

Плавление двумерных электронных кристаллов в узких каналах

В.Е. Сивоконь, И.В. Шарапова

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: sivokon@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 8 июля 2019 г., опубликована онлайн 25 октября 2019 г.

Методом молекулярной динамики проведено исследование двумерных электронных систем, расположенных в узких каналах, при различных соотношениях между шириной канала и средним расстоянием между электронами. Определены пространственные структуры, образующиеся в каналах при низких температурах в зависимости от ширины канала, и проанализированы особенности структурных переходов. Исследовано влияние температуры на структурные переходы. Определены температуры, при которых происходит разрушение пространственного порядка в электронной системе в зависимости от ширины канала, в том числе в области структурных переходов.

Ключевые слова: двумерная электронная система, сверхтекучий гелий, узкие каналы, плавление, метод молекулярной динамики.

Введение

Влияние ограниченной геометрии с учетом симметрии и соизмеримости между размерами системы и средним расстоянием между образующими систему частицами имеет не только чисто академический интерес. Понимание этого влияния принципиально важно при разработке и создании устройств на основе мезо- и нанoeлектронных систем.

Кристаллизация электронов на фоне равномерно расположенного положительного компенсирующего заряда, предсказанная Вигнером [1], была обнаружена в 1979 году в системе электронов над поверхностью сверхтекучего гелия при анализе колебаний электронной плотности в плоскости электронного слоя [2]. Электронный кристалл активно изучался, и многие его свойства хорошо изучены [3–5].

В последние годы проведен ряд экспериментальных исследований электронных кристаллов на поверхности жидкого гелия в узких каналах. С одной стороны измерения проводимости электронных систем в узких каналах позволяют упростить анализ результатов по сравнению, например, с корбино-геометрией, с другой — приводят к появлению новых эффектов при определенных соотношениях между размером канала и средним межэлектронным расстоянием. В частности, сообщается о наблюдении структурных переходов [6], возвратного

плавления (reentrant-melting) [7–9] электронного кристалла в канале при изменении поверхностной плотности электронов. При больших значениях ведущего напряжения обнаружено сильно нелинейное поведение системы, в частности скачки тока в канале [10,11].

Нелинейную проводимость электронного кристалла традиционно принято связывать с нелинейными особенностями взаимодействия электронного слоя с поверхностью жидкого гелия, в частности с возбуждением черенковских риплонов и соскальзыванием электронного кристалла с деформационного рельефа на поверхности жидкости [12,13]. При этом предполагается, что кристалл под влиянием ведущего поля движется как единое целое, сохраняя свою кристаллическую решетку. Это предположение представляется мало обоснованным из-за неоднородности ведущего поля. Оно никак не следует из измерительной процедуры, так как в эксперименте измеряются интегральные характеристики тока, не позволяющие как-либо обосновать реальные перемещения электронов в канале, приводящие к измененному току.

Для более глубокого и правильного понимания поведения электронных упорядоченных систем в узких каналах очень полезными и информативными являются методы численного моделирования. Эти методы позволяют проследить за движением каждого электрона в системе в зависимости от внешних условий и получить

непосредственную информацию о возможных упорядоченных структурах в канале, особенностях их формирования и перестройки в тех или иных внешних полях. Результаты численного моделирования могут стать хорошей основой для анализа экспериментальных данных. На их основе удастся, в частности, получить представление о нелинейных процессах проводимости электронов в канале, не прибегая к каким-либо предположениям о характере движения кристалла в канале [14].

Анализ поведения электронных систем в узких каналах методами численного моделирования позволил установить ряд интересных особенностей упорядочения при различных соотношениях между поверхностной плотностью электронов и характеристиками потенциала, удерживающего электроны в поперечном направлении [15–16]. Обнаружена интересная особенность при перестройке электронного упорядочения в узком канале в зависимости от плотности электронов: переход 1–2–4–3–4 [17]. Экспериментально такая последовательность не наблюдалась, и вопрос о возможности ее наблюдения остается открытым.

Кроме исследований структурных особенностей при нулевой температуре, представляет большой интерес выяснение роли температуры в формировании тех или иных структур в зависимости от соотношения между шириной канала и средним расстоянием между частицами. В экспериментальных работах, в которых исследовалось плавление электронных кристаллов в узких каналах, было обнаружено возвратное плавление при увеличении плотности, которое указывает на тесную связь между процессами разупорядочения, обусловленными температурой и структурными переходами в системе.

Моделирование плавления в таких системах позволяет также получить информацию о поведении системы на микроуровне, в частности, проанализировать роль дефектов. Однако при моделировании плавления кристаллов в узких каналах возникает ряд вопросов, ответы на которые неочевидны. В частности, это вопрос о критериях плавления. Неясно, насколько критерии плавления, «работающие» в двумерных системах, применимы в узких каналах, ширина которых сравнима со средним расстоянием между частицами, какие должны быть граничные условия, в какой мере те или иные результаты моделирования можно соотносить с экспериментальными результатами? Поэтому полезны расчеты, в которых число произвольных предположений сведено к минимуму, и расчетная система моделирует экспериментальную систему с достаточной степенью приближения.

1. Схема расчетов

Цель настоящей работы — моделирование поведения электронной системы в узком канале в условиях, близких к реализуемым в эксперименте, при различ-

ных соотношениях между шириной канала и поверхностной плотностью электронов при различных температурах. При расчетах поверхностная плотность электронов была фиксирована, т.е. рассматривался один и тот же физический объект, что позволило прямо проанализировать влияние внешних условий. Непосредственно рассчитаны силы, действующие на электроны со стороны прижимающего электрода, что позволило отказаться от каких-либо дополнительных граничных условий. При моделировании плавно изменялась температура на каждом шаге вычислений и рассчитывались координаты всех электронов, что дало возможность проанализировать характер движения электронов при различных температурах и определить температуру, при которой движение электронов качественно изменяется.

В работе рассмотрена система электронов, расположенная над прямоугольным прижимающим электродом, на который подан положительный заряд, компенсирующий взаимное отталкивание электронов. Поверхностная плотность электронов и, тем самым, среднее расстояние между ними были фиксированы: $n_s = 10^8 \text{ см}^{-2}$ и $r_0 = 10^{-4} \text{ см}$. Сделано предположение, что движение электронов происходит исключительно в плоскости, параллельной плоскости прижимающего электрода и расположенной на некотором расстоянии d от нее, причем величина d много меньше как длины, так и ширины прямоугольного электрода. Такая модельная система качественно близка к экспериментальной системе, реализуемой при изучении поверхностных электронов над сверхтекучим гелием.

Методом молекулярной динамики (МД) рассчитаны координаты и скорости 100 (в некоторых случаях 200 и 400) электронов при различных соотношениях между средним расстоянием r_0 и шириной M канала и различных значениях средней кинетической энергии электронов. Предполагалось, что температура системы пропорциональна средней кинетической энергии частиц с коэффициентом пропорциональности, соответствующим двумерной системе. Подробно схема расчета изложена в работе [18].

