

Магнонные моды для магнитного диска в состоянии конусного вихря

В.А. Узунова¹, Б.А. Иванов^{2,3}

¹*Институт физики Национальной академии наук, просп. Науки, 46, г. Киев, 03039, Украина*

²*Институт магнетизма Национальной академии наук Украины
бульв. Акад. Вернадского, 36-б, г. Киев, 03142, Украина*

³*Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко
просп. Глушкова, 2, корп. 5, г. Киев, 03127, Украина*

E-mail: bor.a.ivanov@gmail.com

Статья поступила в редакцию 8 августа 2018 г., опубликована онлайн 26 ноября 2018 г.

Конусная фаза реализуется как основное состояние одноосных магнетиков, в которых константы анизотропии второго и четвертого порядков сравнимы. В таких системах могут существовать специфические вихревые состояния. Изучены колебания намагниченности в малых цилиндрических частицах в конусном вихревом состоянии. Найдены частоты магнонных возбуждений на фоне вихря в конусной фазе ферромагнетика. Обнаружено значительное расщепление дублетов мод с противоположными значениями азимутального числа m , в том числе мод с $|m| > 1$.

Ключевые слова: магнитный вихрь, конусное состояние, гиротропная мода, магнитная анизотропия, спиновые волны.

1. Введение

Одно из наиболее впечатляющих достижений нанوفизики магнетизма связано с экспериментальной реализацией состояний с нетривиальными топологическими свойствами. Топологические солитоны (дефекты) могут присутствовать в равновесном состоянии (и даже в основном состоянии) малых частиц или тонких пленок ферромагнетиков. В настоящее время получены многие состояния, обсуждавшиеся ранее теоретически [1–3]. Отметим магнитные вихри, см. обзоры [4–8], и локализованные топологические солитоны (скирмионы) [9–15], а также магнитные монополи (блоховские точки) [16–21], впервые исследованные в связи с проблемой динамики цилиндрических магнитных доменов [22]. Обсуждаются и новые типы солитонов, такие, например, как «киральные поплавки» (chiral bobbars) [23–25]. Топологические состояния перспективны для использования в различных устройствах записи и обработки информации. Интересны также динамические свойства таких магнитных систем, поскольку спектр возбуждений при наличии топологических дефектов обладает нетривиальными свойствами, см., например, [26].

Развитие данной области физики началось с исследования магнитных вихрей, и именно вихревые состояния изучены наиболее детально [4–8]. Единичный магнитный вихрь может реализовать основное состояние частицы в форме тонкого диска микронного или субмикронного размера из магнитомягкого материала. В вихревом состоянии намагниченность циркулирует в плоскости диска вокруг наноразмерной области, называемой ядром вихря, а в самом центре ядра вектор намагниченности ориентирован нормально поверхности. При этом происходит замыкание магнитного потока, что и определяет выгодность вихревого состояния. Вихри могут существовать и в антиферромагнетиках со слабым ферромагнетизмом [27]. Кроме того, вихревые состояния могут стабилизироваться в магнетиках с достаточно большой поверхностной анизотропией [28].

Спектр спиновых возбуждений на фоне вихря для магнитомягких частиц хорошо изучен еще в начале XXI века [29–33], см. также недавние работы [26,34–36] и обзоры [7,8]. Этот спектр включает гиротропную моду с низкой частотой ω_G , значение частоты ω_G для стандартных пермаллоевых частиц порядка сотен МГц. Эта мода соответствует прецессии ядра вихря вокруг

центра диска. Частоты остальных мод $\omega_{m,n}$ порядка нескольких ГГц, их принято обозначать с помощью двух целых чисел: радиального числа $n \geq 1$, которое указывает число радиальных узлов динамической компоненты намагниченности, и азимутального числа m , определяющего угловую зависимость этой компоненты. Моды с одинаковым значением n и противоположными значениями m образуют дублеты, для описания которых удобно использовать значение средней частоты $\omega_{m,n}^{(0)} \equiv (\omega_{m,n} + \omega_{-m,n})/2$ и величину расщепления дублета $\Delta\omega_{m,n} \equiv \omega_{|m|,n} - \omega_{-|m|,n}$.

Текущие успехи в понимании закономерностей в спектре магнитомягких дисков в значительной мере основаны на прошлых исследованиях вихрей в двумерных легкоплоскостных моделях, учитывающих только локальное взаимодействие [37–39]. В частности, для обеих моделей характерно появление гироскопической моды, которая может быть описана с помощью уравнения Тиля для координат вихревого ядра. Эта частота в обоих случаях определяется малыми параметрами задач, а именно $(a/R)^2$ для локальной модели [37] и L/R для магнитомягких дисков [34,35], здесь R — радиус диска, a — постоянная решетки, L — толщина диска. Было также обнаружено, что для обеих моделей средние частоты дублетов высших мод $\omega_{m,n}^{(0)}$ пропорциональны квадратному корню из этих малых параметров, a/R и $\sqrt{L/R}$ соответственно, а взаимодействие с ядром вихря является значительным для высших трансляционных мод с $m = \pm 1$ и приводит к расщеплению дублетов $\Delta\omega_{1,n}$ на величину порядка ω_G [34,36,37].

