

## Двумерный электронный кристалл над жидким гелием в нелинейном режиме. Анализ резонансных спектров электрон-риплонных колебаний

В.Е. Сивоконь, И.В. Шарапова

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины*

*пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина*

E-mail: sivokon@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 20 октября 2017 г., опубликована онлайн 26 февраля 2018 г.

Экспериментально исследован спектр связанных электрон-риплонных колебаний в вигнеровском кристалле в зависимости от амплитуды возбуждающего сигнала. Обнаружено, что повышение возбуждающего напряжения приводит к заметному искажению спектра и смещению резонансных особенностей в область более низких частот. В результате анализа спектров установлено, что в ячейке возбуждаются несимметричные колебания. Ввиду радиальной симметрии ячейки и возбуждающего электрода причиной возбуждения таких колебаний может быть искажение кристаллической решетки. При анализе предполагается, что электрон-риплонное взаимодействие приводит лишь к перенормировке эффективной массы электронов.

Експериментально досліджено спектр зв'язаних електрон-риплонних коливань у вігнерівському кристалі в залежності від амплітуди збуджуючого сигналу. Виявлено, що збільшення збуджуючої напруги призводить до значної зміни спектра та зміщення резонансних особливостей в зону більш низьких частот. В результаті аналізу спектрів встановлено, що в комірці збуджуються невісесиметричні коливання. Зважаючи на радіальну симетрію комірки та збуджуючого електрода, причиною збудження таких коливань може бути спотворення кристалічної ґратки. При аналізі припускається, що електрон-риплонна взаємодія призводить лише до перенормування ефективної маси електронів.

PACS: 73.40.-с Электронный транспорт в интерфейсных структурах;

67.90.+z Другие темы в квантовых жидкостях и твердых телах.

Ключевые слова: вигнеровский кристалл, жидкий гелий, двумерная система, резонансные спектры, электрон-риплонные колебания.

### Введение

Пространственное упорядочение электронов (электронный кристалл) на фоне равномерно распределенного положительного заряда, предсказанное Е. Вигнером в 1934 году [1], было обнаружено в системе поверхностных электронов в 1979 году Граймсом и Адамсом [2]. Электронный (вигнеровский) кристалл интенсивно исследовался как экспериментально, так и теоретически. Основные результаты исследований изложены в обзорах [3–5].

Несмотря на то, что многие свойства этой системы подробно изучены, а ее поведение во многих экспериментальных условиях достаточно хорошо интерпрети-

ровано, остаются вопросы, пока не имеющие однозначного ответа. Один из таких — вопрос о том, что происходит с электронным кристаллом при увеличении электрического поля, направленного вдоль поверхности электронного слоя (ведущего поля). Неопределенность в интерпретации экспериментальных результатов в значительной степени связана с тем, что образование кристалла над жидким гелием сопровождается появлением деформационного рельефа на поверхности жидкости (луночного кристалла). Фактически имеются две связанные подсистемы: система собственно электронов и система лунок. Неясно априори, как может проявиться нелинейность при воздействии на кристалл достаточно большим ведущим

полем: либо в виде искажений кристаллической решетки, либо в виде дополнительных факторов во взаимодействии электронов с поверхностью жидкости.

Экспериментально обнаружено, что с ростом ведущего поля происходит немонотонное изменение транспортных свойств кристалла. При достаточно большом значении поля наблюдается скачок магнитопроводимости [6], который авторы интерпретировали как вызванное полем плавление кристалла. В работах [7,8] наблюдалось немонотонное поведение подвижности вигнеровского кристалла при изменении ведущего поля, в том числе скачки при достаточно большом значении поля. Физическая картина, предложенная для объяснения экспериментальных данных [7,8], базируется на предположении о том, что кристалл под действием ведущего поля движется с достаточно большой скоростью, сохраняя неизменной свою кристаллическую структуру. Процессы, приводящие к наблюдаемым явлениям, включают в себя брэгг-черенковское излучение риплонов [9] и соскальзывание (слайдинг) электронов с деформационного рельефа жидкости [7]. В серии работ по исследованию свойств электронного кристалла в зависимости от ведущего поля [10–13] высказано предположение о том, что основной причиной нелинейного поведения электронного кристалла является все же нарушение его кристаллической структуры при увеличении ведущего поля, а при достаточно большой величине поля — полное разрушение пространственного порядка (динамическое плавление).

Для дальнейшего исследования нелинейных свойств вигнеровского кристалла представляется перспективным изучение резонансов связанных электрон-риплонных колебаний при различных амплитудах возбуждающих напряжений. Резонансные спектры содержат информацию не только о транспортных свойствах кристалла, но и о его структуре. Связанные электрон-риплонные колебания являются результатом взаимодействия плазменных мод электронной подсистемы с капиллярными волнами, волновые векторы которых совпадают с обратными векторами кристаллической решетки [14]. Частоты резонансов связанных колебаний могут быть рассчитаны без подгоночных параметров в рамках самосогласованной теории Монархи и Шикина [15,16], причем результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными [17], полученными при малых амплитудах возбуждающего напряжения. Было обнаружено, что увеличение ведущего поля приводит к изменению спектра связанных колебаний, появлению новых колебательных мод, скачков и т.п. [18–22]. Подробный анализ спектров при различных возбуждающих напряжениях не проводился, но исследование интегральных характеристик спектра позволило предположить, что эффективная масса электронов в кристалле растет при увеличении веду-

щего поля [21], если считать, что кристаллическая структура заметно не изменяется.

В настоящей работе подробно исследуются спектры связанных электрон-риплонных резонансов при различных значениях ведущего напряжения и анализируются возможные причины изменения резонансных спектров.

