

Динамика солитонов в доменной структуре двухосного ферромагнетика

В. В. Киселев, А. А. Расковалов

Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения РАН, Екатеринбург, 620108, Россия
E-mail: kiseliev@imp.uran.ru

Уральский федеральный университет, Физико-технологический институт, Екатеринбург, 620002, Россия

Статья поступила в редакцию 9 июля 2020 г., опубликована онлайн 21 сентября 2020 г.

Представлен детальный анализ решений уравнения Ландау–Лифшица, описывающих солитоны в физически выделенной доменной структуре двухосного ферромагнетика. Исследованы строение и свойства новых типов солитонов, сильно связанных с доменной структурой. Рассмотрено поведение солитонов вблизи границ области их существования. Проведен сравнительный анализ солитонных ядер в доменных структурах легкоосного и двухосного ферромагнетиков. Установлена их связь с солитонами в однородно намагниченной среде.

Ключевые слова: доменная структура, солитоны, уравнение Ландау–Лифшица, двухосный ферромагнетик.

1. Введение

При сильных внешних воздействиях на ферромагнетики с однородным основным состоянием в них возбуждаются не только спин-волновые моды, которым сопоставляют квазичастицы линеаризованной теории [1, 2], но и частицеподобные солитоны, которым нет аналога в теории линейных волн [3, 4]. Если цуги спиновых волн расплываются из-за дисперсии, то солитоны являются долгоживущими состояниями. Поэтому на больших временах именно они определяют основные динамические, кинетические и термодинамические свойства сильно возбужденных сред [5]. Модель Ландау–Лифшица [6, 7] является базовой при описании ферромагнетиков. Ее квазиодномерные уравнения при учете основных взаимодействий — обменного и энергии кристаллографической анизотропии — допускают представление в форме условия совместности вспомогательной системы линейных дифференциальных уравнений (имеют U – V -пару). Это открывает принципиальную возможность детального анализа сильно нелинейных коллективных возбуждений в ферромагнетиках. В настоящее время методами обратной задачи рассеяния и Хироты, непосредственным интегрированием уравнений Ландау–Лифшица подробно изучены одномерные солитоны на фоне однородных распределений намагниченности в изотропном ферромагнетике и ферромагнетиках с одноосной и двухосной магнитной анизотропией [3, 4].

В то же время подавляющее большинство реальных магнитных материалов всегда имеет неоднородное основное состояние — доменную структуру. В простейшем случае это полосовая доменная структура: периодически повторяющиеся протяженные полосы почти однородной намагниченности, разделенные узкими переходными слоями — доменными стенками. Доменная стенка сама является топологическим солитоном. В ее пределах осуществляется резкий разворот намагниченности от равновесного значения в одном домене к альтернативному и тоже равновесному значению в соседнем домене полосовой структуры. Полное изменение намагниченности в доменной границе порядка намагниченности насыщения. В настоящее время с помощью модели Ландау–Лифшица исследованы структура типичных доменных стенок и многообразие фазовых переходов в магнетиках [8–10]. Следующий практически важный этап развития теории состоит в изучении полного набора принципиально новых нелинейных мод, которые определяют динамические и термодинамические свойства, явления переноса и процессы перемагничивания в магнетиках с доменной структурой в области сильных внешних воздействий на среду. Ключевую роль при этом играют солитоны, неразрывно связанные с доменной структурой. Можно сказать, что речь идет об изучении солитонов в решетке из топологических солитонов. Из-за существенной нелинейности и пространственной неоднородности такого класса задач

для их исследования первостепенную роль приобретают оправданные упрощения и построение принципиально новых аналитических решений.

В работе [11] для упрощения динамики ферромагнетика с полосовой структурой доменные стенки предполагались бесконечно тонкими и плоскими, а их отклонения от равновесных положений малыми. С помощью эффективного потенциала взаимодействия ближайших стенок теоретическое описание солитонов продольной деформации доменной структуры (размер солитона много больше периода структуры) сведено к анализу решений интегрируемой континуальной модели Буссинеска для ангармонической струны. Все найденные солитоны оказались движущимися со скоростями, превышающими предельную скорость отдельной доменной стенки. Можно сказать, что доменная структура стремится избавиться от таких модуляций.

В работах [12–14] для построения новых решений уравнений Ландау–Лифшица одноосного и двухосного ферромагнетиков использована нестандартная схема сведения интегрируемого уравнения к обобщенной задаче Римана. Предложенный подход по заданной аксиоматике редукций позволяет строить множество почти периодических (конечнозонных) решений уравнения Ландау–Лифшица в терминах многомерных тэта-функций. Вырождением многомерных тэта-функций можно получать частные решения уравнения Ландау–Лифшица, которые соответствуют солитонам на фоне кноидальной волны или периодической структуры. Однако с физической точки зрения такая схема количественного анализа солитонов в доменной структуре малоэффективна, так как включает малоизученные многомерные тэта-функции и содержит сложные трансцендентные уравнения на параметры солитонов.

В работах [15, 16] для построения и анализа солитонов в доменной структуре ферромагнетика с анизотропией типа «легкая ось» развита более удобная техника интегрирования модели Ландау–Лифшица с помощью задачи Римана на торе. Риманова поверхность, топологически эквивалентная тору, появляется из-за наличия полосовой доменной структуры. Преимущество подхода в том, что он позволяет исследовать солитоны, сильно связанные с доменной структурой, в терминах хорошо изученных эллиптических функций. Заметим, что при использовании модели легкоосного ферромагнетика в уравнении Ландау–Лифшица пренебрегают магнитостатическими силами, полагая что их основной вклад учтен заданием периода доменной структуры [16, 17]. Это приближение лучше описывает полосовые структуры с блоховскими доменными границами, которые не создают магнитостатических полей. В отсутствие магнитостатических сил спектр линейных мод полосовой структуры имеет только одну нейтрально устойчивую ветвь активационных мод. Вторая ветвь продольных колебаний структуры в линейном при-

ближении неустойчива. Однако инкременты ее временного нарастания чрезвычайно малы. В работах [16, 17] показано, что в такой ситуации нелинейные взаимодействия и закон сохранения проекции полной намагниченности среды на ось анизотропии приводят к стабилизации доменной структуры и формированию в ней структурно устойчивых солитонов. Солитоны могут быть движущимися и неподвижными, внутримономенными и протяженными — захватывающими несколько доменов структуры. «Разрушение» солитонов вблизи границ области их существования происходит по двум сценариям. При первом из них солитоны с параметрами вблизи нейтрально устойчивой ветви спектра линейных мод трансформируются в протяженные цуги спиновых волн в доменной структуре. Если же параметры солитонов приближаются к значениям, характерным для неустойчивой ветви линейных мод, то такие солитоны описывают процессы аперриодического перемагничивания группы доменов или слабо локализованные «всплески» сильных модуляций доменной структуры. В этом случае нелинейные коллективные возбуждения доменной структуры напоминают солитоны Перегринна над неустойчивыми состояниями, которые с превосходной точностью воспроизводятся в лабораторных экспериментах по изучению экстремальных модуляций в оптоволокнах и водных бассейнах [18]. В общем случае такие магнитные солитоны движутся с неограниченно большими скоростями и являются аналогами солитонов продольной деформации в ангармонической цепочке доменных стенок [11].

В настоящей работе исследуются солитоны, встроенные в доменную структуру, с учетом магнитостатических взаимодействий в рамках более реалистичной модели квазиодномерного ферромагнетика с двухосной анизотропией. Анализ малых колебаний намагниченности около равновесных положений в полосовой доменной структуре двухосного ферромагнетика приводит к важному выводу. Доменная структура блоховского типа будет устойчива относительно возбуждения в ней линейных мод только при условии, что ее период превышает некоторое критическое значение. Поясним утверждение.