Расщепление дублетов для мод с $|m| > 1$ содержит более высокие степени малых параметров и обычно мало [37]. Однако в работе [38] найдено нарушение этого правила для конусного вихревого состояния, возникающего при наличии внешнего магнитного поля, направленного вдоль трудной оси магнетика (насколько нам известно, конусные вихри в магнитном поле впервые были исследованы Косевичем с соавторами [40]). При этом угол $\bar{\theta}$ в основном состоянии системы определяется отношением внешнего поля H к полю анизотропии H_a , $\cos \bar{\theta} = H/H_a$. Для конусного магнитного вихря вектор намагниченности вдали от вихревого ядра принимает значения, лежащие на конусе с углом раствора $\bar{\theta}$. Понятно, что частоты магнонных возбуждений на фоне вихря зависят от величины внешнего поля. Однако весьма нетривиальным результатом является то, что наличие поля приводит к снятию вырождения дублетов для мод с $|m| > 1$. Конусная фаза также может возникать в области переориентационного фазового перехода, обусловленного температурной зависимостью энергии магнитной анизотропии [41]. Такие переходы наблюдаются, например, в кобальте, эпитаксиальных пленках ферритов-гранатов [42], ряде редкоземельных магнетиков [41]. Спектр

магнонов на фоне вихря для частиц магнетиков в конусном состоянии такой природы не исследовался.

В настоящей работе изучены колебания намагниченности в малых частицах ферромагнетика в форме тонкого цилиндрического диска в конусном вихревом состоянии. Описание конусного состояния проведено с учетом энергии магнитной анизотропии второго и четвертого порядков в рамках чисто локальной модели. Найдены зависимости средних частот $\omega_{m,n}^{(0)}$ и расщепления дублетов $\Delta\omega_{m,n}$ от угла $\bar{\theta}$. Показано, что зависимости средних частот и расщепления дублетов с различающимися по знаку азимутальными числами от угла раствора конуса являются нетривиальными. Обнаружено появление значительного расщепления дублетов $\Delta\omega_{m,n}$ для всех мод с $\pm |m|$. В отличие от перехода, индуцированного внешним магнитным полем в легкоплоскостном магнетике, средние частоты дублетов убывают при приближении к обеим границам существования конусного состояния.

2. Конусное основное состояние

Рассмотрим тонкий магнитный диск, толщина которого мала по сравнению с его радиусом. Распределение намагниченности в таком диске можно считать эффективно двумерным и не зависящим от координаты z , направленной вдоль оси диска. Плотность энергии системы выберем в виде

$$W = \frac{A}{2}(\nabla \mathbf{m})^2 + 2\pi M_s^2 m_z^2 + \frac{K_1}{2}(m_x^2 + m_y^2) + \frac{K_2}{4}(m_x^2 + m_y^2)^2, \quad (1)$$

где $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$ — нормированная намагниченность, M_s — намагниченность насыщения. Первый член определяет вклад изотропного обменного взаимодействия, A — константа этого взаимодействия. Второй член описывает локальную часть магнитостатической энергии $-1/2(M_s \mathbf{m} \cdot \mathbf{H}_m)$, а именно вклад поверхностных магнитных зарядов, связанных с непрерывностью нормальной компоненты магнитостатического поля \mathbf{H}_m на верхней и нижней поверхностях диска. Для частицы малой толщины эта часть дипольной энергии доминирующая, ее можно рассматривать как эффективный вклад в энергию легкоплоскостной анизотропии. Третий и четвертый члены определяют энергию кристаллической магнитной анизотропии, K_1 и K_2 — константы анизотропии второго и четвертого порядков соответственно. Простой анализ показывает, что конусная фаза реализуется, если константы анизотропии удовлетворяют условиям $0 < 4\pi M_s^2 - K_1 < K_2$, при этом угол раствора конуса $\bar{\theta}$ определяется выражением $\sin^2 \bar{\theta} = (4\pi M_s^2 - K_1)/K_2$. Для определенности будем считать, что $0 \leq \bar{\theta} \leq \pi/2$. В однородной конусной фазе намагниченность лежит на поверхности

конуса, точнее, одного из двух эквивалентных конусов, с осями вдоль оси z и углами раствора $\bar{\theta}$ или $\pi - \bar{\theta}$. В граничных точках $\bar{\theta} = \pi/2$ и $\bar{\theta} = 0$ реализуются фазовые переходы второго рода в фазы с более высокой симметрией. Значение $\bar{\theta} = 0$ соответствует переходу магнетика в коллинеарное состояние типа «легкая ось» и исчезновению вихревых решений. При $4\pi M_s^2 - K_1 \geq K_2$ значение $\bar{\theta} = \pi/2$ и имеет место обычное состояние типа «легкая плоскость», симметрия которого выше, чем для конусного состояния.

