

## Критическая скорость перехода к турбулентности в жидких растворах ${}^3\text{He}$ – ${}^4\text{He}$

В. А. Вракина<sup>1</sup>, Э. Я. Рудаковский<sup>1</sup>, С. С. Соколов<sup>1</sup>, В. К. Чаговец<sup>1,2</sup>, Г. А. Шешин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина  
Национальной академии наук Украины, Харьков, 61103, Украина

<sup>2</sup>Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, Харьков, 61022, Украина

Т. В. Чаговец

*Institute of Physics of the Czech Academy of Sciences, Prague 18221, Czech Republic*  
E-mail: chagovets@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 19 мая 2020 г., опубликована онлайн 21 августа 2020 г.

Изучен переход между ламинарным и турбулентным потоками вокруг кварцевого камертона, колеблющегося с частотой  $\omega$  в сверхтекучем  ${}^4\text{He}$  и концентрированных растворах (5 и 15 %  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$ ) в области температур 0,3–2,3 К. Получены температурные зависимости амплитуды критической скорости  $v_{\text{cr}}$  перехода и показано, что для описания этих зависимостей в концентрированных растворах  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$  с плотностью  $\rho$  и вязкостью  $\eta$  может быть использовано соотношение  $v_{\text{cr}} \sim \sqrt{(\eta\omega/\rho)}$ , но для температурной зависимости  $v_{\text{cr}}$  в чистом  ${}^4\text{He}$  это соотношение не выполняется во всем исследованном температурном интервале. Показано также, что в концентрированных растворах  ${}^3\text{He}$ – ${}^4\text{He}$ , в отличие от чистого  ${}^4\text{He}$ , температура практически не оказывает влияния на значение коэффициента сопротивления потоку как в ламинарном, так и турбулентном режимах. В области температур 0,5–1 К построены концентрационные зависимости коэффициента сопротивления потоку в ламинарном режиме, нормированного на эффективную площадь сечения колеблющегося тела. Полученные расчетные зависимости показали, что в области малых концентраций раствора с  $x_3 < 1\%$   ${}^3\text{He}$  нормированный коэффициент сопротивления слабо зависит от концентрации  ${}^3\text{He}$  и качественно может быть описан соотношением  $\lambda/S \sim \sqrt{(\rho\eta\omega)}$ . В области концентраций с  $x_3 > 1\%$   ${}^3\text{He}$  этот коэффициент резко возрастает, и причина такого роста в настоящее время не понятна. В целом результаты исследования показывают, что увеличение концентрации  ${}^3\text{He}$  в растворе приводит к повышению его устойчивости по отношению к возникновению турбулентности при росте возбуждающей силы кварцевого камертона.

Ключевые слова: сверхтекучие растворы  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$ , кварцевый камертон, турбулентность, критическая скорость.

### Введение

В классической жидкости при колебаниях погруженного в нее тела и небольших скоростях движения возникает ламинарное течение, когда наблюдается линейная зависимость между возбуждающей силой и скоростью течения. Турбулентный поток формируется при скоростях течения, превышающих некоторое критическое значение, когда в жидкости возникают вихри. Жидкий гелий отличается от классических жидкостей, тем, что в нём при низких температурах имеются одновременно два поля скоростей, связанных с нормальным и сверхтекучим движением. Как было предсказано Онзагером [1] и затем развито Фейнманом [2], в

сверхтекучем гелии легко возникают квантованные вихри, которые замыкаются либо на границе жидкости, либо образуют вихревые кольца. При достаточно большой концентрации квантованных вихрей в жидкости устанавливается турбулентный режим движения (квантовая турбулентность).

Экспериментальное исследование турбулентности в сверхтекучем гелии обычно проводится с помощью колеблющихся твердых тел, погруженных в жидкость [3]. Колеблющаяся поверхность тела генерирует вихри, что оказывает на эту поверхность обратное механическое воздействие, которое можно зарегистрировать по изменению амплитуды и частоты колебаний. В настоящее время большое распространение получил метод

колеблющегося в жидком гелии кварцевого пьезорезонатора (камертона), который имеет добротность  $\sim 10^6$  и обеспечивает высокую чувствительность измерений в автоматическом режиме в широкой области температур [4–5]. С помощью этого метода удалось получить много интересных результатов о свойствах потоков, возникающих при колебании кварцевого камертона в сверхтекучем  $^4\text{He}$  и растворах  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ : установлен переход от ламинарного к турбулентному режиму, изучены баллистическое рассеяние фононов на квантованных вихрях и взаимное трение между сверхтекучей и нормальной компонентами, описаны диссипативные процессы при колебании кварцевого камертона и многое другое [6–12].

Целью настоящей работы является определение амплитуды критической скорости перехода от режима ламинарного потенциального движения к турбулентному движению в осциллирующем потоке вокруг кварцевого камертона, погруженного в сверхтекучий раствор  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  в зависимости от температуры и концентрации  $^3\text{He}$ . Ранее переход от потенциального потока к турбулентному в сверхтекучем чистом  $^4\text{He}$  был подробно изучен в случае колеблющейся сферы в работах [13–14], где было отмечено, что турбулентный поток связан со сверхтекучей компонентой. Только вблизи температуры лямбда-перехода, в сверхтекучем состоянии  $^4\text{He}$ , сопротивление от нормальной компоненты начинало проявляться, но развитая турбулентность в нормальной фазе не наблюдалась. С кварцевыми камертонами турбулентное сопротивление в нормальном гелии было достигнуто при достаточно высоких скоростях потока [6, 7, 15, 16]. Таким образом, вопрос о влиянии нормальной компоненты на зарождение и развитие турбулентного состояния представляет особый интерес. Для этой цели очень полезны эксперименты со сверхтекучими растворами  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ , где, изменяя концентрацию раствора, можно существенно изменять плотность нормальной компоненты. Как было показано в работе [17], в растворах отдельные примесные квазичастицы и их совокупность испытывают притяжение к квантованным вихревым линиям, и возникает адсорбция примесей  $^3\text{He}$  в коры вихрей. Экспериментальные исследования турбулентного течения в растворе с концентрацией 5 %  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  [8] показали, что в растворе температурная зависимость критической скорости перехода от ламинарного режима к турбулентному является немонотонной и сильно отличается от аналогичной зависимости для чистого  $^4\text{He}$ . Кроме того, в отличие от чистого  $^4\text{He}$ , при температурах ниже 0,7 К на резонансных кривых наблюдались ступенчатые аномалии, которые, предположительно, связаны с возникновением неустойчивых вихрей в условиях, когда ядро вихря заполняется атомами  $^3\text{He}$ .

