Low Temperature Physics/Фізика низьких температур, 2020, т. 46, № 5, с. 578–583

О фазовом переходе He II в He I при наличии макроскопического движения

В.М. Конторович

Радиоастрономический институт НАН Украины, ул. Искусств, 4, г. Харьков, 610002, Украина
E-mail: vkont1001@gmail.com; vkont@rian.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 4 октября 2019 г., опубликована онлайн 24 марта 2020 г.

Проведено в рамках теории Л.Д. Ландау гидродинамическое и термодинамиеское рассмотрение ряда вопросов, связанных с фазовым переходом He II в He I при наличии макроскопического движения. В частности, показано, что переход во вращающемся гелии является переходом первого рода.

Ключевые слова: He II, He I, фазовый переход, макроскопическое движение.

Введение

Интерес исследователей к гелию не ослабевает с момента его замечательного открытия на Солнце. В значительной степени это объясняется удивительными свойствами, которые проявляются у гелия при температурах, близких к абсолютному нулю.

Оставаясь жидким при сколь угодно низких температурах (при атмосферном давлении), гелий при температуре $T_\lambda \approx 2$ К претерпевает фазовый переход из обычного жидкого состояния при $T > T_\lambda$ (He I) в особое жидкое состояние (He II), не имеющее аналога среди классических жидкостей. He II обладает рядом удивительных квантовых свойств, среди которых, в первую очередь, следует выделить открытое П.Л. Капицей свойство сверхтекучести, т.е. безвязкостного течения по тонким щелям и капиллярам.

Явление сверхтекучести, термодинамические свойства He II, наличие второго звука получили блестящее объяснение в теории Л.Д. Ландау (последнее явление было предсказано его теорией). Квантово-статистические соображения теории приводят к уравнениям двужидкостной гидродинамики, описывающей движение He II.

1. Термодинамические величины He II

Согласно теории Л.Д. Ландау [1,2], движение в He II можно представить как результат двух движений: сверхтекучего со скоростью $\mathbf{v}_s$ и нормального со скоростью $\mathbf{v}_n$. Первое из этих движений связано с переносом эффективной плотности ρ_s и может быть описано как потенциальное движение идеальной жидкости. Второе движение характеризуется вязкостью и эффективной плотностью $\rho_n = \rho - \rho_s$. Уравнения двужидкостной гидродинамики являются однозначным следствием законов сохранения и вышеуказанных выводов микроскопической теории [3,4]*. Выбором системы отсчета, в которой вычисляют термодинамические величины, исключается одно из двух движений, обычно сверхтекучее. Гелий совершает в этой системе относительное нормальное движение со скоростью $\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$ и (удельным) импульсом $\mathbf{p} = \rho_n(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)$. Таким образом в отличие от обычной жидкости все величины в теории Ландау являются также функциями дополнительного векторного аргумента — относительной скорости (или сопряженного к ней импульса). Нулевым индексом обозначим термодинамические функции своих независимых переменных (на единицу объема) в отсутствие относительного движения. Так как градиент энергии ε есть скорость, то

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s, \tag{1}$$

$$d\varepsilon(s,\rho,\mathbf{p}) = d\varepsilon(s,\rho) + (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s, d\mathbf{p}). \tag{2}$$

Термодинамический потенциал (как функция импульса) соответственно равен

$$d\Phi(p,T,\mathbf{p}) = d\Phi_0(p,T) + (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s, d\mathbf{p}). \tag{3}$$

* Ученик Ландау Л. Тисса, после отъезда из Харькова во Францию, а затем в США, независимо от Ландау разработал свою версию двужидкостной модели гелия II и температурных волн (т.е. второго звука) в нем. Эти работы стали известны Ландау только после войны (см. ссылки и обсуждение в [5,6]).