В рамках данной модели не учтена магнитоэлектрическая энергия объемных магнитных зарядов, пропорциональная $\text{div} \mathbf{m}$. Нелокальное магнитное дипольное взаимодействие необходимо принимать во внимание для количественного описания реальных магнитных частиц. Однако его учет сильно усложняет динамические уравнения, делая их интегро-дифференциальными. Фактически в силу этого обстоятельства расчет магнитных мод, проведенный аналитически для локальных моделей [37,38], для частиц магнитомягких материалов может быть проведен только численно. Вклад поверхностных магнитных зарядов от боковой поверхности диска, включающий как обменное, так и нелокальное дипольное взаимодействие, учитываем посредством эффективного граничного условия, полученного в работе [30].

Динамика системы описывается уравнениями Ландау–Лифшица

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \frac{\gamma}{M_s} \left[\mathbf{m} \times \frac{\delta W}{\delta \mathbf{m}} \right], \quad (2)$$

где $\gamma = g\mu_B/\hbar$, $g \approx 2$ — гироманнитное соотношение, μ_B — магнетон Бора.

Для описания диска в вихревом состоянии удобно представить нормированную намагниченность через угловые переменные φ и θ , $\mathbf{m} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$, угол θ определяет наклон намагниченности по отношению к оси z . Равновесное распределение намагниченности в вихре \mathbf{m}_0 можно записать в виде $\varphi = \varphi_0 = \chi + \pi/2$ и $\theta = \theta_0(r)$, где r и χ — полярные координаты в плоскости диска, а $\theta_0(r)$ — решение дифференциального уравнения

$$l_0^2 \left(\frac{d^2 \theta_0}{dr^2} + \frac{d\theta_0}{r dr} \right) - \sin \theta_0 \cos \theta_0 \left(\frac{l_0^2}{r^2} + \sin^2 \theta_0 - \sin^2 \bar{\theta} \right) = 0 \quad (3)$$

с естественным граничным условием в центре вихря $\sin \theta_0(0) = 0$, см. детали в [1–3]. Здесь введена характерная длина $l_0^2 = A/K_2$ и использовано равновесное значение угла θ (угол раствора конуса $\bar{\theta}$). Ограничимся анализом задачи при величинах $\bar{\theta}$, далеких от точек фазовых переходов, которым отвечают значения $\bar{\theta} = \pi/2$ и $\bar{\theta} = 0$. Для всех значений K_1 и K_2 , для кото-

рых $0 < \bar{\theta} < \pi/2$, реализуется конусное вихревое состояние. При этом значение угла $\theta_0(r) - \bar{\theta}$ на больших расстояниях от центра вихря убывает по степенному закону

$$\theta_0 \approx \bar{\theta} - \frac{1}{\sin 2\bar{\theta}} \frac{l_0^2}{r^2} + \dots \quad (4)$$

Это свойство является отличительной особенностью конусного состояния, оно имеет место также и для вихря во внешнем магнитном поле. Уравнение (3) решено численно методом стрельбы [2,3], результаты представлены на рис. 1. Видно, что с уменьшением $\bar{\theta}$ увеличивается область локализации вихря и уменьшается амплитуда изменения внеплоскостной компоненты намагниченности $m_z = \cos \theta_0$.

Важно отметить, что для конусного вихря убывание внеплоскостной компоненты намагниченности вдали от центра вихря более медленное, чем в стандартном случае (степенное, а не экспоненциальное). Однако это различие практически не проявляется при описании энергии вихря, которая расходится логарифмически из-за медленного убывания возмущений угла φ , $|\nabla \varphi| \propto 1/r$. При анализе магнонов на фоне вихря эта медленная зависимость приводит к существенной зависимости энергий магнонов от размеров системы, что имеет место и для стандартных вихрей в легкоплоскостных магнетиках, и для конусных вихрей. При исследовании магнитных мод используется структура вихревого ядра, полученная в приближении бесконечного размера системы, и влияние границ учитывается с помощью граничных условий. Сравнение данных, полученных численно для конечных систем с аналитическими результатами, найденными с применением такого приближения, показывает адекватность такого подхода [37–39].

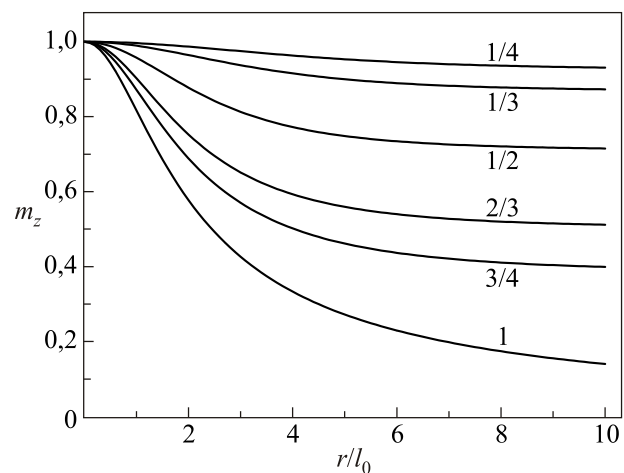


Рис. 1. Профиль внеплоскостной компоненты намагниченности $m_z = \cos \theta_0$ в конусном вихревом состоянии. Различные кривые соответствуют разным значениям $\bar{\theta}$, указанным (в единицах $\pi/2$) около соответствующих кривых.