Кроме определения амплитуды критической скорости перехода, исследовано влияние нормальной компоненты на ламинарный поток, а также возникновение

и развитие турбулентного потока в сверхтекучих растворах  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ , возбужденного колеблющимся кварцевым камертоном. Данные, полученные в растворах сравнивались с результатами экспериментов в чистом  $^4\text{He}$ . Хотя результирующий поток далее условно называется «турбулентным», для полностью развитой квантовой турбулентности, соответствующей большому масштабному вихревому клубку, могут потребоваться более высокие скорости.

## 2. Техника эксперимента

Для экспериментального исследования перехода от ламинарного режима течения жидкости к турбулентному в сверхтекучих растворах  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  был использован метод вибрирующего пьезоэлектрического кварцевого камертона, помещенного в жидкость. Были использованы камертоны промышленного производства, применяемые как стандарт частоты  $f = 32768$  Гц с геометрическими размерами: высота ножек  $L = 3,79$  мм, толщина  $H = 0,59$  мм, ширина  $W = 0,3$  мм и расстояние между ножками  $D = 0,3$  мм. В экспериментах использовались открытые камертоны (то есть их корпуса были полностью удалены). Камертоны помещали в медную цилиндрическую ячейку с внутренним диаметром 11,8 мм, которая имела тепловой контакт с холодной плитой криостата испарения с  $^3\text{He}$ . Температуру исследуемой жидкости измеряли с помощью термометра сопротивления  $\text{RuO}_2$ , расположенного внутри ячейки. Электрическая схема, используемая для измерений, подобна обычно применяемым при работе с аналогичными камертонами, рис. 1. В качестве сканирующего генератора были использованы либо генератор синусоидального сигнала Wavetek A29, либо Functional Generator MCP. Для получения сигнала малой амплитуды на выходе генератора устанавливались образцовые аттенюаторы: 20, 40 или 60 дБ. Для получения высоких напряжений возбуждения камертона, необходимых для измерения резонансных кривых в турбулентном режиме, к выходу генератора добавлялся специально изготовленный усилитель и повышающий трансформатор. Таким образом, напряжение возбуждения камертона в эксперименте можно было изменять от  $10^{-3}$  до  $5 \cdot 10^3$  В peak-to-peak. Принимаемый сигнал, падение напряжения на эталонном сопротивле-

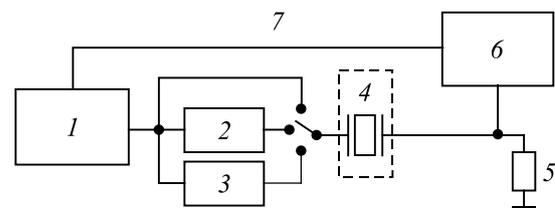


Рис. 1. Схема подключения кварцевых камертонов для проведенных экспериментов: 1 — генератор, 2 — аттенюатор, 3 — усилитель, 4 — камертон в ячейке, 5 — эталонное сопротивление, 6 — синхронный усилитель, 7 — опорный сигнал.

нии 1 кОм, усиливался с помощью двухканального синхронного усилителя Lock-in Analyzer 5208.

Первичными данными в эксперименте были амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) камертонов. Камертон возбуждали переменным напряжением, медленно изменяя частоту и проходя через резонанс камертона. Измеряемой величиной отклика камертона являлось среднее квадратичное значение тока  $I$ , который возникал вследствие пьезоэлектрического эффекта. Амплитуду скорости отклонения ножки камертона определяли с помощью соотношения  $v = I/a$ , где  $a$  — пьезоэлектрическая постоянная камертона. Для определения величины  $a$  в начале эксперимента были проведены измерения АЧХ камертона в вакууме при температуре  $\approx 1,5$  К и небольших возбуждающих напряжениях (до 0,1 В). Значение постоянной  $a$  позволяло перейти от электрических параметров системы, амплитуды сигнала в резонансе и возбуждающего напряжения, к физическим характеристикам, амплитуде скорости колебаний ножки камертона  $v$  и амплитуде возбуждающей силы  $F$ , ( $F = aU/2$ ), где  $U$  — среднее квадратичное значение напряжения. Таким образом, получены зависимости скорости от приложенной силы, что удобно для анализа процессов, происходящих при течении сверхтекучего гелия с разной скоростью.

### 3. Определение критической скорости перехода

В эксперименте, при постоянной стабилизированной температуре и постоянном напряжении возбуждения, измерялась АЧХ камертона, а также ширина резонансных кривых  $\Delta f$  на половине высоты резонанса. Затем напряжение генератора повышали и проводили новое измерение АЧХ. При небольших значениях напряжения форма резонансных кривых хорошо описывалась кривой Лоренца, но, начиная с некоторого критического значения  $U_c$ , резонансные кривые становились более широкими и резонансная частота смещалась в сторону низких частот.