### Эксперимент

Экспериментальные исследования связанных электрон-риплонных резонансов проведены с использованием измерительной ячейки с круговой геометрией, которая находилась в тепловом контакте с камерой растворения рефрижератора растворения. Ячейка представляла собой круглый плоскопараллельный конденсатор, в зазоре которого над поверхностью жидкого гелия находился электронный кристалл. Система кольцевых электродов, образующих одну из обкладок конденсатора, позволяла воздействовать на кристалл ведущим электрическим полем необходимой частоты и амплитуды и регистрировать отклик кристалла на это поле в виде интегральной характеристики тока, появляющегося в электронном слое. Подробно ячейка и ее анализ описаны в работе [23]. Важно отметить, что конструкция ячейки позволяла достичь параллельности электродов и поверхности жидкости с довольно высокой точностью  $10^{-3}$  рад. Эксперименты проводились без магнитного поля, так что возбуждение электронного слоя было радиально симметричным.

Исследовались резонансы связанных электрон-риплонных колебаний в кристаллах с поверхностной плотностью  $(2,6–13) \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$  в прижимающих полях 300–2200 В/см в температурном интервале 0,07–0,46 К при частотах 1–20 МГц. Возбуждающее напряжение изменялось в основном в интервале 1–10 мВ, но были и измерения при больших полях, вплоть до 355 мВ.

### Спектры связанных электрон-риплонных колебаний

Связанные электрон-риплонные колебания — результат связывания фононных мод электронного кристалла с риплонными модами колебаний поверхности жидкости. Согласно [16], динамика низкочастотных колебаний вигнеровского кристалла зависит от коэффициентов связи кристалла с риплонами:

$$C_n = \frac{3n_s V_g^2}{\alpha m \omega_n^2} \exp \left[ -\frac{g_n^2 \langle u_f^2 \rangle}{2} \right], \quad (1)$$

где  $m$  — масса электрона,  $\alpha$  — коэффициент поверхностного натяжения жидкого гелия,  $n_s$  — поверхностная плотность электронов. Частота  $\omega_n$  и волновой вектор  $g_n$  связаны законом дисперсии капиллярных волн

$$\omega_n = \left[ \frac{\alpha}{\rho} \right]^{1/2} g_n^{3/2}, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность жидкого гелия, а индекс  $n$  нумерует волновые векторы и частоты, соответствующие обратным векторам кристаллической решетки кристалла  $g_n$ . Как известно, минимуму энергии электронного кристалла соответствует треугольная решетка [24]. Совокупность обратных векторов для двумерной треугольной решетки имеет вид

$$q_n = \frac{8\pi^2 n_s}{\sqrt{3}} n \quad (n=1, 3, 4, 7, 9\dots). \quad (3)$$

Величина  $V_g$  в (1) характеризует интенсивность электрон-риплонного взаимодействия и в пределе больших прижимающих полей  $V_{\perp}$  пропорциональна величине  $eV_{\perp}$  ( $e$  — заряд электрона),  $\langle u_f^2 \rangle$  — среднеквадратичное смещение электронов в узлах кристаллической решетки, обусловленное высокочастотными колебаниями. При учете связывания фононов кристалла преимущественно с самой низкочастотной риплонной модой ( $C_1 \gg C_2$ ) частота связанных фонон-риплонных колебаний может быть выражена в виде

$$\omega_{s,p}^2(k) = \frac{\omega_1^2 \omega_p^2(k)}{C_1 \omega_1^2 + \omega_p^2(k)}, \quad p=l, t, \quad (4)$$

где  $\omega_p(k)$  — спектр колебаний электронного кристалла над плоской поверхностью,  $p$  — поляризация колебаний. В наших экспериментах существенны колебания с продольной поляризацией, спектр которых при учете экранировки электронного слоя электродами ячейки имеет вид

$$\omega_l^2(k) = \frac{4\pi n_s e^2}{m} k \frac{\text{sh}(kd) \text{sh}[k(H-d)]}{\text{sh}(kH)}, \quad (5)$$

где  $H$  — расстояние между измерительным и прижимающим электродом ячейки,  $d$  — высота слоя жидкого гелия над нижним электродом.

Волновые векторы  $k_i$ , соответствующие стоячим колебаниям в ячейке, определяются из условия

$$J_1(k_i R) = 0. \quad (6)$$

Здесь  $J_1(x)$  — функция Бесселя первого порядка,  $R$  — радиус электронного пятна.

Уравнение (6) позволяет определить волновые векторы, которые соответствуют резонансам симметричных колебаний в ячейке, то есть таких колебаний, в которых отсутствует угловая зависимость плотности электронов. В более общем случае задача о возбуждении плазменных колебаний в двумерной заряженной системе решена в работе [25]. Для определения волно-

вых векторов, соответствующих резонансам в ячейке с круговой геометрией, необходимо решать уравнение

$$jJ_j(k_i R) - k_i R J_{j+1}(k_i R) = 0. \quad (7)$$

Параметр  $j$  отражает различные виды угловой зависимости колебаний в ячейке, а при  $j=0$  уравнение (7) переходит в уравнение (6), которое соответствует осесимметричным колебаниям.

Таким образом, в круговой ячейке возможно наблюдение резонансов связанных электрон-риплонных колебаний. Какие именно моды будут наблюдаться, зависит от способа их возбуждения и симметрии самого электронного кристалла.