Введем с помощью преобразования Лежандра термодинамический потенциал относительно скорости*

$$\Phi(p,T,\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)=\Phi(p,T,\mathbf{p})-(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s,\mathbf{p}). \quad (3а)$$

Откуда, подставляя значение импульса $\mathbf{p}=\rho_n(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)$, имеем

$$\Phi(p,T,\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)=\Phi(p,T,\mathbf{p})-\rho_n(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)^2, \quad (4)$$

$$d\Phi(p,T,\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)=d\Phi_0(p,T)-\rho_n(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)d(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s). \quad (5)$$

Пренебрегая зависимостью нормальной компоненты плотности от разности скоростей, имеем для потенциала He II

$$\Phi_{\text{II}}(p,T,\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)=\Phi_{\text{II}0}(p,T)-\rho_n\frac{(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)^2}{2}. \quad (6)$$

Для химического потенциала на единицу массы $\mu=\Phi/\rho$ получаем

$$\mu_{\text{II}}(p,T,\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)=\mu_{\text{II}0}(p,T)-\frac{\rho_n(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)^2}{2\rho}. \quad (7)$$

Легко видеть, что в уравнениях гидродинамики He II И.М. Халатников ввел потенциал (4). При этом, для давления получается соотношение [3,4]

$$P=-\varepsilon(s,\rho,\mathbf{p})+TS+\Phi(p,T,\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)+\rho_n(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)^2. \quad (8)$$

Если ввести

$$\varepsilon(s,\rho,\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)=\varepsilon(s,\rho,\mathbf{p})-\rho_n(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)^2, \quad (9)$$

то

$$P=-\varepsilon(s,\rho,\ \mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)+TS+\Phi(p,T,\ \mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s), \quad (10)$$

или

$$P=-\varepsilon(s,\rho,\mathbf{p})+TS+\Phi(p,T,\mathbf{p}). \quad (11)$$

Таким образом, получено обычное термодинамическое соотношение для давления, рассматриваемого как функция импульса.

2. Границы применимости разложения по скоростям

Выражение (7) для химического потенциала верно лишь постольку, поскольку можно пренебрегать зависимостью ρ_n от $\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s$, т.е. вместо ρ_n брать первый член разложения по степеням $(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)^2/v^2$), где v — характерная скорость, различная в случае разных движений. Так, если в системе возбужден второй звук, то, пренебрегая связью с первым звуком, т.е. сжимаемостью гелия, получим $\mathbf{j}=\rho_n\mathbf{v}_n+\rho_s\mathbf{v}_s=0$, откуда $\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s=\dfrac{\rho}{\rho_n}\mathbf{v}_n$ и $\mu(p,T,\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)=\mu_0(p,T)-\dfrac{\rho_n\rho}{2\rho_s^2}\mathbf{v}_n^2$, где μ_0 — величина порядка TS. Скорость второго звука $u_2\approx\sqrt{\mu_0\rho_s/\rho_n}$. Соответственно, по порядку величины можно записать

$$\mu(p,T,\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)=\mu_0(p,T)\left(1-\frac{\rho_n\rho}{2\rho_s^2\mu_0}\mathbf{v}_n^2\right)\approx$$
$$\approx\mu_0(p,T)\left(1-\frac{\rho}{2\rho_s}\left(\frac{\mathbf{v}_n^2}{u_2^2}\right)\right).$$

Итак, разложение химического потенциала (7) справедливо, если скорость достаточно мала по сравнению со скоростью второго звука. Вблизи от λ-точки это соотношение не выполняется и обсуждаемое разложение незаконно.

Рассмотрим теперь He II, находящийся в равномерно вращающемся сосуде**. Наличием второго звука будем пренебрегать. В этом случае $\mathbf{v}_s=0$,

$$\mu=\mu_0\left(1-\frac{\rho_n}{2\rho}\frac{\mathbf{v}_n^2}{\mu_0}\right).$$

Разложение (7) справедливо, если $\dfrac{\rho_n}{2\rho}\dfrac{\mathbf{v}_n^2}{\mu_0}<<1$, т.е. $v_n<<\sqrt{\mu_0}\approx\sqrt{p/\rho}\approx u_1$, где u_1 — скорость первого звука в He II. Таким образом соотношение (7) в этом случае остается справедливым вплоть до λ-точки.

3. Химический потенциал гелия I

Прежде чем рассматривать фазовый переход He II в He I при наличии скорости $\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s\neq 0$, найдем термодинамический потенциал He I в системе, движущейся со скоростью $\mathbf{v}_s$, т.е. в той же системе, в которой мы вычисляем термодинамические величины He II. В этой системе He I совершает относительное движение со скоростью $\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s$ и импульсом $\mathbf{p}=\rho(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)$. ($\mathbf{v}_n$ — гидродинамическая скорость движения He I.) Все рас-

* Используем то же обозначение для функции Φ. Индекс, указывающий на сверхтекучее состояние, временно опускаем, чтобы не загромождать формулы.