Экспериментальные зависимости  $I(U)$  затем перестраивали в зависимости амплитуды скорости колебания ножек камертона  $v$  от приложенной силы  $F$ . Эти зависимости показали, что полученные результаты можно разделить на две области. В области малых приложенных сил наблюдается линейная зависимость  $v(F)$ , которая обычно соответствует ламинарному режиму сопротивления жидкости, а в области больших сил возбуждения, при достижении критического значения амплитуды скорости  $v_{cr}$ , зависимость  $v(F)$  можно представить в виде  $F \sim v^2$ , которая характерна для турбулентного режима сопротивления течения жидкости [18]. Пример таких зависимостей для 15 % раствора  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$  показан на рис. 2.

Скорость  $v_{cr}$  можно определить как точку пересечения линейной и квадратичной зависимости скорости от возбуждающей силы. Переход от ламинарного к тур-

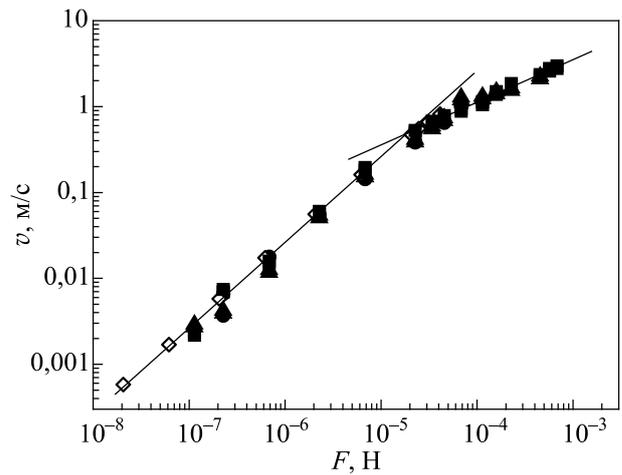


Рис. 2. Зависимость амплитуды скорости колебания камертона от возбуждающей силы в 15 % растворе  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$  при  $T, \text{K}$ : 0,5 (●), 0,8 (▲), 1,15 (◇), 1,5 (■). Прямые линии соответствуют зависимостям  $F \propto v$  и  $F \propto v^2$ .

булентному режиму сопротивления проявляется постепенно при высоких температурах, но становится более резким при низких температурах. Как видно на рис. 2, значения амплитуды скорости  $v$  для разных температур как в ламинарном, так и в турбулентном режиме имеют небольшой разброс, но существенной зависимости от температуры не наблюдается. При обратном ходе, уменьшении напряжения возбуждения, в ряде измерений в зависимости  $I(U)$  возникал гистерезис, поэтому в настоящей работе приведены результаты, которые получены при росте напряжения возбуждения. Ранее похожий гистерезис наблюдался при измерениях с помощью колебаний проволоочки, сферы и кварцевого камертона в сверхтекучем  ${}^4\text{He}$  [7, 14, 19–21].

Для более точного определения значения  $v_{cr}$  были также построены зависимости ширины линии на половине высоты резонанса от амплитуды скорости колебания камертона,  $\Delta f(v)$ . Именно ширина резонансной линии наиболее чувствительна к диссипативным процессам в исследуемых жидкостях и камертоне, а переход от ламинарного к турбулентному режиму ясно виден по уширению линии резонанса и изменению в наклоне зависимости  $\Delta f(v)$ . Пример такой зависимости для 15 % раствора  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$  в области температур 0,5–1,2 К показан на рис. 3.

Еще одним параметром, характеризующим переход, является зависимость коэффициента сопротивления потоку  $C_D$  от амплитуды скорости.  $C_D$  описывается формулой  $C_D = 2F/\rho S v^2$ , где  $\rho$  — полная плотность жидкости,  $S = LW$  — площадь поверхности ножки камертона, перпендикулярной направлению движения. В качестве примера на рис. 4 показаны зависимости  $C_D(v)$  для 15 % раствора  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$  в области температур от 0,5 до 1,5 К.

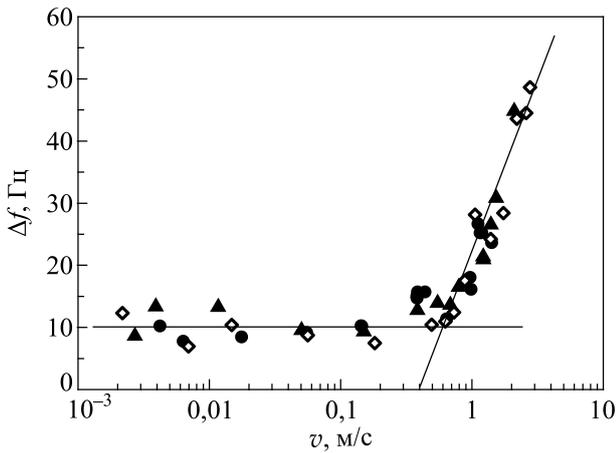


Рис. 3. Зависимость ширины линии резонанса от амплитуды скорости колебания камертона в 15 % растворе  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  при  $T$ , К: 0,5 (●), 0,8 (▲), 1,2 (◇). Прямые линии показывают усредненные значения  $\Delta f$ .