На рис. 1 представлены спектры связанных электрон-риплонных резонансов в вигнеровском кристалле с поверхностной плотностью  $1,3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$  при температуре  $T = 75 \text{ мК}$  в широком интервале возбуждающих напряжений. Точки соответствуют измерениям при фиксированных частотах, а линии между ними проведены для удобства восприятия. Видно, что спектр существенно меняется при увеличении возбуждающего напряжения. При самых малых возбуждающих напря-

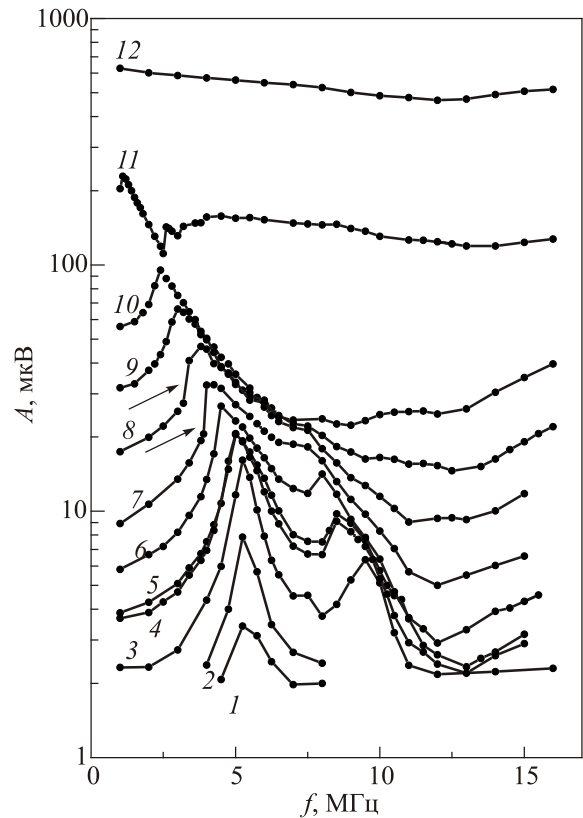


Рис. 1. Спектр связанных электрон-риплонных резонансов в вигнеровском кристалле с поверхностной плотностью  $1,3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$  при прижимающем напряжении  $V_{\perp} = 236 \text{ В}$ , температуре  $T = 75 \text{ мК}$  и возбуждающих напряжениях (мВ): 0,3 (1), 0,5 (2), 1 (3), 1,7 (4), 1,9 (5), 3 (6), 5 (7), 10 (8), 19 (9), 31 (10), 100 (11) и 355 (12). Стрелки на кривых 7 и 8 указывают на скачки в спектре.

жениях чувствительность аппаратуры позволяет увидеть следы одного резонанса, но уже при 1 мВ хорошо видны два резонанса. Положение низкочастотного резонанса при 1 мВ такое же, как при меньших возбуждающих напряжениях (0,3 и 0,5 мВ), так что, по-видимому, до 1 мВ сохраняется линейный режим возбуждения. При дальнейшем увеличении возбуждающего напряжения резонансный спектр изменяется: низкочастотный резонанс смещается в сторону более низких частот, а форма резонанса искажается. На кривых 7 и 8 стрелки указывают на наблюдаемые скачки в спектрах. Резонанс, видимый на зависимости 3, также смещается в сторону низких частот и по мере увеличения возбуждающего напряжения становится менее выраженным. При возбуждающем напряжении 100 мВ (кривая 11) резонансные особенности остаются лишь в области частот ниже 5 МГц, а при напряжении 355 мВ никаких резонансных особенностей не наблюдается (кривая 12). В высокочастотной части спектра (>10 МГц) в некотором интервале напряжений виден возрастание сигнала над фоном с ростом частоты.

Следует иметь в виду, что отклик ячейки и электрические поля в плоскости слоя, возбуждаемые в ходе измерения спектра, зависят не только от амплитуды возбуждения, но также от частоты. В линейном режиме связь между возбуждающим напряжением и откликом с учетом проводимости электронного слоя получена в результате решения уравнений Максвелла для заданной геометрии ячейки [23]. В нелинейном случае, когда проводимость слоя зависит от величины поля, теоретически установить связь между возбуждением и откликом практически невозможно. Можно ожидать, что при малых отклонениях от линейности все же возможен приблизительный анализ, базирующийся на соотношениях, полученных для линейного режима измерений.

При малом возбуждающем напряжении 1 мВ положения резонансов определяются легко, поскольку в спектре отчетливо видны максимумы. Однако по мере увеличения возбуждающего напряжения анализ спектра становится затруднительным. По-видимому, возбуждаются несколько резонансов, однако выделить их непросто, поскольку расстояния между резонансными максимумами и ширина резонансов сравнимы.

### Анализ спектров

При анализе спектров предполагается, что частотная зависимость амплитуды отклика на внешнее возбуждение  $A(f)$  может быть представлена в виде суммы  $N$  резонансных кривых:

$$A(f) = \sum_i^N \frac{A_i}{\sqrt{(f_{0i}^2 - f^2)^2 + 4\lambda_i^2 f^2}}. \quad (8)$$

Параметры этих кривых  $(A_i, f_{0i}, \lambda_i)$  находятся в результате решения задачи многомерной оптимизации. Для этого задается число резонансов  $N$  и находится минимум функции

$$\sum_k (A_k^{\text{exp}}(f_k) - A(f_k, f_{0i}, A_i, \lambda_i))^2 \quad (9)$$

по переменным  $f_{0i}, A_i, \lambda_i$ . Здесь  $A_k^{\text{exp}}(f_k)$  — частотная зависимость амплитуды, измеренная в эксперименте. При анализе исключается область в правой части спектра, где наблюдается возрастание сигнала при повышении частоты. Верхняя граница анализируемого спектра изменяется от 12 МГц для возбуждающего напряжения  $V_{\parallel} = 1,7$  мВ до 10 МГц для  $V_{\parallel} = 31$  мВ. Минимальное значение амплитуды, которое достигается перед высокочастотным возрастанием сигнала, рассматривается как амплитуда шума и вычитается из общего сигнала перед разложением его на сумму резонансных кривых. При анализе спектров производится их разложение в основном на 3 резонанса, но при малых возбуждающих напряжениях (1 мВ) хорошо выражены две резонансные моды. При увеличении возбуждения спектр искажается, и для возможности описания этого возбуждения вводится третий резонанс, причем три — это минимальное число резонансов для описания структуры измеренных нелинейных спектров. Этого числа достаточно для выявления основных закономерностей. Увеличение  $N$  до 4 или 5 принципиально не изменяет картину и в большинстве случаев, но не всегда, приводит либо к слабому расщеплению резонансов, полученных при  $N = 3$ , либо к появлению резонансов с малыми амплитудами.

