

Анализ нелинейных спектров связанных электрон-риплонных колебаний вигнеровского кристалла при различных температурах и моделирование процесса возбуждения

В.Е. Сивоконь, И.В. Шарапова

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: sivokon@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 12 декабря 2017 г., опубликована онлайн 27 марта 2018 г.

Экспериментально исследован спектр связанных электрон-риплонных колебаний в вигнеровском кристалле на поверхности сверхтекучего гелия при различных температурах и возбуждающих напряжениях, приводящих к деформации спектра. Показано, что при всех температурах увеличение возбуждающего напряжения приводит к появлению неосесимметричных колебательных мод, что указывает на искажения кристаллической решетки. Возможность возбуждения неосесимметричных мод в ячейке продемонстрирована с помощью моделирования колебаний в электронном кристалле методом молекулярной динамики. При нескольких фиксированных частотах измерены амплитуды отклика электронного кристалла на внешнее возбуждение в зависимости от величины возбуждающего напряжения и обнаружены скачки при некоторых критических напряжениях. С использованием критерия Линдемана установлена корреляция между критическим напряжением и пределом устойчивости кристаллической решетки. Сделан вывод о том, что при достижении критического значения ведущего напряжения происходит динамическое плавление электронного кристалла.

Експериментально досліджено спектр зв'язаних електрон-риплонних коливань у вігнерівському кристалі на поверхні надплинного гелію при різних температурах та збуджуючих напругах, які призводять до деформації спектра. Показано, що при всіх температурах збільшення збуджуючої напруги призводить до появи невісесиметричних коливальних мод, що свідчить про спотворення кристалічної ґратки. Можливість збудження невісесиметричних мод в комірії продемонстрована за допомогою моделювання коливань в електронному кристалі методом молекулярної динаміки. При декількох фіксованих частотах виміряно амплітуди відгуку електронного кристала на зовнішнє збудження в залежності від величини збуджуючої напруги та виявлено стрибки при деяких критичних напругах. З використанням критерію Ліндемана встановлена кореляція між критичною напругою та межею стійкості кристалічної ґратки. Зроблено висновок, що при досягненні критичного значення ведучої напруги відбувається динамічне плавлення електронного кристала.

PACS: 73.40.–с Электронный транспорт в интерфейсных структурах;
67.90.+z Другие темы в квантовых жидкостях и твердых телах.

Ключевые слова: вигнеровский кристалл, сверхтекучий гелий, двумерная система, резонансные спектры, электрон-риплонные колебания.

Введение

Двумерный вигнеровский кристалл на поверхности жидкого гелия подробно исследовался как теоретически, так и экспериментально, и многие аспекты его

поведения хорошо изучены [1–3]. Однако пока нет полного понимания процессов, происходящих в электронном кристалле при приложении к нему достаточно большого поля в плоскости электронного слоя (ведущего поля). Неоднозначность трактовки поведения

кристалла в большом ведущем поле отчасти связана с особенностями кристаллизации в этой системе. Упорядочение электронов и, как следствие, их локализация над жидким диэлектриком приводят к формированию деформационного рельефа поверхности жидкости. Образующийся ряд прогибов поверхности (лунок) или луночный кристалл есть неотъемлемая часть системы, и свойства электронного кристалла должны рассматриваться в тесной взаимосвязи со свойствами поверхности жидкого гелия. Внешнее электрическое поле, приложенное в плоскости электронного слоя, приводит к появлению сил, действующих на электроны и вызывающих их смещение. Смещения электронов в больших ведущих полях могут приводить как к изменениям кристаллической структуры (появление искажений и дефектов решетки), так и к нелинейным особенностям взаимодействия электронов с лунками. Поэтому различные предположения, положенные в основу интерпретации экспериментальных данных, приводят к различным объяснениям наблюдаемых нелинейных свойств электронного кристалла.

Если предположить, что под действием внешнего поля электронный кристалл движется как целое, сохраняя свою кристаллическую структуру, то его нелинейные свойства могут быть обусловлены нелинейностью взаимодействия электронов с поверхностью жидкости. Могут проявляться ангармонизм электрон-риплонного взаимодействия [4], излучение черенковских риплонов [5], а при достаточно больших скоростях течения нельзя исключить полного рассогласования между электронной и луночной подсистемами (соскальзывание или слайдинг электронов) [6]. Идея о том, что нелинейное поведение кристалла обусловлено нелинейностью электрон-риплонного взаимодействия лежит в основе объяснения экспериментальных данных по нелинейной проводимости [7,8]. В рамках анализа предполагается, что двумерный электронный кристалл под действием ведущего поля движется как целое, сохраняя пространственный порядок. Однако это предположение в реальных экспериментальных условиях представляется маловероятным.

Электронный кристалл образуется на фоне равномерно распределенного положительного потенциала, который подается на прижимающий электрод и компенсирует кулоновское отталкивание электронов. Расположение электронов в слое определяется кулоновским отталкиванием и внешним полем, в отличие от атомных кристаллов, в которых есть предпочтительный масштаб расстояний, обусловленный минимумом межатомного потенциала взаимодействия. Ведущее поле, создаваемое при подаче напряжения на возбуждающий электрод, как правило, неоднородно. Силы, действующие на электрон со стороны возбуждающего электрода, имеют разный знак в различных областях электронного слоя, что приводит к смещению электро-

нов в противоположных направлениях под действием возбуждающего сигнала [9]. Следует иметь в виду, что электронный кристалл является сильно коррелированной системой, и смещение любого электрона под действием внешнего электрического поля не может рассматриваться изолированно, а только как результат реакции всего кристалла. Поэтому во внешнем поле, особенно неоднородном, кристалл перестраивается в соответствии с конфигурацией поля, а не смещается, сохраняя прежний порядок. Кроме того, границы кристалла фиксированы прижимающим и охранным электродами, и выход электрона за пределы прижимающего электрода связан с преодолением энергетического барьера. Многие экспериментальные исследования нелинейных свойств кристалла проведены в ячейках с Corbino геометрией при радиально-симметричном возбуждении электронного слоя. В этих условиях вряд ли возможно представить себе движение кристалла как целого без искажений. Такой подход может быть справедлив только в пределе очень малых полей, причем критерий малости, по-видимому, связан с различием энергий кристалла с различными кристаллическими структурами и порогом образования дефектов решетки.

Конечно, искажение кристаллического порядка не исключает возможности проявления нелинейности в электрон-риплонном взаимодействии, но при достаточно низких частотах можно предполагать, что лунка движется с электроном в адиабатическом режиме, а электрон-риплонное взаимодействие приводит лишь к перенормировке эффективной массы электрона в кристалле.

Более реалистичным при анализе экспериментальных данных, отражающих поведение электронного кристалла в больших ведущих полях, по нашему мнению, является предположение о том, что внешнее поле влияет прежде всего на электронную подсистему, приводя к искажению и перестройке пространственного порядка в системе. При больших полях искажения могут быть столь велики, что кристаллическая фаза теряет устойчивость и пространственный порядок разрушается, т.е. происходит динамическое разрушение или плавление кристалла. Идея о динамическом плавлении двумерного вигнеровского кристалла на поверхности жидкого гелия была высказана в результате анализа экспериментальных результатов по проводимости и резонансным спектрам связанных электрон-риплонных колебаний [10–13]. Была сделана попытка сопоставить характерные черты динамического плавления кристалла с особенностями сверхтекучего перехода в гелиевой пленке в нелинейном режиме, т.е. при больших скоростях движения пленки относительно подложки [12].