** В этом случае нужно иметь дело с полными величинами, проинтегрированными по всему сосуду — вращающемуся цилиндру (капилляру). Здесь мы не будем приводить эти очевидные формулы (см., впрочем, последний раздел статьи, где обсуждаются ограничения, связанные с возникновением вихрей Онсагера–Фейнмана), чтобы сохранить единообразие. Мы также отвлекаемся от возможности слоевого вращения гелия.

суждения разд. 1, с помощью которых найдено выражение для $\mu(p,T,\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)$ при малых $\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s$, полностью переносятся на рассматриваемый случай. В результате получим:

$$\Phi_{\mathrm{I}}(p,T,\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)=\Phi_{\mathrm{I}0}(p,T)-\rho\frac{(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)^2}{2}, \quad (12)$$

$$\mu_{\mathrm{I}}(p,T,\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)=\mu_{\mathrm{I}0}(p,T)-\frac{(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)^2}{2}. \quad (13)$$

4. Фазовый переход при отличной от нуля скорости

Вопрос о критических скоростях служит предметом многочисленных экспериментальных и теоретических исследований [7–10]. В связи с этим представляет интерес рассмотреть фазовый переход в He при наличии отличной от нуля скорости $\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s=\mathbf{w}_{\mathrm{cr}}$.

Учитывая замечание Л.Д. Ландау [11] о том, что при переходе через критическую скорость можно получить не He I, а некоторую иную фазу гелия, будем рассматривать лишь малые $\mathbf{w}_{\mathrm{cr}}$, для которых фазовый переход происходит между He II и He I. Условия фазового перехода считаем такими, что срыв сверхтекучести устойчив и вихри не возникают. Это соответствует, например, фазовому переходу во вращающемся гелии при заданной относительно небольшой угловой скорости вращения.

Таким образом, можно, в частности, рассмотреть переход при постоянной скорости относительного движения $\mathbf{w}=\mathrm{const}$. Импульс при этом в точке перехода, вообще говоря, меняется (совершенно аналогично тому, как при постоянном давлении меняется объем и наоборот). Ввиду этого в точке перехода необходимо приравнивать химические потенциалы He II и He I относительно переменных p, T, $\mathbf{w}$. Если фазовый переход происходит при постоянном импульсе, то надо в точке перехода приравнивать химические потенциалы относительно переменных p, T, $\mathbf{p}$. Однако при $\mathbf{p}=\mathrm{const}$ скорость $\mathbf{w}$ меняется в точке перехода, и получаем некоторый нестационарный процесс. Срыв сверхтекучести при этом может быть неустойчив [12].

Итак, будем рассматривать переход при постоянном $\mathbf{w}=\mathbf{w}_{\mathrm{cr}}$.

Пусть $p=\mathrm{const}$, тогда

$$\mu_{\mathrm{I}}(p,T,\mathbf{w}_{\mathrm{cr}})=\mu_{\mathrm{II}}(p,T,\mathbf{w}_{\mathrm{cr}}). \quad (14)$$

Согласно (7) и (13), получим*

$$\mu_{\mathrm{I}0}-\mu_{\mathrm{II}0}=\frac{\rho_s}{2\rho}\mathbf{w}^2. \quad (15)$$

Это соотношение аналогично известному соотношению в теории сверхпроводимости для перехода в магнитном поле (см., например, [13,14]).

* Индекс «cr» у $\mathbf{w}$ будем при выкладках опускать.

Дифференцируем по T, помня, что на кривой равновесия фаз $\mathbf{w}=\mathbf{w}(T)$.

$$s_{\mathrm{I}0}-s_{\mathrm{II}0}=-\frac{\mathbf{w}^2}{2}\frac{d}{dT}\frac{\rho_s}{\rho}-\frac{\rho_s}{\rho}\mathbf{w}\frac{d\mathbf{w}}{dT}, \quad (16)$$

$$\frac{\Delta c}{T}=-\frac{\rho_s}{\rho}\left(\frac{d\mathbf{w}}{dT}\right)^2-$$

$$-\frac{\rho_s}{\rho}\mathbf{w}\frac{d^2\mathbf{w}}{dT^2}-\frac{\mathbf{w}^2}{2}\frac{d^2}{dT^2}\frac{\rho_s}{\rho}-2\mathbf{w}\frac{d\mathbf{w}}{dT}\frac{d}{dT}\frac{\rho_s}{\rho}, \quad (17)$$