3. Магнанные возбуждения на фоне вихря

Магнанные возбуждения на фоне вихря можно описать как малые колебания намагниченности на фоне неоднородного основного состояния. Для их анализа удобно ввести локальный базис $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$, где $\mathbf{e}_3 = \mathbf{m}_0$ совпадает с локальным направлением намагниченности в основном состоянии системы, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_y \cos \varphi_0 - \mathbf{e}_x \sin \varphi_0$, $\mathbf{e}_1 = [\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3]$. Тогда линейные колебания намагниченности можно описать в терминах проекций на локальные оси: $\vartheta = (\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_1)$ и $\mu = (\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_2)$. Запишем угловые переменные как $\varphi = \varphi_0 + (\sin \theta_0)^{-1} \mu$, $\theta = \theta_0(r) + \vartheta$. Линеаризованные уравнения движения для переменных ϑ и μ принимают вид

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\omega_m} \frac{\partial \mu}{\partial t} &= -l_0^2 \Delta \vartheta + V_1 \vartheta + 2l_0^2 \frac{\cos \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \chi} \mu, \\ \frac{1}{\omega_m} \frac{\partial \vartheta}{\partial t} &= -l_0^2 \Delta \mu + V_2 \mu - 2l_0^2 \frac{\cos \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \chi} \vartheta, \end{aligned} \quad (5)$$

где введены обозначения $\omega_m = \gamma K_2 / M_s$ и «потенциалы» V_1, V_2 описываются формулами

$$\begin{aligned} V_1 &= \cos 2\theta_0 \left(\frac{l_0^2}{r^2} + \sin^2 \theta_0 - \sin^2 \bar{\theta} \right) + \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_0, \\ V_2 &= -l_0^2 \left(\frac{d\theta_0}{dr} \right)^2 + \cos^2 \theta_0 \left(\frac{l_0^2}{r^2} + \sin^2 \theta_0 - \sin^2 \bar{\theta} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Подстановка $\vartheta = f(r) \cos(m\chi - \omega t)$, $\mu = g(r) \sin(m\chi - \omega t)$ позволяет разделить радиальную и азимутальную зависимости, при этом для функций $f(r)$ и $g(r)$ получается система обыкновенных дифференциальных уравнений. Точные решения этой системы получить не удастся, поэтому начнем с качественного анализа. Вблизи ядра вихря $\mu \sim (r)^{|m|-1}$, т.е. магнаны с азимутальным числом $|m| > 1$ слабо взаимодействуют с ядром вихря. Поэтому расщепление дублетов для этих мод может быть связано только с особенностями поведения решений уравнений (6) на больших расстояниях от вихревого ядра, при $r \gg l_0$. Чтобы получить частоты магнанных мод в основном порядке по малому параметру l_0/R , заметим, что при всех $\bar{\theta}$, кроме критических значений $\bar{\theta} = 0$ или $\bar{\theta} = \pi/2$, один из потенциалов остается конечным при $r \gg l_0$, $V_1 \rightarrow 2 \sin^2 \bar{\theta} \cos^2 \bar{\theta}$, а второй, V_2 , обращается в нуль. Поэтому на большом расстоянии от центра диска уравнения (6) можно упростить. В этой области $f(r)$ определяется простой формулой

$$f \approx \left[\frac{\omega}{\omega_m} g - 2l_0^2 \frac{\cos \bar{\theta}}{r^2} g \right] \frac{2}{\sin^2 2\bar{\theta}}, \quad (7)$$

а для функции $g(r)$ получается уравнение Бесселя

$$\frac{d^2 g}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dg}{dr} - \frac{v^2 g}{r^2} + \frac{2\omega^2 g}{\omega_m^2 l_0^2 \sin^2 2\bar{\theta}} = 0. \quad (8)$$

Общее решение (8) выражается через цилиндрические функции Бесселя $J_\nu(kr)$ и Неймана $Y_\nu(kr)$ нецелого индекса ν , связь ν и азимутального числа m определяется формулой

$$v^2 = m^2 + \frac{\omega}{\omega_m} \frac{2m}{\sin^2 \bar{\theta} \cos^2 \bar{\theta}}. \quad (9)$$

Это решение имеет смысл асимптотики волновой функции магнана с линейным законом дисперсии $\omega = \omega_m k l_0 \sin 2\bar{\theta} / \sqrt{2}$, рассеянного на вихре вдали от вихревого ядра, k играет роль дискретного волнового числа, которое определяется из граничного условия на краю диска. Важно отметить, что величина ν зависит от знака m . Именно это условие определяет основной вклад в величины расщепления дублетов.

