

Сила взаимного трения при колебаниях кварцевого камертона в сверхтекучем гелии

К.А. Михайленко, С.С. Соколов, Г.А. Шешин

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: sheshin@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 26 апреля 2019 г., опубликована онлайн 27 августа 2019 г.

Проведены экспериментальные исследования колебательных характеристик кварцевого камертона при низких температурах. Показано, что результаты измерений в вакууме при 1,5 К практически совпадают с данными, полученными при 0,7 К в случае камертона, покрытого пленкой гелия. Определена зависимость скорости колебаний ножек камертона от возбуждающей силы, а также вычислена зависимость силы трения от скорости колебаний. Результаты проанализированы вместе с ранее полученными данными по нелинейной зависимости, определенной при экспериментах с тем же камертоном, погруженным в сверхтекучий гелий, в условиях возбуждения турбулентного течения жидкости. Установлены области скоростей колебаний, соответствующие определяющему влиянию на колебания камертона внутреннего трения в веществе камертона и в гелии. Данные проанализированы с помощью нелинейного уравнения Дуффинга, что позволило определить температурную зависимость коэффициента нелинейности камертона и коэффициента взаимного трения, обусловленного турбулентным течением сверхтекучей жидкости.

Ключевые слова: кварцевый камертон, внутреннее трение, уравнение Дуффинга, коэффициент нелинейности.

Введение

В последнее годы исследования турбулентности в He II интенсивно развиваются с использованием методики колеблющегося тела, погруженного в сверхтекучую жидкость. В качестве такого тела в основном применяется кварцевый камертон. Методика, в частности, позволяет изучать всевозможные диссипативные процессы, сопровождающие потоки вещества, создаваемые колеблющимся камертоном [1–4]. Уменьшение геометрических размеров камертона [5] привело к увеличению чувствительности методики относительно воздействия внешних сил и изменений эффективной массы камертона [6,7]. Как следствие, в недавних экспериментах [5], проведенных в He II при температурах ниже 0,5 К, обнаружено нелинейное поведение кварцевого камертона, погруженного в исследуемую жидкость. Как было показано, наблюдаемая в экспериментах нелинейность может быть описана уравнением Дуффинга [8,9], в котором нелинейный член пропорционален кубу отклонения x ножки камертона от равновесного положения под действием возбуждающей силы $F(t)$.

Уравнение Дуффинга обычно записывается в виде

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x(t) + \mu x^3 = \frac{F(t)}{m_q}, \quad (1)$$

где $F(t) = F_0 \cos \omega t$, ω_0 — резонансная частота камертона, $\gamma = 2\pi\Delta f$ — затухание (Δf — полуширина резонансной кривой), μx^3 — слагаемое, ответственное за нелинейное поведение осциллятора, μ — коэффициент нелинейности. Данное слагаемое приводит к сдвигу резонансной частоты по сравнению с ω_0 . Причем в зависимости от знака μ резонансная частота колебаний смещается в сторону больших или меньших частот.

Если скорость колебаний u и смещение x связаны соотношением $u = \omega x$, из (1), как показано в [10], следует уравнение

$$u = \frac{F_0}{m_q} \frac{\omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2 - b\omega u^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}}, \quad (2)$$

где коэффициент b в (2) связан с коэффициентом μ соотношением $\mu = (2/3)\omega_0^3 b$.

Исследуя амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) колеблющегося кварцевого камертона, погруженного в He II, и используя (2), удалось определить b [10]. Кроме того, было выдвинуто предположение, что нелинейность поведения камертона, описываемого (1), связана с возникновением турбулентного сверхтекучего течения.

Следует отметить, что нелинейный режим наблюдался также при исследованиях с помощью других колеблющихся тел, например тонких проволочек [11] с характерным поперечным сечением ≤ 1 мкм. Причем нелинейное поведение наблюдалось и в случае проволочек, колеблющихся в вакууме. Это означает, что оно связано со свойствами самой колеблющейся проволочки. Поэтому в случае камертона как тела, колеблющегося в гелии, возникает вопрос о том, насколько и в каких условиях свойства самого камертона приводят к нелинейному его поведению, проявляющемуся на АЧХ, и насколько существенна при колебаниях камертона роль He II.

Выяснение этого вопроса — цель настоящей работы. В первой части статьи исследуются характеристики камертона в вакууме при низких температурах и больших скоростях его колебаний. Результаты сопоставляются с данными, ранее полученными для того же камертона при погружении в жидкий гелий. Это дало возможность установить область скоростей и действующих сил, где основной вклад в зависимость между этими величинами вносят процессы внутреннего трения в веществе камертона или же между ножками камертона и окружающим его гелием. Во второй части рассматривается связь коэффициента нелинейности того же камертона со свойствами турбулентного течения сверхтекучей жидкости, в которой камертон колеблется.