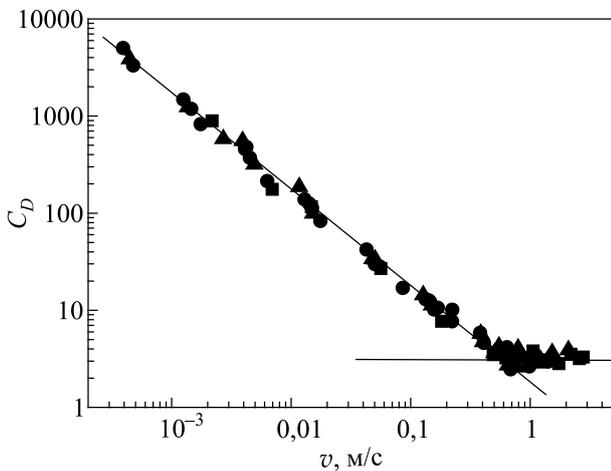


Рис. 4. Зависимость коэффициента сопротивления  $C_D$  от амплитуды скорости колебания камертона в 15 % растворе  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  при  $T$ , К: 0,5 (●), 0,8 (▲), 1,5 (■). Прямые линии показывают усредненные значения  $C_D$ .

Значения критической амплитуды скорости перехода в турбулентное состояние можно также определить по изменению значения частоты в точке максимума резонанса. Эти изменения происходят не резко, но в целом, при увеличении возбуждающей силы форма резонанса в виде кривой Лоренца начинает искажаться, а точка максимума отклика сдвигается к более низкой частоте возбуждения.

#### 4. Температурная зависимость критической скорости перехода

Температурные зависимости критической амплитуды скорости  $v_{cr}$  при переходе между ламинарным и турбулентным режимами для  $^4\text{He}$  и двух растворов, 5 % и 15 %  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ , представлены на рис. 5. Результаты получены при постоянной температуре и увеличении

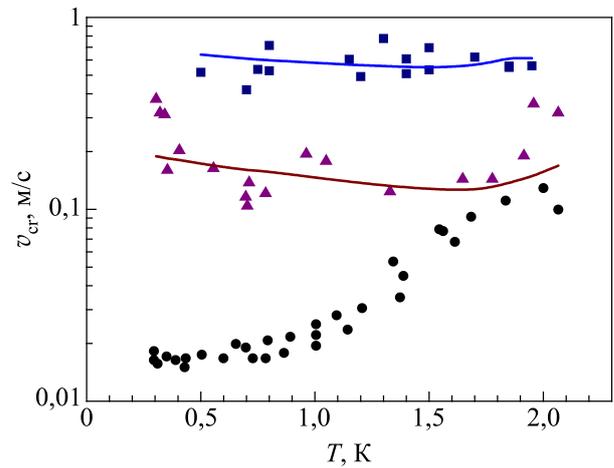


Рис. 5. Температурная зависимость критической амплитуды скорости  $v_{cr}$  перехода от ламинарного к турбулентному режиму потока при колебании камертона в  $^4\text{He}$  (●), в 5 % растворе  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  (▲), в 15 % растворе  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  (■). Сплошные линии на рисунке соответствуют расчетам с помощью соотношения  $v_{cr} \sim \sqrt{v\omega}$ .

напряжения возбуждения камертона, а критические скорости  $v_{cr}$  — путем пересечения прямых зависимостей  $F \propto v$  и  $F \propto v^2$ . Как видно на рис. 5, воспроизводимость значений  $v_{cr}$  в растворах оказалась хуже, чем в чистом  $^4\text{He}$ . Это может быть связано с тем, что теплопроводность растворов намного ниже, чем у  $^4\text{He}$ , вследствие чего при измерениях в них возникали неоднородности температуры и концентрации. При анализе температурной зависимости  $v_{cr}(T)$  исследуемых растворов необходимо также учитывать, что при размерах используемых кварцевых камертонов во всем интервале температур 0,3–2,3 К реализуется гидродинамический режим течения жидкости [22], а раствор 15 %  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  при  $T < 0,4$  К расслаивается. Отсутствие экспериментальных точек на зависимостях  $v_{cr}(T)$ , при некоторых температурах связано с тем, что излучаемые камертоном акустические волны первого и второго звука, отражались от стенок измерительной ячейки и возвращались к камертону. Сложение двух сигналов приводило к тому, что резонансные кривые, имеющие форму Лоренца, искажались и не могли быть использованы для расчета амплитуды скорости.

Зависимость  $v_{cr}(T)$  для  $^4\text{He}$ , приведенная на рис. 5, качественно согласуется с результатами работ [6, 15, 19–21], полученными в экспериментах с колеблющимися сеточками, проволочками и камертонами. Значения  $v_{cr}$  для микросферы находятся несколько ниже [13]. По-видимому, количественное отличие значений  $v_{cr}$  связано с различием геометрии, шероховатости и размеров колеблющихся тел.

Для понимания экспериментальных результатов применен аналитический прием, приведенный в [4] для потока, вызванного колебаниями гидродинамически

гладкой сферы. Согласно [18], в ламинарном режиме сила сопротивления, действующая на сферу радиуса  $R$  равна

$$F_{\text{lam}} = \lambda v = 6\pi\eta R(1 + R/\delta)v, \quad (1)$$

в турбулентном режиме

$$F_{\text{turb}} = \gamma v^2 = C_D \rho \pi R^2 v^2 / 2, \quad (2)$$

где  $\lambda$  — коэффициент сопротивления в ламинарном, а  $\gamma$  — в турбулентном режимах течения, соответственно,  $\eta$  и  $\rho$  — вязкость и полная плотность жидкости,  $\delta = \sqrt{2\nu/\omega} = \sqrt{2\eta/\rho\omega}$  — глубина проникновения вязкой волны,  $\nu = \eta/\rho$  — кинематическая вязкость, а  $\omega = 2\pi f$  — частота колебаний. Критическая скорость перехода  $v_{\text{cr}}$  может быть определена там, где ламинарная сила сопротивления становится равной турбулентной силе сопротивления. В пределе высокой частоты ( $R \gg \delta$ ), предполагая, что для гладкой сферы  $C_D \approx 0,4$ , в работе [4] получено выражение для  $v_{\text{cr}}$ :

$$v_{\text{cr}} = \frac{\lambda}{\gamma} \cong \frac{6\sqrt{2}}{C_D} \sqrt{\nu\omega} \cong 21\sqrt{\nu\omega}. \quad (3)$$