2. Электронные конфигурации и конфигурационные переходы при низких температурах

Пространственные конфигурации электронной системы в зависимости от соотношения между средним межэлектронным расстоянием и шириной канала определялись, как правило, при низкой температуре $T = 10^{-2} \text{ К}$.

Эта температура значительно ниже температуры плавления двумерного электронного кристалла с поверхностной плотностью $n_s = 10^8 \text{ см}^{-2}$, которая составляет $T_{\text{melt}} = 0,22 \text{ К}$. Следует отметить, что при расчетах использовано соотношение между температурой и средней кинетической энергией электронов, характерное

для двумерной системы, т.е. системы с двумя степенями свободы. В какой мере это соотношение применимо к электронам в узком канале, где характер движения в продольном и поперечном направлении явно различен, неясно. Понятие температуры как меры средней кинетической энергии частиц, безусловно, сохраняется, но коэффициент пропорциональности между кинетической энергией и температурой для электронов в канале, может быть иным, чем для двумерной безграничной системы.

При расчете координат и скоростей частиц на каждом временном шаге изменялось соотношение M/r_0 с тем, чтобы определить области существования тех или иных конфигураций и особенности перехода от одной конфигурации к другой. При расчетах поверхностная плотность фиксировалась, что позволило проанализировать влияние геометрических факторов на распределение электронов в канале. В эксперименте изменение пространственной конфигурации происходит при изменении поверхностной плотности электронов в фиксированном канале либо при изменении поля, удерживающего электроны в поперечном направлении. В любом случае результаты расчета легко сопоставить с экспериментом при соответствующих значениях M/r_0 .

При расчете на каждом шаге фиксировались координаты электронов как вдоль канала (x -координата), так и поперек канала (y -координата). Для анализа конфигураций использовалась часть электронов, расположенная в центральной части канала (обычно 40 частиц для y -координат и 20 для x -координат), для исключения влияния границ. Рисунок 1 иллюстрирует изменение y -координат электронов в канале при увеличении параметра M/r_0 (рис. 1(а)) и при его уменьшении (рис. 1(б)).

Как видно, расположение электронов в канале резко изменяется при некоторых значениях параметра M/r_0 . Количество электронных линий возрастает по мере увеличения ширины канала. Обращает на себя внимание гистерезис, который наблюдается для всех переходов, кроме перехода 1–2 (переход линия–зигзаг). Процесс перестройки пространственной структуры электронной системы несколько различен при увеличении и при уменьшении ширины канала. Если при увеличении M/r_0 в некоторых узких интервалах наблюдается расщепление линий и образование конфигураций 3×2 , 4×2 , 5×2 , то при уменьшении M/r_0 происходит скачкообразное изменение числа линий. Исключением является конфигурация 2×2 (два зигзага, вложенных один в другой или 4 линии), которая была обнаружена при моделировании в работе [17]. Последовательность переходов 1–2–4–3... была названа непоследовательными переходами (nonsequential ordering of transitions, non-SOT). Конфигурация 2×2 наблюдается как при увеличении, так и при уменьшении M/r_0 , а также может быть получена в расчетах при некоторых фиксированных зна-

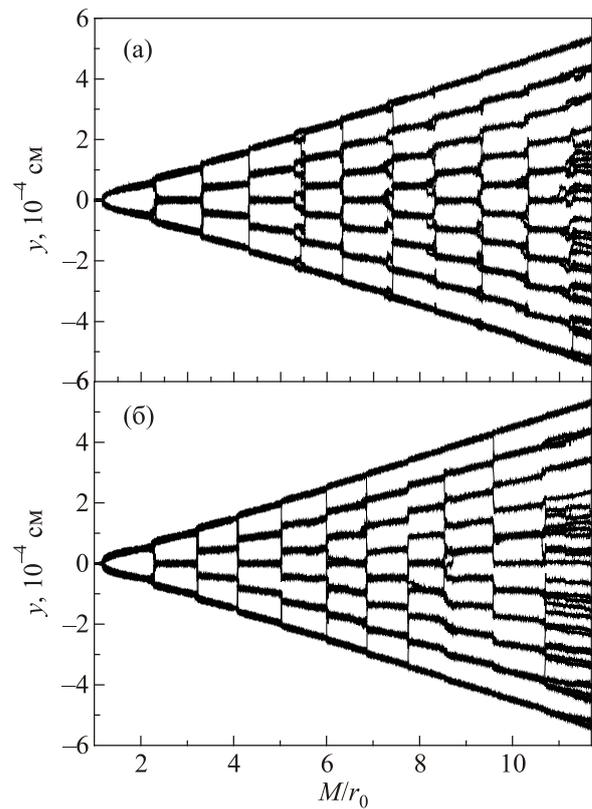


Рис. 1. Координаты 40 электронов в направлении поперек канала при увеличении (а) и уменьшении (б) отношения ширины канала к среднему расстоянию между электронами M/r_0 . Общее число электронов в расчете $N = 200$.

чениях M/r_0 исходя из первоначального случайного распределения частиц. Как правило, в этом случае конфигурация содержит дефекты упаковки.

На рисунке видно, что максимальное число слоев, которые удастся четко выделить в канале, составляет $n_{\max} = 11$. При дальнейшем увеличении ширины канала четких линий не наблюдается, что, по-видимому, связано с тем, что ширина и длина канала становятся сравнимыми, и на упорядочение влияют и границы, ограничивающие движение вдоль канала. Для того чтобы проанализировать поведение системы с большим количеством линий в канале при заданных условиях, нужно увеличить число электронов в расчете.

В табл. 1 приведены значения M/r_0 , соответствующие переходам между пространственными конфигурациями электронов в канале с разным числом линий при увеличении и уменьшении ширины канала. При переходах в расчетах использовалось $N = 200$ частиц.

Рассмотрим некоторые переходы более подробно. На рис. 2 показаны y -координаты электронов при переходах 1–2 и 2–1. Зависимости от M/r_0 при увеличении и уменьшении параметра совмещены на одном рисунке. Как видно, гистерезиса не наблюдается, переходы полностью совместимы. Это хорошо известный переход линия–зигзаг.

Таблица 1. Критические значения ширины канала, соответствующие структурным переходам в электронной системе

Переход	M / r_0	Переход	M / r_0
1–2	1,165	2–1	1,165
2–3	2,24–2,35	3–2	2,22–2,3
3–4	3,2–3,3	4–3	3,2–3,23
4–5	4,25–4,35	5–4	4,08
5–6	5,3–5,62	6–5	5,01
6–7	6,25–6,29	7–6	6,0
7–8	7,26–7,35	8–7	6,83
8–9	8,26–8,34	9–8	7,75
9–10	9,22–9,35	10–9	8,52
10–11	10,2–10,32	11–10	9,58
11–12	11,3*	12–11	10,5*

Примечание: * — расчет при $N = 400$.

Различие между переходами при увеличении и уменьшении ширины канала начинает проявляться при переходе 2–3 (3–2) (рис. 3).