На рис. 2 приведен пример обработки спектра при  $V_{\parallel} = 1$  мВ. Спектр состоит из двух резонансов, увели-

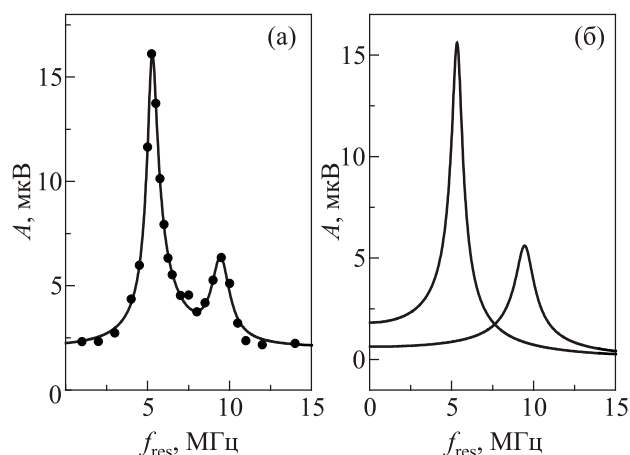


Рис. 2. Анализ резонансного спектра при возбуждающем напряжении 1 мВ: (а) экспериментальные значения (точки) и сумма аппроксимирующих резонансных кривых (линия); (б) аппроксимирующие резонансные кривые.

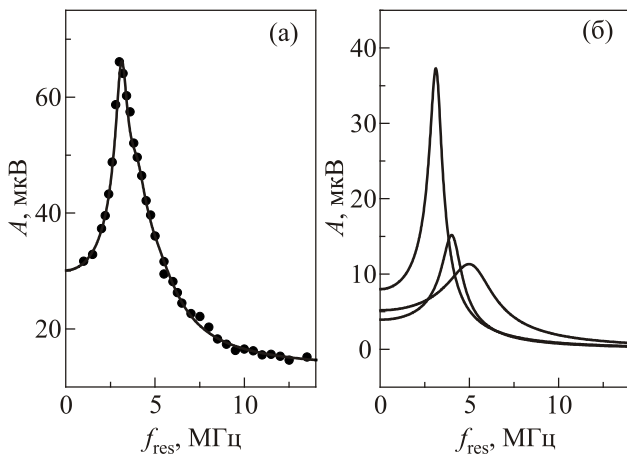


Рис. 3. Анализ резонансного спектра при возбуждающем напряжении 19 мВ: (а) экспериментальные значения (точки) и сумма аппроксимирующих резонансных кривых (линия); (б) аппроксимирующие резонансные кривые.

чение  $N$  не приводит к росту числа резонансов. На рис. 2(а) точками представлены экспериментальные данные, линией — сумма аппроксимирующих резонансных кривых плюс шум, а на рис. 2(б) — сами аппроксимирующие резонансные кривые. В более сложном случае при  $V_{||} = 19$  мВ результаты представлены на рис. 3.

Для некоторых возбуждающих напряжений спектр может оказаться более сложным, и при  $N = 3$  не удастся достичь достаточно хорошего приближения, так что приходится использовать  $N = 4$ . Пример приведен на рис. 4 для  $V_{||} = 10$  мВ.

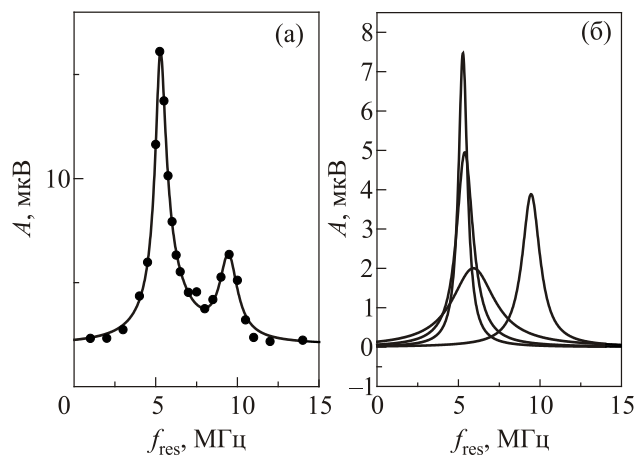


Рис. 4. Анализ резонансного спектра при возбуждающем напряжении 10 мВ: (а) экспериментальные значения (точки) и сумма аппроксимирующих резонансных кривых (линия); (б) аппроксимирующие резонансные кривые.