Плотность энергии ферромагнетика с квадратичной по намагниченности анизотропией записывается в следующем виде [6, 8, 9]:

$$w = \frac{\alpha}{2} (\partial_i \mathbf{M} \cdot \partial_i \mathbf{M}) - \frac{1}{2} (\mathbf{M} \cdot \tilde{K}_a \mathbf{M}) - \frac{1}{2} (\mathbf{H}^{(m)} \cdot \mathbf{M}),$$

где $\alpha > 0$ — константа обменного взаимодействия, $\tilde{K}_a = \text{diag}(\tilde{K}_1, \tilde{K}_2, \tilde{K}_3)$ — постоянные кристаллографической магнитной анизотропии. Внутреннее магнитное поле $\mathbf{H}^{(m)}$ определяется уравнениями магнитостатики:

$$\text{rot } \mathbf{H}^{(m)} = 0, \quad \text{div} (\mathbf{H}^{(m)} + 4\pi \mathbf{M}) = 0. \quad (1)$$

В дальнейшем рассматриваются одномерные возбуждения вдоль оси Ox в безграничном образце. Тогда $\mathbf{M} = \mathbf{M}(x, t)$, где x — пространственная координата, t — время. В этом случае уравнения магнитостатики (1) имеют явное решение: $\mathbf{H}^{(m)} = -4\pi M_1(x, t)\mathbf{e}$, $\mathbf{e} = (1, 0, 0)$ (приближение Винтера [19]). Вклады энергии магнитной анизотропии и размагничивающего поля объединяются в эффективную плотность магнитной анизотропии, характеризующуюся постоянными $K^{\text{eff}} = \text{diag}(K_1, K_2, K_3)$, $K_1 = \tilde{K}_1 - 4\pi$, $K_{2,3} = \tilde{K}_{2,3}$. Предположим, что $K_1 < K_2 < K_3$. Тогда нелинейная динамика ферромагнетика будет описываться уравнением Ландау–Лифшица [6, 7]:

$$\partial_t \mathbf{M} = -\gamma [\mathbf{M} \times (\alpha \partial_x^2 + K^{\text{eff}}) \mathbf{M}], \quad \mathbf{M}^2 = M_0^2,$$

где γ — гиромагнитное отношение. В безразмерных переменных $\mathbf{M} = -M_0 \mathbf{S}$, $t' = \gamma M_0 (K_3 - K_1) t$, $x' = x \sqrt{(K_3 - K_1) / \alpha}$ оно принимает вид

$$\begin{aligned} \partial_{t'} \mathbf{S} &= [\mathbf{S} \times (\partial_{x'}^2 + J) \mathbf{S}], \quad \mathbf{S}^2 = 1, \\ J &= \text{diag}(J_1, J_2, J_3) = K^{\text{eff}} / (K_3 - K_1), \end{aligned} \quad (2)$$

$J_1 < J_2 < J_3$. Ниже опущены штрихи над новыми переменными.

Модель (2) допускает формирование статичной доменной структуры. В параметризации

$$\mathbf{S} = (\sin \Theta \cos \Phi, \sin \Theta \sin \Phi, \cos \Theta) \quad (3)$$

полосовой доменной структуре с «блоческими» доменными стенками соответствует следующее решение уравнения (2) [20–22]:

$$\begin{aligned} \Phi &= v\pi / 2 = \text{const}, \quad v = \pm 1; \quad \Theta(\chi) = \theta_0 = \pi / 2 - \text{am}(\chi, k); \\ \chi &= x \sqrt{J_3 - J_2} / k; \quad \sin \theta_0 = \text{cn}(\chi, k), \\ \cos \theta_0 &= \text{sn}(\chi, k), \quad \partial_\chi \theta_0 = -\text{dn}(\chi, k) \end{aligned} \quad (4)$$

(см. рис. 1). Используются стандартные обозначения $\text{am}(\chi, k)$, $\text{sn}(\chi, k)$, $\text{cn}(\chi, k)$, $\text{dn}(\chi, k)$ для эллиптической амплитуды Якоби и эллиптических функций Якоби с модулем $0 \leq k \leq 1$ [23, 24]. Величина k задает период $4Kk / \sqrt{J_3 - J_2}$ доменной структуры; $K = K(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода. Доменные стенки полосовой структуры сами по себе сильно нелинейны. Они представляют узкие области шириной $2K'k / [\pi \sqrt{J_3 - J_2}]$ ($K' = K(k')$; $k' = \sqrt{1 - k^2}$ — дополнительный модуль эллиптических функций Якоби), в пределах которых вектор намагниченности совершает разворот от одного равновесного положения $\mathbf{S} = (0, 0, 1)$ к другому $\mathbf{S} = (0, 0, -1)$.

Исследуем устойчивость полосовой структуры (4) относительно малых возмущений. Для этого введем

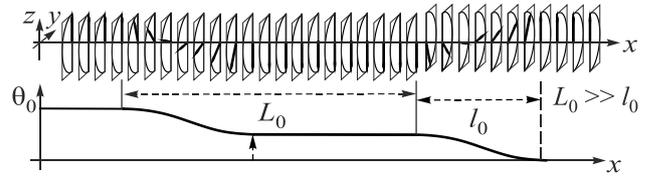


Рис. 1. Полосовая доменная структура и угол θ_0 разворота намагниченности.

новое векторное поле $\mathbf{m}: \mathbf{S} = D\mathbf{m}$, где D — ортогональная матрица:

$$\begin{aligned} D &= FT, \quad F = \text{diag}(v, v, 1), \quad v = \pm 1, \\ T &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ 0 & -\sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

В таком представлении доменной структуре отвечает вектор $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$. Малые колебания намагниченности вблизи структуры описываются комплексным полем $\Psi(x, t)$ ($|\Psi| \ll 1$):

$$m_1 + im_2 = \Psi, \quad m_3 = 1 - |\Psi|^2 / 2.$$

В линейном приближении из (2) для $\Psi(x, t)$ получаем уравнение

$$i \partial_t \Psi + \left(\frac{\kappa}{k}\right)^2 \left[(\partial_\chi^2 + k^2 - 2k^2 \text{sn}^2 \chi) \Psi + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k^2}{\kappa^2}\right) (\Psi + \Psi^*) \right] = 0, \quad (5)$$

где $\kappa = \sqrt{J_3 - J_2}$ ($0 < \kappa \leq 1$). Общее решение уравнения (5) записывается в терминах функций Ламе $\Lambda(\pm u, \chi)$ [25]:

$$\begin{aligned} \Psi(x, t) &= \int_{-K'}^{K'} dv \sum_{s=1}^2 \left[\alpha(u_s) \Lambda(u_s, \chi) e^{-i\omega(u_s)t} + \right. \\ &\quad \left. + \beta^*(u_s) \Lambda^*(u_s, \chi) e^{i\omega^*(u_s)t} \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \Lambda(u, \chi) &= \frac{\sigma(\chi - u) \sigma(\chi - u + 2K)}{\sigma(\chi + iK') \sigma(\chi + iK' + 2K)} \times \\ &\quad \times \exp \left[\frac{\eta_1 \chi u}{K} + Z(u) \chi + 2\eta_3 \chi \right]. \end{aligned}$$

Здесь $u_1 = iv$, $u_2 = iv + K$, сигма-функции Вейерштрасса имеют периоды $[4K, 2iK']$, и $p_\Lambda(u) = iZ(u, k)$ — квазиимпульс функции Ламе: $\Lambda(u, \chi + 4K) = \Lambda(u, \chi) \exp[4Ki p_\Lambda(u)]$; $Z(u, k)$ — зета-функция Якоби с модулем k .

Возможные частоты $\omega(u_s)$ линейных мод

$$\omega(u_s) = \left(\frac{\kappa}{k}\right)^2 \text{dn}(u_s, k) \sqrt{\text{dn}^2(u_s, k) + \frac{k^2 - \kappa^2}{\kappa^2}}$$

вещественны только при $k^2 \geq \kappa^2$. Спектральные плотности $\alpha(u_s)$, $\beta(u_s)$ связаны между собой:

$$\beta(u_s) = \alpha(u_s) \left[\frac{2(k^2 \omega(u_s) - \kappa^2 \operatorname{dn}^2 u_s)}{k^2 - \kappa^2} - 1 \right].$$

Вследствие магнитостатического взаимодействия средней плотности энергии, приходящаяся на один период доменной структуры

$$\bar{w} = \frac{1}{2} \left(\frac{\kappa}{k} \right)^2 [E(k) - k'^2 K],$$

уменьшается с ростом k (при $k^2 \geq \kappa^2$). Рассмотрим случай $k = \kappa = \sqrt{J_3 - J_2}$ ($\chi = x$). Тогда все формулы упрощаются:

$$1 < \omega(u_1) = \operatorname{dn}^2(u_1, k) = \frac{\operatorname{dn}^2(v, k')}{\operatorname{cn}^2(v, k')} < \infty, \\ 0 < \omega(u_2) = \operatorname{dn}^2(u_2, k) = \frac{k'^2 \operatorname{cn}^2(v, k')}{\operatorname{dn}^2(v, k')} < k'^2, \quad \beta(u_{1,2}) \equiv 0. \quad (7)$$

Таким образом, в модели ферромагнетика с двухосной магнитной анизотропией доменная структура со значением $k = \kappa = [K_3 - K_2] / (K_3 - K_1)^{1/2} = \sqrt{J_3 - J_2}$ устойчива относительно возбуждения в ней спиновых волн. Важно, что ее период $2L_0 = 4K(\kappa)$ (см. рис. 1) фиксируется магнитостатическим взаимодействием.