Как при переходе 2–3, так и при обратном переходе наблюдается конфигурация 2×2 (или 4 в последовательности 1–2–4–3 [17]), причем существует узкая область параметра $M / r_0 \approx 2,26–2,28$, при котором конфигурация 2×2 проявляется независимо от направления перехода. Эта конфигурация может быть получена из начального случайного распределения частиц в результате решения уравнений движения при фиксированном значении M / r_0 в интервале 2,26–2,28, но при этом весьма вероятны дефекты упаковки. Энергия конфигурации 2×2, очевидно, отлична от энергии зигзага или трех линий, по крайней мере, при достаточно низких температурах.

Еще более заметен гистерезис при переходах 3–4 и 4–3 (рис. 4).

При переходе 3–4 наблюдается область 2×3, если плавно увеличивать параметр M / r_0 , но при обратном переходе 4–3 наблюдается резкий переход от четырех

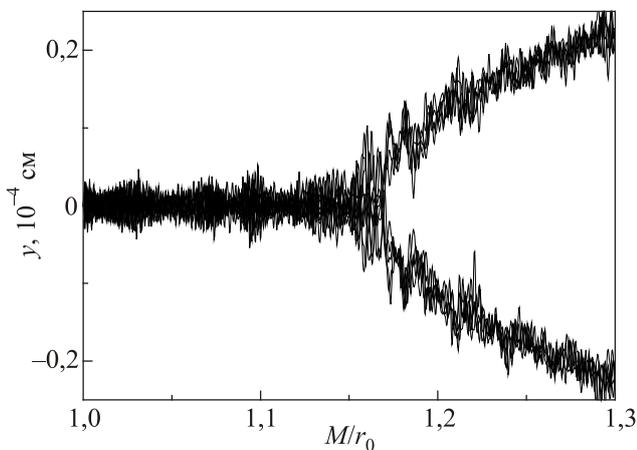


Рис. 2. Изменение y -координат электронов в канале при переходах линия–зигзаг и зигзаг–линия (1–2 и 2–1).

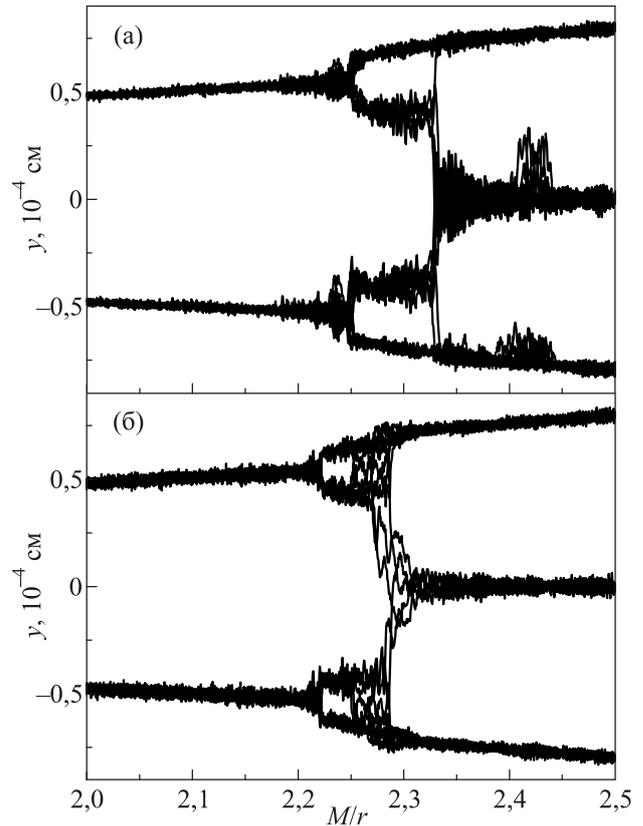


Рис. 3. Изменение y -координат электронов в канале при увеличении (а) и уменьшении (б) ширины канала.

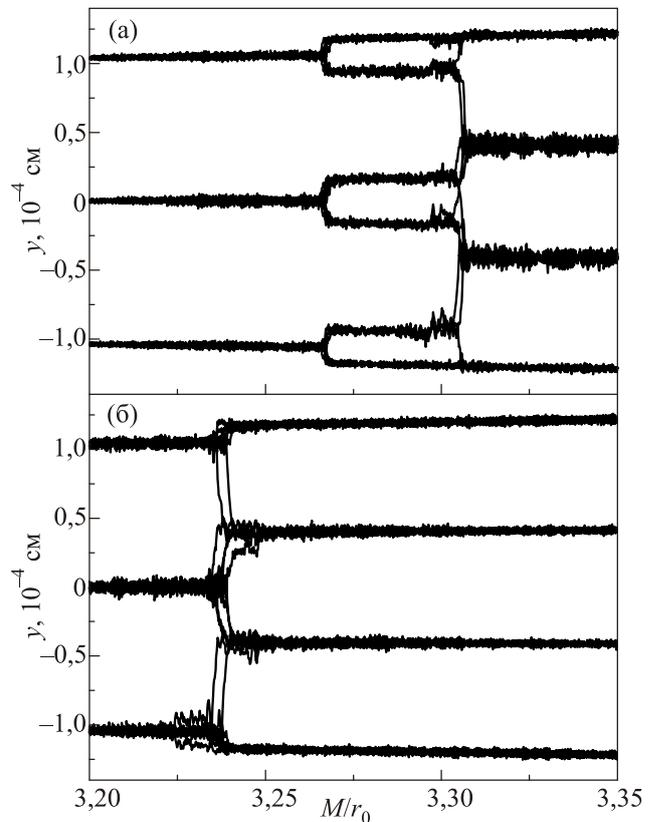


Рис. 4. Переходы от трех линий к четырем в канале при увеличении (а) и уменьшении (б) ширины канала.

к трем линиям. Получить конфигурацию 2×3 из случайного начального распределения, проводя расчеты при фиксированном значении M/r_0 , как правило, не удается. Расчет приводит к конфигурации с большим количеством дефектов и содержащей области как из 3, так и из 4 линий.

Похожая картина наблюдается и для других переходов.

3. Влияние температуры на конфигурационные переходы

Переходы, показанные на рис. 1–4, рассчитывались при относительно низких кинетических энергиях электронов. При условии, что средняя кинетическая энергия электрона связана с температурой соотношением, характерным для двумерной системы, температура в расчетах составляла 10^{-2} К.

Повышение температуры, при которой исследуются структурные переходы, изменяет характер перехода.

На рис. 5 показаны переходы 2–3 и 3–4, подобные переходам на рис. 3 и 4, но рассчитанные при более высокой температуре $T = 0,15$ К. Напомним, что температура плавления двумерного электронного кристалла с поверхностной плотностью $n_s = 10^{-8}$ см $^{-2}$ составляет $T_{\text{melt}} = 0,22$ К.