В работе [14] нами исследованы резонансные спектры связанных электрон-риплонных колебаний в электронном кристалле с плотностью $n_s \approx 1,3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ (температура плавления $T_m \approx 0,8 \text{ К}$) при температуре

$T \approx 0,08$ К. Спектры изучались при различных величинах напряжения, подаваемого на возбуждающий электрод ячейки. Было обнаружено, что при малых возбуждающих напряжениях наблюдаются осесимметричные моды колебаний, положение которых совпадает с частотами, рассчитанными в рамках самосогласованной теории [4,15], которая не требует подгоночных параметров. При увеличении возбуждающего напряжения в ячейке появляются резонансы при более низких частотах, чем частота основной моды (0,1). Эти резонансы интерпретируются как следствие возбуждения в ячейке неосесимметричных колебаний. Поскольку ячейка и возбуждающий электрод обладают радиальной симметрией, был сделан вывод, что неосесимметричные резонансы указывают на искажения кристаллической решетки, приводящие к недиагональным компонентам тензора проводимости кристалла.

Внешнее поле может приводить к перегреву кристалла по отношению к жидкости и соответствующим изменениям в резонансном спектре. В этой связи представляют интерес исследования резонансных свойств вигнеровского кристалла при различных температурах, что и составляет цель настоящей работы.

В данной работе экспериментально исследуются спектры связанных электрон-риплонных колебаний вигнеровского кристалла с поверхностной плотностью электронов $n_s = 1,3 \cdot 10^9$ см⁻² в интервале температур 0,08–0,6 К ($T_m = 0,8$ К) при различных возбуждающих напряжениях. При нескольких фиксированных частотах измерена зависимость амплитуды отклика электронного кристалла на возбуждающее напряжение от величины этого напряжения. Кроме того, методом молекулярной динамики проведено моделирование процесса возбуждения неосесимметричных колебаний в ячейке.

Эксперимент

Эксперименты проведены с использованием ячейки с Corbino геометрией. Схема ячейки представлена на рис. 1. Поверхность сверхтекучего гелия с помещенным на нее электронным кристаллом расположена посередине плоского конденсатора с круговой геометрией. Зазор конденсатора составлял 2 мм, радиус пластины $R_3 = 1,35$ см. Электроны удерживаются у поверхности с помощью положительного прижимающего потенциала, подаваемого на нижнюю пластину конденсатора (прижимающий электрод). Пластина состоит из трех равных секторов, на каждый из которых прижимающий потенциал может подаваться независимо. Такая конструкция необходима для юстировки ячейки с целью обеспечения горизонтальности электронного слоя.

Верхняя пластина конденсатора образована системой кольцевых измерительных электродов. На внешнее кольцо 1 подавалось возбуждающее напряжение, с

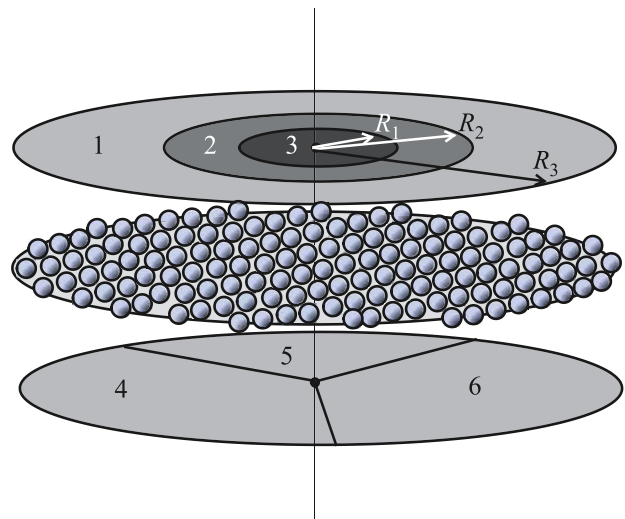


Рис. 1. Схема измерительной ячейки: 1 — возбуждающий электрод, 2 — заземленный электрод, 3 — приемный электрод, 4, 5, 6 — секторы, образующие прижимающий электрод.

внутреннего электрода 3 снимался отклик ячейки на возбуждающий сигнал, кольцо 2 было заземлено. Выходной сигнал с электрода 3 усиливался предусилителем и поступал на вход синхронного усилителя. Ячейка находилась в тепловом контакте с камерой растворения рефрижератора растворения [16]. Температура измерялась угольным термометром Speer, калиброванным *in situ* по кристаллизационному термометру ³He. Подробно ячейка описана в работе [17].

Создание электронного слоя проводилось при температуре ячейки около 1,5 К при кратковременном поджиге нити накаливания. На прижимающий электрод было подано напряжение, необходимое для образования слоя с заданной n_s . Поверхностная плотность при охлаждении определялась по температуре кристаллизации слоя, а при самой низкой температуре дополнительно уточнялась по положению основной резонансной частоты моды (0,1) связанных электрон-риплонных колебаний. Уточнение плотности было необходимо, чтобы учесть возможные потери электронов в процессе охлаждения.

В эксперименте измерялся отклик ячейки (амплитуда и фаза), содержащей двумерный электронный кристалл, на внешнее возбуждение в интервале резонансных частот связанных электрон-риплонных колебаний. Измерения проведены при нескольких фиксированных температурах и фиксированных значениях напряжения, подаваемого на возбуждающий электрод.

Резонансные спектры

На рис. 2 приведены результаты измерений спектров связанных электрон-риплонных колебаний в электронном кристалле с $n_s = 1,3 \cdot 10^9$ см⁻² ($T_m = 0,8$ К) при различных температурах и возбуждающих напряжениях, равных 1, 2, 5 и 10 мВ.