где Δc — скачок теплоемкости. При $T\to T_\lambda$, поскольку $\rho_s\to 0$, то из (17) видно, что нулевой скорости $\mathbf{w}\to 0$ отвечает бесконечная производная $\dfrac{d\mathbf{w}}{dT}\to\infty$ в силу $\Delta c_\lambda=\Delta c(T_\lambda)\neq 0$. В итоге

$$\frac{\Delta c_\lambda}{T_\lambda}=-\frac{d}{dT}\mathbf{w}^2(T_\lambda)\left(\frac{d}{dT}\frac{\rho_s}{\rho}\right)_{T=T_\lambda}.$$

Отсюда $\dfrac{d}{dT}\mathbf{w}^2<0$ при $T=T_\lambda$, так как $\dfrac{d}{dT}\dfrac{\rho_n}{\rho}=$ $=-\dfrac{d}{dT}\dfrac{\rho_s}{\rho}>0$, $\Delta c_\lambda<0$.

Откуда следует

$$\frac{d\mathbf{w}^2}{dT}(T_\lambda)=\frac{\Delta c_\lambda}{T_\lambda\left(\dfrac{d}{dT}\dfrac{\rho_n}{\rho}\right)_{T_\lambda}}. \quad (18)$$

Температура перехода He II в He I при наличии отличной от нуля скорости $\mathbf{w}$ смещается по сравнению с T_λ: с увеличением скорости $\mathbf{w}$ температура перехода понижается.

При $\mathbf{w}\neq 0$ ρ_s в точке перехода, вообще говоря, не обращается в ноль, а исчезает скачком, т.е. переход при $\mathbf{w}\neq 0$ является переходом первого рода. Однако достаточно близко к T_λ этот скачок, т.е. значение ρ_s в точке перехода, можно считать достаточно малым.

Разложим $\mathbf{w}^2(T)$ вблизи T_λ в ряд

$$\mathbf{w}^2(T)=\mathbf{w}^2(T_\lambda)+\left.\frac{d\mathbf{w}^2}{dT}\right|_{T_\lambda}(T-T_\lambda). \quad (19)$$

Учтем, что $\mathbf{w}^2=\mathbf{w}^2(T_\lambda)$, а $\left.\dfrac{d\mathbf{w}^2}{dT}\right|_{T_\lambda}$ подставим из (18).

Тогда

$$\mathbf{w}^2(T)=\frac{|\Delta c_\lambda|}{\left(\dfrac{d}{dT}\dfrac{\rho_n}{\rho}\right)_{T_\lambda}}\frac{T_\lambda-T}{T_\lambda}. \quad (20)$$

Это выражение по форме совпадает с найденным в работе И.М. Лифшица и М.И. Каганова [8]. Однако значение производной $\left(\frac{d}{dT}\frac{\rho_n}{\rho}\right)_{T_\lambda}$ в нашем случае берется при $\mathbf{w} = 0$, а не $\mathbf{w} = \mathbf{w}_{\rm cr}$. По физическому смыслу, тем не менее, эти формулы существенно различаются. Выражение из работы [8] представляет собой уравнение для критической скорости с учетом того, что парциальные плотности сами являются известными функциями скорости, найденными авторами из термодинамических соображений в модели идеального фононного и ротонного газов, а в He I возможны переохлажденные состояния. Найденные при этом критические скорости существенно превышают наблюдаемые, которые, как известно сейчас, определяются возникновением вихрей Онсагера–Фейнмана (см. последний раздел). Наши выражения справедливы при относительно небольших скоростях в условиях, когда вихри еще не могут образоваться, и к проблеме критических скоростей отношения не имеют.