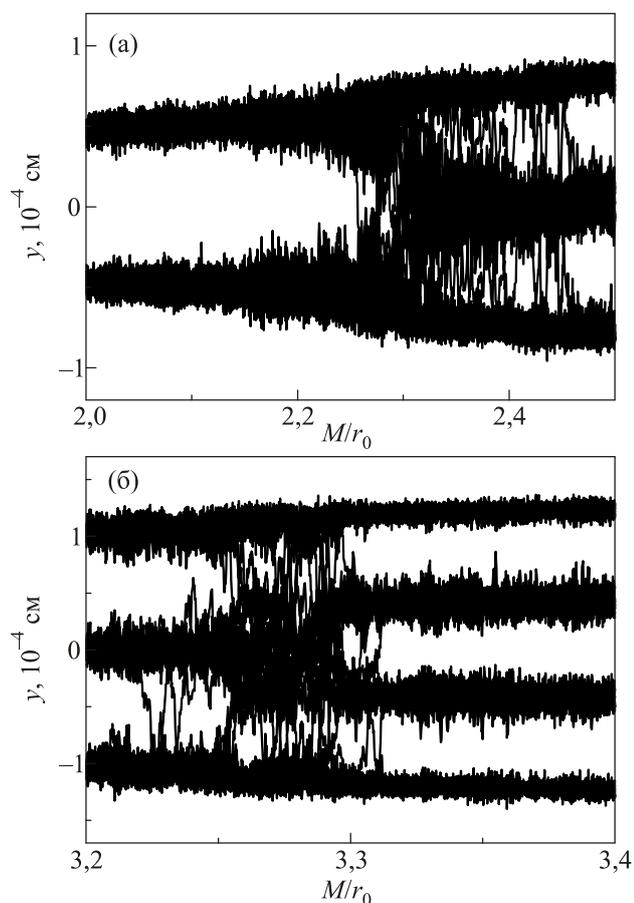


Рис. 5. Переходы между конфигурациями электронов в канале при увеличении ширины канала: 2–3 (а) и 3–4 (б). Температура системы электронов $T = 0,15$ К.

Как видно, в переходах при повышенной температуре конфигурации 2×2 и 3×2 не наблюдаются. Они полностью подавлены тепловыми флуктуациями. Существуют области параметра M/r_0 вблизи переходов, в которых происходит интенсивное перемещение электронов между линиями. Вне этих областей электроны колеблются относительно некоторых равновесных значений координат. Это хорошо видно на рис. 6, который показывает положение координат электронов в центральной части канала при различных фиксированных значениях его ширины в течение некоторого времени. Для каждого значения ширины канала начальное распределение электронов случайное. До перехода 2–3 электроны в направлении поперек канала образуют две линии (зигзаг) и колеблются вокруг некоторого сред-

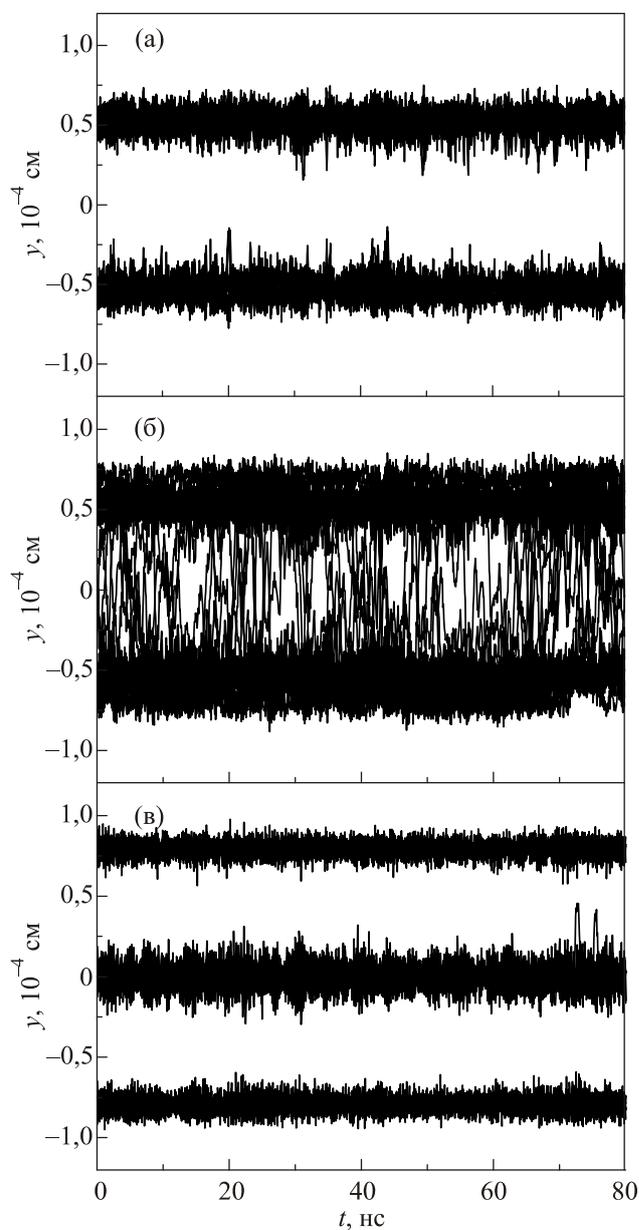


Рис. 6. Зависимость y -координат электронов в канале от времени при различных M/r_0 : 2,2 (а); 2,3 (б) и 2,5 (в). Температура $T = 0,15$ К.

него значения, что характерно для упорядоченной системы (рис. 6(a)). После перехода электроны также образуют упорядоченное состояние из трех линий (рис. 6(в)). Но в области перехода (рис. 6(б)) упорядоченного состояния нет, электроны совершают частые переходы от одного края канала к другому. Таким образом, на поведение электронов в области переходов влияют как температурные флуктуации, так и фрустрация электронов из-за возможных различных структурных конфигураций. Оба эти фактора способствуют разрушению пространственной структуры.

4. Плавление упорядоченных систем

При исследовании разрушения упорядоченной структуры электронов в канале при увеличении температуры (плавления) возникают две проблемы. Первая, уже отмеченная выше, связана с определением температуры системы. Как известно, температура — это термодинамическая величина, характеризующая среднюю кинетическую энергию составляющих систему частиц, но связь между кинетической энергией и температурой зависит от числа степеней свободы системы. В двумерной системе возможны два независимых направления поступательного движения частиц и проблемы с определением температуры не возникает. Но в узком

канале движение электронов вдоль и поперек канала неэквивалентны особенно при сравнимой со средним межэлектронным расстоянием шириной канала, так что возникает вопрос о размерности системы. В расчетах мы используем температуру для двумерной системы, что в применении к узкому каналу может приводить к некоторой неопределенности. Возможно, имеет смысл анализировать результаты, используя среднюю кинетическую энергию электронов вместо температуры, но в этом случае можно ожидать лишь небольших количественных изменений в оценках.