1. Характеристики кварцевого камертона в вакууме

Для определения собственных характеристик кварцевого камертона проводились измерения АЧХ камертона в вакууме (резонансная частота ω_0 в этом случае равна ω_V) при малых возбуждающих силах и температуре $T = 1,5$ К. Методика измерений аналогична той, что использовалась ранее в [3,4]. Из АЧХ определялись амплитуда тока на выходе камертона (I_0), амплитуда возбуждающего напряжения (U_0), полуширина резонансной кривой (Δf) и постоянная камертона $a = \sqrt{4\pi m_q I_0 \Delta f / U_0}$, где $m_q = 0,24267\rho_q(LHT)$ — масса ножки кварцевого камертона, $\rho_q = 2569$ кг/м³ — плотность кварца, а L, H, M — длина, ширина и толщина ножки камертона соответственно.

После этого АЧХ снималась в широком диапазоне амплитуд возбуждающих напряжений, при этом регистрировалась амплитуда тока на выходе камертона. Далее с использованием установленного ранее значе-

ния постоянной камертона определяли амплитуду возбуждающей силы $F_0 = aU_0/2$ и амплитуду скорости колебаний камертона $v = I_0/a$. Электрическая схема, методика измерений и экспериментальная ячейка описаны в работах [2–4]. Температура с точностью ± 5 мК измерялась термометром сопротивления RuO₂, расположенным внутри ячейки в непосредственной близости от камертона.

В результате определялась зависимость скорости от возбуждающей силы $v(F_0)$, измеренной на резонансной частоте (см. рис. 1). На рис. 1 видно, что полученная зависимость нелинейная, причем отклонение от линейной зависимости невелико.

Для ответа на вопрос, изменится ли нелинейное поведение камертона при более низких температурах, решено надежно и контролируемо охладить камертон до температуры 0,7 К. Серьезная трудность при этом заключается в том, что охлаждение в условиях вакуума требует большого времени (в предыдущих экспериментах [3,4,10] ячейка была полностью заполнена He II, чья теплопроводность обеспечивала охлаждение всех деталей ячейки). Кроме того, в процессе измерений необходимо было знать температуру камертона. Именно для этого термометр сопротивления помещался внутри ячейки на одной плите с камертоном.

Для улучшения тепловой связи камертона и термометра сопротивления с рефрижератором растворения при температуре 0,7 К конденсировался газообразный ⁴He объемом 8,31 см³, что приводило к образованию

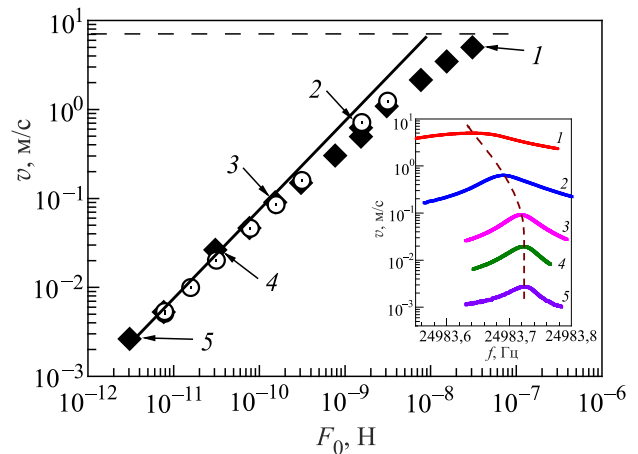


Рис. 1. Зависимость скорости колебаний камертона от возбуждающей силы. Камертон в вакууме при $T = 1,5$ К (○) и камертон с пленкой гелия при $T \leq 0,7$ К (◆), сплошная линия — линейная зависимость, пунктир — скорость, при которой амплитуда колебаний ножки камертона составляет 45 мкм (половина расстояния между ножками камертона). На вставке — АЧХ камертона для отдельных возбуждающих сил: $F_0 = 3,067 \cdot 10^{-8}$ (1); $1,53 \cdot 10^{-9}$ (2); $1,5 \cdot 10^{-10}$ (3); $3,067 \cdot 10^{-11}$ (4); $3,067 \cdot 10^{-12}$ (5) Н. Нумерация на вставке совпадает с нумерацией на основном рисунке. Стрелкой показано соответствие данной АЧХ точкам на кривой $v(F_0)$.