Для конкретного расчета используем условие, полученное в работе [30], которое определяется вкладом поверхностных магнитных полюсов в энергию магнитного дипольного взаимодействия

$$\left(\frac{dg(r)}{dr} \right)_{r=R} + g(r) \frac{2LM_s^2}{K_2 l_0^2} \ln \left(\frac{4R}{L} \right) = 0. \quad (10)$$

В основном порядке по малым параметрам L/R и l_0/L это условие сводится к $g(r=R) = 0$, т.е. возникает фиксированное граничное условие, которое часто использовалось при численном анализе локальных моделей [37,38]. Частоты мод с данными ν определяются корнями функции Бесселя и, в силу условия (9), могут зависеть от знака m .

Для мод с $|m|=1$ при $r \rightarrow 0$ функции $\mu(r)$ принимают конечные значения, поэтому эти моды (трансляционные моды, описывающие смещение вихревого ядра) являются единственными, которые явно взаимодействуют с ядром вихря, см. подробнее в [37]. Для них решения уравнения (8) должны учитывать рассеяние магнонов на вихревом ядре, и асимптотика решения имеет вид $g(r) = J_\nu(kr) + \sigma_{\pm 1} Y_\nu(kr)$, где $\sigma_{\pm 1}(k)$ — амплитуда рассеяния. Для нахождения $\sigma_{\pm 1}(k)$ воспользуемся тем фактом, что для предельного случая $k=0$ ($\omega=0$) и $R \rightarrow \infty$ существует известное решение $g_0(r) = -m \sin \theta_0 / r$, $f_0(r) = d\theta_0(r)/dr$, которое соответствует смещению вихря как целого. Асимптотическое решение с малой, но конечной частотой ω можно построить с помощью теории возмущений, выбирая пробное решение в виде $g(r) = g_0(1 + \beta(r))$, $f(r) = f_0(1 + \alpha(r))$, где $\alpha(r), \beta(r) \sim \omega$. Этот подход использовался Пятаевским при описании вихрей в неидеальном бозе-газе [43] и применялся в работе [37] для анализа магнитных вихрей. После простых преобразований можно получить соотношение

$$\beta(r) = \frac{2m\omega}{l_0^2 \omega_m} \int_0^r r dr \frac{1 - \cos \theta_0}{\sin^2 \theta_0} + \int_0^r dr \frac{d\alpha}{dr} \left(\frac{r}{\sin \theta_0} \frac{d\theta_0}{dr} \right)^2. \quad (11)$$

Нас интересует та часть функции $\beta(r)$, которая расходуется при $r \rightarrow \infty$, эта часть описывает вклад функции Неймана в общее решение. Этому условию отвечает первый интеграл в (11), тогда как второй сходится благодаря наличию быстро убывающего множителя $d\theta_0/dr$. На больших расстояниях $r \gg l_0$ имеем (напомним, что здесь $m = \pm 1$)

$$g(r) \approx -\frac{m}{r} \sin \bar{\theta} - \frac{\omega}{\omega_m l_0^2} \frac{1 - \cos \bar{\theta}}{\sin \bar{\theta}} r. \quad (12)$$

Функция $g(r)$ может обратиться в нуль при малых частотах, когда $kR \ll 1$, в случае $m = -1$. Моде с наименьшей частотой, которая отвечает азимутальному числу $m = -1$, является гиротропной коллективной модой, специфической для вихревого состояния; она описывает прецессию ядра вихря вокруг центра диска. Частоту гиротропной моды легко получить из разложения (12) и граничного условия $g(R) = 0$:

$$\omega_{TGM} = 2\omega_m \frac{l_0^2}{R^2} \cos^2\left(\frac{\bar{\theta}}{2}\right). \quad (13)$$

Эта зависимость хорошо описывает значения, полученные численно при точном учете граничного условия (10) с последовательным использованием формул (9), (14) и закона дисперсии, см. рис. 2.

Для высших трансляционных мод с $|m| = 1$ значение $\sigma_{\pm 1}(k)$ получим, сравнивая (12) с ближней асимптотикой цилиндрических функций $J_1 \sim kr/2$, $Y_1 \sim -2/(\pi kr)$ в области $l_0 \ll r < k^{-1}$, где справедливы оба приближения. Окончательно получаем

$$\sigma_{\pm 1}(k) = -\frac{\sqrt{2m\pi k l_0}}{4} \frac{1 + \cos \bar{\theta}}{\sin 2\bar{\theta}}, \quad (14)$$

т.е. знак амплитуды рассеяния определяется знаком m . Отличная от нуля амплитуда рассеяния приводит к