Вторая проблемы связана с критерием плавления. Предложено много критериев плавления, в частности для двумерных систем. Плавление двумерного электронного кристалла проходит по механизму Костерлица–Таулеса [19], в котором определяющую роль играют структурные дефекты (дислокации и дисклинации) в кристалле. Анализируя структуру электронной системы в фиксированный момент времени и рассчитывая корреляционные функции, отражающие трансляционную и ориентационную симметрию, можно определить, является система упорядоченной или нет. В узком канале такая процедура вряд ли применима, в частности, из-за малого числа частиц поперек канала, влияния границ на упорядочение или разупорядочение частиц. Более

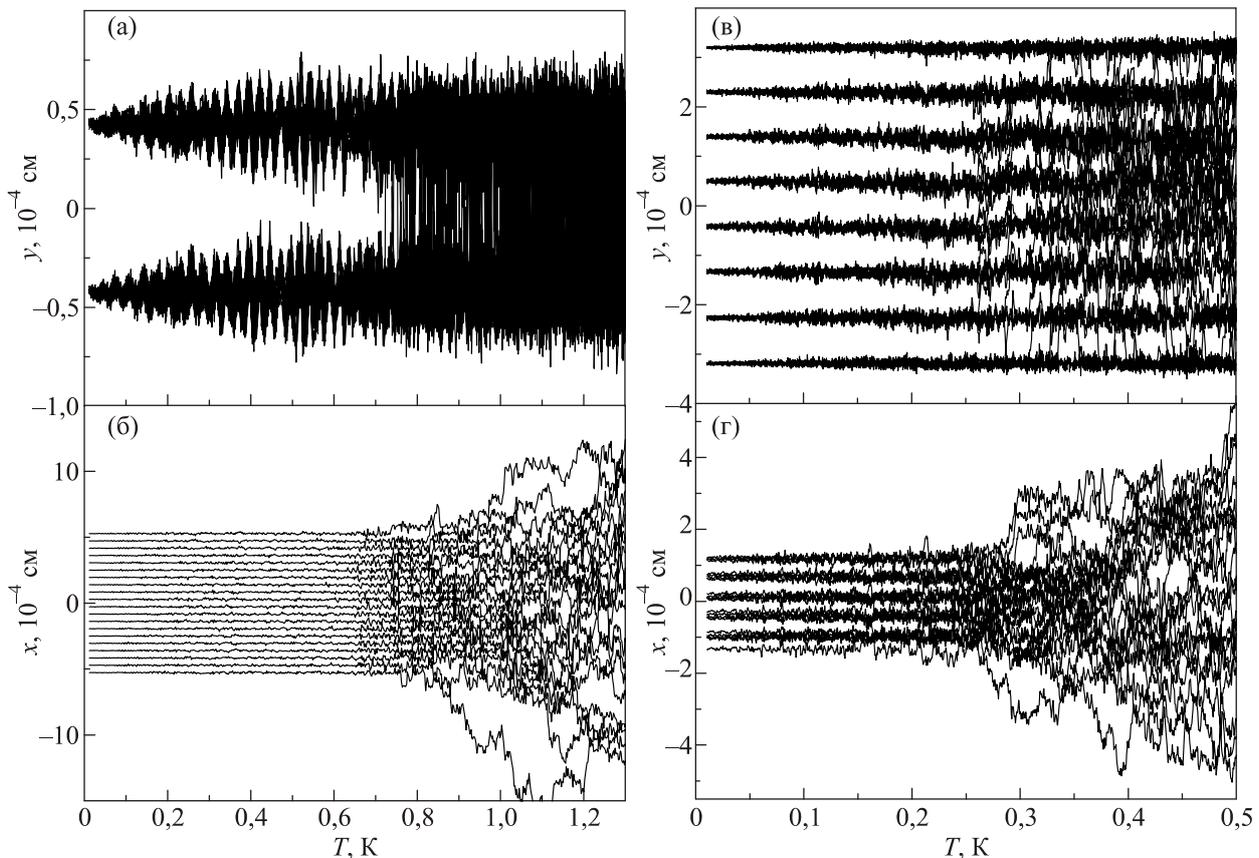


Рис. 7. Температурные зависимости координат электронов в каналах при относительной ширине канала M/r_0 : 1,8 (а), (б) и 7,4 (в), (г). Приведены y -координаты (а), (в) 40 электронов и x -координаты 20 электронов (б), (г), расположенных в центральных частях каналов. Общее число электронов $N = 100$.

перспективным представляется подход, использующий критерий устойчивости упорядоченных систем (например, критерий Линдемана). Он основан на том, что кристаллическая структура устойчива, пока среднеквадратичное отклонение частиц от положений равновесия, растущее с ростом температуры, не достигнет некоторого критического значения. Для двумерных систем это значение составляет 0,12. В принципе, можно было бы рассчитать среднеквадратичные отклонения электронов в канале и сравнить с этой величиной, но неясно, как скажется неэквивалентность движения электронов вдоль и поперек канала.

В нашей работе мы попытаемся определить, упорядоченное или неупорядоченное состояние электронов существует при той или иной температуре, анализируя движение всех электронов. Естественно предположить, что если электроны совершают только колебательные движения возле фиксированных точек, то состояние является упорядоченным, а если происходят систематические перескоки электронов на расстояния, равные или больше среднего межчастичного расстояния, то состояние является неупорядоченным (как на рис. 6(б)).

В качестве примера рассмотрим температурные зависимости x - и y -координат электронов в каналах с $M/r_0 = 1,8$ и $7,4$ (рис. 7).

На рисунках легко различимы температурные области, в которых сохраняется порядок в расположении электронов. Для канала с $M/r_0 = 1,8$, упорядоченным состоянием, в котором появляется зигзаг (две линии), является область, лежащая ниже температуры $T = 0,75$ К (рис. 7(а), (б)), а для канала с $M/r_0 = 7,4$ (рис. 7 (в), (г)), упорядоченное состояние, которое характеризуется восемью линиями поперек канала, упорядочение наступает ниже температуры $T = 0,28$ К. Выше критических температур наблюдаются частые перескоки электронов в поперечном направлении и значительные их смещения вдоль канала относительно положений в упорядоченном состоянии. Таким образом, температуры 0,75 и 0,28 К можно интерпретировать как температуры плавления электронного кристалла в каналах.

Подобная картина наблюдается в более широком канале (рис. 8) с относительной шириной канала $M/r_0 = 11,8$. Рассчитывалась система, состоящая из 400 электронов. При этих параметрах канала плавление происходит приблизительно при $T = 0,2$ К, что особенно заметно по поведению x -координат электронов.

Как следует из данных рис. 7 и 8, температура плавления электронной системы в канале зависит от параметров канала, с уменьшением ширины канала температура возрастает. Следует отметить, что эти данные (рис. 7 и 8) относятся к устойчивым электронным конфигурациям, т.е. вдали от структурных переходов (см. табл. 1).

Вблизи структурных переходов ситуация меняется.