В отличие от легкоосного ферромагнетика линейный спектр полосовой структуры двухосного ферромагнетика с периодом $2L_0$ имеет две нейтрально устойчивые ветви. Одна из них соответствуют активационным (внутридоменным), а вторая — бесщелевым (внутриграницным) колебаниям доменной структуры [21, 22]. В то же время стабилизовавший солитоны легкоосного ферромагнетика закон сохранения проекции полного магнитного момента теперь разрушается ромбической анизотропией.

Интересно и важно, что доменная структура двухосного ферромагнетика с периодом $2L_0$ (при $k = \kappa$) выделена не только с физической, но и с математической точки зрения. Ее риманова поверхность конгруэнтна римановой поверхности операторов вспомогательной линейной системы. В этом случае солитоны в доменной структуре двухосного ферромагнетика выражаются в терминах хорошо изученных и табулированных эллиптических функций. В настоящей работе проведен сравнительный анализ солитонов в полосовых структурах легкоосного и двухосного ферромагнетиков.

Формирование солитонов в доменной структуре всегда изменяет граничные условия задачи [16, 17]. Поэтому решение модели (2) ищем при следующих граничных условиях:

$$\mathbf{S}(x, t) \rightarrow \mathbf{S}_2^{(0)} = (0, v \sin \theta_0, \cos \theta_0), \quad x \rightarrow +\infty, \\ \mathbf{S}(x, t) \rightarrow \mathbf{S}_1^{(0)} = (0, v \sin \theta_\Delta, \cos \theta_\Delta), \quad x \rightarrow -\infty, \quad (8)$$

где $\theta_\Delta = \pi / 2 - \arctan(\chi + \Delta, k)$. Макроскопический сдвиг Δ далее свяжем с параметрами солитонов.

Статья организована следующим образом. Раздел 2 содержит основные формулы для солитонов в полосовой структуре двухосного ферромагнетика. Показано, как и в легкоосном случае, прецессирующие солитоны двухосного ферромагнетика являются элементарными переносчиками макроскопических трансляций доменной структуры и зародышами ее перемагничивания. Локальный сдвиг доменов из-за образования и движения солитона определяется строением ядра солитона. Ядро локализовано в области, не превышающей период доменной структуры. В ядре солитона намагниченность совершает сложные колебания и прецессионное движение вокруг энергетически наиболее выгодной оси ромбической анизотропии. Установлено, что в полосовых структурах легкоосного и двухосного ферромагнетиков с отношением длины домена к толщине доменной границы порядка 5,5–9,5 солитоны почти во всей области их существования имеют близкие по форме ядра. В то же время ромбическая анизотропия усиливает тенденцию к продольным колебаниям ядер солитонов относительно доменной структуры. Малоамплитудные колебания структуры слева и справа от ядра солитона могут захватывать от одного до нескольких доменов.

Качественное отличие солитонов легкоосного и двухосного ферромагнетиков наиболее ярко проявляется при значениях их параметров вблизи спектра бесщелевых линейных мод полосовой структуры (разд. 3). В этом случае неподвижные солитоны двухосного ферромагнетика описывают процессы перемагничивания группы доменов из-за смещений доменных границ и вращений намагниченности в соседних доменах, а движущиеся солитоны представляют собой протяженные частичеподобные модуляции структуры с большой амплитудой и конечной скоростью распространения.

2. Прецессирующий солитон в доменной структуре двухосного ферромагнетика

Уравнение Ландау–Лифшица для двухосного ферромагнетика (2) эквивалентно условию совместности следующей вспомогательной линейной системы [26]:

$$\partial_x \Psi = -\frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^3 w_\alpha S_\alpha \sigma_\alpha \Psi \equiv U \Psi, \\ \partial_t \Psi = -\frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^3 (w_\alpha [\mathbf{S} \times \partial_x \mathbf{S}]_\alpha + a_\alpha S_\alpha) \sigma_\alpha \Psi \equiv V \Psi, \quad (9)$$

где σ_α — матрицы Паули, коэффициенты w_α удовлетворяют алгебраическим связям:

$$w_\alpha^2 - w_\beta^2 = J_\alpha - J_\beta, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3, \quad (10)$$

и коэффициенты a_α получаются из соотношения $a_1 = i w_2 w_3$ циклической перестановкой индексов. Для

физически выделенной доменной структуры алгебраическую кривую (10) удастся униформизовать эллиптическими функциями с тем же модулем $k = k$, что и полосовую структуру:

$$w_1 = i \operatorname{dn}(u, k), \quad w_2 = i k \operatorname{cn}(u, k), \quad w_3 = k \operatorname{sn}(u, k), \quad (11)$$

где u — спектральный параметр. Именно это обстоятельство позволяет с помощью представления (9) исследовать солитоны, встроенные в доменную структуру, в терминах хорошо изученных эллиптических функций.

Построение решений линейной системы (9) производится с помощью техники, развитой для легкоосного ферромагнетика [15, 16]. Обсуждение математических вопросов интегрирования уравнений (2), (9) для описания солитонов и волн в физически выделенной доменной структуре двухосного ферромагнетика выходит за рамки данной статьи. Необходимые расчеты выполнены и подробно изложены в [27]. Решение уравнения Ландау–Лифшица (2), описывающее солитон в полосовой доменной структуре двухосного ферромагнетика, имеет вид

$$S_3 = \frac{(|\alpha|^2 - |\beta|^2)\tilde{s} + i\nu(\alpha^*\beta - \alpha\beta^*)\tilde{c}}{|\alpha|^2 + |\beta|^2}, \quad (12)$$

$$S_1 - iS_2 = -\frac{[i\nu(\alpha^2 + \beta^2)\tilde{c} + 2\alpha\beta\tilde{s}]}{|\alpha|^2 + |\beta|^2},$$

где $\alpha = [d_\rho c_\rho / s_\rho](n_+ + k s_\rho s_\theta n_-)$, $\beta = i[d_\rho d_\theta m_+ + k c_\rho c_\theta m_-]$, $n_\pm \equiv |m_1|^2 \pm |m_2|^2$, $m_\pm \equiv m_1 m_2^* \pm m_1^* m_2$,

$$m_1 = a_+ e^{y+i\gamma} + b_- e^{-y-i\gamma}, \quad m_2 = b_+ e^{y+i\gamma} + a_- e^{-y-i\gamma};$$

$$a_\pm = \tilde{m}(\tilde{x}) \frac{\sigma(\tilde{x} + K + iK' \pm \mu)}{\sigma(K + iK' \pm \mu)} \exp[\mp \frac{\eta_1 \mu \tilde{x}}{2K} - \eta_3 \tilde{x}],$$

$$b_\pm = [\pm i\nu] \tilde{m}(\tilde{x}) \frac{\sigma(\tilde{x} - K + iK' \pm \mu)}{\sigma(K + iK' \pm \mu)} \times$$

$$\times \exp\left[\mp \frac{\eta_1 \mu \tilde{x}}{2K} + \eta_1(\tilde{x} + iK' \pm \mu) - \eta_3 \tilde{x}\right],$$

$$y = \operatorname{Re} \left[A(\mu, x, t) - \frac{\eta_1 \mu \Delta}{4K} \right] + y_0,$$

$$\gamma = \operatorname{Im} \left[A(\mu, x, t) - \frac{\eta_1 \mu \Delta}{4K} \right] + \gamma_0;$$

$$A(u, x, t) = i p(u)x + \frac{it}{2} \operatorname{dn}^2(u, k),$$

$$p(u) = \frac{1}{2i} \left(\frac{\eta_1 u}{K} - \eta_1 - \zeta(u + iK') - \zeta(u - iK' - 2K) \right) = \frac{i}{2} Z(u, k);$$

$$m(x) = \left[\frac{\sigma(iK')\sigma(iK' + 2K)}{2\sigma(x + iK')\sigma(x + iK' + 2K)} \right]^{1/2};$$

$\tilde{m}(\tilde{x}) = \tilde{m}^*(\tilde{x}) \equiv m(\tilde{x})e^{\eta_3 \tilde{x}}$. Здесь $\sigma(u)$ и $\zeta(u)$ — сигма- и дзета-функции Вейерштрасса с периодами $[4K, 2iK']$; $K' = K(k')$; $k' = \sqrt{1-k^2}$; $Z(u, k)$ — зета-функция Якоби;