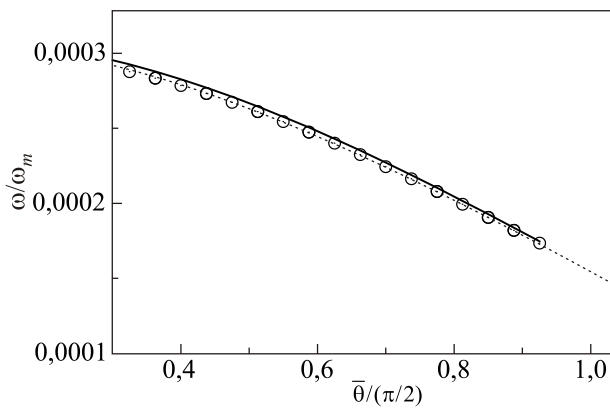


Рис. 2. Частота гиротропной моды ω_G (в единицах ω_m) как функция угла конуса $\bar{\theta}$. В расчетах использовались значения $l_0 = 5$ нм, $L = 20$ нм, $R = 400$ нм, для определенности положено $4\pi M_s^2 = K_2$. Сплошная линия представляет приближенную аналитическую зависимость (13), символы — результат численного анализа.

дополнительному расщеплению дублетов для высших трансляционных мод с $m = \pm 1$.

Приближенные аналитические выражения для средних частот $\omega_{m,n}^{(0)}$ и расщеплений $\Delta\omega_{m,n}$, справедливые при выполнении условий $\sin \bar{\theta} \gg l_0/R$ и $\sin 2\bar{\theta} \gg (l_0/R)^2$, можно получить, раскладывая нецелый индекс (9) по малому параметру $kl_0 \sim l_0/R$. Это дает $\nu \approx |m| + \sqrt{2}mj_{m,n}l_0/|m|\sin \bar{\theta}R$, где $j_{m,n}$ — n -й корень функции Бесселя $J_m(kr)$. Напомним, что мы не рассматриваем окрестности сингулярных точек $\bar{\theta} = 0$ и $\bar{\theta} = \pi/2$, где не выполняется условие малости величины $\nu - |m|$.

В основном порядке по малому параметру задачи l_0/R получаем средние значения частот для дублетов с $|m| > 1$, которые в случае возбуждений на фоне вихря в легкоплоскостном магнетике являются вырожденными. Эта же формула описывает основной порядок частоты высших трансляционных мод с $|m| = 1$ (кроме гироскопической моды, для которой справедлива формула (13))

$$\omega_{m,n}^{(0)} = \omega_m j_{m,n} \frac{l_0 \sin 2\bar{\theta}}{R \sqrt{2}}. \quad (15)$$

Средние частоты стремятся к нулю в окрестностях сингулярных точек $\bar{\theta} = 0$ и $\bar{\theta} = \pi/2$, в отличие от случая конусной фазы, индуцированной внешним магнитным полем, для которого $\omega_{m,n}^{(0)} \sim \sin \bar{\theta}$. Все частоты растут с увеличением радиального числа n и азимутального числа m , что типично для систем с доминирующим обменным взаимодействием. В следующем порядке по этому малому параметру для всех мод с $|m| > 1$ возникает расщепление дублетов с $m = \pm |m|$; оно пропорционально величине $\cos \bar{\theta}$:

$$\Delta\omega_{m,n} = 4\omega_m \cos \bar{\theta} j_{|m|,n} \left(\frac{dj_{\nu,n}}{d\nu} \right)_{\nu=|m|} \left(\frac{l_0}{R} \right)^2. \quad (16)$$

Для трансляционных мод с $|m| = 1$ расщепление определяется суммой двух вкладов, от поправки к значению индекса ν и от взаимодействия с нелинейным ядром вихря. В результате получаем

$$\Delta\omega_{1,n} = 2\omega_m j_{1,n} \left(\frac{l_0}{R} \right)^2 \times \left[2 \cos \bar{\theta} \left(\frac{dj_{\nu,n}}{d\nu} \right)_{\nu=1} + \frac{\pi}{4} (1 + \cos \bar{\theta}) \frac{Y_1(j_{1,n})}{J_0(j_{1,n})} \right]. \quad (17)$$

Для нижнего дублета с $n = 1$ можно записать $(dj_{\nu,n}/d\nu)_{\nu=1} \approx 1,34$ и получить простое выражение:

$$\Delta\omega_{1,1} = \omega_m \left(\frac{l_0}{R} \right)^2 (6,157 - 14,38 \cos \bar{\theta}). \quad (18)$$

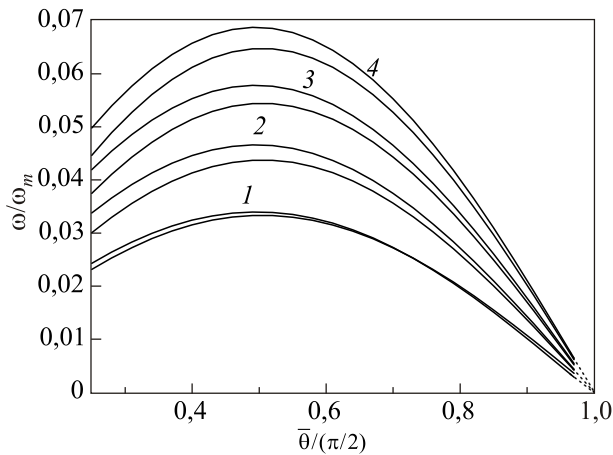


Рис. 3. Частоты $\omega_{m,n}$ расщепленных дублетов с $n=1$, $m=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ (в единицах ω_m) как функция угла конуса $\bar{\theta}$. Штриховыми линиями обозначено продолжение кривых к критической точке $\bar{\theta} = \pi/2$, где развита теория применима только качественно. Значения параметров такие же, как на рис. 2.

