Кассиопея А» (или кратко Cas A), оказался связанным с нейтронной звездой (НЗ), которая излучает также в рентгеновском диапазоне. Это излучение было обнаружено в августе 1999 г. с помощью рентгеновского космического телескопа НАСА названного «Чандра» (“Chandra”). Особенностью этой самой молодой НЗ (возраст ее около

340 лет) в нашей Галактике среди известных в настоящее время многочисленных нейтронных звезд является ее необычно быстрое остывание, зафиксированное впервые в режиме реального времени. А именно, с августа 1999 г. по настоящее время ее температура снизилась на несколько процентов (см. в [39–41] подробнее).

Ряд авторов [42–46] объясняют столь быстрое остывание НЗ в Cas A существованием именно триплетной сверхтекучести нейтронов в жидком плотном внешнем слое ядра (толщиной несколько километров) внутри этой нейтронной звезды. Таким образом, эта молодая НЗ является реальным примером (одним из многих подобных компактных сверхплотных объектов во Вселенной), где может существовать триплетное спаривание нейтронов. В магнетарах же (о которых было отмечено во Введении и к которым имеет отношение данное исследование), кроме такого типа сверхтекучести нейтронов присутствует сильное магнитное поле, которое в сердцевине этих НЗ может превышать 10^{17} Гс.

1. A.N. Tarasov, *J. Phys.: Conf. Ser.* **400**, 032101 (2012) [LT26]; *arXiv:nucl-th/1301.5528*.
2. A.N. Tarasov, Plenary talk in: *Proceedings of the Int. School-Seminar “New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions” (NPQCD-2013)*, Dnipropetrovsk, Ukraine (2013), p. 25.
3. A.N. Tarasov, *EPL (Europhys. Lett.)* **105**, 52001 (2014).
4. A.N. Tarasov, *Fiz. Nizk. Temp.* **42**, 222 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 169 (2016)].
5. D. Vollhardt and P. Wölfle, *The Superfluid Phases of Helium 3*, Taylor and Francis, London (1990).
6. R.C. Duncan and C. Thompson, *Astrophys. J.* **392**, L9 (1992).
7. C. Thompson and R.C. Duncan, *Astrophys. J.* **408**, 194 (1993).
8. C. Thompson and R.C. Duncan, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **275**, 255 (1995).
9. C. Thompson and R.C. Duncan, *Astrophys. J.* **473**, 322 (1996).
10. P.M. Woods and C. Thompson, in: *Compact Stellar X-ray Sources*, W.H.G. Lewin and M. van der Klis (eds.), Cambridge Astrophysics Series, No. 39, Cambridge University Press, New York (2006), p. 547.
11. P.M. Woods, *AIP Conf. Proc.* **983**, 227 (2008).
12. P. Haensel, A.Y. Potekhin, and D.G. Yakovlev, *Neutron Stars 1. Equation of State and Structure*, Springer, New York (2007).
13. И.Ф. Малов, Г.З. Мачабели, *Аномальные пульсары*, Наука, Москва (2009).
14. S. Mereghetti, J.A. Pons, and A. Melatos, *Magnetars: Properties, Origin and Evolution*, *arXiv:astro-ph.HE/1503.06313*.
15. M. Sinha and A. Sedrakian, *Phys. Rev. C* **91**, 035805 (2015).
16. M. Stein, A. Sedrakian, X.-G. Huang, and J.W. Clark, *Phys. Rev. C* **93**, 015802 (2016).
17. A. Sedrakian, X.-G. Huang, M. Sinha, and J.W. Clark, *From Microphysics to Dynamics of Magnetars*, *arXiv:astro-ph.HE/1701.00895*.
18. N. Chamel, S. Goriely, and J.M. Pearson, *Phys. Rev. C* **80**, 065804 (2009).
19. S. Goriely, N. Chamel, and J.M. Pearson, *Phys. Rev. C* **82**, 035804 (2010).
20. S. Goriely, N. Chamel, and J.M. Pearson, *Phys. Rev. C* **88**, 024308 (2013).
21. A.F. Fantina, N. Chamel, J.M. Pearson, and S. Goriely, *AIP Conf. Proc.* **1645**, 92 (2015).
22. P.B. Demorest, T. Pennucci, S.M. Ransom, M.S.E. Roberts, and J.W.T. Hessels, *Nature* **467**, 1081 (2010).
23. J. Antoniadis, P.C.C. Freire, N. Wex, T.M. Tauris, R.S. Lynch, M.H. van Kerkwijk, M. Kramer, C. Bassa, V.S. Dhillon, T. Driebe, J.W.T. Hessels, V.M. Kaspi, V.I. Kondratiev, N. Langer, T.R. Marsh, M.A. McLaughlin, T.T. Pennucci, S.M. Ransom, I.H. Stairs, J. van Leeuwen, J.P.W. Verbiest, and D.G. Whelan, *Science* **340**, 448 (2013) *arXiv:astro-ph.HE/1304.6875*.
24. А.И. Ахиезер, В.В. Красильников, С.В. Пелетминский, А.А. Яценко, *УФН* **163**, 1 (1993).
25. А.И. Ахиезер, В.В. Красильников, С.В. Пелетминский, and А.А. Yatsenko, *Phys. Rep.* **245**, 1 (1994).
26. М.Ю. Ковалевский, С.В. Пелетминский, *Статистическая механика квантовых жидкостей и кристаллов*, Физматлит, Москва (2006).
27. А.И. Ахиезер, А.А. Исаев, С.В. Пелетминский, А.П. Рекало, А.А. Яценко, *ЖЭТФ* **112**, 3 (1997) [*JETP* **85**, 1 (1997)].
28. M. Rayet, M. Arnould, F. Tondeur, and G. Paulus, *Astron. Astrophys.* **116**, 183 (1982).
29. Б.И. Барц, Ю.Л. Болотин, Е.В. Инопин, В.Ю. Гончар, *Метод Хартри–Фока в теории ядра*, Наукова Думка, Киев (1982).
30. В.М. Коломиец, *Ядерная ферми-жидкость*, Наукова Думка, Киев (2009).
31. С.Н. Шульга, Ю.В. Слюсаренко, *ФНТ* **39**, 1123 (2013) [*Low Temp. Phys.* **39**, 874 (2013)].
32. A. Vidaurre, J. Navarro, and J. Bernabéu, *Astron. Astrophys.* **135**, 361 (1984).
33. A.N. Tarasov, *Ukr. J. Phys.* **55**, 644 (2010).
34. A.N. Tarasov, *Cent. Eur. J. Phys.* **9**, 1057 (2011).
35. A.N. Tarasov, *Ukr. J. Phys.* **58**, 611 (2013).
36. K. Nakamura *et al.* (Particle Data Group), *J. Phys. G* **37**, 075021 (2010).
37. *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами*, М. Абрамовиц, И. Стиган (ред.), Наука, Москва (1979).
38. В.П. Минеев, *УФН* **139**, 303 (1983).
39. W.C.G. Ho and C.O. Heinke, *Nature* **462**, 71 (2009).
40. C.O. Heinke and W.C.G. Ho, *Astrophys. J.* **719**, L167 (2010).
41. K.G. Elshamouty, C.O. Heinke, G.R. Sivakoff, W.C.G. Ho, P.S. Shternin, D.G. Yakovlev, D.J. Patnaude, and L. David, *Astrophys. J.* **777**, 22 (2013).
42. D. Page, M. Prakash, J.M. Lattimer, and A.W. Steiner, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 081101 (2011).
43. P.S. Shternin, D.G. Yakovlev, C.O. Heinke, W.C.G. Ho, and D.J. Patnaude, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **412**, L108 (2011).