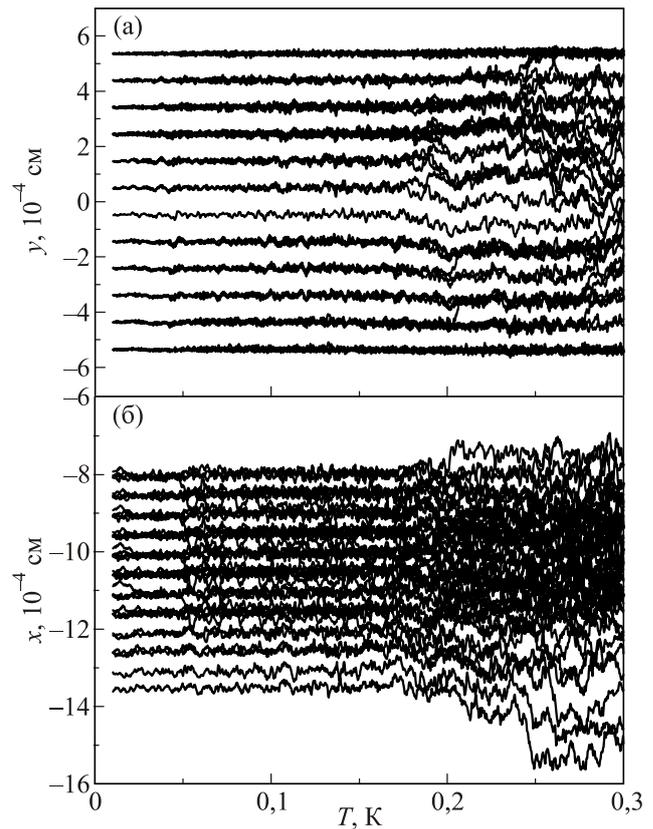


Рис. 8. Температурные зависимости y - (а) и x - (б) координат электронов в канале с относительной шириной $M/r_0 = 11,8$ (12 линий). Приведены y -координаты 40 электронов и x -координаты 20 электронов. Общее количество электронов в системе $N = 400$.

На рис. 9 показано плавление структур, образующихся вблизи структурных переходов при увеличении ширины канала (2×2 и 3×2). Как хорошо видно, такие структуры могут существовать только при низких температурах $T \leq 0,08$ К. При более высоких температурах конфигурация 2×2 переходит в две несколько размытые линии, а конфигурацию 3×2 сменяют четыре линии. Образовавшиеся структуры плавятся при температурах 0,15–0,17 К, что существенно ниже температур плавления соответствующих устойчивых структур (см. рис. 7(а), (б)). Таким образом, вблизи структурных переходов температура плавления упорядоченных структур понижается, что естественно, поскольку в дополнение к температурным флуктуациям, влияющим на положение частиц, появляется неопределенность положения электронов ввиду различных возможных конфигураций. Это свидетельствует о возможности обратного плавления. При изменении параметра M/r_0 (в эксперименте при изменении поверхностной плотности электронов) и приближении к области структурного перехода порядок разрушается при более низких температурах, чем вдали от перехода. При дальнейшем изменении M/r_0 и при удалении от структурного пе-

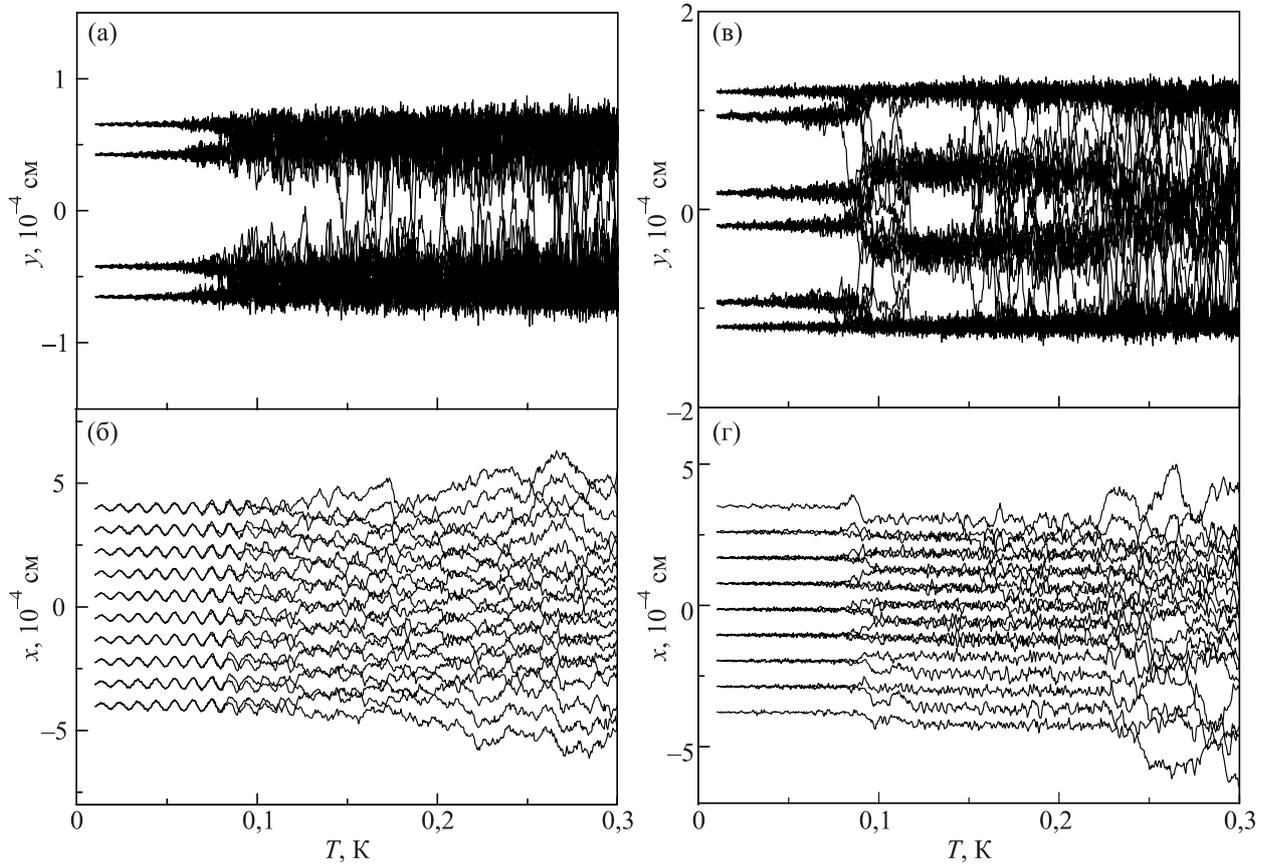


Рис. 9. Температурные зависимости координат электронов в каналах при относительной ширине канала M/r_0 : 2,25 (а), (б) и 3,29 (в), (г). Приведены y -координаты (а), (в) 40 электронов и x -координаты 20 электронов (б), (г), расположенных в центральных частях каналов. Общее число электронов $N = 100$.

рехода порядок снова восстанавливается. Происходит возвратная кристаллизация в системе.

Если рассматривать только системы вдали от структурных переходов, то для них температура плавления растет с уменьшением ширины канала (рис. 10).

Зависимость температуры плавления может быть выражена соотношением $T_{\text{melt}} = 0,9(M/r_0)^{-2/3}$.