пленки He II, которая покрывала всю внутреннюю поверхность ячейки и наличие которой значительно облегчало процесс охлаждения. Измерения проводились после конденсации ^4He в ячейке и установления давления ниже 10 Па, которое измерялось в линии заполнения ячейки при комнатной температуре.

Наибольшая доля площади внутренней поверхности ячейки приходилась на теплообменник, изготовленный из ультрадисперсного серебряного порошка. Теплообменник был изготовлен тем же способом, что в [12]. По известному количеству порошка (размер порошинок 700 \AA) оказалось возможным оценить площадь поверхности теплообменника ($2,68 \text{ м}^2$) и толщину сконденсированной пленки при условии, что весь газобразный гелий сконденсировался в ячейке. Расчет показал, что толщина пленки, оцененная таким образом, составляла $h \sim 30 \text{ \AA}$.

Другой способ определения толщины пленки основан на установлении массы вещества колеблющегося тела при измерении резонансной частоты колебаний, поскольку резонансная частота обратно пропорциональна квадратному корню из массы (аналогичный способ применяется в микробалансных весах). Измерения резонансной частоты камертона в вакууме (ω_V), а также при условии покрытия его поверхности пленкой (ω_{0f}) при малых скоростях колебания камертона дают возможность определить эффективную массу камертона вместе с пленкой He II, покрывающей поверхность камертона, после чего можно определить толщину пленки h , предполагая, что пленка равномерно распределена по его поверхности:

$$\left(\frac{\omega_V}{\omega_{0f}}\right)^2 - 1 = \frac{m_f}{m_q}, \quad (3)$$

где $m_f = \rho_{\text{He}}Sh$ — масса жидкости в сверхтекучей пленке гелия, сконденсированной на поверхности камертона, ρ_{He} — плотность гелия, S — площадь его поверхности. Проводя измерения резонансной частоты при $T = 0,7 \text{ К}$ и используя ранее определенное значение частоты ω_V , с помощью (3) удалось оценить толщину пленки $h \approx 12,6 \text{ \AA}$, что одного порядка величины с оценкой, ранее полученной с учетом площади поверхности теплообменника.

На рис. 1 приведены результаты измерений зависимостей $v(F_0)$ и АЧХ (вставка) для $T = 1,5$ и $0,7 \text{ К}$. Вид зависимости $v(F_0)$ практически не зависит от условий проведения эксперимента. Ранее подобные АЧХ были получены в [10]. Отличие состояло в том, что в [10] максимальная измеряемая скорость составляла $0,4 \text{ м/с}$, а в настоящей работе предел измерения скорости был увеличен более чем на порядок до 5 м/с .

Следует отметить, что предельное значение амплитуды силы F_0 на рис. 1, отвечающее максимальной измеренной амплитуде скорости, соответствует таким

экспериментально наблюдаемым колебаниям ножки камертона, когда их амплитуда достигает максимального значения, равного половине расстояния между ножками $D/2 = 45 \text{ мкм}$ [10]. Значение максимальной амплитуды скорости колебаний $v = I_0/a$ в этих условиях, показанное на рис. 1 пунктирной линией, совпадает с вычисленным по формуле $\omega D/2$. То есть значение амплитуды скорости определяется зависимостью типа $u = \omega x$, характерной, вообще говоря, для линейных колебаний и использованной в [10] при выводе (2) из нелинейного уравнения (1). Тот факт, что данная зависимость сохраняется в случае нелинейных колебаний при максимальной их амплитуде, оправдывает сделанное в [10] и в настоящей работе допущение о применимости линейной связи между смещениями и скоростями во всем интервале амплитуд смещений, несмотря на нелинейность колебаний.

Для уточнения характера зависимости $F_0(v)$, полученной в ходе эксперимента, как и в работе [13], определим отклонение $F_0(v)$ от линейной зависимости при заданном значении v . Данное отклонение — сила сопротивления, обусловленная внутренним трением в материале камертона. В [13], где аналогичная процедура проводилась для данных по камертону, погруженному в гелий, величина отклонения была обусловлена силой взаимного трения камертона в гелии, которая имела степенную зависимость от скорости: $F_{ns} \sim v^3$. В настоящей работе, по-видимому, речь идет о силе внутреннего трения вещества камертона.