5. Теплота перехода

Теплоту перехода найдем как

$$q = T(s_{\rm I} - s_{\rm II}). \tag{21}$$

Учитывая, что $s_{\rm I} = s_{\rm I0}$,

$$s_{\rm II} = s_{\rm II0} + \frac{\mathbf{w}^2}{2}\frac{d}{dT}\frac{\rho_n}{\rho},$$

получим из (16)

$$q = \frac{T}{2}\frac{\rho_s}{\rho}\frac{d\mathbf{w}^2}{dT}. \tag{22}$$

Разложим $\frac{\rho_s}{\rho}$ и $\frac{d\mathbf{w}^2}{dT}$ вблизи T_λ и ограничимся членами, линейными по $T - T_\lambda$:

$$q = \frac{T}{2}\frac{d}{dT}\mathbf{w}^2\bigg|_{T_\lambda}\frac{d}{dT}\frac{\rho_n}{\rho}\bigg|_{T_\lambda}(T_\lambda - T). \tag{23}$$

Подставляя $\frac{d}{dT}\mathbf{w}^2|_{T_\lambda}$ из (18), имеем

$$q = -\frac{T\Delta c_\lambda}{2}\frac{T_\lambda - T}{T_\lambda}. \tag{24}$$

При $\mathbf{w} \neq 0$ $q > 0$, т.е. переход при наличии отличной от нуля скорости является фазовым переходом первого рода. Используя соотношение (20), получим

$$q = T\frac{\mathbf{w}^2}{2}\frac{d}{dT}\frac{\rho_n}{\rho}\bigg|_{T_\lambda}. \tag{25}$$

6. Скачок удельного объема

$$\Delta V = \frac{1}{\rho_{\rm I}} - \frac{1}{\rho_{\rm II}}, \tag{26}$$

где V — удельный объем. Пусть $T = \text{const}$. Продифференцируем (15) по P

$$\frac{1}{\rho_{\rm II0}} = \frac{1}{\rho_{\rm I0}} - \frac{\rho_s}{2\rho}\frac{d}{dP}\mathbf{w}^2 - \frac{\mathbf{w}^2}{2}\frac{d}{dP}\frac{\rho_s}{\rho}, \tag{27}$$

отсюда

$$\frac{d}{dP}\left(\frac{1}{\rho_{\rm I0}} - \frac{1}{\rho_{\rm II0}}\right) = \frac{\rho_s}{2\rho}\frac{d^2}{dP^2}\mathbf{w}^2 + \frac{d\mathbf{w}^2}{dP}\frac{d}{dP}\frac{\rho_s}{\rho} + \frac{\mathbf{w}^2}{2}\frac{d^2}{dP^2}\frac{\rho_s}{\rho}. \tag{28}$$

Так как

$$\frac{1}{\rho_{\rm II}} = \frac{1}{\rho_{\rm I}} - \frac{\mathbf{w}^2}{2}\frac{d}{dP}\frac{\rho_n}{\rho},$$

то

$$\Delta V = \frac{\rho_s}{2\rho}\frac{d\mathbf{w}^2}{dP}, \tag{29}$$

$$\Delta V = \frac{1}{2}\left(\frac{d}{dP}\frac{\rho_n}{\rho}\right)\bigg|_{P_\lambda}\frac{d}{dP}\mathbf{w}^2(P_\lambda)(P - P_\lambda). \tag{30}$$

Вводя удельную изотермическую сжимаемость $\chi = \partial V/\partial P$, при $P \to P_\lambda$, $\mathbf{w} \to 0$, $\rho_s \to 0$, получим для скачка сжимаемости $\Delta\chi$ в λ-точке:

$$\Delta\chi_\lambda = \frac{d}{dP}\mathbf{w}^2\bigg|_{P_\lambda}\left(\frac{d}{dP}\frac{\rho_s}{\rho}\right)\bigg|_{P_\lambda}. \tag{31}$$

Отсюда

$$\frac{d}{dP}\mathbf{w}^2(P_\lambda) = -\frac{\Delta\chi_\lambda}{\left(\frac{d}{dP}\frac{\rho_n}{\rho}\right)_{P_\lambda}}, \tag{32}$$

$$\mathbf{w}^2(P_\lambda) = -\frac{\Delta\chi_\lambda}{\left(\frac{d}{dP}\frac{\rho_n}{\rho}\right)_{P_\lambda}}(P_\lambda - P). \tag{33}$$

Для скачка удельного объема ΔV получим

$$\Delta V = -\frac{\mathbf{w}^2}{2}\left(\frac{d}{dP}\frac{\rho_n}{\rho}\right)_{P_\lambda}. \tag{34}$$