трансформационные свойства функций Вейерштрасса определяются вещественным параметром $\eta_1 = \zeta(2K)$ и мнимым параметром $\eta_3 = \zeta(iK')$ [23, 24]; y_0, γ_0 — вещественные константы интегрирования. Солитон (12) параметризуется комплексным параметром $\mu = \rho + i\theta$ ($0 < \rho < K, |\theta| < K'$); $s_\rho = \operatorname{sn} \rho, c_\rho = \operatorname{cn} \rho, d_\rho = \operatorname{dn} \rho, s_\theta = \operatorname{sn}(i\theta), c_\theta = \operatorname{cn}(i\theta), d_\theta = \operatorname{dn}(i\theta), \tilde{s} = \operatorname{sn} \tilde{x}, \tilde{c} = \operatorname{cn} \tilde{x}; \tilde{x} = x + \Delta/2$. Макроскопический сдвиг структуры выражается через вещественную часть μ : $\Delta = 4\rho$. Здесь и далее все эллиптические функции имеют модуль k . Для коэффициентов a_\pm, b_\pm справедливы тождества

$$a_+ b_- + a_- b_+ = \frac{\nu k \tilde{c} s_\mu}{d_\mu}, \quad a_+ b_- - a_- b_+ = \frac{\nu \tilde{d}}{d_\mu},$$

$$a_- a_+ + b_+ b_- = \frac{k \tilde{s} c_\mu}{d_\mu}, \quad (13)$$

$$a_- a_+ - b_+ b_- = 1; \quad \frac{b_\pm}{a_\pm} = \frac{\mp \nu \operatorname{dn}(\tilde{x} \pm \mu)}{1 + k \operatorname{sn}(\tilde{x} \pm \mu)} =$$

$$= \frac{\mp \nu (d_\mu - k \tilde{s} c_\mu)}{\tilde{d} \pm k \tilde{c} s_\mu} = \frac{\mp \nu (\tilde{d} \mp k \tilde{c} s_\mu)}{d_\mu + k \tilde{s} c_\mu}.$$

С их помощью непосредственной проверкой можно убедиться, что решение (12) удовлетворяет граничным условиям (8).

Функция $A(\mu, \chi, t)$ линейна по x, t :

$$A = -[q(x - V_2 t) + i(\eta x - \omega t)]/2,$$

$$q = 2\operatorname{Re} Z(\mu) > 0, \quad \eta = 2\operatorname{Im} Z(\mu),$$

$$V_2 = -q^{-1} \operatorname{Im}(\operatorname{dn}^2 \mu), \quad \omega = \operatorname{Re}(\operatorname{dn}^2 \mu).$$

Здесь η и ω — волновое число и частота прецессии намагниченности в ядре солитона,

$$V_2 = -\frac{i s_\rho c_\rho d_\rho s_\theta c_\theta d_\theta}{(1 - k^2 s_\rho^2 s_\theta^2)[k^2 s_\rho c_\rho d_\rho s_\theta^2 - (1 - k^2 s_\rho^2 s_\theta^2)Z(\rho, k)]}$$

— скорость движения солитона как целого. Направление скорости задается знаком мнимой части μ : $\operatorname{sign} V_2 = \operatorname{sign} \operatorname{Im} \mu$. Индекс «2» позволяет отличить скорость солитона в двухосном ферромагнетике при наличии полосовой структуры от скорости V_1 солитона легкоосного ферромагнетика в структуре и скорости V_0 солитона в двухосном ферромагнетике на однородном фоне (см. далее). Величина q^{-1} определяет характерный размер области наиболее существенных изменений в солитоне.

Согласно формулам (8), солитон (12) сдвигает полосовые домены на величину $\Delta = 4\operatorname{Re} \mu$. Детальный анализ показывает, что макроскопический сдвиг локализован в области шириной Δ . Будем называть эту область ядром солитона в доменной структуре. Как и дислокация в кристалле [28, 29], солитон (12) служит элементарным переносчиком макроскопического сдвига доменной структуры. Однако, в отличие от случая дислокации,

сдвиг $\Delta = 4\rho$ ($0 < \rho < K$) зависит только от размера ядра солитона, но не от периода $4K(k)$ доменной структуры (параметры ρ и k независимы). Как и в [15], можно показать, что упругие парные столкновения солитонов в доменной структуре двухосного ферромагнетика сопровождаются не только изменениями начальных фаз и сдвигами центров тяжести солитонов, но и локальными макроскопическими трансляциями доменной структуры.

Области резких изменений намагниченности слева и справа от ядра солитона имеют протяженность $\sim l = q^{-1}$. Величина l характеризует длину области вблизи ядра солитона, где пульсации ядра вызывают осцилляции доменной структуры. В работе оценивается результирующий размер солитона в доменной структуре как $\Delta + 2l$. Здесь $\Delta = 4\rho$ — размер ядра, $2l$ — протяженность области осцилляций намагниченности в доменной структуре, сдвинутой ядром. Величина l может меняться в широких пределах: от ширины одной доменной стенки до размера нескольких доменов. Максимальные значения l получаются при $\rho \rightarrow 0$ и $\rho \rightarrow K$.

На рис. 2 заштрихованные области соответствуют особому поведению солитонов, когда их параметры приближаются к границам спектра спин-волновых мод. Поведение и строение солитонов в этих областях обсудим отдельно. В средней области ($abcd$) солитоны неподвижны только при $\theta = 0$ и $\theta = \pm K'$. При фиксированном ρ с увеличением $|\theta|$ от 0 до K' максимальная скорость солитона V_2 сначала возрастает, а затем снова обращается в нуль при $|\theta| = K'$. В окрестностях угловых точек $\mu = \pm iK'$ солитоны становятся чрезвычайно узкими — нарушается континуальное приближение. Поэтому на рис. 2 окрестности этих точек радиусом $\delta_m \approx 1/2$ исключаются и далее не рассматриваются. Значение $\delta_m \approx 1/2$ получается из условия совпадения ширины солитона с шириной двух доменных стенок.

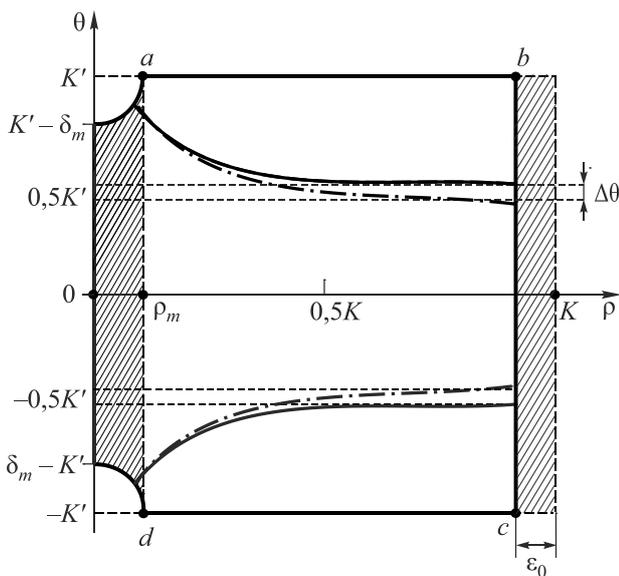


Рис. 2. Диаграмма динамических состояний солитона в плоскости $\rho-\theta$.

В легкоосном ферромагнетике вещественный параметр k и комплексный μ независимо определяют период полосовой структуры и строение ядра солитона в ней. Для полученных решений двухосного ферромагнетика параметр k задает не только период доменной структуры, но и соотношение констант анизотропии. Из-за изменения эффективной анизотропии меняются некоторые свойства, установленные для солитонов легкоосного ферромагнетика. Таким образом, в двухосном ферромагнетике строение и свойства солитонов в доменной структуре регламентируются двумя параметрами: k и μ .