Результаты приведены на рис. 2 в зависимости от скорости колебаний камертона (где $\lambda_q = 1,3 \cdot 10^{-9} \text{ кг/с}$ — коэффициент сопротивления материала камертона), причем открытые треугольники — данные для вакуума, снятые при $T = 1,5 \text{ К}$, черные кружочки — данные для колеблющегося камертона, покрытого гелиевой

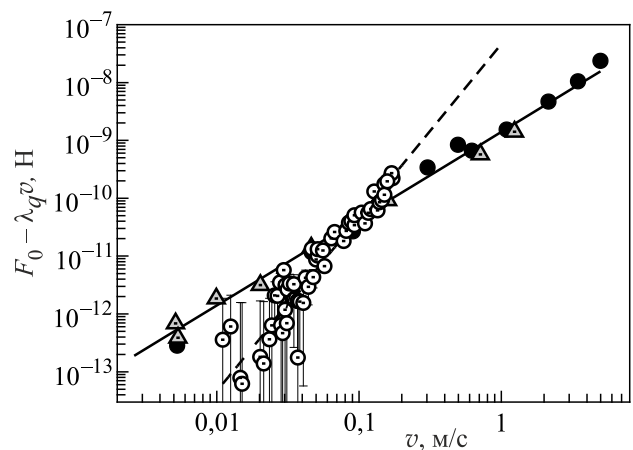


Рис. 2. Отклонение силы от линейной зависимости от скорости: измерения в вакууме при $T = 1,5 \text{ К}$ (Δ), измерения при $T = 0,7 \text{ К}$ с камертоном, покрытым пленкой гелия (\bullet). Значение $\lambda_q = 1,3 \cdot 10^{-9} \text{ кг/с}$ получено из данных рис. 1. Сплошная линия — степенная зависимость $\Delta F \approx 1,4 \cdot 10^{-9} v^{3/2}$, пунктир — зависимость $\Delta F \sim v^3$.

пленкой, полученные при $T = 0,7$ К. Сплошной линией показана степенная зависимость с показателем степени $3/2$, т.е. данные, полученные как в вакууме, так и при наличии пленки гелия, могут быть описаны универсальной зависимостью $\Delta F = F_0 - \lambda_q v \approx 1,4 \cdot 10^{-9} v^{3/2}$. На рис. 2 также приведены экспериментальные данные работы [13], полученные на том же камертоне, но погруженном в гелий, и аппроксимация экспериментальных данных зависимостью $F_{ns} \approx 4,62 \cdot 10^{-8} v^3$ (пунктир).

На рис. 2 видно, что при $v < 0,05$ м/с доминирует зависимость $\Delta F \sim v^{3/2}$ (сплошная линия), когда основной вклад в зависимости на рис. 2 дает внутреннее трение в веществе камертона, а при скоростях выше 0,10 м/с, напротив, доминирует зависимость $\Delta F \sim v^3$, определяемая трением ножек камертона относительно окружающего He II (пунктир).

Таким образом, $F_0 - \lambda_q v$ по-разному зависит от v в вакууме и в He II, что дает возможность оценить интервалы скорости, когда для данного камертона, но в разных экспериментах, доминирует та или иная зависимость, которым можно сопоставить процессы внутреннего трения в веществе камертона или же взаимное трение камертона и He II.

2. Нелинейные свойства кварцевого камертона в He II

Как показано в предыдущем разделе, при исследованиях колебаний кварцевого камертона существует область скоростей колебаний его ножек, для которой нелинейная зависимость $F_0 - \lambda_q v$ в случае камертона, погруженного в гелий, является преобладающей. Остановимся подробнее на нелинейном поведении колеблющегося камертона в He II. Поведение камертона в этих условиях главным образом определяется свойствами турбулентного течения He II. Используя нелинейное уравнение Дуффинга, можно определить коэффициенты нелинейности колеблющегося камертона по измеренной в эксперименте полуширине резонансной кривой и критической скорости появления турбулентного течения. В работе [10] коэффициент b , связанный с коэффициентом нелинейности, определялся как подгоночный параметр при сравнении расчетных кривых АЧХ с экспериментальными. Такой метод определения b дал достаточно большую ошибку в определении коэффициента нелинейности. В то же время с использованием общего решения нелинейного уравнения, с помощью которого были определены параметры особых точек АЧХ [8,9], определяющих начало неустойчивого поведения колеблющегося камертона, оказывается возможным определить не только сам коэффициент b , но и его температурную зависимость.