Понятно, что для камертонов, имеющих форму, сильно отличающуюся от сферы и очень шероховатую поверхность, выражение (1) носит оценочный характер. Тем не менее, в работе [4] показано, что частотная зависимость  $v_{\text{cr}}$ , измеренная при постоянной температуре, хорошо согласуется с соотношением  $v_{\text{cr}} \sim \sqrt{\nu\omega}$  в вязком потоке, созданном колебаниями кварцевого камертона в пределе  $\delta \ll l \ll \nu/\omega$  в области примерно двух порядков кинематической вязкости, где  $l$  является характерным размером объекта. Этот результат послужил доказательством того, что для такого колебательного потока характерным масштабом длины является не размер объекта, а глубина проникновения вязкой волны.

Проведено согласование соотношения  $v_{\text{cr}} \sim \sqrt{\nu\omega}$  с результатами значений  $v_{\text{cr}}$ , измеренных при постоянной частоте и переменной температуре. Оказалось, что в  ${}^4\text{He}$  при частоте колебания кварцевого камертона  $f \approx 32$  кГц выражение  $v_{\text{cr}} \sim \sqrt{\nu\omega}$  не описывает ход экспериментальной зависимости  $v_{\text{cr}}(T)$  во всей области температур 0,3 – 2,3 К. Поскольку результаты настоящих исследований  $v_{\text{cr}}(T)$  в  ${}^4\text{He}$  хорошо согласуются с результатами других работ [6, 15, 19–21], в том числе, полученных для колебаний тел с иной геометрией, упомянутое несогласие возможно связано с тем, что в работе [4] измерения проводились в нормальном, а не сверхтекучем состоянии гелия.

Затем, с помощью соотношения  $v_{\text{cr}} \sim \sqrt{\nu\omega}$ , были проведены расчеты температурной зависимости  $v_{\text{cr}}$  для растворов  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$ , использованных в настоящих экспериментах. Полученные зависимости приведены на рис. 5 сплошными линиями. При расчете  $v_{\text{cr}}$ , по аналогии с (1), был использован подгоночный множитель равный 100

для 5 % раствора и 400 для 15 % раствора. Как видно на рис. 5, расчетные зависимости  $v_{\text{cr}}(T)$  для изученных растворов имеют два подъема, которые могут быть связаны с медленным ростом вязкости растворов при  $T < 1,6$  К и ее более сильным ростом при  $T > 1,6$  К. Таким образом, в меру разброса экспериментальных данных, можно считать, что соотношение  $v_{\text{cr}} \sim \sqrt{\nu\omega}$  качественно описывает температурную зависимость  $v_{\text{cr}}$  в концентрированных сверхтекучих растворах  ${}^3\text{He}$ – ${}^4\text{He}$ .

### 5. Влияние примеси ${}^3\text{He}$ на гидродинамические потоки в гелии

Ранее в работах [4, 6, 22, 23] установлено, что в чистом  ${}^4\text{He}$  и слабых растворах  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$  коэффициент сопротивления  $\lambda$  в ламинарном режиме растет с ростом температуры. С другой стороны, в работах [23, 24], показано, что при колебании сферы и кварцевого камертона в концентрированных растворах с  $x_3 \geq 2\%$   ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$  в ламинарном режиме, коэффициент сопротивления  $\lambda$  не имеет заметной температурной зависимости. Приведенные на рис. 2–4 зависимости  $v(F)$ ,  $\Delta f(v)$  и  $C_D(v)$ , полученные в настоящей работе в концентрированных растворах  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$  в ламинарном и турбулентном режимах при разных температурах, также показывают, что они, в меру небольшого разброса данных, не зависят от температуры. Таким образом, добавление примесей  ${}^3\text{He}$  меняет характер температурной зависимости коэффициента сопротивления потоку в ламинарном режиме течения.

Проведено сравнение коэффициентов сопротивления  $\lambda$  в чистом  ${}^4\text{He}$  и растворах  ${}^3\text{He}$ – ${}^4\text{He}$  при постоянной температуре, видно, что при увеличении концентрации  $x_3$  коэффициент сопротивления  $\lambda$  растет. Это продемонстрировано на рис. 6, где построены зависимости амплитуды скорости колебания камертона от возбуждающей силы

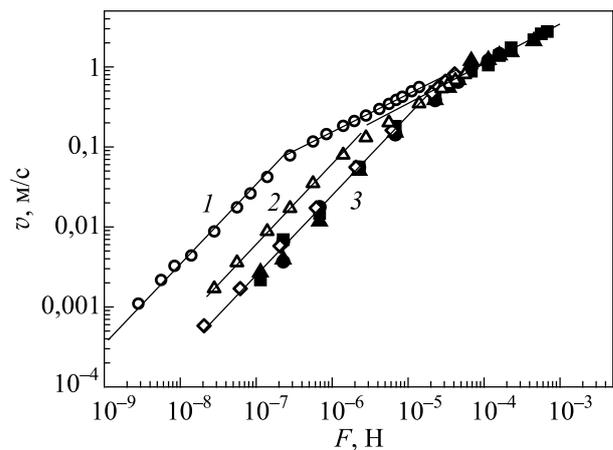


Рис. 6. Зависимость амплитуды скорости колебания камертона от возбуждающей силы: 1 — в  ${}^4\text{He}$  при  $T = 1,16$  К, 2 — в 5 % растворе  ${}^3\text{He}$  при  $T = 1,15$  К, 3 — 15 % растворе  ${}^3\text{He}$  при  $T$ , К: 0,5 (●), 0,8 (▲), 1,15 (◇), 1,5 (■). Сплошные линии соответствуют зависимостям  $F \propto v$  и  $F \propto v^2$ .