Солитон на фоне однородного основного состояния двухосного ферромагнетика имеет следующий вид [3, 4]:

$$S_3 = \frac{N^2(\text{ch}^2 y - \sin^2 \varepsilon) - B_-^2 - k'^2 \cos^2 \varphi}{N^2(\text{ch}^2 y - \sin^2 \varepsilon) + B_-^2 + k'^2 \cos^2 \varphi},$$

$$N = \frac{d_\rho c_\rho}{s_\rho}, \quad \varepsilon = \frac{1}{2i} \ln \frac{\alpha^*}{\alpha},$$

$$S_1 + iS_2 = \pm \frac{2iN \text{ch}(y + i\varepsilon)[B_\pm \cos \varphi + iB_- \sin \varphi]}{N^2(\text{ch}^2 y - \sin^2 \varepsilon) + B_\pm^2 + k'^2 \cos^2 \varphi}, \quad (14)$$

$$B_\pm = |\alpha| \pm \frac{k'^2}{4|\alpha|},$$

$$2\alpha = \text{dn} \mu + k \text{cn} \mu, \text{ где } \varphi = \varphi_0 - \eta x + \omega t,$$

$$y = y_0 - q(x - V_0 t),$$

$$\eta = -\frac{ik s_\theta c_\rho d_\rho}{1 - k^2 s_\rho^2 s_\theta^2}, \quad \omega = \frac{c_\rho d_\rho c_\theta d_\theta (1 + k^2 s_\rho^2 s_\theta^2)}{(1 - k^2 s_\rho^2 s_\theta^2)^2},$$

$$q = \frac{k s_\rho c_\theta d_\theta}{1 - k^2 s_\rho^2 s_\theta^2}, \quad V_0 = -\frac{is_\theta [k^2 c_\theta^2 c_\rho^2 + d_\theta^2 d_\rho^2]}{c_\theta d_\theta [1 - k^2 s_\rho^2 s_\theta^2]},$$

$s_\rho = \text{sn} \rho$, $c_\rho = \text{cn} \rho$, $d_\rho = \text{dn} \rho$, $s_\theta = \text{sn}(i\theta)$, $c_\theta = \text{cn}(i\theta)$, $d_\theta = \text{dn}(i\theta)$; y_0, φ_0 — произвольные вещественные постоянные. Его параметризация здесь согласована по обозначениям с таковым в доменной структуре. Параметры ρ, θ в решении (14) меняются в тех же пределах, что и для солитона (12). Параметр k задает соотношение констант анизотропии: $k^2 = (K_3 - K_2)/(K_3 - K_1) = J_3 - J_2$; $0 \leq k < 1$.

В ядре солитона (14) прецессия намагниченности вокруг оси Oz сопровождается относительными колебаниями стенок ядра [3], амплитуда которых растет с уменьшением k . При $\rho \rightarrow K$ скорость V_0 солитона (14) стремится к величине:

$$V_0(K, \theta) = -\frac{k'^2 i s_\theta}{c_\theta d_\theta}.$$

В точках $\theta = 0, \theta = K'$ эта величина равна нулю. Максимальное значение V_0 достигается при $\theta = K'/2$ и совпадает с предельной скоростью изолированной доменной стенки: $V_0(K, K'/2) = 1 - k$. Соответствующее

решение описывает аperiodический распад солитона на две доменные границы, между которыми пробегает слабо локализованная пульсация.

В общем случае солитон (12) в доменной структуре двухосного ферромагнетика наследует многие черты солитона в доменной структуре легкоосного ферромагнетика. В работах [16, 17] дан анализ характерных свойств последнего при значении параметра $k \equiv k_2 = 0,9994$ [$K(k_2) = 4,75$], что соответствует условию $L_0/l_0 \approx 9,5$. При теоретическом описании солитонов в полосовой структуре легкоосного ферромагнетика использован тот же параметр $\mu = \rho + i\theta$, что и в настоящей работе для двухосного ферромагнетика. Поэтому солитоны в доменных структурах легкоосного и двухосного ферромагнетиков можно анализировать единообразно и сравнивать их с солитоном (14) на фоне однородного распределения намагниченности. При значениях k , близких к единице, ядра солитонов в доменных структурах легкоосного и двухосного ферромагнетиков почти совпадают в широкой области значений комплексного параметра μ . Поэтому обсудим вначале общие свойства солитонов при $k \sim 1$ в зависимости от размера их ядер. В полосовых структурах обоих ферромагнетиков ширина ядра солитона определяется выражением $\Delta = 4\rho$, где параметр ρ меняется в пределах от 0 до K . Отсюда следует, что допустимая ширина солитонных ядер не превышает периода $4K(k)$ доменной структуры. При $\rho < K/2$ размер ядра солитона оказывается меньше длины домена $2K(k)$. Когда в двухосном ферромагнетике такой солитон попадает внутрь домена, его ядро хорошо аппроксимируется выражением (14) для солитона на однородном фоне. Прецессия намагниченности вокруг орторомбической оси Oz в ядре солитона (14) при значениях параметра $k \sim 1$ будет почти круговой, как в легкоосном ферромагнетике. Пульсации компоненты S_3 имеют размах порядка $O(k'^2)$, потому малоразличимы. Прохождение ядра солитона через очередную доменную границу сопровождается сложными колебаниями намагниченности. При этом солитон «перетекает» в следующий домен с инверсией проекции S_3 , но с сохранением своей формы относительно равновесного направления намагниченности в очередном домене. Когда размер ядра солитона приближается к размеру домена или превышает его, пульсации ядра порождают локализованные на солитоне колебания соседних доменных стенок полосовой структуры. В двухосном ферромагнетике это проявляется в снижении скорости солитона. Отличия движения солитонов в доменных структурах легкоосного и двухосного ферромагнетиков обсудим позднее. А пока вернемся к сравнительному анализу внутренней динамики ядер солитонов в полосовых структурах. Напомним, что в случае однородного основного состояния среды отличительная особенность солитонов (14) двухосного ферромагнетика в относительных колебаниях границ их ядер, амплитуда которых растет с уменьшением

параметра k . Однако в решении (12), описывающем солитон в полосовой структуре двухосного ферромагнетика, параметр k определяет не только характер анизотропии, но и размер доменов структуры. При уменьшении k размеры доменов начинают приближаться к ширине границ между ними, а это равносильно исчезновению доменной структуры. Предельное значение k , при котором еще сохраняется доменная структура, составляет $k \equiv k_1 = 0,97$ ($K(k_1) = 2,83$). При этом $L_0/l_0 \approx 5,5$. В интервале значений $k_1 \leq k \leq k_2$ численные значения некоторых из физических характеристик солитона (12) существенно меняются. Так, например, частота прецессии намагниченности в неподвижном солитоне (12), когда $\mu = K/2$, при возрастании k от k_1 до k_2 уменьшается в $(1-k_1^2)/(1-k_2^2) = 7,02$ раз, при том, что период структуры возрастает всего в $K(k_2)/K(k_1) = 1,68$ раза. Вместе с тем даже при значении $k = k_1$ солитоны для легкоосного и двухосного ферромагнетиков в доменной структуре качественно схожи вне области вырождения — для значений μ внутри прямоугольника $abcd$ на рис. 2. Численные значения параметров одного решения отличаются от таковых для другого решения не более чем на 20 %.

Обсудим свойства солитонов со значениями параметра μ из левой заштрихованной полосы на рис. 2. Напомним, что из этой полосы исключены малые секторы радиуса $\delta_m = 1/2$ с центрами в точках $\mu = -iK'$, так как в них солитоны становятся настолько узкими, что нарушается применимость континуального приближения. В то же время левее линии ad все солитоны трансформируются в протяженные цуги спиновых волн. На однородном фоне и в полосовой структуре легкоосного ферромагнетика такие возбуждения подробно проанализированы в работах [3, 16, 17]. Поэтому приведем лишь солитонное возбуждение при $\mu = \varepsilon + i\theta$ ($0 < \varepsilon \ll 1$), описывающее «обрезанную» малоамплитудную активационную спиновую волну в полосовой структуре двухосного ферромагнетика:

$$\begin{aligned}
 m_1 m_2^* &= -2 \operatorname{sh}(2y) a_+ b_- + a_+^2 e^{2iy} - b_-^2 e^{-2iy}, \\
 a_- &= a_+^*, \quad b_- = -b_+^*, \\
 2y &= \varepsilon \left[x \left(\frac{E}{K} - d_0^2 \right) - 2ik^2 t s_0 c_0 \right] + 2y_0, \\
 2\gamma &= ix \left[-\zeta(i\theta + iK') + \zeta(iK' - i\theta + 2K) - \eta_1 + \frac{\eta_1 i\theta}{K} \right] + \\
 &\quad + i d_0^2 + 2\gamma_0.
 \end{aligned} \tag{15}$$

При $k_1 \leq k \leq k_2$ ее протяженность $\sim \varepsilon^{-1}$, амплитуда $\sim \varepsilon$ и частота при любых θ практически совпадают с таковыми для аналогичной спиновой волны в доменной структуре легкоосного ферромагнетика. Частоты пульсаций солитона $c_0 d_0 / k$ в легкоосном и d_0^2 в двухосном ферромагнетике оказываются близки в силу того, что в рассматриваемом интервале значений k : $c_0 \approx d_0 \approx \cos^{-1}\theta$.