### Частоты резонансов

По описанной схеме были обработаны спектральные кривые рис. 1, и частоты полученных резонансов (точки) показаны на рис. 5. При малых напряжениях  $V_{||} = 0,3$  и  $0,5$  мВ спектр описывался одной резонансной кривой, а при  $V_{||} = 100$  мВ спектр не обрабатывался, обозначенная звездочкой частота соответствует наблюдаемым на зависимости  $I I$  (рис. 1) особенностям, которые можно трактовать как следы резонансного отклика. Горизонтальные линии соответствуют резонансным модам электрон-риплонных колебаний, рассчитанным в рамках самосогласованной теории Монархи и Шикина [15,16]. Теория не требует подгоночных параметров, но в нашем эксперименте есть величина, которая не очень точно известна при проведении измерений. Это поверхностная плотность электронов  $n_s$ . Мы определяем  $n_s$  с точностью примерно 5% по температуре вигнеровской кристаллизации. В принципе, это достаточная точность для расчета резонансных частот, но при охлаждении ячейки до температуры, при которой проводятся измерения спектров, часть электронов может теряться вследствие температурных колебаний при расслоении раствора в рефрижераторе растворения. При расчете резонансных частот в рамках самосогласованной теории используемая величина  $n_s$  при необходимости корректировалась, чтобы теоретическое и экспериментальное значения резонансной моды (0,1) при линейном режиме измерений (обычно при 1 мВ) совпали.

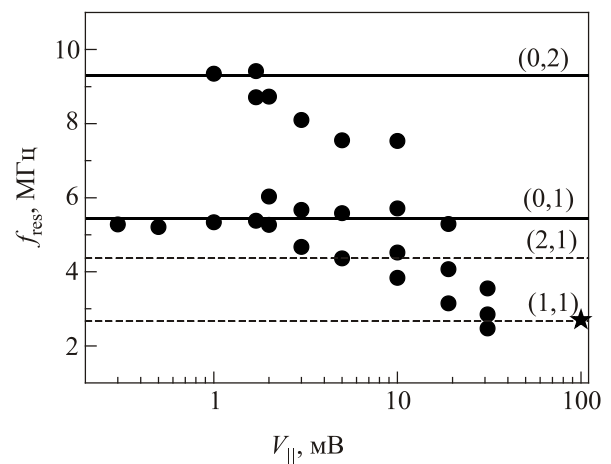


Рис. 5. Частоты резонансов связанных электрон-риплонных колебаний в зависимости от величины возбуждающего напряжения в электронном кристалле с поверхностной плотностью  $1,3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$  при прижимающем напряжении  $V_{\perp} = 236$  В и температуре  $T = 75$  мК (точки). Линии — частоты резонансов, рассчитанные в рамках самосогласованной теории [15,16]: осесимметричные (сплошные линии) и неосесимметричные (пунктир).



На рис. 5 показано изменение резонансных спектров вигнеровского кристалла при увеличении напряжения возбуждения. При малом возбуждающем сигнале  $V_{\parallel} = 1$  мВ возбуждается основная резонансная частота (0,1) и ее гармоника (0,2). Возбуждающий сигнал имеет осевую симметрию, и вполне естественно, что возбуждаются осесимметричные колебания в ячейке. При  $V_{\parallel} = 0,3$  и  $0,5$  мВ чувствительность измерительной системы позволяет наблюдать только резонанс (0,1). Положение резонанса при изменении  $V_{\parallel}$  от  $0,3$  до  $1$  мВ не изменяется, так что, по-видимому, до  $1$  мВ сохраняется линейный режим измерений. При повышении  $V_{\parallel}$  начинаются искажения в спектре и уже при  $V_{\parallel} = 3$  мВ видно, что наряду с модой (0,1) появляется возбуждение на более низкой частоте, близкой к неосесимметричной моде (2,1). Резонансы на этих частотах видны и при дальнейшем увеличении  $V_{\parallel}$ . При  $V_{\parallel} = 10$  мВ начинает появляться еще более низкочастотная мода, амплитуда которой при  $V_{\parallel} = 19$  мВ становится самой большой. Частоты этой моды близки к частоте неосесимметричной моды (1,1). Возможно, следы этой моды сохраняются вплоть до  $V_{\parallel} = 100$  мВ. Что же касается резонансных особенностей вблизи моды (0,2), то они по мере возрастания  $V_{\parallel}$  смещаются в сторону более низких частот, где также возможно возбуждение неосесимметричных резонансных мод.

Таким образом, анализ рис. 5 позволяет предположить, что при достаточно большом возбуждающем напряжении при сохранении радиальной симметрии возбуждающего сигнала в ячейке возбуждаются резонансы неосесимметричных связанных электрон-риплонных колебаний.

Результаты более подробных исследований кристалла с близкими характеристиками при возбуждающих напряжениях до  $10$  мВ приведены на рис. 6. Видно, что и здесь наблюдаются те же закономерности, что и на рис. 1. При увеличении возбуждающего напряжения резонансные особенности смещаются в сторону низких частот и искажаются, а при некоторых значениях  $V_{\parallel}$  (зависимости 5–7) хорошо видны скачки в резонансном спектре. Представление спектров в виде суммы трех резонансных зависимостей в форме (8) приводит к результату, приведенному на рис. 7. При минимальном возбуждении ( $1$  мВ) наблюдаются моды (0,1) и (0,2), хорошо совпадающие с теоретическими значениями. Видно, что уже при этом возбуждении появляется еще одна мода, частота которой при дальнейшем увеличении напряжения совпадает с частотой неосесимметричной моды (2,1). Начиная с  $V_{\parallel} = 7,7$  мВ, мода (0,1) не проявляется, но начинает проявляться мода, лежащая ниже моды (2,1). Возможно, эта мода — результат совместного возбуждения неосесимметричных мод (2,1) и (1,1). Ввиду того, что ширина резонансов сравнима с расстоянием между ними, совместное