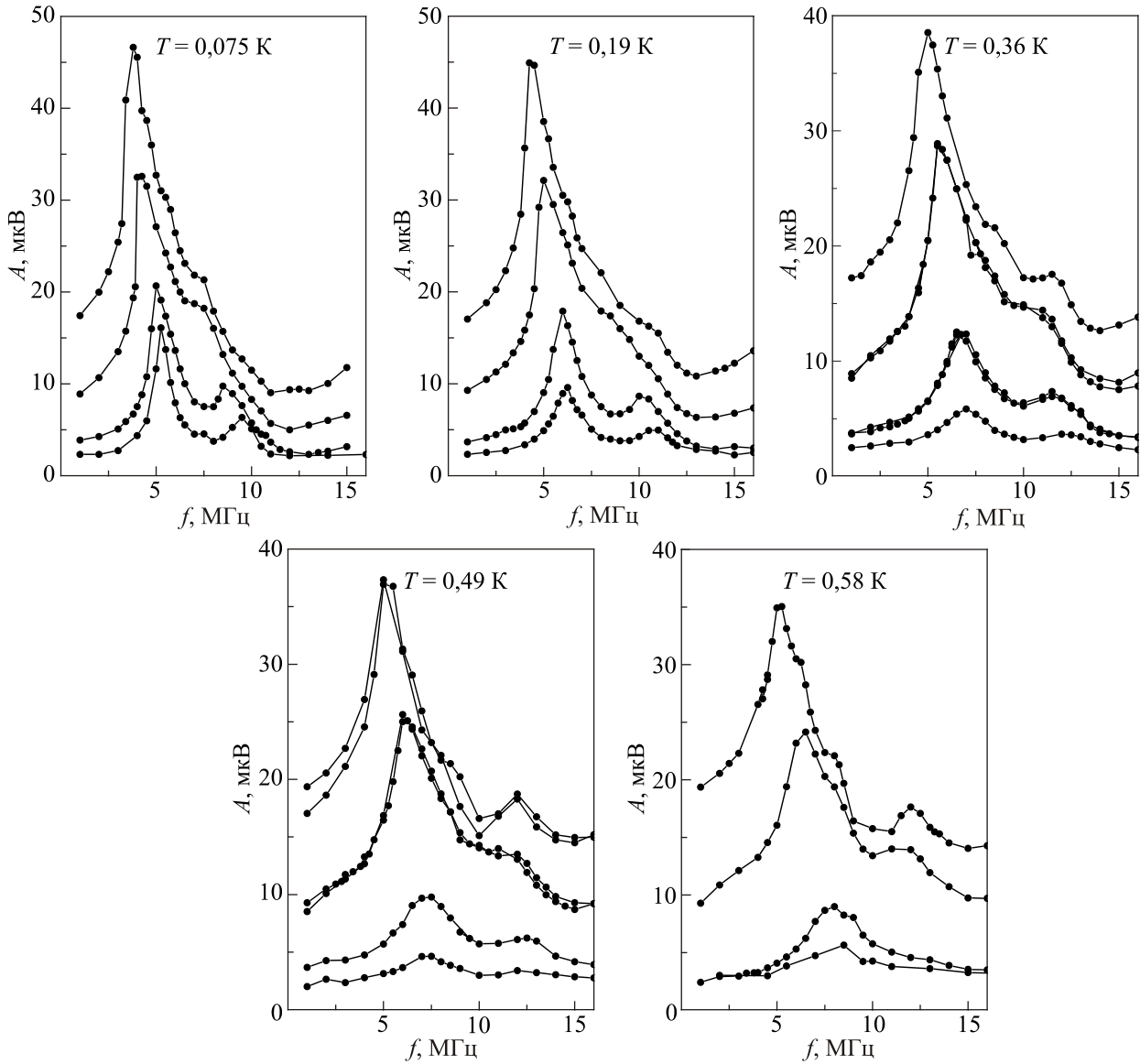


Рис. 2. Спектры связанных электрон-риплонных колебаний в электронном кристалле с $n_s = 1,3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ при различных температурах $T = 0,075\text{--}0,85 \text{ К}$ и возбуждающих напряжениях $V_{\parallel} = 1, 2, 5$ и 10 мВ . При $T = 0,36 \text{ К}$ и $V_{\parallel} = 2$ и 5 мВ , при $T = 0,49 \text{ К}$ и $V_{\parallel} = 5$ и 10 мВ приведены результаты двух серий измерений.

Видно, что при всех температурах изменения спектров при увеличении возбуждающего напряжения весьма похожи. Наблюдается смещение резонансных особенностей в область более низких частот и искажение резонансных кривых, указывающее на возбуждение дополнительных низкочастотных резонансов. При увеличении температуры амплитуды всех резонансов уменьшаются вследствие увеличения сопротивления слоя.

Для получения информации о поведении резонансных частот использовался анализ спектров, аналогичный ранее проведенному в работе [14]. При анализе предполагалось, что частотная зависимость спектральной амплитуды $A(f)$ может быть представлена в виде суммы N резонансных кривых:

$$A(f) = \sum_i^N \frac{A_i}{\sqrt{(f_{0i}^2 - f^2)^2 + 4\lambda_i^2 f^2}} \quad (1)$$

Параметры этих кривых (A_i, f_{0i}, λ_i) находились в результате решения задачи многомерной оптимизации. Для этого задавалось число резонансов N и находился минимум функции

$$\sum_k \left[A_k^{\text{exp}}(f_k) - A(f_k, f_{0i}, A_i, \lambda_i) \right]^2 \quad (2)$$

по переменным f_{0i}, A_i, λ_i ($A_k^{\text{exp}}(f_k)$ — частотная зависимость амплитуды, измеренная в эксперименте). Минимальное значение амплитуды рассматривалось как амплитуда шума и вычиталось из общего сигнала

перед разложением его на сумму резонансных кривых. При анализе спектров производилось их разложение в основном на три резонанса. Анализовалась область спектра при частотах $f \leq 16$ МГц.

Результаты анализа приведены на рис. 3 в виде температурных зависимостей частот резонансов, полученных при различных амплитудах возбуждающего напряжения.

При минимальном возбуждающем напряжении $V_{\parallel} = 1$ мВ (рис. 3(а)) резонансный спектр хорошо аппроксимируется суммой двух резонансных кривых. Наблюдаются резонансные моды (0,1) и (0,2). Частоты резонансов находятся в хорошем согласии со значениями, полученными в рамках самосогласованной теории [4,15], которая не содержит подгоночных параметров. Но уже при увеличении напряжения до 2 мВ (рис. 3(б)) в спектре заметны искажения, которые при обработке проявляются как расщепление основной резонансной моды (0,1). При $V_{\parallel} = 5$ мВ (рис. 3(в)) видно, что это расщепление связано с возбуждением неосесимметричной моды (2,1). Экспериментальная ячейка и электрическое поле, появляющееся при возбуждении, обладают радиальной симметрией. В этих условиях наиболее вероятной причиной возбуждения неосесимметричной колебательной моды может быть искажение решетки электронного кристалла, приводящее к появ-

лению недиагональных компонент тензора проводимости и, следовательно, к возможности появления тангенциальной составляющей электрического поля, необходимой для возбуждения неосесимметричных колебаний. Отклонение наблюдаемых частот колебаний при $V_{\parallel} = 5$ мВ от теоретически рассчитанной моды (0,2) тоже, по всей видимости, связано с возбуждением неосесимметричных колебательных мод, лежащих ниже моды (0,2), например моды (5,1). При $V_{\parallel} = 10$ мВ (рис. 3(г)) наблюдается уже расщепление моды (2,1). При дальнейшем увеличении V_{\parallel} , как было показано в [14], будет наблюдаться еще одна неосесимметричная мода (1,1).

Необходимо отметить, что нелинейные особенности резонансных спектров одинаково проявляются при всех температурах, что может свидетельствовать об отсутствии перегрева кристалла внешним полем. Хорошее согласие наблюдаемых частот резонансов с рассчитанными в рамках теории означает, что электрон-риплонное взаимодействие при указанных частотах и прижимающих полях сводится лишь к перенормировке эффективной массы электрона, по меньшей мере при возбуждении $V_{\parallel} \leq 10$ мВ, т.е. искажения резонансного спектра не связаны с возможным проявлением нелинейности электрон-риплонного взаимодействия.