В настоящих экспериментах при увеличении возбуждающей силы резонансная частота колебаний уменьшается, что соответствует $\mu < 0$ в (1). Кроме того, появ-

ление в (1) дополнительного кубического члена приводит к тому, что при некоторых амплитудах возбуждающих сил, больших критических (F_{cr}), появляется неустойчивость, знаменующая наступление турбулентности в ходе эксперимента. Значения F_{cr} и v_{cr} соответствуют особой точке — точке бифуркации, в которой вместо одного действительного корня уравнения появляется три его корня. Пример приведен на рис. 3, где показаны зависимости амплитуды скорости колебаний камертона от частоты для трех случаев: $F_0 < F_{cr}$, $F_0 = F_{cr}$ и $F_0 > F_{cr}$. Видно, что при $F_0 \leq F_{cr}$ каждому значению частоты соответствует одно решение для амплитуды скорости, тогда как при $F_0 > F_{cr}$ существуют три значения v . При $F_0 > F_{cr}$ появляется неустойчивость при увеличении частоты в точке (а) и при уменьшении частоты в точке (с), с перескоком в точки (в) и (д) соответственно, а в промежутке, ограниченном стрелками (см. рис. 3), существуют три значения скорости, соответствующие одной частоте. Максимум амплитуд колебаний для всех кривых соответствует максимуму решения линейного уравнения.

Выражение для особой точки, когда $F_0 = F_{cr}$ (средняя кривая на рис. 3), получено в [8,9]. В обозначениях наших предыдущих статей перепишем его в виде

$$F_{cr}^2 = \frac{32\pi^3 m_q^2}{3\sqrt{3}} \frac{\Delta f^3}{b}. \quad (4)$$

С другой стороны, как показано в [8,9], для особой точки можно также использовать следующее соотношение:

$$F_{cr} = 2\pi m_q \Delta f v_{cr}, \quad (5)$$

причем значения критических скоростей при различных температурах взяты из ранее проведенных экспериментов [13] и определялись по точке пересечения

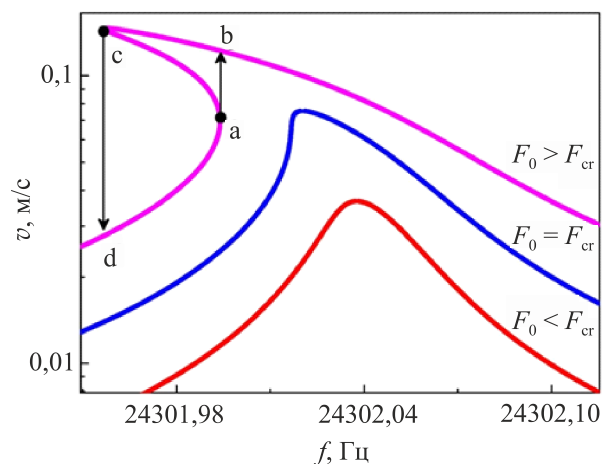


Рис. 3. Зависимости амплитуды скорости колебаний камертона от частоты для трех случаев: $F_0 < F_{cr}$, $F_0 = F_{cr}$, $F_0 > F_{cr}$. Расчет выполнен по (2) с параметрами, соответствующими экспериментальным.

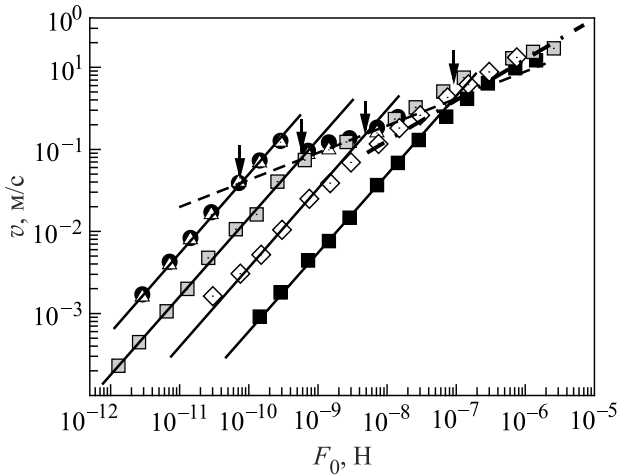


Рис. 4. Зависимости скорости колебаний камертона от возбуждающей силы для разных постоянных температур: 150 (●); 210 (△); 350 (□); 550 (◇); 1000 (■) мК. Сплошная линия — линейная по скорости зависимость; пунктир — кубическая зависимость.

линейной (для ламинарного течения) и типичной для турбулентности кубической зависимостей (стрелки на рис. 4).

Используя выражения (4) и (5), определим значение коэффициента b :

$$b = \frac{8\pi\Delta f}{3\sqrt{3}v_{cr}^2}. \quad (6)$$

Вычисленные таким образом значения b показаны на рис. 5 в зависимости от температуры. Имеется неплохое согласие со значением $b = 50 \text{ с/м}^2$, полученным в [10].