Зависимость расщепления от угла $\cos \bar{\theta}$ в формулах (16)–(18) совпадает с аналогичной зависимостью для случая конусной фазы, индуцированной внешним магнитным полем. Частоты малых возбуждений на фоне вихря в конусном состоянии в относительных величинах ω/ω_m представлены на рис. 3. Они получены численным решением задачи с учетом точного граничного условия (10), последовательным использованием формул (9), (14) и закона дисперсии.

4. Заключение

Конусное состояние тонкого ферромагнитного диска, которое реализуется за счет конкуренции анизотропии второго и четвертого порядков, дает такой же богатый спектр линейных возбуждений на фоне вихря, как и конусная фаза, индуцированная внешним магнитным полем. Как и для других вихревых систем, самая низкая частота ω_G соответствует гироскопической моде с $m = -1$. Все остальные моды с одинаковым значением радиального числа n и противоположными значениями азимутального числа $\pm m$ образуют дублеты. Частоты этих мод сильно зависят от угла раствора конуса $\bar{\theta}$, они принимают максимальные значения при $\bar{\theta} \approx \pi/4$ и убывают в окрестностях $\bar{\theta} = 0$ и $\bar{\theta} = \pi/2$, что связано с наличием в этих точках фазовых переходов второго рода и мягких мод. Сильное убывание всех частот в окрестности точки фазового перехода в стандартную фазу типа «легкая плоскость» составляет существенное отличие рассмотренной системы от случая конусной фазы, индуцированной внешним магнитным полем, для которой магнонные частоты убывают только при приближении к коллинеарному состоянию [38]. Расщепление дублетов существенно зависит от угла

раствора конуса. Рассмотренное в данной работе конусное состояние магнитных частиц обладает всеми преимуществами вихревой конусной фазы, актуальными для практических применений, но не требует для своего создания сильного внешнего магнитного поля.

1. A.M. Kosevich, B.A. Ivanov, and A.S. Kovalev, *Physica D* **3**, 363 (1981).
2. А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).
3. A.M. Kosevich, B.A. Ivanov, and A.S. Kovalev, *Phys. Rep.* **194**, 117 (1990).
4. R. Skomski, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, R841 (2003).
5. W. Wernsdorfer, *Adv. Chem. Phys.* **118**, 99 (2001).
6. S.D. Bader, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 1 (2006).
7. R. Antos, Y. Otani, and J. Shibata, *J. Phys. Soc. Jpn.* **77**, 031004 (2008).
8. K.Y. Guslienko, *J. Nanosci. Nanotechnol.* **8**, 2745 (2008).
9. A. Fert, N. Reyren, and V. Cros, *Nat. Rev. Mater.* **2**, 17031 (2017).
10. N. Romming, C. Hanneken, M. Menzel, J.E. Bickel, B. Wolter, K. von Bergmann, A. Kubetzka, and R. Wiesendanger, *Science* **341**, 636 (2013).
11. A. Fert, V. Cros, and J. Sampaio, *Nat. Nanotechn.* **8**, 152 (2013).
12. J. Sampaio, V. Cros, S. Rohart, A. Thiaville, and A. Fert, *Nat. Nanotechn.* **8**, 839 (2013).
13. M. Schott, A. Bernard-Mantel, L. Ranno, S. Pizzini, J. Vogel, H. Bea, C. Baraduc, S. Auffret, G. Gaudin, and D. Givord, *Nano Lett.* **17**, 3006 (2017).
14. A. Bernard-Mantel, L. Camosi, A. Wartelle, N. Darques, M. Darques, and L. Ranno, *Sci. Post Phys.* **4**, 027 (2018).
15. A.V. Bezvershenko, A.K. Kolezhuk, and B.A. Ivanov, *Phys. Rev. B* **97**, 054408 (2018).
16. E.G. Galkina, B.A. Ivanov, and V.A. Stephanovich, *JMMM* **118**, 373 (1993).
17. A. Thiaville, J.M. Garcia, R. Dittrich, J. Miltat, and T. Schrefl, *Phys. Rev. B* **67**, 094410 (2003).
18. C. Andreas, A. Kakay, and R. Hertel, *Phys. Rev. B* **89**, 134403 (2014).
19. S. Da Col, S. Jamet, N. Rougemaille, A. Locatelli, T.O. Mendes, B. Santos Burgos, R. Afid, M. Darques, L. Cagnon, J.C. Toussaint, and O. Fruchart, *Phys. Rev. B* **89**, 180405 (2014).
20. K.M. Lebecki, D. Hinzke, U. Nowak, and O. Chubykalo-Fesenko, *Phys. Rev. B* **86**, 094409 (2012).
21. R.G. Elias, V.L. Carvalho-Santos, A.S. Nunez, and A.D. Verga, *Phys. Rev. B* **90**, 224414 (2014).
22. A.P. Malozemoff and J.C. Slonczewski, *Magnetic Domain Walls in Bubble Materials*, Academic, New York (1979).
23. F.N. Rybakov, A.B. Borisov, S. Blügel, and N.S. Kiselev, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 117201 (2015).
24. F.N. Rybakov, A.B. Borisov, S. Blügel, and N.S. Kiselev, *New J. Phys.* **18**, 045002 (2016).