44. П.С. Штернин, Д.Г. Яковлев, *УФН* **182**, 1006 (2012) [*Phys.-Usp.* **55**, 935 (2012)].
45. D. Page, M. Prakash, J.M. Lattimer, and A.W. Steiner, Stellar Superfluids, in: *Novel Superfluids* **2**, K.H. Bennemann and J.B. Ketterson (eds.), Oxford University Press, Oxford, 505 (2014) [*arXiv:astro-ph.HE/1302.6626*].
46. W.C.G. Ho, K.G. Elshamouty, C.O. Heinke, and A. Potekhin, *Phys. Rev. C* **91**, 015806 (2015).

On the theory of superfluidity of dense neutron matter with anisotropic spin-triplet p -wave pairing in strong magnetic fields

A.N. Tarasov

The previously derived nonlinear integral equations for the components of the order parameter (OP) of dense superfluid neutron matter (SNM) with anisotropic spin-triplet p -wave pairing (similar to $^3\text{He-A}$) and with taking into account the effects of magnetic field and finite temperatures are reduced here to the equations for the two components of OP in the limit of zero temperature. These equations (which are valid for arbitrary parametrization of the effective Skyrme interaction in neutron matter) are specified and solved

numerically for the generalized BSk21 parametrization of the effective Skyrme forces (with additional terms dependent on density n) in neutron matter. As the main result the splitting (nonlinearly growing due to the effect of moderately strong magnetic field H) of the energy gap (in the energy spectrum of neutrons in SNM) is calculated as nonlinear function of density n in the limiting case of zero temperature. A small asymmetry (nonlinearly growing with magnetic field) of the energy gap splitting is also obtained in the range of moderately strong magnetic fields $10^{16} \text{ G} \leq H \leq 10^{17} \text{ G}$. Phase transitions in neutron matter to superfluid states of such type and so strong magnetic fields might occur (and exist) at subnuclear and supranuclear densities as in liquid outer core of magnetars (strongly magnetized neutron stars).

PACS: 21.65.Cd Asymmetric matter, neutron matter;
 26.60.Dd Neutron star core;
 67.10.Fj Quantum statistical theory;
 67.30.H- Superfluid phase of ^3He .

Keywords: superfluid Fermi liquid, spin-triplet pairing, dense neutron matter, generalized Skyrme forces, strong magnetic fields.