Следует заметить, что, как и при определении коэффициента сопротивления в работе [14], необходимо учитывать тот факт, что влияние свойств камертона на

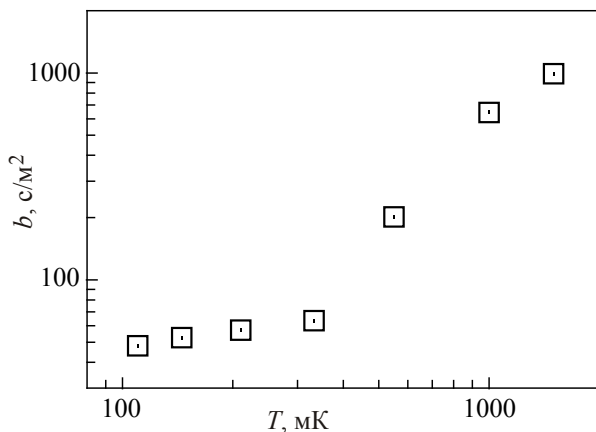


Рис. 5. Зависимость коэффициента b от температуры. Данные получены с использованием экспериментальных значений Δf и v_{cr} по (6), закрытые точки — с учетом в Δf вклада вещества камертона [14].

чинает проявляться при температурах ниже 350 мК (см. рис. 5). Значения коэффициента b с учетом свойств камертона показаны на рис. 5.

3. Связь коэффициента нелинейности и взаимного трения

Как уже отмечалось, нелинейные свойства камертона, погруженного в He II, определяются свойствами квантово-турбулентного режима течения. В этом предположении, используя решения уравнения Дуффинга [8,9], можно оценить по порядку величины параметры диссипативных процессов при турбулентном течении сверхтекучей жидкости. Один из основных таких параметров — коэффициент взаимного трения α , определяющийся рассеянием фононов на квантованных вихрях и связывающий силу взаимного трения F_{ns} в единице объема со скоростью течения сверхтекучей компоненты [15,16]:

$$F_{ns} = \frac{2}{3}\rho_s\kappa\alpha Lv_{ns} = \frac{2}{3}\frac{\rho_s\alpha v_{ns}^3}{\kappa}, \quad (7)$$

где ρ_s — плотность сверхтекучей компоненты He II, $\kappa = h/m_4 = 0,997 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ — квант циркуляции, m_4 — масса атома ^4He , согласно определению общей длины, $L = (v_{ns}/\kappa)^2$ — общая длина вихрей в единице объема, величина L зависит от v_{ns} — скорости относительного течения нормальной и сверхтекучей компонент. Однако при температурах $T \leq 500 \text{ мК}$ плотность нормальной компоненты гелия становится пренебрежимо малой, и в этом случае v_{ns} совпадает со скоростью колеблющейся ножки камертона.

Считая, что сила взаимного трения является силой, обуславливающей нелинейное поведение камертона в He II, начиная с критической точки и приравнивая (7) последнему слагаемому в (1) при $x = v/\omega_0$, можно оценить величину и температурную зависимость коэффициента взаимного трения, если допустить, что объем сверхтекучей жидкости равен объему камертона. Это допущение можно обосновать тем, что из измерений эффективной массы жидкости, участвующей в движении камертона [17], следует, что участвующей в движении эффективный объем жидкости состоит из объема вытесненной камертоном жидкости и объема жидкости, увлекаемой колеблющимся камертоном, причем объем жидкости мал в сравнении с объемом вытесненной камертоном жидкости и практически не зависит от температуры. В таком случае выражение для коэффициента взаимного трения имеет простой вид:

$$\alpha \approx b\kappa \frac{\rho_q}{\rho_s}. \quad (8)$$

Расчет коэффициента взаимного трения, проведенный с использованием ранее определенного коэффициента b (рис. 5), приведен на рис. 6 вместе с данными [18].

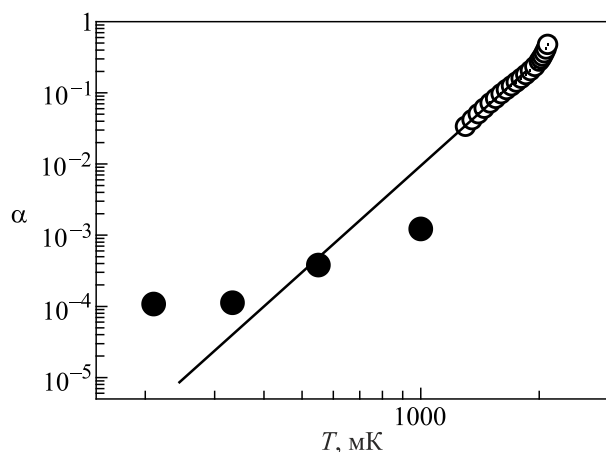


Рис. 6. Коэффициент взаимного трения, определенный в критической точке: расчет с использованием выражения (8) (●), данные [18] (○).