дающей силы в  $^4\text{He}$  и растворах 5 % и 15 %  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  при температуре  $T \approx 1,15$  К. Таким образом, поскольку с ростом  $x_3$  зависимости  $v(F)$  смещаются в область больших значений возбуждающих сил, можно заключить, что добавление примесей  $^3\text{He}$  увеличивает стабильность растворов  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  относительно перехода в турбулентный режим при их возмущении колеблющимися телами.

Влияние концентрации  $^3\text{He}$  на коэффициент сопротивления потоку в растворах гелия в ламинарном режиме исследовалось в работах [23, 24]. В работе [23] с помощью колеблющейся сферы в слабых растворах  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  при температурах  $T \leq 1$  К показано, что при низких концентрациях  $x_3 < 5 \cdot 10^{-3}$  %, коэффициент сопротивления  $\lambda$  пропорционален концентрации  $x_3$ , что обусловлено баллистическим, а не гидродинамическим режимом движения атомов  $^3\text{He}$  при таких низких концентрациях. Однако для концентраций  $5 \cdot 10^{-3} \% < x_3 < 2$  % в гидродинамическом режиме пропорциональность не соблюдалась, а при  $T > 0,5$  К сопротивление оказалось меньше, чем в чистом  $^4\text{He}$ .

В работе [24] показано, что, если значения коэффициента сопротивления потоку в ламинарном режиме, полученные с помощью сферы [23] и кварцевого камертона в растворах с концентрацией  $x_3$  от  $5 \cdot 10^{-4}$  % до 15 %  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  при  $T < 1$  К, разделить на эффективную поверхность колеблющегося тела  $S$ , то есть нормировать на единицу поверхности, то зависимость  $\lambda/S(x_3)$  может быть разделена на два участка, (см. рис. 7). При концентрациях раствора  $x_3 \leq 1$  % коэффициент  $\lambda/S$  практически не зависит от концентрации, а при  $x_3 > 1$  %  $^3\text{He}$  наблюдается резкий рост.

В области слабых концентраций раствора такое поведение нормированного коэффициента сопротивления  $\lambda/S$  можно объяснить, если предположить, что

$$\lambda = F_{\text{lam}} / v \sim \sqrt{\rho\eta\omega}, \quad (4)$$

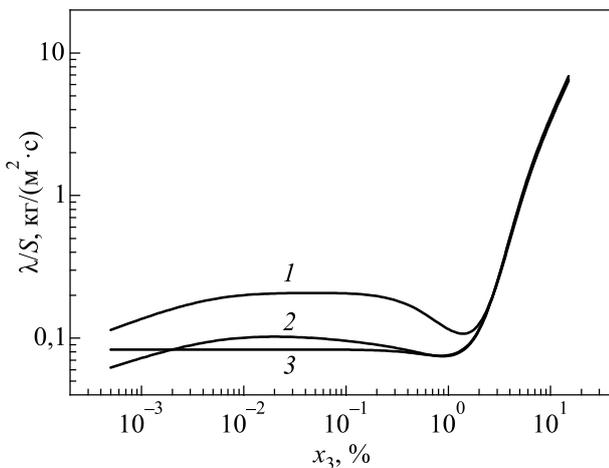


Рис. 7. Зависимости нормированного коэффициента сопротивления  $\lambda/S$  в ламинарном режиме от концентрации  $^3\text{He}$  при различных  $T$ , К: 0,8 (1), 1 (2), 0,5 (3).

как следует из предыдущих рассуждений (1)–(3). Как показано в [23], при  $T < 1$  К вязкость в растворах с  $x_3 < 1$  %  $^3\text{He}$  слабо зависит от концентрации, и плотность таких растворов также практически не меняется. Тогда, согласно (4), это приводит к тому, что при  $T < 1$  К коэффициент сопротивления потоку в слабых растворах  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$  в ламинарном режиме практически не будет зависеть от концентрации  $^3\text{He}$ , как это видно на рис. 7. Однако такой подход не работает на втором участке, при высоких концентрациях  $x_3 > 1$  %  $^3\text{He}$ . В этом случае резкий рост коэффициента сопротивления  $\lambda/S$  с ростом  $x_3$  не согласуется с соотношением (4) и причина такого роста в настоящее время не находит объяснения.

Зависимость критической амплитуды скорости  $v_{\text{cr}}$  от концентрации раствора  $x_3$ , из-за отсутствия достаточного количества данных, в настоящее время нельзя считать установленной. Если провести сечение при постоянной температуре зависимостей на рис. 5, то можно сделать предположение, что зависимость  $v_{\text{cr}}(x_3)$  также разобьется на два участка — слабых и концентрированных растворов  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ . При этом зависимости  $v_{\text{cr}}(x_3)$  будут отличаться при температурах  $T < 1$  К и  $T > 1$  К. Для подтверждения этих предположений, конечно, необходимы дополнительные эксперименты.

### Заключение

Проведенные экспериментальные исследования показали, что, так же, как в  $^4\text{He}$ , кварцевые камертоны являются очень удобным инструментом для исследований возникновения турбулентности в сверхтекучих растворах  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ , потому что предоставляют целый набор характеристик, позволяющих идентифицировать не только сам переход от ламинарного к турбулентному движению в осциллирующем потоке вокруг кварцевого камертона, но и определить значение амплитуды его критической скорости.