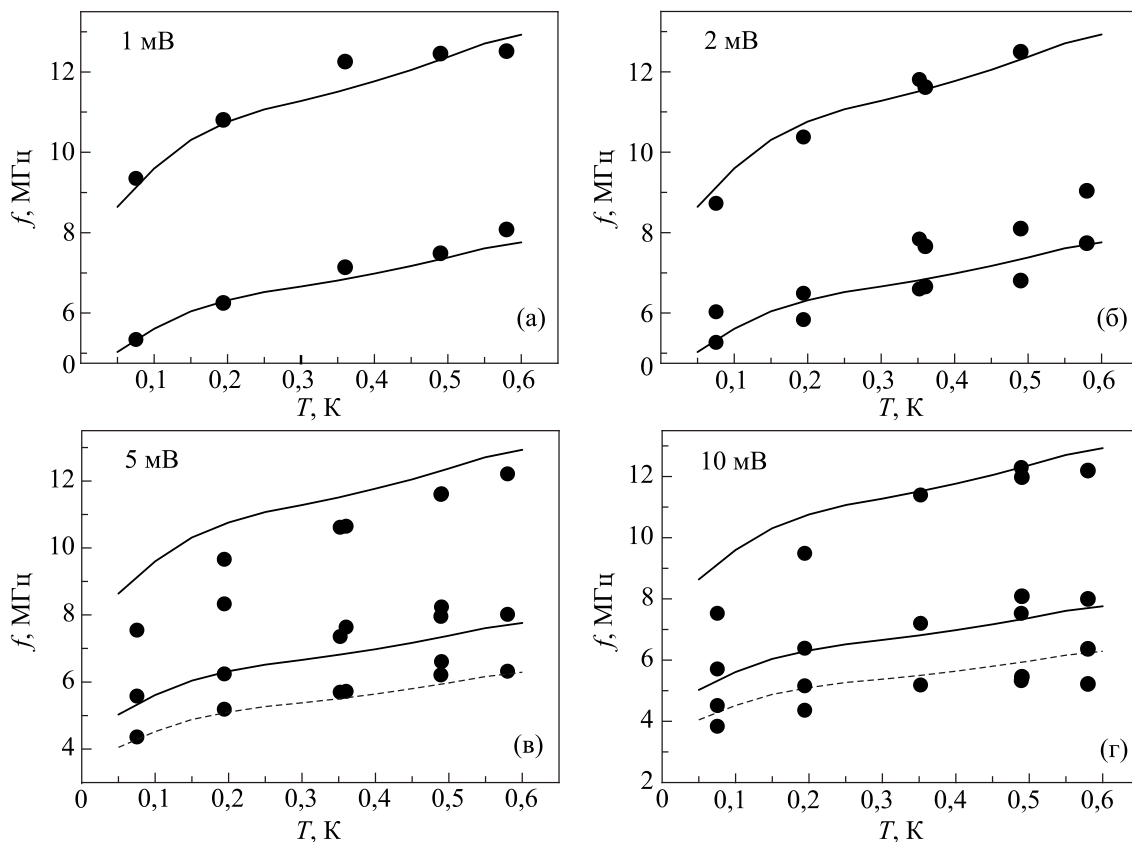


Рис. 3. Температурные зависимости резонансных частот (●) в электронном кристалле с $n_s = 1,3 \cdot 10^9$ см⁻² при различных возбуждающих напряжениях V_{\parallel} , мВ: 1(а), 2(б), 5(в) и 10(г). Линиями обозначены зависимости резонансных частот, рассчитанные в рамках самосогласованной теории [4,15]: нижние сплошные линии соответствуют основной осесимметричной моде (0,1), верхние сплошные — гармонике (0,2), пунктирные при 5 и 10 мВ — неосесимметричной моде (2,1).

Динамическое плавление

Выше мы проанализировали резонансные спектры электрон-риплонных колебаний, измеренные при относительно небольших возбуждающих напряжениях $V_{\parallel} \leq 10$ мВ. При этих напряжениях отчетливо проявляются резонансные особенности, из которых удастся выделить отдельные резонансные моды. При увеличении напряжения выше 10 мВ спектр продолжает изменяться, резонансные особенности все более смещаются в область низких частот и при некотором значении напряжения возбуждения полностью исчезают [14]. Ранее при исследовании проводимости электронного кристалла в резонансной области мы предположили, что происходит разрушение пространственного порядка в кристалле внешним полем, т.е. фазовый переход, который можно назвать динамическим плавлением [10–13].

Этот переход имеет качественное сходство со сверхтекучим переходом в двумерной гелиевой пленке при нелинейных условиях, т.е. при больших скоростях движения пленки относительно подложки [12].

Мы исследуем переход в электронном кристалле при больших ведущих полях. Исследуется отклик кристалла (амплитуда и фаза) с $n_s = 1,26 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ на возбуждающее напряжение различной амплитуды. Измерения проведены на нескольких фиксированных частотах f , равных 2, 3, 4, 5 МГц при $T = 80$ мК. Результаты представлены на рис. 4. Обращает на себя внимание наличие скачков амплитуды при некоторых значениях ведущего напряжения. Скачки наблюдаются также и на зависимости фазы от амплитуды возбуждения (в статье эта зависимость не приведена). Скачки на зависимости амплитуды отклика от ведущего напряжения отражают переход кристалла в другое состояние. Ранее [11], анализируя скачки в отклике электронного слоя на ведущее напряжение, мы предположили, что происходит динамическое плавление, т.е. разрушение пространственного порядка в системе электронов.

Для оценки величины критического напряжения будем исходить из следующих соображений. Электроны в электронном кристалле в среднем локализованы и совершают колебания вблизи положений равновесия. Амплитуда этих колебаний растет с повышением температуры. При достаточно высокой температуре происходит разрушение пространственного порядка в системе — плавление. Критерий Линдемана связывает порог устойчивости кристаллической решетки с величиной среднеквадратичных смещений частиц кристалла. В двумерных кристаллах ввиду расходимости среднеквадратичных смещений частиц с ростом размера кристалла используется модифицированный критерий Линдемана, в котором среднеквадратичные смещения рассчитываются только при учете расстояний между ближайшими соседями [18].

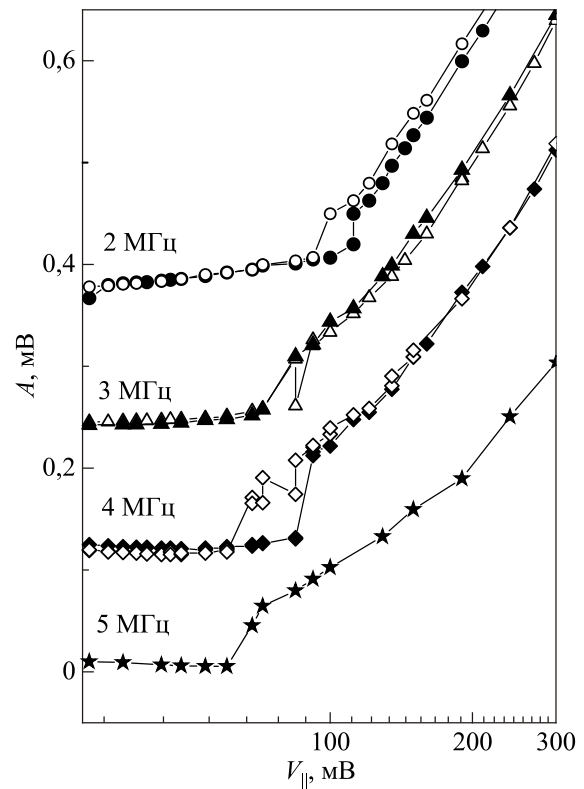


Рис. 4. Зависимость отклика электронного кристалла от величины возбуждающего напряжения на входном электроде. Поверхностная плотность кристалла $n_s = 1,26 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$, $T = 80$ мК. Кривые, соответствующие частотам $f = 4, 3, 2$ МГц, сдвинуты вверх по оси ординат на 0,1; 0,2 и 0,3 мВ соответственно. Открытые и закрытые значки относятся к измерениям в разных экспериментах.

Несмотря на то что критерий Линдемана относится к плавлению кристалла, он является частным случаем общего критерия устойчивости кристаллических решеток и применим к другим процессам, в которых происходит изменение расстояний между частицами кристалла [19].

Поскольку температура, при которой нами исследовались кристаллы, мала по сравнению с T_m , то пренебрежем тепловыми колебаниями электронов и будем рассматривать возможные в экспериментальной ячейке перемещения комплекса «электрон+лунка», предполагая адиабатический характер этих перемещений. В ячейке возможно возбуждение резонансов связанных электрон-риплонных колебаний. Если возбуждается, например, основная осесимметричная мода (0,1), то каждый электрон в кристалле колеблется в радиальном направлении с частотой $\omega_{(0,1)}$. Движение произвольно выбранного i -го электрона может быть описано уравнением:

$$m_{\text{eff}} \ddot{r}_i - \lambda \dot{r}_i + \omega_{(0,1)}^2 r_i = 0. \tag{3}$$

Величины m_{eff} и $\omega_{(0,1)}$ могут быть рассчитаны без подгоночных параметров в рамках самосогласованной теории [4,15], которая, как показано ранее [20], находится в хорошем согласии с результатами измерений частот связанных резонансов в линейном режиме, т.е. при малых значениях возбуждающего напряжения, а параметр затухания колебаний λ измеряется в эксперименте по ширине резонансной кривой.