На рис. 6 приведены данные только для $T \leq 1000$ мК. Это обусловлено тем, что кубическая зависимость $F_0(v)$ на рис. 4 не наблюдается в области более высоких температур. Как видно на рис. 6, коэффициент взаимного трения увеличивается с ростом температуры, как и предсказано в [18], но отличается от температурной зависимости в работе [19], где показано, что сила взаимного трения, обусловленная рассеянием фононов на квантованных вихрях, пропорциональна T^5 . Соответствующая зависимость коэффициента взаимного трения показана на рис. 6 сплошной линией, являющейся результатом экстраполяции данных [18] на область температур, более низких, чем исследованные в этой работе, и пересекает область расчетных данных настоящей работы. Отличие полученных таким образом значений коэффициента взаимного трения от полученных нами данных при $T \leq 250$ мК (см. рис. 6) может быть следствием того, что при таких температурах сильно сказываются свойства вещества камертона, что приводит к росту неточности при измерениях полуширины резонансной линии колеблющегося камертона, значение которого используется при определении коэффициента b и, следовательно, α . Некоторое отклонение точек от расчетной кривой при $T \geq 0,55$ К может свидетельствовать о неприменимости выражения (7) в этой области температур. Кроме того, при $T \geq 0,7$ К определяющим становится вклад в диссипативные процессы от гидродинамической вязкости гелия, зависящей от плотности нормальной компоненты, увеличивающейся с температурой, что требует дополнительного рассмотрения.

Выводы

Исследованы свойства колеблющегося кварцевого камертона в вакууме при $T = 1,5$ К и камертона, покрытого тонкой пленкой гелия при $T = 0,7$ К. Измерения, проведенные в обоих случаях, согласуются между

собой и показывают, что влияние пленки гелия, осажженной на поверхности камертона, на его колебательные характеристики пренебрежимо мало.

Проведен сравнительный анализ влияния свойств камертона на измерения $v(F_0)$ при определении отклонения этой зависимости от линейного закона. Как и предполагалось ранее в работе [17], при малых скоростях колебания камертона наблюдаемые зависимости определяются свойствами вещества камертона, но, начиная со скоростей выше 0,05 м/с, влияние окружающей сверхтекучей жидкости становится определяющим в результате вклада рассеяния фононов на квантованных вихрях, формирующих квантово-турбулентный клубок квантованных вихрей.

Проведен анализ сил взаимного трения, приводящих к нелинейным колебаниям кварцевого камертона, погруженного в He II, при температурах ниже 0,55 К и предложен способ определения коэффициента взаимного трения. На основе экспериментальных данных установлена температурная зависимость коэффициента b , пропорционального коэффициенту нелинейности μ в уравнении Дуффинга (1) при определении критической силы в особых точках, соответствующих началу турбулентного течения сверхтекучей жидкости. Без каких-либо подгоночных параметров определена и проанализирована температурная зависимость коэффициента взаимного трения, причем данные в интервале температур от 0,3 до 0,55 К хорошо согласуются с температурной зависимостью, предсказанной в работе [19] и используемой для экстраполяции данных [18].

Авторы благодарят А.С. Ковалева и М.М. Богдана за полезные дискуссии.

1. D.O. Clubb, O.V.L. Buu, R.M. Bowley, R. Nyman, and J.R. Owers-Bradley, *J. Low Temp. Phys.* **136**, 1 (2004).
2. R. Blaauwgeers, M. Blažkova, M. Človečko, V.B. Eltsov, R. de Graaf, J.J. Hosio, M. Krusius, D. Schmoranzler, W. Schoepe, L. Skrbek, P. Skyba, R.E. Solntsev, and D.E. Zmeev, *J. Low Temp. Phys.* **146**, 537 (2007).
3. G.A. Sheshin, A.A. Zadorozhko, E.Y. Rudavskii, V.K. Chagovets, L. Skrbek, and M. Blažkova, *ФНТ* **34**, 1111 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 875 (2008)].
4. И.А. Гриценко, А.А. Задорожко, А.С. Неонета, В.К. Чаговец, Г.А. Шешин, *ФНТ* **37**, 695 (2011) [*Low Temp. Phys.* **37**, 695 (2011)].
5. D. Schmoranzler, M.J. Jackson, V. Tsepelin, M. Poole, A.J. Woods, M. Človečko, and L. Skrbek, *Phys. Rev. B* **94**, 214503 (2016).
6. J. Melcher, J. Stirling, F.G. Cervantes, J.R. Pratt, and G.A. Shaw, *Appl. Phys. Lett.* **105**, 233109 (2014).
7. J. Chaste, A. Eichler, J. Moser, G. Ceballos, R. Rurali, and A. Bachtold, *Nat. Nanotechnol.* **7**, 301 (2012).
8. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Москва, Наука (1986).