Относительно точки с $M/r_0 = 1$ (квазиодномерная система) на рис. 10 нужно сделать несколько замечаний. Для иллюстрации движения электронов в направлении вдоль канала на рис. 11 приведены координаты нескольких электронов, расположенных в центральной части шнура. Видно, что с увеличением температуры увеличивается амплитуда продольных плазменных коле-

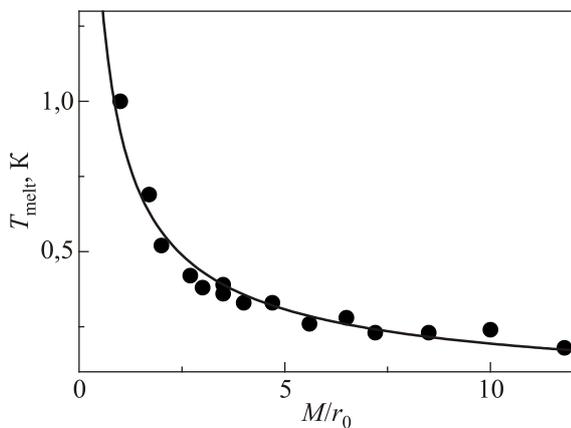


Рис. 10. Температура плавления электронного кристалла в канале в зависимости от ширины канала (точки). Линия — аппроксимирующая зависимость $T_{\text{melt}} = 0,9(M/r_0)^{-2/3}$.

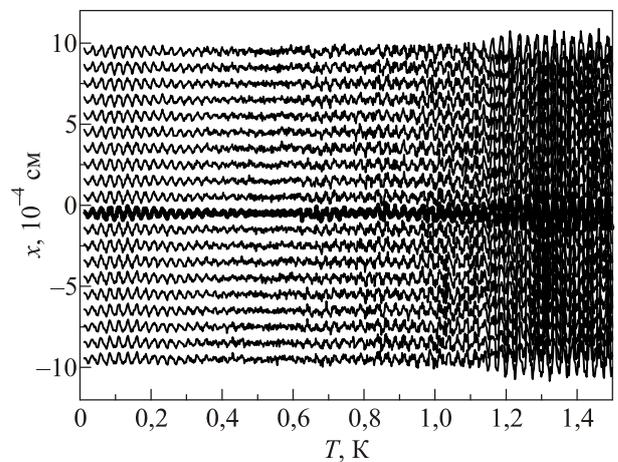


Рис. 11. Температурная зависимость координат электронов в квазиодномерном шнуре.

баний, так что амплитуда колебаний становится больше расстояния между частицами. Порядок при этом нарушается. В качестве температуры плавления выбрана температура, при которой амплитуда колебаний достигает величины среднего расстояния между частицами.

Структура системы с $M/r_0 = 1$ при низкой температуре 0,01 и 1,5 К показана на рис. 12. Система близка к квазиодномерной. Наблюдаются упорядочение в продольном направлении и очень малые смещения частиц в поперечном направлении, а при высокой температуре нет порядка в продольном направлении. Наблюдаются сильные продольные плазменные колебания с амплитудами, значительно превышающими среднее расстояние между частицами. В поперечном направлении заметны значительные смещения электронов от центра канала.

Отметим, что при высокой температуре для электронов существует заметная вероятность покинуть канал, преодолев энергетические барьеры на границах.

Таким образом, поведение электронной системы в узком канале зависит от кинетической энергии электронов. Можно выделить температурную область (низкие температуры), в которой электроны в канале пространственно упорядочены и их движение сводится к колебаниям возле равновесных положений. При некоторой температуре электроны начинают совершать перескоки на расстояния порядка среднего расстояния между частицами, и пространственный порядок нару-

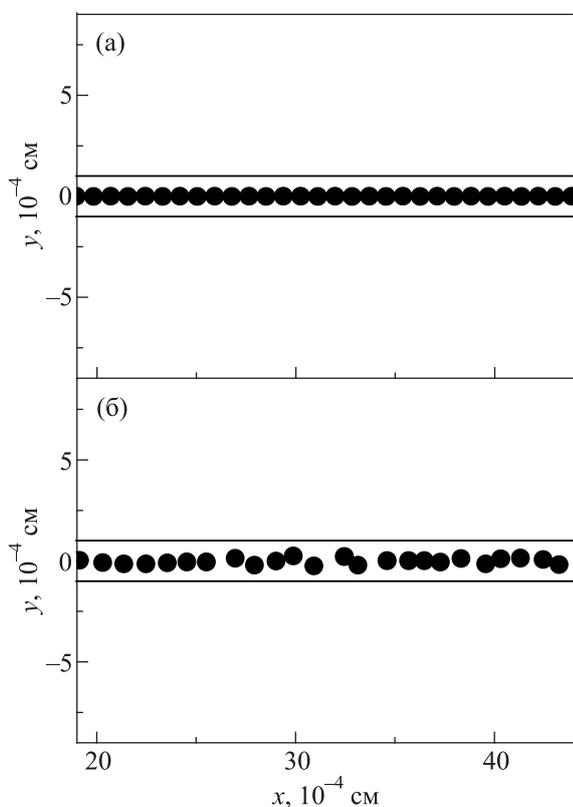


Рис. 12. Конфигурации квазиодномерного шнура при низкой и высокой температурах, К: 0,01 (а) и 1,5 (б).

шается. Критическая температура интерпретируется как температура плавления. Следует отметить, что нарушение порядка вдоль и поперек канала происходит при одной и той же температуре. Существует либо упорядоченная система электронов, либо неупорядоченная.

Фазовая диаграмма двумерной электронной системы, определяющая области существования упорядоченной фазы, может характеризоваться отношением потенциальной энергии электронов к кинетической, т.е. классическим плазменным параметром $\Gamma = e^2 \sqrt{\pi n_s} / (k_B T)$. Аналогичная величина может быть приближенно рассчитана и для электронов в канале. Поскольку в упорядоченной электронной системе движение каждого электрона ограничено соответствующей областью с линейным размером, то, предполагая, что в этой области на электрон действует некая постоянная сила, обусловленная влиянием остальных электронов, в качестве приближенной оценки потенциальной энергии можно использовать максимальную работу, совершаемую электроном в этой области. Проводя усреднение работы по всем электронам и принимая во внимание, что при усреднении силы между парами электронов учитываются дважды, получаем оценку величины плазменного параметра:

$$\Gamma = \frac{1}{2N} \sum_{i,j \neq i} |f_{i,j}| r_0 \frac{1}{k_B T},$$

где $f_{i,j}$ — сила взаимодействия между i -м и j -м электронами, r_0 — среднее расстояние между электронами.

Зависимость плазменного параметра, определенно при температуре плавления, от ширины канала для устойчивых электронных конфигураций (вдали от структурных переходов) приведена на рис. 13 (закрытые кружки).

Эта зависимость сравнивается с экспериментальной для 5 мк канала (открытые точки). Экспериментальная зависимость взята из рис. 5 [20]. Как видно, расчетная и экспериментальная зависимости вполне согласуются

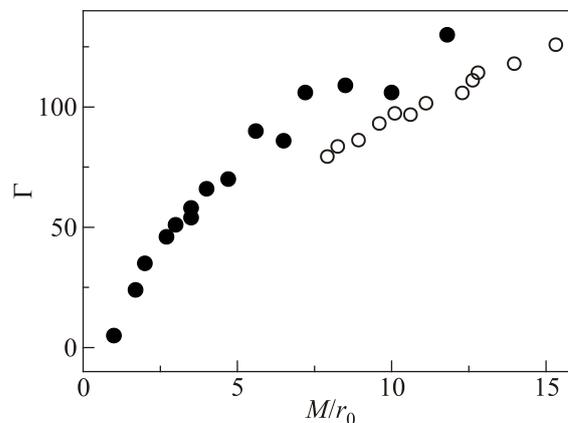


Рис. 13. Плазменный параметр при плавлении в зависимости от ширины канала (закрытые кружки). Открытые кружки из работы [20].