25. F. Zheng, F.N. Rybakov, A.B. Borisov, D. Song, S. Wang, Zi-An Li, H. Du, N.S. Kiselev, J. Caron, A. Kovács, M. Tian, Y. Zhang, S. Blügel, and R.E. Dunin-Borkowski, *Nat. Nanotechn.* **13**, 451 (2018).
26. B. Taurel, T. Valet, V.V. Naletov, N. Vukadinovic, G. de Loubens, and O. Klein, *Phys. Rev. B* **93**, 184427 (2016)
27. E.G. Galkina, A.Yu. Galkin, B.A. Ivanov, and F. Nori, *Phys. Rev. B* **81**, 184413 (2010).
28. V.E. Kireev and B.A. Ivanov, *Phys. Rev. B* **68**, 104428 (2003).
29. K.Yu. Guslienko, B.A. Ivanov, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima, and K. Fukamichi, *J. Appl. Phys.* **91**, 8037 (2002).
30. B.A. Ivanov and C.E. Zaspel, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 1261 (2002).
31. M. Buess, Y. Acremann, A. Kashuba, C.H. Back, and D. Pescia, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, R1093 (2003).
32. M. Buess, T.P.J. Knowles, R. Hollinger, T. Haug, U. Krey, D. Weiss, D. Pescia, M.R. Scheinfein, and C.H. Back, *Phys. Rev. B* **71**, 104415 (2005).
33. J.P. Park and P.A. Crowell, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 167201 (2005).
34. K.Y. Guslienko, A.N. Slavin, V. Tiberkevich, and Sang-Koog Kim, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 247203 (2008).
35. B.A. Ivanov, G.G. Avanesyan, A.V. Khvalkovskiy, N.E. Kulagin, C.E. Zaspel, and K.A. Zvezdin, *JETP Lett.* **91**, 178 (2010).
36. E. Holmgren, A. Bondarenko, M. Persson, B.A. Ivanov, and V. Korenivski, *Appl. Phys. Lett.* **112**, 192405 (2018).
37. B.A. Ivanov, H.J. Schnitzer, F.G. Mertens, and G.M. Wysin, *Phys. Rev. B* **58**, 8464 (1998).
38. B.A. Ivanov and G.M. Wysin, *Phys. Rev. B* **65**, 134434 (2002).
39. A.S. Kovalev, F.G. Mertens, and H.J. Schnitzer, *Eur. Phys. J. B* **33**, 133 (2003).
40. А.М. Косевич, В.П. Воронов, И.В. Манжос, *ЖЭТФ* **84**, 148 (1983).
41. К.П. Белов, А.К. Звездин, А.М. Кадомцева, Р.З. Левитин, *Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках* Наука, Москва (1979).
42. V.I. Butrim, S.V. Dubinko, and Y.N. Mitsai, *Phys. Solid State* **45**, 1102 (2003).
43. Л.П. Питаевский, *ЖЭТФ* **40**, 646 (1961).

Магنونні моди для магнітного диска у стані конусного вихору

В.А. Узунова, Б.А. Иванов

Конусна фаза реалізується як основний стан одновісних магнетиків, в яких константи анізотропії другого та четвертого порядків співрозмірні. У таких системах можуть існувати специфічні вихорові стани. Вивчено коливання намагніченості в малих циліндричних частинках в конусному вихоровому стані. Знайдено частоти магنونних збуджень на тлі вихору в конусній фазі ферромагнетика. Виявлено значне розщеплення дублетів мод з протилежними значеннями азимутального числа m , в тому числі мод з $|m| > 1$.

Ключові слова: магнітний вихор, конусний стан, гіротропна мода, магнітна анізотропія, спінові хвилі.

Magnon modes for a magnetic disk in a cone vortex state

V.A. Uzunova and B.A. Ivanov

The easy-cone phase is realized as the ground state of uniaxial magnets with comparable second-order and fourth-order anisotropy constants. In such systems, specific vortex states, the cone-vortex state, can exist. The oscillations of the magnetization in small cylindrical particles in the cone vortex state are studied. The frequencies of magnon excitations on a background of a vortex in the cone phase of a ferromagnet are found. A significant splitting of the doublets of the modes with opposite values of the azimuthal number m , including modes with $|m| > 1$, is discovered.

Keywords: magnetic vortex, easy-cone state, gyroscopic mode, magnetic anisotropy, spin waves.