Если к возбуждающему электроду приложить переменное напряжение $V_{\parallel} \sin \omega_{\text{exc}}$, то выбранный электрон будет подвергаться действию периодической вынуждающей силы $f_i^{\parallel} \sin \omega_{\text{exc}}$. Уравнение движения будет иметь вид:

$$m_{\text{eff}} \ddot{r}_i - \lambda \dot{r}_i + \omega_{(0,1)}^2 r_i = f_i^{\parallel} \sin \omega_{\text{exc}}. \quad (4)$$

В установившемся режиме ($t \rightarrow \infty$) электрон будет колебаться с вынуждающей частотой ω_{exc} , а амплитуда его колебаний составит:

$$A_i = \frac{f_i^{\parallel}}{m_{\text{eff}} \sqrt{(\omega_{(0,1)}^2 - \omega_{\text{exc}}^2)^2 + 4\lambda^2 \omega_{\text{exc}}^2}}. \quad (5)$$

Величина силы, действующей на электрон в плоскости электронного слоя и обусловленной напряжением V_{\parallel} на возбуждающем электроде, зависит от того, на каком расстоянии r от центра слоя находится электрон. Предполагая, что возбуждающий электрод расположен параллельно электронному слою на расстоянии d от него и содержит равномерно распределенный заряд, соответствующий напряжению V_{\parallel} , силу $f_i^{\parallel}(r)$ можно представить как результат усреднения взаимодействия электрона с зарядом на возбуждающем электроде:

$$f_{\parallel}(r) = \frac{eV_{\parallel}}{4\pi d} F_{\parallel}(r) \quad (6)$$

$$F_{\parallel}(r) = \int_{R_1}^R x dx \int_0^{2\pi} d\phi \frac{r - x \cos \phi}{(x^2 + r^2 - 2rx \cos \phi + d^2)^{3/2}}. \quad (7)$$

Здесь e — заряд электрона, R и R_1 — внешний и внутренний радиусы кольцеобразного возбуждающего электрода, d — расстояние от электрода до электронного слоя.

На рис. 5 приведена функция $F_{\parallel}(r)$, характеризующая силу, действующую на электроны в слое со стороны возбуждающего электрода. Эта функция имеет разный знак в разных областях электронного слоя, так что при подаче напряжения на возбуждающий электрод одна часть электронов в слое движется по направлению к центру слоя, а другая — по направлению к границе.

Поскольку электронный кристалл — сильно коррелированная система, движение электронов при возбуждении зависит не только от величины силы, действующей со стороны возбуждающего электрода, но и от сил со стороны всех остальных электронов. Значения сил, действующих на электроны, могут быть получены

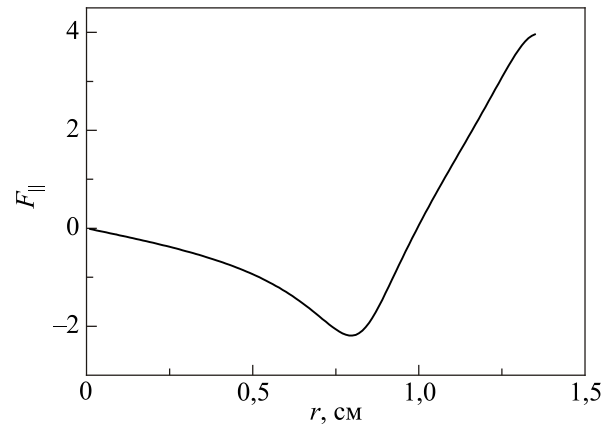


Рис. 5. Сила, действующая на электроны со стороны возбуждающего электрода для $d = 0,1$ см.

в результате решения многочастичной задачи, но в качестве простейшего приближения можно предположить, что каждый электрон в кристалле колеблется под

действием некоторой средней силы $\bar{f}_{\parallel} = \frac{1}{R} \int_0^R f_{\parallel}(r) dr$.

Ввиду радиальной симметрии возбуждения колебания происходят в радиальном направлении и с одинаковой амплитудой \bar{A}_i . При этом вкладом электронов вблизи границы слоя пренебрегаем. Поскольку колебания электронов гармонические, среднее смещение электрона от положения равновесия в $\sqrt{2}$ раз меньше амплитуды его колебаний. Кристаллическая структура устойчива, пока среднеквадратичные смещения не достигают определенной части γ_{lind} межчастичного расстояния (критерий Линдемана). Для двумерной системы с кулоновским взаимодействием $\gamma_{\text{lind}} = 0,331$ [18]. Используя соотношения (5)–(7), легко определить напряжение на возбуждающем электроде, при котором достигается неустойчивость кристалла в зависимости от частоты возбуждающего напряжения ω_{exc} :

$$V_{\parallel}^{\text{cr}}(\omega_{\text{exc}}) = \gamma_{\text{lind}} \sqrt{2n_s} \frac{4\pi d}{eR} m_{\text{eff}} \times \sqrt{(\omega_{(0,1)}^2 - \omega_{\text{exc}}^2)^2 + 4\lambda^2 \omega_{\text{exc}}^2} \int_0^R F_{\parallel}(r) dr. \quad (8)$$

Здесь m_{eff} — эффективная масса электрона, которая вычисляется в рамках теории [4,15] в предположении адиабатического движения комплекса «электрон+лунка».

На рис. 6 результат расчета $V_{\parallel}^{\text{cr}}(\omega_{\text{exc}})$ (линия) сравнивается с экспериментальными данными (●), отражающими положения скачков на рис. 4. Как видно, наблюдается неплохое количественное согласие между расчетом и экспериментом, что свидетельствует о том, что скачки на амплитудах отклика при фиксированных значениях частоты (рис. 4) связаны с динамическим плавлением кристаллов.

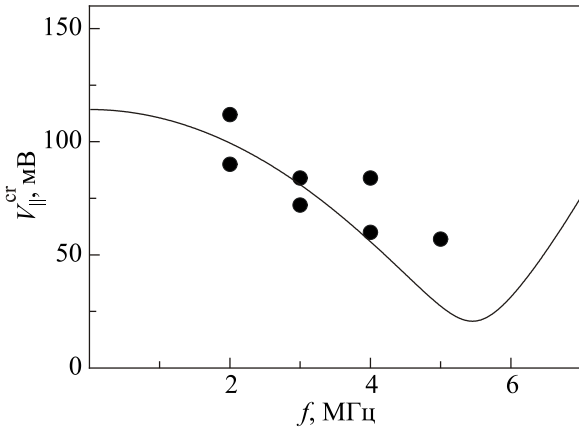


Рис. 6. Частотная зависимость критического напряжения, соответствующего динамическому переходу в электронном кристалле с $n_s = 1,26 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ при $T = 80 \text{ мК}$ (●). Линия отражает результат оценки с использованием критерия Линдемана (см. в тексте); $f = \omega/2\pi$.

Возбуждение неосесимметричных колебаний

Из анализа экспериментальных данных следует, что при определенных условиях в ячейке могут возникнуть неосесимметричные колебания, несмотря на круговую симметрию ячейки и самого возбуждающего электрода [14]. Возможность появления такого вида колебаний обусловлена искажением кристаллической решетки кристалла под воздействием достаточно большого электрического поля. В настоящей работе мы ставим задачу смоделировать процесс возбуждения неосесимметричных колебаний в вигнеровском кристалле при радиальной симметрии возбуждения. Моделирование проводится методом молекулярной динамики. Рассматривается система из $N = 100$ электронов, находящихся в круговом слое радиусом $R = 1,35 \text{ см}$ над поверхностью гелия на расстоянии $d = 0,1 \text{ см}$ от прижимающего электрода. Для определения конфигурации электронов при различных условиях пошагово решается система уравнений движения. При заданном временном шаге Δt координата $\mathbf{r}_i(t)$ и скорость $\mathbf{v}_i(t)$ i -го электрона в момент времени $t_k + \Delta t$ определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_i(t_k + \Delta t) &= \mathbf{r}_i(t_k) + \mathbf{v}_i(t_k)\Delta t + \frac{\mathbf{f}_i(t_k)}{2m}(\Delta t)^2, \\ \mathbf{v}_i(t_k + \Delta t) &= \mathbf{v}_i(t_k) + \frac{\mathbf{f}_i(t_k)}{m}(\Delta t), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\mathbf{r}_i(t_k)$, $\mathbf{v}_i(t_k)$ и $\mathbf{f}_i(t_k)$ — соответственно координата, скорость и сила, действующая на электрон в момент времени t_k , а m — масса электрона.

Начальная пространственная конфигурация системы частиц соответствует случайному расположению электронов в круге радиусом R , а начальные скорости

случайно распределены в некотором интервале и подчиняются условию

$$\frac{m}{2} \sum_i \mathbf{v}_i^2 = Nk_B T, \quad (10)$$

где T — заданная в расчете температура, k_B — постоянная Больцмана. Для выполнения условия $T = \text{const}$ соотношение (10) проверяется на каждом шаге вычислений и при необходимости корректируется соответствующим изменением скоростей электронов.