Основное отличие этих слаболокализованных волн в том, что они имеют разные скорости, которые совпадают лишь при малых $|\theta| < 0,2K'$, а при больших значениях $0,2K \leq |\theta| \leq K' - \delta_m$ существенно различаются, поскольку в пределе $\theta \rightarrow K'$ скорость $V_1 \rightarrow \infty$, а скорость V_2 остается конечной. Различие скоростей монотонно возрастает с увеличением θ , и на границе спектра около точки $\mu = iK'$ составляет:

$$\frac{V_1 - V_2}{V_2} \Big|_{\rho=0, \theta=K' - \delta_m} \approx 1.$$

Проанализируем изменения скоростей движения солитонов в доменных структурах легкоосного и двухосного ферромагнетиков, а также изменение скорости солитона (14) на однородном фоне в зависимости от значений параметра $\mu = \rho + i\theta$, конкретизирующего форму солитонных ядер. Все обсуждаемые солитоны неподвижны только при $\theta = 0$ и $|\theta| = K'$. При фиксированном ρ с увеличением $|\theta|$ от 0 до K' скорость любого из них сначала возрастает, а затем снова обращается в нуль при $|\theta| = K'$.

На рис. 2, 3 сплошные линии соответствуют значениям V_1 , пунктирные — значениям V_2 , штрихпунктирные — значениям V_0 . Для солитона в доменной структуре двухосного ферромагнетика линия $\theta(\rho)$ в плоскости параметров $\rho - \theta$, на которой скорость солитона максимальна, на всем интервале значений $k_1 \leq k \leq k_2$ в точности совпадает с таковой для солитона в легкоосном ферромагнетике на фоне структуры (см. рис. 2). Обе эти линии качественно схожи с линией $\theta(\rho)$ для солитона (14) на однородном фоне. Все три линии сближаются при малых $\rho < 0,1K$. При $\rho > 0,1K$ максимальное значение скорости для солитона в доменной структуре двухосного (легкоосного) ферромагнетика при фиксированном значении ρ достигается при несколько больших значениях θ . На рис. 2 отклонение $\Delta\theta$ линий $V_{1,2}$ от линии V_0

вдоль оси θ возрастает с уменьшением k и составляет величину порядка $0,02 - 0,05K'$. При $\rho \rightarrow \rho_m$: $\max |V_2| \approx \max |V_1| \approx 2$. В безразмерных переменных значение 2 совпадает с предельной фазовой скоростью спиновых волн в доменной структуре.

Зависимости $V_{\max}^{(0)}(\rho)$ для двухосного ферромагнетика на однородном фоне и $V_{\max}^{(2)}(\rho)$ в структуре (см. рис. 3) качественно схожи. График $V_{\max}^{(2)}(\rho)$ лежит несколько выше графика $V_{\max}^{(0)}(\rho)$ на величину порядка 0,4 при $k = k_1$ и 0,2 при $k = k_2$. Значения $V_{\max}^{(2)}(\rho)$ для двухосного и $V_{\max}^{(1)}(\rho)$ легкоосного ферромагнетиков в структуре при $0,1K < \rho < K - \varepsilon_0$ ($\varepsilon_0 \approx 0,1K$) на всем интервале $k_1 \leq k \leq k_2$ практически совпадают, а при больших значениях ρ существенно различаются. При $\rho > K - \varepsilon_0$ скорость $V_{\max}^{(2)}(\rho)$ имеет конечный предел, в то время как скорость $V_{\max}^{(1)}(\rho)$ стремится к бесконечности. При $\rho \rightarrow \rho_m$ скорость $V_{\max}^{(2)}(\rho)$ может значительно превосходить предельную скорость $(1-k)$ изолированной доменной стенки.

Реальная частота, размер и скорость солитона получаются из безразмерных значений этих величин умножением на множители: $\gamma M_0(K_3 - K_1)$, $\sqrt{\alpha / (K_3 - K_1)}$, $\gamma M_0 \sqrt{\alpha(K_3 - K_1)}$ соответственно. Параметры магнитных материалов могут меняться в широких пределах. Для оценок воспользуемся материальными параметрами железа и кобальта [21, 22]: $M_0 \sim 10^3$ Гс, $\gamma \sim 10^7$ Гц/Гс, $K_3 - K_1 \sim 10^2$, $\sqrt{\alpha / (K_3 - K_1)} \sim 10^2 a$, где $a \sim 10^{-8}$ см — постоянная решетки. Тогда:

$$\gamma M_0(K_3 - K_1) \sim 10^{12} \text{ Гц}, \quad \gamma M_0 \sqrt{\alpha(K_3 - K_1)} \sim 10^6 \text{ см/с}.$$

Отсюда, в частности, следует, что безразмерной предельной скорости изолированной доменной стенки $(1-k) \sim 10^{-2}$ соответствует размерная величина:

$$\gamma M_0(1-k) \sqrt{\alpha(K_3 - K_1)} \sim 10^2 \text{ м/с}.$$

3. Динамика солитонов вблизи границы спектра бесщелевых мод доменной структуры

Даже на однородном фоне солитоны (14) двухосного ферромагнетика в пределе $k \rightarrow 1$ трансформируются в слабосвязанные комплексы из доменных стенок. В доменных структурах при значениях параметра μ из заштрихованной правой полосы на рис. 2 (вблизи спектра внутрigrаничных мод полосовой структуры) наблюдается сходная тенденция — формирование слаболокализованных солитонов большой амплитуды. В этой области коллективные возбуждения описывают сложные процессы протяженных модуляций и перемагничиваний доменной структуры, которые качественно различны в легкоосном и двухосном ферромагнетиках.

Правее линии bc при $\mu = K + i\theta - \varepsilon$, $0 < \varepsilon \ll 1$ и специальным выборе постоянной интегрирования, $e^{4y_0} = (d_\theta + kc_\theta) / (d_\theta - kc_\theta)$, решение (12) представляет протяженный «полиномиально-эллиптический» солитон:

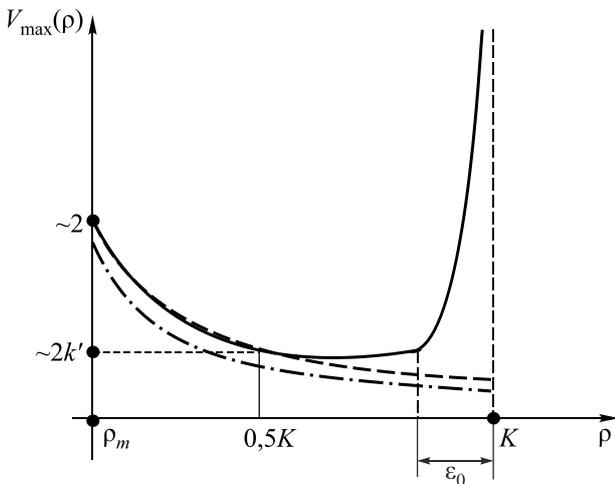


Рис. 3. Зависимость предельной скорости солитона $V_{\max}(\rho)$ от параметра $\rho = \Delta / 4$, Δ — макроскопический сдвиг доменной структуры.

$$S_3 = \frac{(|\alpha|^2 - |\beta|^2)\tilde{s} + i\nu(\alpha^*\beta - \alpha\beta^*)\tilde{c}}{|\alpha|^2 + |\beta|^2}, \quad (16)$$

$$S_1 - iS_2 = -\frac{[i\nu(\alpha^2 + \beta^2)\tilde{c} + 2\alpha\beta\tilde{s}]}{|\alpha|^2 + |\beta|^2},$$

$$\alpha = (1 + ks_0)(\tilde{d}d_0 + k\tilde{c}c_0)^2 \cos^2 \gamma + k'^2(1 - ks_0)(ik\tilde{s}s_0 \cos \gamma - \sin \gamma)^2,$$

$$\beta = (\tilde{d}d_0 + k\tilde{c}c_0)(-2id_0 y + 2kc_0 \cos \gamma (ik\tilde{s}s_0 \cos \gamma - \sin \gamma) + ikd_0(1 - k^2\tilde{s}^2s_0^2)^{-1} \{ \tilde{s}c_0d_0 [\cos(2\gamma) + ik\tilde{s}s_0 \sin(2\gamma)] + s_0\tilde{c}d_0 [i \sin(2\gamma) + 2k\tilde{s}s_0 \cos^2 \gamma] \}),$$

$$y = \frac{\eta_1}{2} \left(\frac{\tilde{x}}{K} + 1 \right) - \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\zeta(\tilde{x} + iK' - i\theta) + \zeta(\tilde{x} + 2K + iK' - i\theta)] + \frac{1}{2} \left(\frac{k'^2}{d_0^2} - \frac{E}{K} \right) (x - Vt); \quad V = \frac{2is_0c_0k'^2k^2}{d_0^3} \left(\frac{k'^2}{d_0^2} - \frac{E}{K} \right)^{-1};$$

$$2\gamma = ix[\zeta(K + iK' + i\theta) + \zeta(i\theta - K - iK')] + k'^2 t / d_0^2 -$$

$$-i \ln [\sigma(\tilde{x} + 2K + iK' + i\theta) / \sigma(\tilde{x} + 2K - iK' - i\theta)] + 2i\eta_3 \tilde{x} + 2\gamma_0.$$