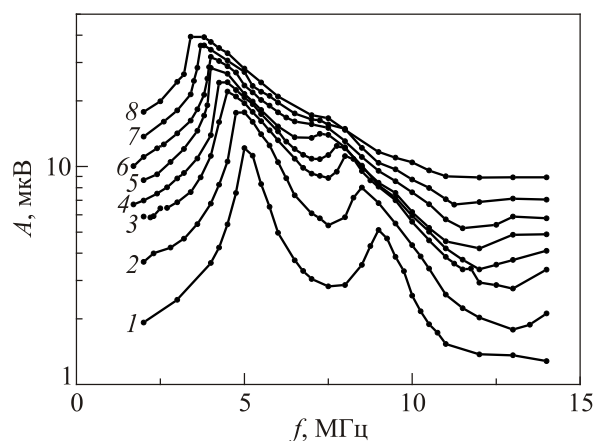


Рис. 6. Спектр связанных электрон-риплонных резонансов в вигнеровском кристалле с поверхностной плотностью  $1,28 \cdot 10^9$  см<sup>-2</sup> при прижимающем напряжении  $V_{\perp} = 230$  В, температуре  $T = 83$  мК и возбуждающих напряжениях (мВ): 1 (1), 1,9 (2), 3,1 (3), 3,9 (4), 4,9 (5), 6 (6), 7,7 (7), 9,8 (8).

возбуждение двух резонансов может наблюдаться как один резонанс.

Резонанс при более высоких частотах, частота которого при  $V_{\parallel} = 1$  мВ совпадает с теоретическим значением (0,2), смещается с ростом возбуждающего напряжения в область более низких частот.

Таким образом, результаты двух серий исследований резонансных спектров связанных электрон-риплонных колебаний при различных возбуждающих напряжениях показывают смещение резонансных особенностей в

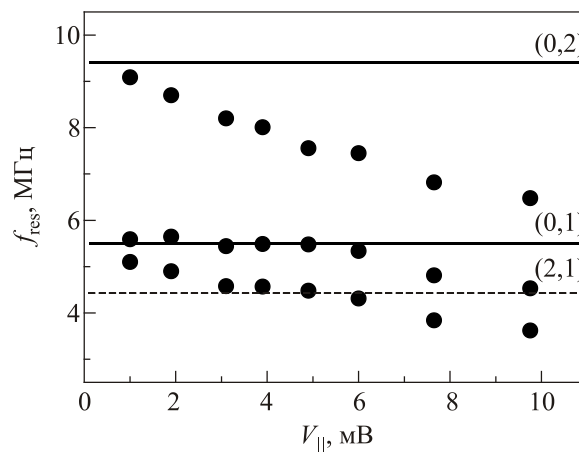


Рис. 7. Частоты резонансов связанных электрон-риплонных колебаний в зависимости от величины возбуждающего напряжения в электронном кристалле с поверхностной плотностью  $1,28 \cdot 10^9$  см<sup>-2</sup> при прижимающем напряжении  $V_{\perp} = 230$  В при температуре  $T = 83$  мК (точки). Линии — частоты резонансов, рассчитанные в рамках самосогласованной теории [15,16]: осесимметричные (сплошные линии) и неосесимметричные (пунктир).

область низких частот при увеличении возбуждающего напряжения. В одних случаях эти низкочастотные резонансы совпадают с неосесимметричными, в других — могут быть результатом одновременного возбуждения двух резонансов.

В области частот, лежащих между теоретическими значениями (0,1) и (0,2), находится несколько неосесимметричных мод, в частности, мода (5,1) с частотой 8,6 МГц, мода (4,1) с частотой 7,3 МГц и мода (3,1) с частотой 5,9 МГц, так что смещение резонансов в низкочастотную область может также быть связано с возбуждением неосесимметричных колебаний.

### Скачки в спектре

Наряду со смещением резонансов в область низких частот при увеличении возбуждающего напряжения наблюдаются искажения спектра, а при некоторых напряжениях на зависимости амплитуды колебаний от частоты отчетливо видны скачки (зависимости 7 и 8 на рис. 1 и 4, 5 на рис. 6). На рис. 8 приведены результаты более подробного изучения спектра в области амплитудных скачков. Как видно, частота, вблизи которой появляются скачки в спектре, уменьшается с увеличением напряжения возбуждения. Это характерная картина для нелинейных резонансов, т.е. резонансов, частота которых зависит от амплитуды колебаний. Для иллюстрации появления скачков в резонансном спектре рассмотрим одномерную задачу колебаний частицы с массой  $m$  при наличии трения под действием вынуждающей силы  $F_{\text{exc}}$  [26]. Зависимость амплитуды вынужденных колебаний  $A$  в установившемся режиме от частоты  $f$  имеет вид резонансной кривой

$$A(f) = \frac{F_{\text{exc}}}{m\sqrt{(f_0^2 - f^2)^2 + 4\lambda^2 f^2}}, \quad (10)$$

где  $f_0$  — собственная частота колебаний частицы, зависящая от возвращающей силы;  $\lambda$  — коэффициент, характеризующий трение.

Предположим, что собственная частота колебаний по каким-то причинам зависит от амплитуды колебаний, например линейно уменьшается с ростом амплитуды:  $f_0 = \tilde{f}_0(1 - \alpha A)$ , где  $\tilde{f}_0$  — собственная частота, отвечающая линейному режиму колебаний, а  $\alpha$  — некоторый коэффициент. В этом случае частотная зависимость амплитуды колебаний будет решением уравнения

$$A(f) - \frac{F_{\text{exc}}}{m\sqrt{[\tilde{f}_0^2(1 - \alpha A)^2 - f^2]^2 + 4\lambda^2 f^2}} = 0. \quad (11)$$

Результаты решения этого уравнения показаны сплошными линиями на рис. 8. Решение уравнения проводилось при условиях:  $\tilde{f}_0 = 5,5$  МГц и  $\alpha = 1$  — для всех кривых,  $F_{\text{exc}}/m = 0,4$  и  $\lambda = 0,35$  МГц (кривая 1),  $F_{\text{exc}}/m = 0,7$  и  $\lambda = 0,45$  МГц (кривая 2),  $F_{\text{exc}}/m = 1,2$  и  $\lambda = 0,6$  МГц (кривая 3),  $F_{\text{exc}}/m = 2$  и  $\lambda = 0,85$  МГц (кривая 4). Для сравнения с экспериментальными данными расчетные амплитуды умножены на один и тот же размерный масштабный коэффициент. Величины  $F_{\text{exc}}/m$  почти пропорциональны соответствующим возбуждающим напряжениям в эксперименте, а величины  $\lambda$  соответствуют полученным при обработке экспериментальных спектров.