7. Линия фазовых скоростей при отличной от нуля скорости

Рассмотрим переход при фиксированной скорости $\mathbf{w} = \text{const}$. Уравнение Клапейрона–Клаузиуса даст нам в этом случае

$$\frac{dP}{dT}=\frac{q}{T\Delta V},\qquad(35)$$

где q и ΔV выражаются соотношениями (25) и (34). С их помощью получаем

$$\frac{dP}{dT}=-\frac{\frac{\partial}{\partial T}\frac{\rho_n}{\rho}}{\frac{\partial}{\partial P}\frac{\rho_n}{\rho}}.\qquad(36)$$

Выражение для $\frac{dP}{dT}$ не зависит от $\mathbf{w}$. Оно справедливо, в частности, также и при $\mathbf{w}=0$ и дает наклон λ-линии. В силу этого (36) можно переписать как $\frac{d}{dT}\frac{\rho_n}{\rho}=0$ вдоль линии фазовых переходов при $\mathbf{w}=\mathrm{const}$. Таким образом, в точке перехода $\frac{\rho_n}{\rho}=f(\mathbf{w})$ — функция только скорости $\mathbf{w}$. При $\mathbf{w}=0$ $f(0)=1$. Из (35) легко получить соотношение

$$\frac{dP}{dT}=-\frac{\Delta c_\lambda}{T_\lambda\Delta\chi_\lambda}\frac{T_\lambda-T}{P_\lambda-P}.\qquad(37)$$

8. Вихри

Вышеприведенные соотношения справедливы до тех пор*, пока в системе не возникают квантованные вихри [15,16]. Именно с возникновением квантованных вихрей связано решение проблемы особенностей вращения сверхтекучего гелия и его критических скоростей. Квантованные вихри явно вносят в теорию Ландау, имеющую формально классический вид, постоянную Планка $\hbar$. Заметим, что симметрия перехода в обе стороны может нарушаться из-за «пиннинга» вихрей [17] и связанного с этим «крипа» (эти явления наблюдаются в пульсарах (нейтронных звездах) в виде скачкообразных сбоев периода («глитчей»), обусловленных изменением момента инерции при «звездотрясениях», сопровождающих остывание пульсара [18], и служат доказательством сверхтекучести недр нейтронной звезды**).

Во вращающемся вокруг своей оси капилляре могут возникать только прямолинейные вихри. Условие их возникновения — уменьшение энергии вращающейся жидкости при появлении в ней вихря $\Delta E-I\Omega<0$, где $\Delta E=\pi L\rho_s\frac{\hbar^2}{m^2}\ln\frac{R}{a}$, $I=\pi LR^2\frac{\hbar}{m}\rho_s$, приводит к неравенству на угловую скорость, при которой вихри еще не образуются [2]:

$$\Omega<\frac{\hbar}{mR^2}\ln\frac{R}{a}.\qquad(38)$$

Здесь R, L — радиус и длина капилляра, a — внутренний масштаб вихря, порядка атомных размеров, m — масса атома (гелия), I — момент импульса вращающейся жидкости.

Если жидкость движется вдоль капилляра, то при достаточной скорости могут возникать кольцевые вихри. Соответственно, ограничение $\Delta E_r-\mathbf{PU}>0$ на скорость течения U принимает вид

$$U<\frac{\hbar}{mR}\ln\frac{R}{a},\qquad(39)$$

здесь $\Delta E_r==2\pi^2R\rho_s\frac{\hbar^2}{m^2}\ln\frac{R}{a}$ и $P=2\pi^2R^2\frac{\hbar}{m}\rho_s$ — энергия и импульс кольцевого вихря. Видно, что в достаточно тонких капиллярах возможны интервалы скоростей, при которых вихри как при вращении, так и при движении вдоль оси капилляра еще не образуются.

Резюме

Настоящая работа посвящена фазовому переходу в сверхтекучем гелии при отличной от нуля скорости относительного движения нормальной и сверхтекучей компонент в условиях, когда не возникают вихри, например, при вращении гелия в достаточно тонких капиллярах. Переход при этом становится переходом первого рода со всеми вытекающими отсюда последствиями. Сходные изменения фазового перехода происходят при наличии теплового потока и изучены в относительно недавних работах [20,21] и обзоре [10]. Несмотря на обширные исследования неравновесных состояний в сверхтекучей жидкости [10], фазовый переход при наличии относительного движения без потока тепла в известных нам публикациях не рассматривался. Основная часть данной работы была выполнена в 1954 году [22]***. Отсюда следуют мои искренние бла-

* Мы не останавливаемся на возможности слоевого вращения гелия.