Солитон (16) описывает модуляцию структуры большой амплитуды, движущуюся с конечной скоростью $0 \leq V_2(K, \theta) < (1 - k)A(\theta)$. В безразмерных переменных величина $(1 - k)$ представляет предельную скорость уединенной доменной границы; $2,8 \leq A(\theta) \leq 3,1$ при $k = k_1$, $4,7 \leq A(\theta) \leq 4,8$ при $k = k_2$. Полная протяженность солитона $\sim 8K(EK^{-1} - k'^2d_0^{-2})^{-1}$ слабо зависит от θ и составляет порядка 5–6 периодов доменной структуры при $k = k_1$ и 9–10 периодов структуры при $k = k_2$. Заметим, что при $\theta \neq 0, K'$ решение для легкоосного ферромагнетика в структуре имело иной характер и описывало модуляцию структуры неограниченно большой протяженности $\sim \varepsilon^{-1}$, движущуюся с неограниченно большой скоростью $\sim \varepsilon^{-1}$.

В заштрихованной полосе правее линии bc на рис. 2 особый интерес представляют два неподвижных солитона ($\theta = 0, K'$), так как их легче диагностировать и наблюдать экспериментально. Для первого из них в пределе $\mu = K + iK' - 0$ из (12) получаем выражение

$$S_1 = \frac{2\operatorname{sn}x\nu\bar{\alpha}\bar{t}}{A_0}(\bar{\alpha} + 2\operatorname{cn}xg_1g_2),$$

$$S_2 = \nu\operatorname{cn}x - \frac{4g_1g_2\operatorname{sn}^2x}{A_0}(\bar{\alpha} + 2\operatorname{cn}xg_1g_2), \quad (17)$$

$$S_3 = \operatorname{sn}x - \frac{2\bar{\alpha}}{A_0}(\bar{\alpha} + 2\operatorname{cn}xg_1g_2)\operatorname{sn}x,$$

где $A_0 = \bar{\alpha}^2 + \bar{t}^2 + 4\operatorname{sn}^2xg_1^2g_2^2$, $\bar{t} = k'^2(t - t_0)$, $\bar{\alpha} = (\operatorname{dn}x - \operatorname{cn}x)g_1^2 - (\operatorname{dn}x + \operatorname{cn}x)g_2^2$,

$$g_1(x) = \zeta(x) - \frac{\eta_1 x}{2K} + \frac{E}{2K}(x - x_0),$$

$$g_2(x) = \zeta(x + 2K) - \frac{\eta_1}{2K}(x + 2K) + \frac{E}{2K}(x - x_0),$$

описывающее аperiodические смещения доменной структуры двухосного ферромагнетика в области протяженностью $\sim 8K^2/E$, что составляет 5,3 периода структуры при $k = k_1$ и 9,5 периодов при $k = k_2$. Для $k_1 \leq k \leq k_2$ при конечных временах t оно почти в точности совпадает с таковым для легкоосного ферромагнетика в доменной структуре. Однако при $t \gg 1$ доменная структура двухосного ферромагнетика стремится к равновесному положению (8) по закону $\sim t^{-2}$, в то время как возврат в исходное положение доменной структуры легкоосного ферромагнетика происходит быстрее — по закону $\sim t^{-4}$. Второе отличие проявляется в случае, когда центр возбуждения лежит в середине домена ($x_0 = K$). В области центрального домена $0 < x < 2K$ в легкоосном ферромагнетике траектория движения вектора \mathbf{S} по поверхности сферы $\mathbf{S}^2 = 1$ имела сердцевидную форму с выколотой угловой точкой; ей соответствовали моменты времени $t = \pm\infty$. В случае двухосного ферромагнетика (17) траектория имеет форму эллипса.

Второй неподвижный солитон получаем из (12) в пределе $\mu = K - 0$:

$$S_1 = -\frac{2k \sin(k'^2 t)}{A_0} C(x),$$

$$S_2 = -\nu \operatorname{cn}x + \frac{2}{A_0} C(x) [k \operatorname{sn}x \cos(k'^2 t) + \nu \bar{x}], \quad (18)$$

$$S_3 = \operatorname{sn}x - \frac{2}{A_0} C(x) B(x),$$

$$\bar{A}_0 = 1 + k^2 \operatorname{cn}^2 x + \bar{x}^2 + 2\nu k \cos(k'^2 t) (\bar{x} \operatorname{sn}x - \operatorname{cn}x \operatorname{dn}x),$$

$$B(x) \equiv \operatorname{dn}x - \nu k \operatorname{cn}x \cos(k'^2 t), \quad C(x) \equiv \bar{x} \operatorname{cn}x + \operatorname{sn}x \operatorname{dn}x,$$

$$\bar{x} = -\int \operatorname{cn}^2 x' dx' = -(x - x_0) \left[k^2 - \frac{1 + k^2}{6} \right] -$$

$$-\zeta(x + 2K - iK') - \zeta(x + iK') + \eta_1.$$

Положение его центра определяется константой x_0 . Решение (18) описывает периодические колебания структуры в области локализации солитона, которые существенным образом отличаются от аperiodических колебаний предельного солитона в легкоосном ферромагнетике [16, 17].

На рис. 4 центр возбуждения (18) совпадает с серединой одной из доменных стенок структуры ($x_0 = 0$). В центре доменной стенки намагниченность $\mathbf{S}(x = 0) = (0, -\nu, 0)$ не зависит от времени. При $x > 0$ ($x < 0$) с

Заключение

Найдены и проанализированы солитоны в полосовой доменной структуре двухосного ферромагнетика при учете магнитоэлектростатических полей в приближении Винтера. Учет магнитно-дипольных сил приводит к конечности скорости движения солитонов во всей области их существования в полосовой структуре, включая ближайшие окрестности спин-волнового спектра. Отличительной особенностью солитонов является их неразрывная связь с решеткой доменных стенок. Солитоны не имеют жесткой формы и характеризуются не только поступательным движением. Это сильно коррелированные состояния намагниченности с внутренними степенями свободы. Ядра солитонов, оставаясь локализованными, меняют свое внутреннее строение при движении вдоль доменной структуры. Интенсивный энергообмен между ядром и доменными стенками полосовой структуры проявляется в локализованных на солитоне колебаниях доменной структуры и процессах перемагничивания небольшой группы соседних доменов. Солитон, встроенный в доменную структуру, служит элементарным переносчиком локального макроскопического сдвига структуры. Величина сдвига определяется внутренним строением ядра солитона и не превышает период доменной структуры. Как и в однородно намагниченной среде, парные столкновения солитонов в доменной структуре остаются упругими. Однако теперь они сопровождаются не только приращениями координат центров тяжести и фаз внутренней прецессии у ядер солитонов, но и трансляциями доменной структуры. В работе [27] показано, что в рассматриваемой модели существует замечательное разделение переменных, при котором интегралы движения любого локализованного распределения намагниченности в сильно нелинейной и неоднородной полосовой структуре двухосного ферромагнетика записываются в виде сумм независимых вкладов от солитонов и квазичастиц непрерывного спектра спиновых волн. Отсюда следует, что изучение полного набора нелинейных нормальных мод доменной структуры позволяет распространить концепцию идеального газа из квазичастиц спектра спиновых волн и набора долгоживущих солитонов на теоретическое описание динамических, термодинамических и кинетических свойств магнетиков с доменной структурой при сильных внешних воздействиях. Интересно, что для рассмотренных нами моделей ферромагнетика наличие серии сохраняющихся величин проявилось в локализации и стабилизации даже неустойчивых линейных мод доменной структуры. К настоящему времени метод обратной задачи рассеяния позволил установить универсальную природу нелинейного насыщения неустойчивостей во многих моделях модуляционно неустойчивых сред [30–32].