В работе получены температурные зависимости критической амплитуды скорости перехода в  $^4\text{He}$  и двух концентрированных сверхтекучих растворах 5 и 15 %  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ . Для анализа полученных зависимостей использовано соотношение  $v_{\text{cr}} \sim \sqrt{v\omega}$ , полученное в работе [4] путем сравнения двух сил  $F_{\text{lam}}$  и  $F_{\text{turb}}$ , которые при переходе между режимами течения должны быть равны. В результате установлено, что это соотношение, с помощью одного подгоночного параметра, качественно описывает температурные зависимости  $v_{\text{cr}}$  в концентрированных растворах  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ , но не описывает его в чистом  $^4\text{He}$ . Объяснением этому факту, видимо, является то, что соотношение  $v_{\text{cr}} \sim \sqrt{v\omega}$  справедливо для обычных жидкостей, в изученном случае для растворов гелия с большим количеством нормальной компоненты, но не работает для систем с большим количеством сверхтекучей компоненты.

Сравнение коэффициентов сопротивления потоку в ламинарном режиме течения в  ${}^4\text{He}$  и растворах  ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$  при постоянной температуре показало, что увеличение концентрации  ${}^3\text{He}$  в растворе приводит к увеличению его устойчивости к возникновению турбулентности при увеличении возбуждающей силы кварцевого камертона. При этом оказалось, что в концентрированных растворах  ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$ , в отличие от чистого  ${}^4\text{He}$ , в области температур 0,5–1,5 К, температура практически не оказывает влияния на значение коэффициента сопротивления потоку как в ламинарном, так и турбулентном режимах. Влияние концентрации  ${}^3\text{He}$  в растворе на коэффициент сопротивления потоку в ламинарном режиме проанализировано также при нормировании коэффициента сопротивления на эффективную площадь сечения колеблющегося тела. При этом, кроме данных для камертона, использованы результаты, полученные с помощью колеблющейся сферы [23]. Полученные расчетные зависимости показали, что в области слабых концентраций раствора  $x_3 < 1\%$   ${}^3\text{He}$ , нормированный коэффициент сопротивления  $\lambda/S$  в ламинарном режиме практически не зависит от концентрации  ${}^3\text{He}$  и качественно может быть описан соотношением  $\lambda/S \sim \sqrt{\rho\eta\omega}$ . В области концентраций  $x_3 > 1\%$   ${}^3\text{He}$ , нормированный коэффициент сопротивления  $\lambda/S$  резко возрастает и причина такого роста в настоящее время не понятна. Остается также неясной концентрационная зависимость критической амплитуды скорости перехода от ламинарного к турбулентному потоку сверхтекучих растворов. Для выяснения этого вопроса необходимы дополнительные эксперименты.

1. L. Onsager, *Nuovo Cim.* **6**, Suppl. 2, 249 (1949).
2. R. P. Feynman, in *Progr. Low Temp. Phys.*, North Holland, Amsterdam, v. 1 (1955).
3. W. F. Vinen, *J. Low Temp. Phys.* **161**, 419 (2010).
4. M. Blažková, D. Schmoranzer, and L. Skrbek, *Phys. Rev. E* **75**, 025302(R) (2007).
5. R. Blaauwgeers, M. Blažková, M. Človečko, V. B. Eltsov, R. de Graaf, J. Hosio, M. Krusius, D. Schmoranzer, W. Schoepe, L. Skrbek, P. Skyba, R. E. Solntsev, and D. E. Zmeev, *J. Low Temp. Phys.* **146**, 537 (2007).
6. Г. А. Шешин, А. А. Задорожко, Э. Я. Рудаковский, В. К. Чаговец, Л. Скрбек, М. Блажкова, *ФНТ* **34**, 1111 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 875 (2008)].
7. D. I. Bradley, M. J. Fear, S. N. Fisher, A. M. Guénault, R. P. Haley, C. R. Lawson, P. V. E. McClintock, G. R. Pickett, R. Schanen, V. Tsepelin, and L. A. Wheatland, *J. Low Temp. Phys.* **156**, 116 (2009).
8. I. A. Gritsenko, A. A. Zadorozhko, E. Ya. Rudavskii, V. K. Chagovets, and G. A. Sheshin, *J. Low Temp. Phys.* **158**, 450 (2010).
9. В. А. Бахвалова, И. А. Гриценко, Э. Я. Рудаковский, В. К. Чаговец, Г. А. Шешин, *ФНТ* **41**, 644 (2015) [*Low Temp. Phys.* **41**, 502 (2015)].