Сила \mathbf{f}_i , действующая на электрон в плоскости электронного слоя, может быть представлена в виде

$$\mathbf{f}_i = e^2 \sum_{j \neq i}^N \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3} + \mathbf{f}_i^\perp + \mathbf{f}_i^\parallel, \quad (11)$$

где первый член отвечает кулоновскому взаимодействию между электронами, второй и третий — проекции на плоскость электронного слоя сил, действующих на i -й электрон со стороны прижимающего и возбуждающего электродов соответственно. Для вычисления сил \mathbf{f}_i^\perp и \mathbf{f}_i^\parallel предполагается, что на прижимающем и возбуждающем электродах равномерно распределены заряды, соответствующие прижимающему и возбуждающему напряжениям. Граничными эффектами можно пренебречь, поскольку $d \ll R$.

На первом этапе вычислений определялась конфигурация электронного слоя при $T = 10^{-6} \text{ К}$, что существенно меньше ожидаемой температуры упорядочения электронной системы $T_{\text{крист}} \sim 10^{-4} \text{ К}$. Предполагалось, что заряд на прижимающем электроде равен по модулю суммарному заряду всех электронов. Напряжение на возбуждающий электрод не подавалось. Начальное распределение электронов случайное в круге радиусом $R = 1,35 \text{ см}$ со случайным распределением скоростей.

На рис. 7 изображено пространственное расположение электронов после 10^5 вычислительных шагов, что соответствует временному интервалу 0–7 мс. Как видно, электронный слой представляет собой достаточно хороший кристалл с треугольной решеткой. Некоторые нарушения структуры видны вблизи границы. Дальнейшие расчеты по (9) и (10) практически не изменяют структуру кристалла. Электроны в среднем находятся в одних и тех же положениях, лишь незначительно отклоняясь на каждом вычислительном шаге. Показателем устойчивости кристалла может служить среднее расстояние частиц от центра слоя $\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_i \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$.

Эта величина изменяется на каждом вычислительном шаге, отражая радиальные колебания плотности. Для характеристики возможных угловых колебаний плотности в системе вводится средний модуль угла, который образует радиус-вектор электрона с координатной

$$\text{осью } \bar{\phi} = \frac{1}{N} \sum_i \left| \arctg \left(\frac{y_i}{x_i} \right) \right|.$$

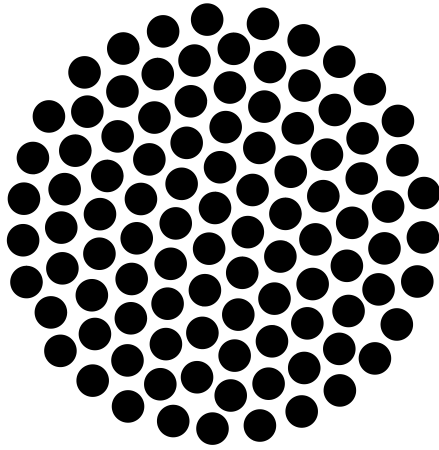


Рис. 7. Модельный электронный кристалл. Радиус кристалла $R = 1,35$ см, количество электронов $N = 100$.

На рис. 8 показаны небольшие участки колебаний для \bar{r} (рис. 8 (а)) и $\bar{\phi}$ (рис. 8 (б)) при $V_{||} = 0$ и полученные в результате фурье-анализа величины P (рис. 8(в), (г)), пропорциональные вероятностям возбуждения колебаний, в интервале 0–7 мс (10^5 вычислительных шагов). Наблюдаются радиальные колебания плотности с частотами, равными 37,2 и 62,8 кГц. Эти частоты близки к теоретическим оценкам двух первых мод плазменных колебаний

$$f_{k_1}^{\text{theor}} = \frac{1}{2\pi} \omega_{k_1}^{\text{theor}} = 33,9 \text{ кГц},$$

$$f_{k_2}^{\text{theor}} = \frac{1}{2\pi} \omega_{k_2}^{\text{theor}} = 63,2 \text{ кГц},$$

вычисленных в континуальном приближении с учетом экранировки в ячейке [17]:

$$\omega_{k_n}^2 = \frac{4\pi n_s e^2}{m} k_n \frac{\text{sh } k_n (H - d) \text{sh } k_n d}{\text{sh } k_n H}. \quad (12)$$

Здесь k_n — волновой вектор, d — расстояние между прижимающим электродом и электронным слоем и H — расстояние между измерительным и прижимающим электродами ячейки (условия, при которых проводится моделирование, соответствуют $H \rightarrow \infty$).

В угловых колебаниях не заметно доминирование какой-либо моды. Спектр, по всей видимости, отражает неконтролируемые шумы. Подача на возбуждающий электрод напряжения $V_{||}/V_{\perp} = 0,01$ с частотой $f_{\text{exc}} = 24$ кГц приводит к картине, показанной на рис. 9. Частота периодических колебаний \bar{r} изменяется (рис. 9(а)), и на спектре (рис. 9(в)) видно появление моды вынужденных колебаний с частотой $f_{\text{exc}} = 24$ кГц, но продолжают присутствовать слабо выраженные моды собственных радиальных колебаний с частотами,

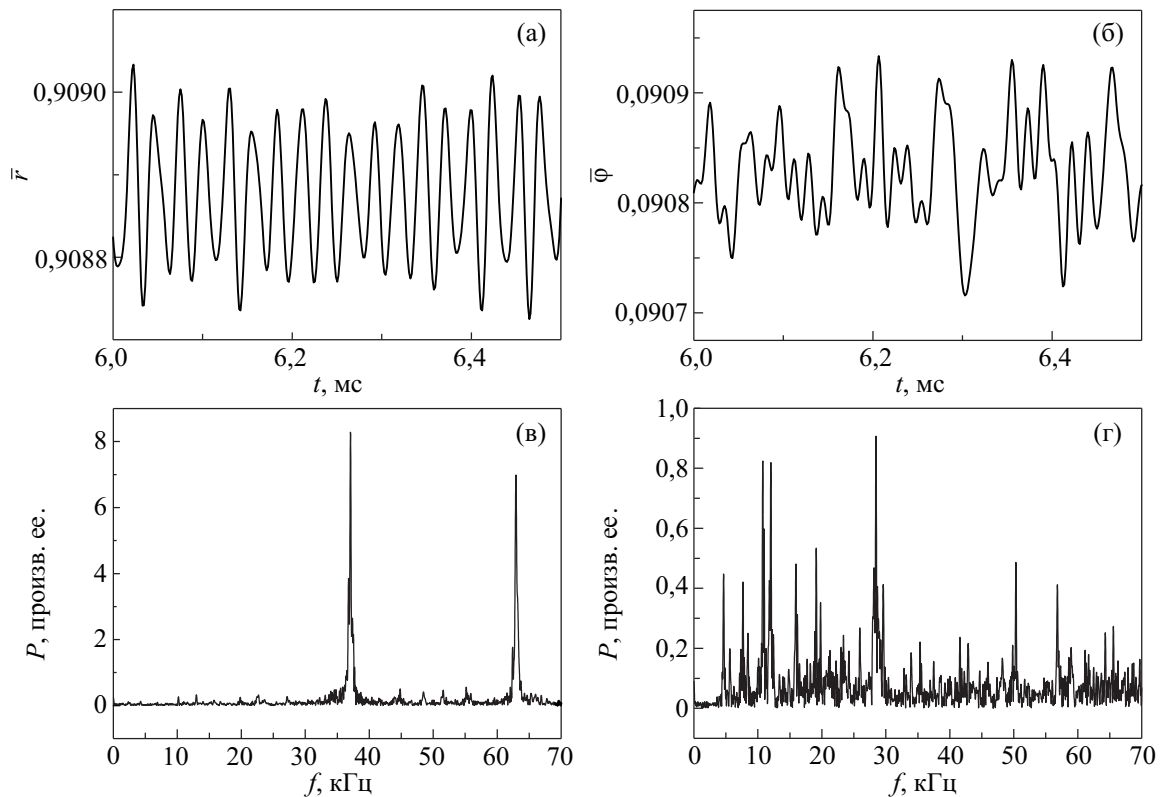


Рис. 8. Колебания $\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_i \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ (а) и $\bar{\phi} = \frac{1}{N} \sum_i \left| \arctg \left(\frac{y_i}{x_i} \right) \right|$ (б) при расчете конфигурации электронов для $V_{||} = 0$. Результаты фурье-анализа (в) и (г) соответственно.