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ (тема «Квант», номер АААА-А18-118020190095-4).

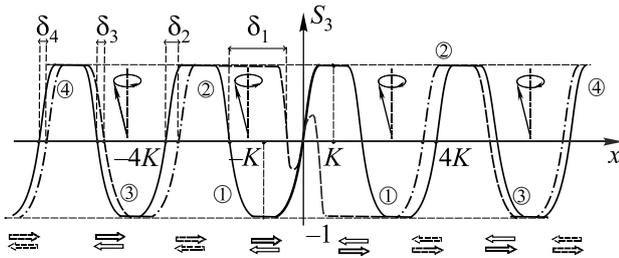


Рис. 4. Процессы перемагничивания доменной структуры в области локализации солитона (18).

ростом $0 < t < T$, где $T = 2\pi/k'$ — период колебаний, намагниченность разворачивается на 360° по (против) часовой стрелки. Разворот происходит преимущественно вокруг оси Oz . На рис. 4 сплошной линией изображена проекция $S_3^{(0)} = \text{sn } x$, соответствующая фоновой структуре, штриховой — значения (18) при $t = 0$, штрихпунктиром — значения при $t = T/2$. Конусы прецессии указывают направление разворота намагниченности в проекции на плоскость Oxy ; цифры в кружочках нумеруют доменные стенки.

В области локализации возбуждения происходит перемагничивание части структуры, прилегающей к центральной доменной стенке в результате вращений намагниченности, смещения доменных стенок следующих доменов и сужения доменов в непосредственной близости от центральной стенки. Домены, прилегающие к центральной доменной стенке, сужаются, а следующие за ними удлиняются (и наоборот). В отличие от аналогичного возбуждения в легкоосном ферромагнетике, в котором происходило аperiодическое смещение доменных стенок только с четными номерами, в двухосном ферромагнетике вдоль структуры попеременно смещаются все доменные стенки. При $0 < t < T/2$ с ростом t доменные стенки с нечетными номерами (с центрами в точках $x_m = 2Km$, где m — нечетное), сдвигаются по направлению к началу координат $x = 0$ на величину δ_m (см. рис. 4). При $T/2 < t < T$ они возвращаются в исходные положения и одновременно с этим сдвигаются к началу координат стенки с четными номерами (с центрами в точках $x_m = 2Km$, где m — четное). Сдвиги убывают по мере удаления от центра; при $k = k_1$: $\delta_1 \approx 1,83K$, величина $\delta_2 \approx 0,23K$ составляет порядка 0,05 от периода структуры; $\delta_3 \approx 0,17K$, $\delta_4 \approx 0,1K$; при $k = k_2$: $\delta_1 \approx 1,72K$, $\delta_2 \approx 0,4K$, $\delta_3 \approx 0,27K$, $\delta_4 \approx 0,18K$. В обоих случаях значения S_3 в точках экстремумов вблизи центра возбуждения $x = 0$ составляет $\pm 0,25$. Полная протяженность солитона $\sim 8K(EK^{-1} - k'^2)^{-1}$ составляет порядка 6,3 периода структуры при $k = k_1$ и 9,5 периода при $k = k_2$ и по порядку величины близка к таковой для аналогичного солитона в полосовой доменной структуре легкоосного ферромагнетика.

1. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
2. D. D. Stancil and A. Prabhakar, *Spin Waves: Theory and Applications*, Springer Science and Business Media (2009).
3. А. М. Косевич, Б. А. Иванов, А. С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).
4. А. Б. Борисов, В. В. Киселев, *Квазиодномерные магнитные солитоны*, Физматлит, Москва (2014).
5. В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, А. Л. Сукстанский, Е. В. Тартаковская, *ТМФ* **74**, 46 (1988).
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Теоретическая физика, Электродинамика сплошных сред*, Физматлит, Москва (2002), т. 8.
7. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Теоретическая физика, Статистическая физика*, Физматлит, Москва (2002), т. 9, ч. 2.
8. У. Ф. Браун, *Микромагнетизм*, Наука, Москва (1979).
9. А. Хуберт, *Теория доменных стенок в упорядоченных средах*, Мир, Москва (1977).
10. J. Stohr and H. Siegmann, *Magnetism: From Fundamentals to Nanoscale Dynamics*, Springer Series in Solid-State Sciences Springer (2006), Vol. 152.
11. М. А. Шамсутдинов, С. Э. Рахимов, А. Т. Харисов, *ФТТ* **43**, 690 (2001).
12. Р. Ф. Бикбаев, А. И. Бобенко, Р. А. Итс, *ДАН* **272**, 1293 (1983).
13. А. И. Бобенко, *Функциональный анализ и приложения* **19**, 6 (1985).
14. Р. Ф. Бикбаев, А. И. Бобенко, Р. А. Итс, *ТМФ* **178**, 163 (2014).
15. В. В. Киселев, А. А. Расковалов, *ТМФ* **197**, 89 (2018).
16. V. V. Kiselev and A. A. Raskovalov, *Chaos, Solitons and Fractals* **127**, 302 (2019).
17. А. Б. Борисов, В. В. Киселев, А. А. Расковалов, *ФНТ* **44**, 977 (2018) [*Low Temp. Phys.* **44**, 765 (2018)].
18. D. H. Peregrin, *Austr. Math. Soc. Ser. B* **25**, 16 (1983).
19. J. M. Winter, *Phys. Rev.* **124**, 452 (1961).
20. М. К. Ширококов, *ЖЭТФ* **15**, 57 (1945).
21. Б. Н. Филиппов, А. П. Танкеев, *Динамические эффекты в ферромагнетиках с доменной структурой*, Наука, Москва (1987).
22. М. М. Фартздинов, *Спиновые волны в ферро- и антиферромагнетике с доменной структурой*, Наука, Москва (1988).
23. Г. Бейтмен, А. Эрдейи, *Эллиптические и автоморфные функции, функции Ламе и Матье*, Наука, Москва (1967).
24. P. F. Byrd and M. D. Friedman, *Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists*, Springer Verlag (1971).
25. А. И. Ахиезер, *Элементы теории эллиптических функций*, Наука, Москва (1970).
26. Е. К. Склянин, *О полной интегрируемости уравнения Ландау–Лифшица*, Препринт ЛОМИ 79-Е-3, Ленинград (1979).
27. V. V. Kiselev and A. A. Raskovalov, *Chaos, Solitons and Fractals* **135**, 109803 (2020).
28. А. М. Косевич, *Дислокации в теории упругости*, Наукова Думка, Киев (1978).
29. Дж. Хирт, И. Лоте, *Теория дислокаций*, Атомиздат, Москва (1972).
30. G. Biondini and E. Fagerstrom, *SIAM J. Appl. Math.* **75**, 136 (2015).
31. G. Biondini and D. Mantzavinos, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 043902 (2016).
32. G. Biondini, S. Li, D. Mantzavinos, and S. Trillo, *SIAM Rev.* **60**, 888 (2018).

Динаміка солітонів у доменній структурі двовісного ферромагнетика

В. В. Кисельов, А. А. Расковалов

Представлено детальний аналіз рішень рівняння Ландау–Ліфшица, які описують солітони у фізично виділеній доменній структурі двовісного ферромагнетика. Досліджено будову та властивості нових типів солітонів, які сильно пов’язані з доменною структурою. Розглянуто поведінку солітонів поблизу межі області їх існування. Проведено порівняльний аналіз солітонних ядер в доменних структурах легковісного та двовісного ферромагнетиків. Встановлено їх зв’язок з солітонами в однорідно намагніченому середовищі.

Ключові слова: доменна структура, солітони, рівняння Ландау–Ліфшица, двовісний ферромагнетик.

Dynamics of solitons in the domain structure biaxial ferromagnet

V. V. Kiselev and A. A. Raskovalov

We give a detailed analysis of the solutions of the Landau–Lifshitz equation, describing solitons in the physically selected domain structure of a two-axis ferromagnet. We investigate the structure and properties of the new types of solitons, strongly connected with the domain structure. We consider the behavior of solitons near the boundaries of their existence. We make comparative analysis of the soliton cores in the domain structures of an easy-axis and two-axis ferromagnets and establish their relation with solitons against the homogeneous background.

Keywords: domain structure, solitons, Landau–Lifshitz equation, two-axis ferromagnet.