10. И. А. Гриценко, Т. А. Дубчак, К. А. Михайленко, С. С. Соколов, Г. А. Шешин, *ФНТ* **44**, 46 (2018) [*Low Temp. Phys.* **44**, 36 (2018)].
11. К. А. Михайленко, С. С. Соколов, Г. А. Шешин, *ФНТ* **45**, 1235 (2019) [*Low Temp. Phys.* **45**, 1053 (2019)].
12. Э. Я. Рудаковский, В. К. Чаговец, Г. А. Шешин, В. А. Вракина, *ФНТ* **46**, 49 (2020) [*Low Temp. Phys.* **46**, 41 (2020)].
13. J. Jäger, B. Schuderer, and W. Schoepe, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 566 (1995).
14. M. Niemetz and W. Schoepe, *J. Low Temp. Phys.* **135**, 447 (2004).
15. M. Blažková, D. Schmoranzer, L. Skrbek, and W. F. Vinen, *Phys. Rev. B* **79**, 054522 (2009).
16. V. Efimov, D. Garg, O. Kolosov, and P. McClintock, *J. Low Temp. Phys.* **158**, 456 (2010).
17. Л. С. Реут, И. З. Фишер, *ЖЭТФ* **55**, 722 (1968).
18. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).
19. H. A. Nichol, L. Skrbek, P. C. Hendry, and P. V. E. McClintock, *Phys. Rev. E* **70**, 056307 (2004).
20. D. Charalambous, L. Skrbek, P. C. Hendry, P. V. E. McClintock, and W. F. Vinen, *Phys. Rev. E* **74**, 036307 (2006).
21. H. Yano, N. Hashimoto, A. Handa, M. Nakagawa, K. Obara, O. Ishikawa, and T. Hata, *Phys. Rev. B* **75**, 012502 (2007).
22. S. L. Ahlstrom, D. I. Bradley, M. Človečko, S. N. Fisher, A. M. Guenault, E. A. Guise, R. P. Haley, O. Kolosov, P. V. E. McClintock, G. R. Pickett, M. Poole, V. Tsepelin, and A. J. Woods, *Phys. Rev. B* **89**, 014515 (2014).
23. H. Kerscher, M. Niemetz, and W. Schoepe, *J. Low Temp. Phys.* **124**, 163 (2001).
24. V. A. Bakhvalova, V. K. Chagovets, I. A. Gritsenko, and G. A. Sheshin, *J. Low Temp. Phys.* **187**, 413 (2017).

### Критична швидкість переходу до турбулентності в рідких розчинах ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$

В. А. Вракіна, Е. Я. Рудацький, С. С. Соколов,  
В. К. Чаговець, Г. О. Шешін, Т. В. Чаговець

Вивчено перехід між ламинарним і турбулентним потоками навколо кварцевого камертона, що коливається у надплинному  ${}^4\text{He}$  і концентрованих розчинах (5 і 15 %  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$ ) з частотою  $\omega$  в інтервалі температур 0,3–2,3 К. Отримано температурні залежності амплітуди критичної швидкості  $v_{cr}$  переходу і показано, що для опису цих залежностей в концентрованих розчинах  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$  з в'язкістю  $\eta$  та густиною  $\rho$  може бути використано співвідношення  $v_{cr} \sim \sqrt{(\eta\omega/\rho)}$  з одним підгінним параметром, але для температурної залежності  $v_{cr}$  в чистому  ${}^4\text{He}$  це співвідношення не виконується. Показано також, що в концентрованих розчинах  ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$ , на відміну від чистого  ${}^4\text{He}$ , температура практично не впливає на значення коефіцієнта опору потоку як в ламинарному, так і турбулентному режимах. В області температур 0,5–1 К побудовані концентраційні залежності коефіцієнта опору потоку в ламинар-

ному режимі, нормованого на ефективну площу поперечного перерізу, що коливається. Розрахункові залежності, які отримано, показали, що в області малих концентрацій розчину, з  $x_3 < 1\%$   $^3\text{He}$ , нормований коефіцієнт слабо залежить від концентрації  $^3\text{He}$  і якісно може бути описаний співвідношенням  $\lambda/S \sim \sqrt{(\rho\eta\omega)}$ . У діапазоні концентрацій з  $x_3 > 1\%$   $^3\text{He}$  коефіцієнт різко зростає і причина такого зростання в даний час не з'ясована. В цілому результати дослідження показують, що збільшення концентрації  $^3\text{He}$  в розчині приводить до збільшення його стійкості по відношенню до виникнення турбулентності зі зростанням сили збудження кварцового камертона.

Ключові слова: надплинні розчини  $^3\text{He}$  в  $^4\text{He}$ , кварцовий камертон, турбулентність, критична швидкість.

### The critical velocity of transition to turbulence in $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ liquid solutions

V. A. Vrakina, E. Ya. Rudavskii, S. S. Sokolov, V. K. Chagovets, G. A. Sheshin, and T. V. Chagovets

The transition between laminar and turbulent flows around a quartz tuning fork oscillating in superfluid  $^4\text{He}$  and concentrated solutions (5 and 15 %  $^3\text{He}$  in  $^4\text{He}$ ) with frequency  $\omega$  in the temperature range 0.3–2.3 K was studied. The temperature dependences

of the transition critical velocity  $v_{cr}$  amplitude were obtained and it was shown that the ratio  $v_{cr} \sim \sqrt{(\eta\omega/\rho)}$  with one fitting parameter can be used for describing these dependences in concentrated solutions of  $^3\text{He}$  in  $^4\text{He}$  with viscosity  $\eta$  and density  $\rho$ , but this ratio does not fulfill for the temperature dependence of  $v_{cr}$  of pure  $^4\text{He}$  in whole studied temperature range. It was also shown that in concentrated solutions  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , in a contrary to pure  $^4\text{He}$ , the temperature almost does not affect the value of the flow resistance coefficient in both laminar and turbulent modes. There are constructed the concentration dependences of the flow resistance coefficient in the laminar mode normalized to the effective cross-section area of the oscillating body in the 0.5–1 K temperature range. The calculated dependences showed that in the region of low solution concentrations, with  $x_3 < 1\%$  of  $^3\text{He}$ , the normalized coefficient weakly depends on the concentration of  $^3\text{He}$  and can be qualitatively described by the ratio  $\lambda/S \sim \sqrt{(\rho\eta\omega)}$ . In the concentration range with  $x_3 > 1\%$  of  $^3\text{He}$ , the coefficient rises sharply and the reason for this increase is currently not understood. In general, the results of the study show that an increase in the concentration of  $^3\text{He}$  in a solution leads to an increase in its stability with respect to the occurrence of turbulence with an increase in the excitation force of a quartz tuning fork.

Keywords: superfluid solutions  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$ , quartz tuning fork, turbulence, critical velocity.