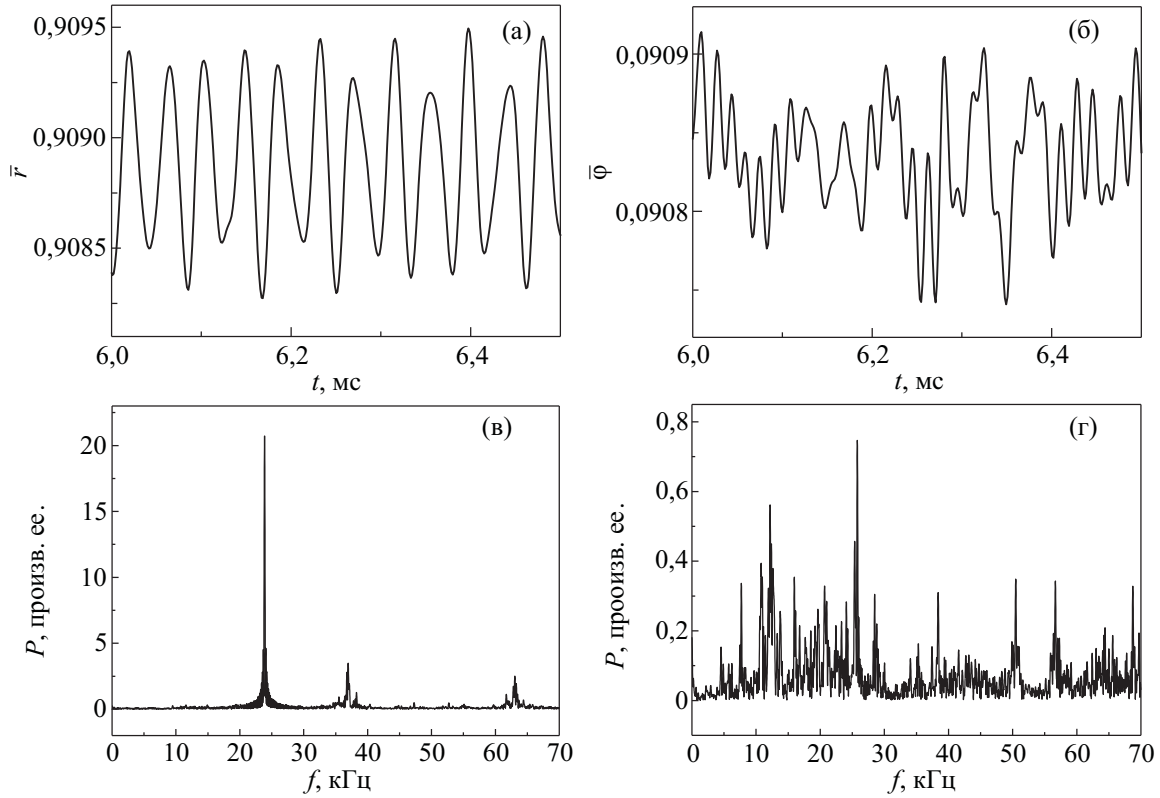


Рис. 9. Колебания $\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_i \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ (а) и $\bar{\phi} = \frac{1}{N} \sum_i \left| \arctg \left(\frac{y_i}{x_i} \right) \right|$ (б) при расчете конфигурации электронов при $V_{\parallel} / V_{\perp} = 0,01$. Результаты фурье-анализа (в) и (г) соответственно.

равными 37,2 и 62,8 кГц. Характер угловых колебаний (рис. 9(б)) принципиально не изменился, он по-прежнему имеет шумовой характер, в спектре на рис. 9(г) нет отчетливо выраженных мод. Спектр, в принципе, такой же, как и при отсутствии внешнего возбуждения.

На следующем этапе вычислений напряжение на возбуждающем электроде равномерно изменялось на каждом шаге так, что за 10^5 шагов оно увеличилось от 0 до величины $V_{\parallel} / V_{\perp} = 0,05$. Изменение \bar{r} и $\bar{\phi}$ при

этом показано на рис. 10. Сохраняется периодический характер \bar{r} , изменяется лишь амплитуда колебаний. Колебания $\bar{\phi}$ становятся периодическими, начиная примерно с $V_{\parallel} / V_{\perp} = 0,02$, что говорит о появлении доминирующей моды в спектре. Это иллюстрируется на рис. 11, где показаны небольшие участки колебаний \bar{r} (а) и $\bar{\phi}$ (б) и соответствующих спектров (в) и (г) при амплитуде возбуждения $V_{\parallel} / V_{\perp} = 0,03$. В спектрах как для \bar{r} , так и для $\bar{\phi}$ доминирует мода вынужденных колебаний с частотой 24 кГц.

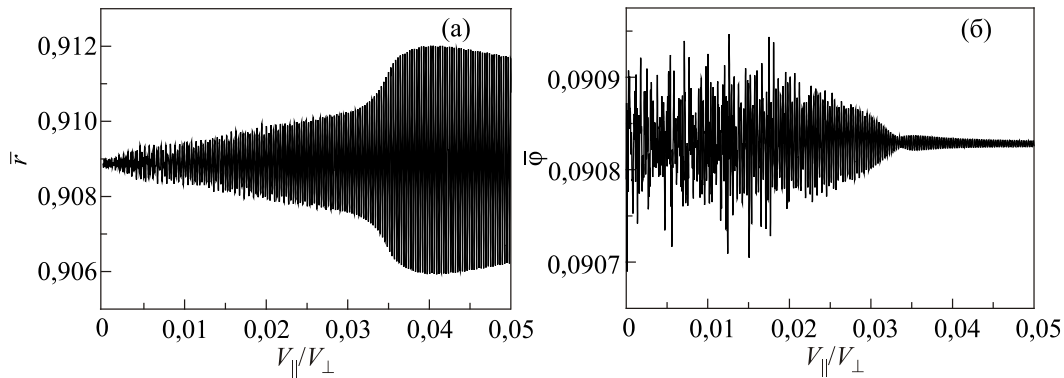


Рис. 10. Характер колебаний $\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_i \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ (а) и $\bar{\phi} = \frac{1}{N} \sum_i \left| \arctg \left(\frac{y_i}{x_i} \right) \right|$ (б) в зависимости от возбуждающего напряжения.