9. А.М. Косевич, А.С. Ковалев, *Введение в нелинейную физическую механику*, Наукова думка, Киев (1989), с. 304.
10. И.А. Гриценко, Т.А. Дубчак, К.А. Михайленко, С.С. Соколов, Г.А. Шешин, *ФНТ* **44**, 46 (2018) [*Low Temp. Phys.* **44**, 36 (2018)].
11. D.I. Bradley, R. George, A.M. Guénault, R.P. Haley, S. Kafanov, M.T. Noble, Yu.A. Pashkin, G.R. Pickett, M. Poole, J.R. Prance, M. Sarsby, R. Schanen, V. Tsepelin, T. Wilcox, and D.E. Zmeev, *Sci. Rep.* **7**, 4876 (2017).
12. R.J. Robertson, C.J. Lambert, and J.P. Harrison, *Can. J. Phys.* **61**, 164 (1983).
13. И.А. Гриценко, К.А. Клокол, С.С. Соколов, Г.А. Шешин, *ФНТ* **42**, 215 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 163 (2016)].
14. И.А. Гриценко, К.А. Клокол, С.С. Соколов, Г.А. Шешин, *ФНТ* **42**, 28 (2014) [*Low Temp. Phys.* **42**, 21 (2014)].
15. D.H. Wacks and C.F. Barengi, arXiv:1107.5983v1 [cond-mat.stat-mech], 29 Jul 2011.
16. P.-E. Roche, C.F. Barengi, and E. Leveque, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00384944> (2009).
17. И.А. Гриценко, Т.А. Дубчак, К.А. Михайленко, С.С. Соколов, Г.А. Шешин, *ФНТ* **43**, 391 (2017) [*Low Temp. Phys.* **43**, 321 (2017)].
18. R.J. Donnelly and C.F. Barengi, *J. Phys. Chem. Ref. Data* **27**, 1217 (1998).
19. С.В. Иорданский, *ЖЭТФ* **49**, 225 (1965).

Сила взаємного тертя при коливаннях кварцевого камертона у надплинному гелію

Х.О. Михайленко, С.С. Соколов, Г.О. Шешин

Проведено експериментальні дослідження коливальних характеристик кварцевого камертона при низьких температурах. Показано, що результати вимірів у вакуумі при 1,5 К практично збігаються з даними, отриманими при 0,7 К у випадку камертона, покритого плівкою гелію. Визначено залежність швидкості коливань ніжок камертона від збуджуючої сили, а також обчислено залежність сили тертя від швидкості коливань. Результати проаналізовано разом з раніше отриманими даними по нелінійній залежності, встановленої при експери-

ментах з тим же камертоном, зануреним у надплинний гелій, в умовах збудження турбулентного плину рідини. Установлено області швидкостей коливань, що відповідають визначальному впливу на коливання камертона від внутрішнього тертя в речовині камертона й у гелії. Дані проаналізовано за допомогою нелінійного рівняння Дуффінга, що дозволило визначити температурну залежність коефіцієнта нелінійності камертона та коефіцієнта взаємного тертя, обумовленого турбулентним плином надплинної рідини.

Ключові слова: кварцовий камертон, внутрішнє тертя, рівняння Дуффінга, коефіцієнт нелінійності.

Mutual friction force with oscillations of a quartz tuning fork in superfluid helium

K.A. Mykhailenko, S.S. Sokolov, and G.A. Sheshin

Experimental studies of the vibrational characteristics of a quartz tuning fork at low temperatures have been carried out. It is shown that the results of measurements in vacuum at 1.5 K almost coincide with the data obtained at 0.7 K in the case of a tuning fork covered with a helium film. The dependence of the oscillation velocity of the tuning-fork prongs on the exciting force is determined, and the dependence of the friction force on the oscillation velocity is calculated. The results are analyzed together with the previously obtained data on the nonlinear dependence determined in experiments with the same tuning fork immersed in superfluid helium under conditions of the excitation of turbulent fluid flow. The regions of the oscillation velocities corresponding to the determining influence on the oscillations of the tuning fork from internal friction in the substance of the tuning fork and in helium, are established. The data were analyzed using the nonlinear Duffing equation, which made it possible to determine the temperature dependence of the coefficient of nonlinearity of the tuning fork and the coefficient of mutual friction caused by the turbulent flow of a superfluid.

Keywords: quartz tuning fork, internal friction, Duffing equation, nonlinearity coefficient.