Хорошее качественное согласие расчетных спектров в области скачков с экспериментальными спектрами еще раз подчеркивает, что частота резонанса, возбуждаемого в экспериментальной ячейке, зависит от амплитуды колебаний. Смещение резонансной частоты в область ниже моды (0,1) может быть обусловлено дополнительным возбуждением неосесимметричных мод (2,1) и (1,1), что при одновременном возбуждении мод может проявляться как некий интегральный резонанс на промежуточной частоте.

### Выводы

Анализ нелинейных спектров вигнеровского кристалла с большой степенью уверенности позволяет утверждать, что в ячейке с круговой симметрией при осесимметричном возбуждении колебаний электронной плотности в двумерном вигнеровском кристалле при достаточно большом возбуждающем напряжении появляются колебания, которые не обладают круговой симметрией.

Следует отметить, что возбуждающие напряжения, которые приводят к искажению резонансных спектров связанных электрон-риплонных колебаний и в конечном итоге к исчезновению резонансных особенностей, весьма малы по сравнению с напряжением,

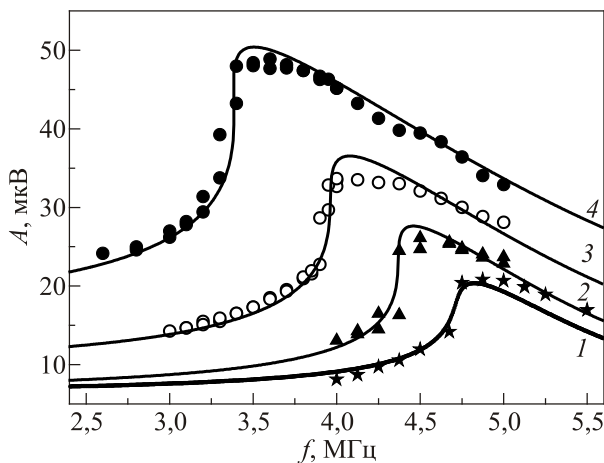


Рис. 8. Спектр связанных электрон-риплонных резонансов в вигнеровском кристалле с поверхностной плотностью  $1,24 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$  при прижимающем напряжении  $V_{\perp} = 228 \text{ В}$ , температуре  $T = 75\text{--}83 \text{ мК}$  и возбуждающих напряжениях (мВ): 1,9 (1), 3 (2), 5,35 (3), 10 (4). Точки — экспериментальные значения, линии — результат расчета (см. в тексте).

подаваемым на прижимающий электрод. Заряд на прижимающем электроде компенсирует силы кулоновского отталкивания электронов, и его величина пропорциональна энергии электронного кристалла, обусловленной электрон-электронным взаимодействием. В эксперименте прижимающее напряжение составляло около 200 В, и, казалось бы, дополнительное возбуждающее напряжение порядка 100 мВ не должно существенно влиять на электронный кристалл. Однако в эксперименте уже возбуждение с амплитудой в несколько милливольт деформирует спектр электрон-риплонных колебаний, заметно смещая резонансные особенности в область низких частот.

Ранее [21] при анализе интегральных характеристик спектра мы предполагали, что изменяется эффективная масса электронов в кристалле, что находилось в качественном согласии с теорией [16]. Однако теория построена в предположении, что кристалл под действием возбуждающего напряжения движется как целое с некоторой достаточно большой скоростью. Такое предположение не кажется обоснованным для ячейки с круговой геометрией при радиальном возбуждении электронного слоя, особенно если учесть, что силы, действующие на электрон со стороны кольцевого возбуждающего электрода, имеют разный знак в зависимости от того, на каком расстоянии от центра ячейки находится электрон.

Кроме того, электронный кристалл является сильно коррелированной системой и увеличение скорости электронов под действием поля приводит к изменению скоростей всех остальных электронов, а также к изменению условий теплового обмена с поверхностью жидкого гелия. Если в результате воздействия внешнего поля средняя скорость электронов в кристалле увеличивается, то увеличивается температура кристалла, а не начинается движение кристалла как целого при неизменной его температуре.

Причиной наблюдаемого в резонансной области поведения электронного кристалла может быть искажение кристаллической решетки при увеличении возбуждающего напряжения. Энергия взаимодействия в электронном кристалле зависит от типа кристаллической структуры [24]. Минимальная энергия треугольной решетки  $E_I = -3,921034 e^2 / (a_c)^{1/2}$ , но квадратная решетка имеет энергию  $E_I = -3,900265 e^2 / (a_c)^{1/2}$ , отличающуюся от энергии треугольной решетки менее чем на 1%. Здесь  $a_c$  — среднее расстояние между электронами. Небольшое различие в энергии кристалла с разными кристаллическими структурами указывает на то, что деформация кристалла может происходить при относительно малых ведущих полях.