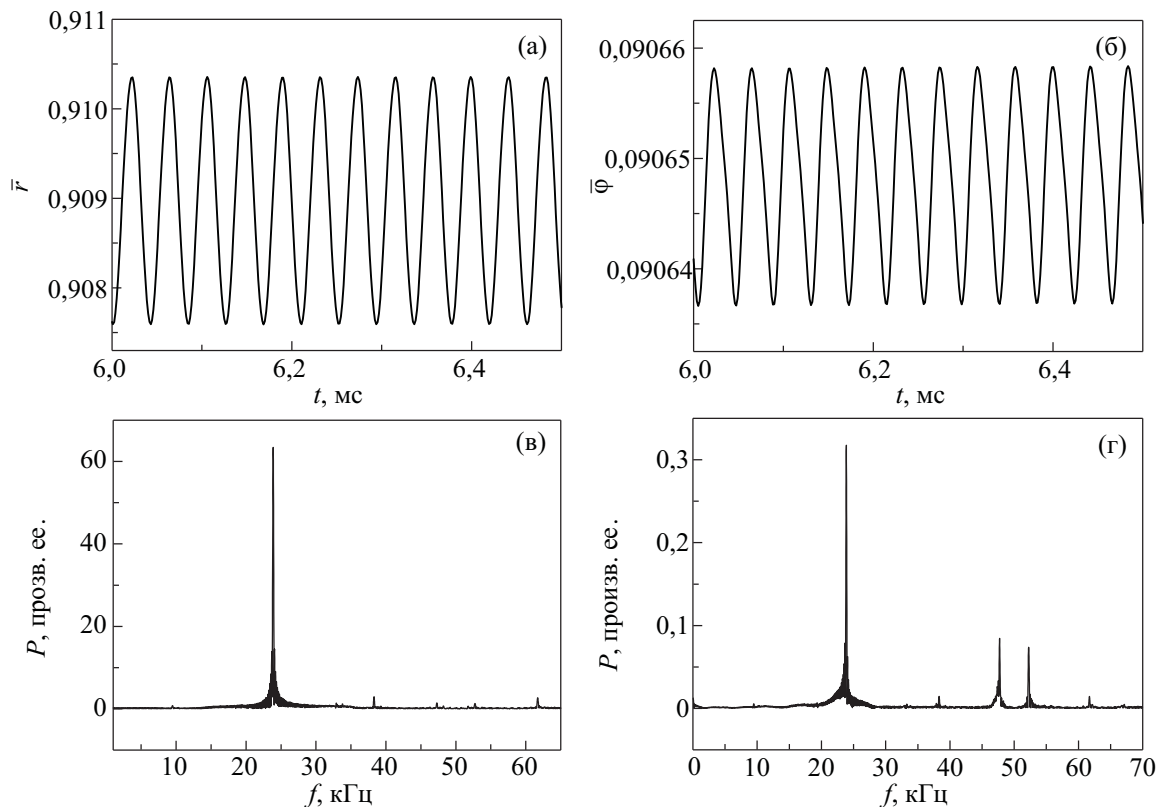


Рис. 11. Колебания $\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_i \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ (а) и $\bar{\phi} = \frac{1}{N} \sum_i \left| \arctg \left(\frac{y_i}{x_i} \right) \right|$ (б) при расчете конфигурации электронов для $V_{\parallel} / V_{\perp} = 0,03$.

Результаты фурье-анализа (в) и (г) соответственно.

Это означает, что при достаточно большой амплитуде возбуждающего напряжения в электронном кристалле возможно возбуждение неосесимметричных колебаний даже при радиально-симметричной ячейке и при радиально-симметричном возбуждении.

Следует отметить, что возбуждение неосесимметричных колебаний при моделировании наблюдается при относительно больших значениях возбуждающего напряжения $V_{\parallel} / V_{\perp} \sim 0,02$. В эксперименте эта величина на два порядка меньше. Причина относительно большого возбуждающего напряжения, необходимого для появления неосесимметричных колебаний при моделировании, по всей видимости, связана с малым числом частиц в модельной системе, что обуславливает большой шум в рассчитываемых величинах и значительно большую по сравнению с экспериментом роль границы в поведении изучаемой системы.

Таким образом, в работе проведено экспериментальное исследование связанных электрон-риплонных резонансов в двумерном вигнеровском кристалле на поверхности сверхтекучего гелия при различных температурах и различных возбуждающих напряжениях. Обнаружено, что увеличение напряжения возбуждения приводит к появлению в ячейке неосесимметричных колебаний, указывающих на искажение кристаллической решетки кристалла внешним полем. Проведено моделирование про-

цесса возбуждения колебаний в ячейке, которое подтвердило возможность возбуждения неосесимметричных колебаний. Измерены также зависимости амплитуды отклика экспериментальной ячейки при нескольких фиксированных частотах от величины возбуждающего напряжения. Обнаружены скачки в амплитуде сигнала отклика при достижении некоторой критической величины возбуждающего напряжения. С использованием критерия Линдемана показано, что существует корреляция между критическим напряжением и пределом устойчивости кристаллической решетки, что указывает на динамическое плавление кристалла при достижении критического напряжения. Учет электрон-риплонного взаимодействия при исследовании сводился к перенормировке эффективной массы электрона. Проведенный анализ показал, что в условиях данного эксперимента возможные нелинейности электрон-риплонного взаимодействия, по всей видимости, не проявляются.

1. В.Б. Шикин, Ю.П. Монарха, *Двумерные заряженные системы в гелии*, Мир, Москва (1989).
2. Yuriy Monarkha and Kimitoshi Kono, *Two-Dimensional Coulomb Liquids and Solids*, Springer, Heihelberg (2004).
3. Ю.П. Монарха, В.Е. Сивоконь, *ФНТ* **40**, 1355 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 1067 (2012)].

4. Ю.П. Монарха, *ФНТ* **6**, 685 (1980) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **6**, 331 (1980)].
5. M.I. Dykman and Yu.G. Rubo, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4813 (1997).
6. K. Shirahama and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 781 (1995).
7. K. Shirahama and K. Kono, *J. Low Temp. Phys.* **104**, 237 (1996).
8. W.F. Vinep, *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, 9709 (1999).
9. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, И.В. Шарапова, *ФНТ* **42**, 919 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 721 (2016)].
10. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, А.С. Неонета, *ФНТ* **34**, 761 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 600 (2008)].
11. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, *ФНТ* **36**, 1267 (2010) [*Low Temp. Phys.* **36**, 1023 (2010)].
12. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, И.В. Шарапова, *ФНТ* **38**, 8 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 6 (2012)].
13. В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, *ФНТ* **40**, 1219 (2014) [*Low Temp. Phys.* **40**, 953 (2014)].
14. В.Е. Сивоконь, И.В. Шарапова, *ФНТ* **44**, 389 (2018) [*Low Temp. Phys.* **44**, (2018)].
15. Ю.П. Монарха, В.Б. Шикин, *ФНТ* **9**, 913 (1983) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **9**, 471 (1983)].
16. В.Е. Сивоконь, В.В. Доценко, Л.А. Погорелов, В.И. Соболев, *ФНТ* **19**, 444 (1993) [*Low Temp. Phys.* **19**, 312 (1993)].
17. V.E. Sivokon, V.V. Dotsenko, S.S. Sokolov, Yu.Z. Kovdrya, and V.N. Grigor'ev, *Fiz. Nizk. Temp.* **22**, 715 (1996) [*Low Temp. Phys.* **22**, 549 (1996)].
18. V.M. Bedanov and G.V. Gadiyak, *Phys. Lett. A* **109**, 289 (1985).
19. Д.М. Гуреев, С.И. Медников. *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, **27**, 33 (2004).
20. В.Е. Сивоконь, В.В. Доценко, Ю.З. Ковдря, В.Н. Григорьев, *ФНТ* **22**, 1107 (1996) [*Low Temp. Phys.* **22**, 849 (1996)].

Analysis of the coupled electron-ripplon oscillations resonance spectra in the Wigner solid at different temperatures and modeling of the excitation process

V.E. Syvokon and I.V. Sharapova

Spectra of the coupled electron-ripplon oscillations in Wigner solid over superfluid helium are studied experimentally at different temperatures and excited voltages which lead to the spectra deformation. It is shown that at all temperatures increasing the exciting voltage lead to appearing the non-axisymmetrical oscillation modes. That can be due to distortions of the crystal lattice. The possibility of excitation of the non-axisymmetrical modes is demonstrated with the molecular dynamics simulation. At some fixed frequencies amplitudes of the response on the external excitation are measured depending on excitation voltage. Amplitude jumps are found at the critical voltages. Using the Lindemann criteria a correlation between the critical voltage and stability limit of crystal lattice is found. It is concluded that the dynamical melting of the electron crystal occurs at the critical voltage.

PACS: 73.40.-c Electronic transport in interface structures;
67.90.+z Other topics in quantum fluids and solids.

Keywords: Wigner crystal, superfluid helium, two-dimensional system, resonance spectra, electron-ripplon oscillations.