** Парадоксально, но сверхтекучесть, а возможно и сверхпроводимость пульсаров [18], при миллионе градусов Кельвина на поверхности звезды, тем не менее из-за ядерных плотностей в ее недрах соответствует самым низким относительным температурам квантовых объектов во Вселенной. Сверхтекучесть эта должна напоминать сверхтекучесть ^{3}He с его сложной фазовой диаграммой [19]. Впрочем, сильное магнитное поле пульсара упрощает ситуацию.

*** Рассмотренная в последнем разделе [22] связь между скоростью движения пленки и ее толщиной [23], следующая из общих принципов теории Ландау, была обнаружена в экспериментах лейденской группы проф. Р. Оуботера и его коллег [24].

годарности руководителям работы И.М. Лифшицу и М.И. Каганову, а также Л.Д. Ландау, прочитавшему работу во время сдачи мной экзамена по теорминимуму.

1. Л.Д. Ландау, *Собрание трудов*, Е.М. Лифшиц (ред.), Наука, Москва (1969).
2. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1978), ч. 2.
3. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1988).
4. И.М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Наука, Москва (1971).
5. Е.М. Лифшиц, *УФН* **34**, 512 (1948).
6. Л.Д. Ландау, *Собрание трудов*, Е.М. Лифшиц (ред.), Наука, Москва (1969), т. 2, стр. 42.
7. Э.Л. Андроникашвили, Дополнение к кн.: В. Кеезом, *Гелий*, ИЛ, Москва (1949).
8. И.М. Лифшиц, М.И. Каганов, *Труды физ. отд. физмата ХГУ* **4**, 23 (1953).
9. С. Паттерман, *Гидродинамика сверхтекучей жидкости*, Мир, Москва (1978).
10. P.B. Weichman, A.W. Harter, and D.L. Goodstein, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 1 (2001).
11. В.Л. Гинзбург, *ЖЭТФ* **14**, 134 (1944).
12. В.Л. Гинзбург, *ДАН СССР* **69**, 161 (1949).
13. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1970).
14. А.А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Мир, Москва (1987).
15. L. Onsager, *Nuovo Cimento* **6**, Suppl. 2, 249 (1949).
16. R.P. Feynman. in: *Progress in Low Temperature Physics*, C.J. Gorter (ed.), North-Holland, Amsterdam (1955), Vol. 1, p. 36.
17. D. Pines, J. Shaham, M.A. Alpar, and P.W. Anderson, *Supplement of the Progress of Theoretical Physics* **69**, 376 (1980).
18. N. Chamel, *J. Astrophys. Astr.* **38**, 43 (2017).
19. Г.Е. Воловик, *УФН* **143**, 73 (1984).
20. A. Onuki, *J. Low Temp. Phys.* **50**, 433 (1983).
21. A. Onuki, *J. Low Temp. Phys.* **55**, 309 (1984).
22. В.М. Конторович, *Некоторые вопросы термодинамики и гидродинамики* He II, дипломная работа (руководитель работы доктор физ-мат наук, профессор И.М. Лифшиц), ХГУ, Харьков (1954).
23. В.М. Конторович, *ЖЭТФ* **30**, 805 (1956).
24. E. van Sponsen, H.J. Verbeek, H. van Beelen, R. de Bruyn Ouboter, and K.W. Tuconis, *Physica* **77**, 570 (1974).

Про фазовий перехід He II у He I при наявності макроскопічного руху.

В.М. Конторович

В роботі, відповідно до теорії Л.Д. Ландау, проведено гідродинамічний та термодинамічний розгляд ряду питань, пов’язаних з фазовим переходом He II у He I при наявності макроскопічного руху. Зокрема, показано, що перехід в гелії, який обертається, є переходом першого роду.

Ключові слова: He II, He I, фазовий перехід, макроскопічний рух.

On the phase transition of He II to He I in the presence of macroscopic motion

V.M. Kontorovich

A hydrodynamic and thermodynamic consideration of number of problems related to the phase transition of He II to He I in the presence of macroscopic motion is carried out in the framework of Landau theory. In particular, it is shown that the transition in a rotating helium is a first-order one.

Keywords: He II, He I, phase transition, macroscopic motion.