Искажение треугольной кристаллической решетки приводит к тому, что у тензорного коэффициента проводимости (или сопротивления), отражающего связь между вектором приложенного поля и вектором тока в

кристалле, появляются недиагональные компоненты. Для двумерного кристалла с треугольной кристаллической решеткой тензор проводимости диагонален и имеет одинаковые компоненты на главной диагонали, так что проводимость кристалла может трактоваться как проводимость изотропного тела. Благодаря наличию недиагональных компонент тензора при радиально-симметричном возбуждении могут возбуждаться неосесимметричные колебания, причем чем выше напряжение возбуждения, тем больше искажение решетки и тем вероятнее возбуждение такого типа колебаний.

При достаточно большой амплитуде колебаний коэффициент связи между электронами и риплонами, по видимому, уменьшается, аналогично тому, как это происходит в линейном приближении при увеличении среднеквадратичных смещений электронов [16]. В конечном итоге ослабление связи между электронами и поверхностью жидкости приводит к перегреву кристалла внешним полем и его плавлению. Резонансные особенности в отклике электронного слоя на возбуждающее напряжение исчезают.

Таким образом, в работе экспериментально исследован спектр связанных электрон-риплонных колебаний в вигнеровском кристалле в зависимости от амплитуды возбуждающего сигнала. Обнаружено, что повышение возбуждающего напряжения приводит к заметному искажению спектра и смещению резонансных особенностей в область низких частот. Это смещение можно интерпретировать как результат возбуждения неосесимметричных колебаний в электронном слое. Предполагается, что причиной возбуждения неосесимметричных колебаний является искажение кристаллической решетки.

1. E.P. Wigner, *Phys. Rev.* **46**, 1002 (1934).
2. C.C. Grimes and G. Adams, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 495 (1979).
3. В.Б. Шикин, Ю.П. Монарха, *Двумерные заряженные системы в гелии*, Мир, Москва (1989).
4. Yuriy Monarkha and Kimitoshi Kono, *Two-Dimensional Coulomb Liquids and Solids*, Springer, Heidelberg (2004).
5. Ю.П. Монарха, В.Е. Сивоконь, *ФНТ* **40**, 1355 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 1067 (2012)].
6. L. Wilen and R. Giannetta, *Jpn. J. Appl. Phys.* **26** (Suppl. 26-3), 2105 (1987).
7. K. Shirahama and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 781 (1995).
8. K. Shirahama and K. Kono, *J. Low Temp. Phys.* **104**, 237 (1996).
9. M.I. Dykman and Yu.G. Rubo, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4813 (1997).
10. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, А.С. Неонета, *ФНТ* **34**, 761 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 600 (2008)].
11. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, *ФНТ* **36**, 1267 (2010) [*Low Temp. Phys.* **36**, 1023 (2010)].
12. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, *ФНТ* **38**, 8 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 6 (2012)].



13. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, *ФНТ* **40**, 1219 (2014) [*Low Temp. Phys.* **40**, 953 (2014)].
14. D.S. Fisher, B.I. Halperin, and P.M. Platzman, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 798 (1979).
15. Ю.П. Монарха, В.Б. Шикин, *ФНТ* **9**, 913 (1983) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **9**, 471 (1983)].
16. Ю.П. Монарха, *ФНТ* **6**, 685 (1980) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **6**, 331 (1980)].
17. В.Е. Сивоконь, В.В. Доценко, Ю.З. Ковдря, В.Н. Григорьев, *ФНТ* **22**, 1107 (1996) [*Low Temp. Phys.* **22**, 845 (1996)].
18. В.В. Доценко, В.Е. Сивоконь, Ю.З. Ковдря, В.Н. Григорьев, *ФНТ* **23**, 789 (1997) [*Low Temp. Phys.* **23**, 595 (1997)].
19. V. Sivokon, V. Dotsenko, Yu. Kovdrya, and V. Grigor'ev, *J. Low Temp. Phys.* **111**, 609 (1998).
20. V.E. Syvokon and Yu.V. Kireev, *J. Low Temp. Phys.* **138**, 421 (2005).
21. V.E. Syvokon, Yu.Z. Kovdrya, and K.A. Nasyedkin, *J. Low Temp. Phys.* **144**, 35 (2006).
22. V.E. Syvokon, Yu.Z. Kovdrya, and K.A. Nasyedkin, *J. Low Temp. Phys.* **148**, 163 (2007).
23. V.E. Sivokon, V.V. Dotsenko, S.S. Sokolov, Yu.Z. Kovdrya, and V.N. Grigor'ev, *Fiz. Nizk. Temp.* **22**, 715 (1996) [*Low Temp. Phys.* **22**, 549 (1996)].
24. L. Bonsall and A.A. Maradudin, *Phys. Rev. B* **15**, 1959 (1977).
25. C.F. Barenghi, C.J. Mellor, J. Meredith, C.M. Muirhead, P.K.H. Sommerfeld, and W.F. Vinen, *Philos. Trans. R. Soc. London A* **334**, 139 (1991).
26. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Механика*, Наука, Москва (1988).

A two-dimensional electron crystal over liquid helium in the nonlinear mode. An analysis of resonance spectra of the electron-rippion oscillations

V.E. Syvokon and I.V. Sharapova

The spectrum of coupled electron-rippion oscillations in the Wigner crystal is studied experimentally, depending on amplitude of the exciting signal. Increasing the exciting voltage is found to cause the noticeable spectrum distortion and the shift of the resonances down to lower frequencies. Excitation of the non-axisymmetrical oscillations is found under of the spectra analysis. Because of radial symmetry of the cell and the exciting electrode a possible reason for such excitations may be the crystal lattice distortion. It is suggested under analysis that the electron-rippion interaction contributes only in the electron effective mass renormalization.

PACS: 73.40.-c Electronic transport in interface structures;  
67.90.+z Other topics in quantum fluids and solids.

Keywords: Wigner crystal, liquid helium, two-dimensional system, resonance spectra, electron-rippion oscillations.