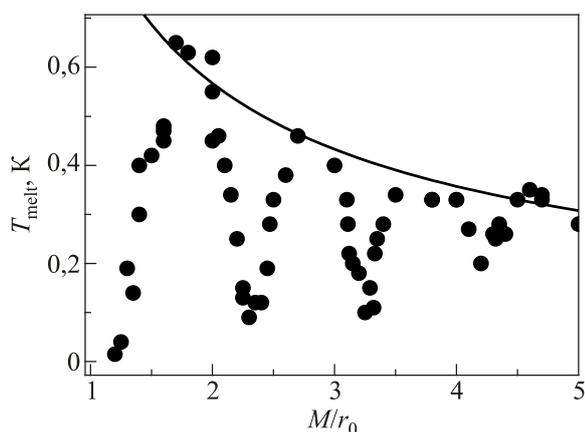


Рис. 14. Температура плавления кристалла в узком канале вблизи структурных переходов. Линия — аппроксимация зависимости для устойчивых конфигураций.

между собой. Чем меньше ширина канала для электронной системы с фиксированной плотностью, тем меньшее значение имеет плазменный параметр при температуре плавления.

Вблизи структурных фазовых переходов зависимость температуры плавления от ширины канала изменяется. В точке структурного перехода порядок отсутствует независимо от температуры, а в непосредственной близости от перехода на упорядочение в системе в разной степени влияют как структурный, так и температурный факторы. Зависимость температуры плавления от ширины канала в области нескольких переходов показана на рис. 14. Каждая точка на зависимости получена при решении уравнений движения при фиксированных значениях ширины канала, начиная из случайного распределения частиц в канале и случайного распределения (в некотором интервале) скоростей частиц. На рисунке отчетливо видно, что по мере изменения ширины канала при фиксированной температуре после плавления происходит кристаллизация и снова плавление (возвратное плавление). На рисунке сплошной линией показана аппроксимирующая зависимость температуры плавления от ширины канала для устойчивых (вдали от структурных переходов) упорядоченных электронных конфигураций.

5. Заключение

В работе методом молекулярной динамики исследованы электронные системы над жидким гелием в узких каналах. Исследования проведены в условиях, близких к условиям эксперимента. Аналитически рассчитаны силы, действующие на электроны со стороны прижимающего электрода с равномерно распределенным положительным электрическим зарядом. Расчеты проведены для электронной системы с фиксированной поверхностной плотностью электронов. Определены пространственные конфигурации электронов, образующиеся в канале при низких температурах, в зависимости от ши-

рины канала и особенности структурных фазовых переходов. Определены температуры плавления упорядоченных структур в зависимости от ширины канала, в том числе в условиях, близких к условиям структурных переходов.

1. E.P. Wigner, *Phys. Rev.* **46**, 1002 (1934).
2. C.C. Grimes and G. Adams, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 495 (1979).
3. В.Б. Шикин, Ю.П. Монарха, *Двумерные заряженные системы в гелии*, Мир, Москва (1989).
4. Yuriy Monarkha and Kimitoshi Kono, *Two-Dimensional Coulomb Liquids and Solids*, Springer, Heidelberg (2004).
5. Ю.П. Монарха, В.Е. Сивоконь, *ФНТ* **38**, 1355 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 1067 (2012)].
6. N.R. Beysengulov, D.G. Rees, Y. Lysogorskiy, N.K. Galiullin, A.S. Vazjukov, D.A. Tayurskii, and K. Kono, *J. Low Temp. Phys.* **182**, 28 (2016).
7. H. Ikegami, H. Akimoto, D.G. Rees, and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 236802 (2012).
8. D.G. Rees, H. Ikegami, and K. Kono, *J. Phys. Soc. Jpn.* **82**, 124602 (2013).
9. D.G. Rees, N.R. Beysengulov, Y. Teranishi, C.S. Tsao, S.S. Yeh, S.P. Chiu, Y.H. Lin, D.A. Tayurskii, J.J. Lin, and K. Kono, *Phys. Rev. B* **94**, 045139 (2016).
10. H. Ikegami, H. Akimoto, and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 046807 (2009).
11. D.G. Rees, N.R. Beysengulov, Juhn-Jong Lin, and K. Kono, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 206801 (2016).
12. M.I. Dykman and Y.G. Rubo, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4813 (1997).
13. W.F. Vinen, *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, 9709 (1999).
14. В.Е. Сивоконь, И.В. Шарапова, *ФНТ* **43**, 1303 (2017) [*Low Temp. Phys.* **43**, 1044 (2017)].
15. J.E. Galvan-Moya, V.R. Misko, and F.M. Peeters, *Phys. Rev. B* **92**, 064112 (2015).
16. J.E. Galvan-Moya, V.R. Misko, and F.M. Peeters, *Phys. Rev. B* **90**, 094111 (2014).
17. G. Piacente, I.V. Schweigert, J.J. Betouras, and F.M. Peeters, *Phys. Rev. B* **69**, 045324 (2004).
18. В.Е. Сивоконь, С.С. Соколов, И.В. Шарапова, *ФНТ* **45**, 58 (2019) [*Low Temp. Phys.* **45**, 49 (2019)].
19. J.M. Kosterlitz and D.J. Thouless, *J. Phys. C* **6**, 1181 (1973).
20. H. Ikegami, H. Akimoto, and K. Kono, *Phys. Rev. B* **82**, 201104(R) (2010).

Плавлення двовимірних електронних кристалів у вузьких каналах

В.Ю. Сивоконь, І.В. Шарапова

Методом молекулярної динаміки проведено дослідження двовимірних електронних систем, які розташовані у вузьких каналах, при різних співвідношеннях між шириною каналу та середньою відстанню між електронами. Визначено просто-

рові структури, що утворюються в каналах при низьких температурах в залежності від ширини каналу, та проаналізовано особливості структурних переходів. Досліджено вплив температури на структурні переходи. Визначено температури, при яких відбувається руйнування просторового порядку в електронній системі в залежності від ширини каналу, зокрема в області структурних переходів.

Ключові слова: двовимірна електронна система, надплинний гелій, вузькі канали, плавлення, метод молекулярної динаміки.

Melting of two-dimensional electron crystals in narrow channels

V.E. Syvokon and I.V. Sharapova

Two-dimensional electron systems in narrow channels are studied by the molecular dynamics method at various relations between the channel width and the averaged inter-electron distance. The spatial electron configurations formed at low temperatures, depending on the channel width are found and features of the structural transition are analyzed. Temperature influence on the transition is studied. Temperatures corresponding to spatial order destruction of the electron systems are found depending on the channel width, including the structural transitions regions.

Keywords: two-dimensional electron system, superfluid helium, narrow channels, melting, molecular dynamics method.